ЖЭТФ, 2022, том 162, вып. 3 (9), стр. 382–389

ПОЛЯРИЗАЦИЯ И СКОРОСТЬ ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЛН В ГИБРИДНОЙ МЕТРИЧЕСКОЙ-ПАЛАТИНИ $f(R)$-ГРАВИТАЦИИ

П. И. Дядина [a*]

[a] *Государственный астрономический институт имени П.К. Штернберга Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова, 119234, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 17 мая 2022 г.,
после переработки 2 июня 2022 г.
Принята к публикации 3 июня 2022 г.

Рассматривается вопрос о соответствии числа степеней свободы и числа поляризационных состояний в гибридной метрической-Палатини $f(R)$-гравитации. Показано, что скалярная мода является смесью скалярных поперечной и продольной мод. Также вычисляется скорость распространения гравитационной волны в гибридной метрической-Палатини $f(R)$-гравитации.

DOI: 10.31857/S0044451022090115
EDN: ELJRSZ

1. ВВЕДЕНИЕ

Открытие гравитационно-волнового излучения — одно из важнейших событий последних десятилетий. Существование гравитационных волн (ГВ) и их прямое детектирование стали еще одним доказательством общей теории относительности (ОТО) [1]. Более того, данные, полученные ГВ-детекторами, могут служить для проверки модифицированных теорий гравитации. Одним из способов использования данных от ГВ-детекторов для проверки теорий гравитации является сравнение поляризационных состояний, предсказываемых теорией, с наблюдательными данными. Событие GW170814 дало возможность коллаборациям LIGO и VIRGO получить результат, согласно которому чисто тензорные поляризационные состояния предпочтительнее чисто векторных или чисто скалярных [2]. Данные, полученные в рамках этого события, могут быть использованы в дальнейшем для более точной количественной проверки теорий гравитации [3]. Однако, в первую очередь, стоит уделить внимание числу поляризационных мод, предсказываемых теорией.

В ОТО гравитационная волна имеет две тензорные поляризации, называемые «+» и «×». В альтернативных же теориях гравитации может присутствовать до шести поляризационных состояний. В работах [4,5] было показано, что для плоских гравитационных волн шесть поляризаций могут быть классифицированы малой группой $E(2)$ группы Лоренца. Согласно этой классификации, безмассовое скалярное поле распространяется посредством поперечной скалярной моды, в то время как вторая скалярная мода, продольная, проявляется только в присутствии всех остальных пяти поляризационных мод. Однако, как позднее было показано в работе [6], присутствие массивного скалярного поля приводит к появлению продольной скалярной моды, в дополнение к поперечной, в то время как векторные моды отсутствуют. И только недавно вопрос о несоответствии числа степеней свободы и числа поляризационных состояний в массивных скалярно-тензорных теориях начал активно исследоваться [7,8]. Эта проблема была рассмотрена на примере теории гравитации Хорндески [9]. Модель Хорндески является наиболее общей скалярно-тензорной теорией, которая приводит к уравнениям поля второго порядка. Авторы показали, что поляризационное состояние, возбуждаемое скалярным полем, представляет собой смесь продольной и поперечной скалярной моды и как результат соответствует одной степени свободы [7].

* E-mail: guldur.anwo@gmail.com

Настоящая работа посвящена изучению гибридной метрической-Палатини $f(R)$-гравитации [10, 11] в контексте поляризации гравитационных волн. Подход построения $f(R)$-теорий позволяет модифицировать ОТО наиболее простым способом. Семейство $f(R)$-моделей основывается на обобщении гравитационной части действия произвольной функцией от скаляра Риччи [12–14]. Такие модели получили широкое распространение после того, как $f(R)$-гравитация была успешно применена для описания инфляции [15]. Кроме того, подход $f(R)$-гравитации является привлекательным, так как ускоренное расширение Вселенной является естественным следствием теории. Кроме этого, $f(R)$-гравитация привлекательна в качестве альтернативы модели ΛCDM, поскольку она позволяет одновременно описывать инфляцию в ранней Вселенной и ускоренное расширение на поздних этапах эволюции [16–23]. Также $f(R)$-модели хорошо согласуются с наблюдательными космологическими данными и практически неотличимы от ΛCDM [24].

Семейство $f(R)$-теорий подразделяется на два класса: метрический и Палатини. В метрическом подходе действие варьируется только относительно метрики, тогда как в подходе Палатини аффинная связность не зависит от метрики и является дополнительной переменной. К сожалению, недостатки присутствуют в обоих подходах. Одной из главных проблем метрической $f(R)$-гравитации является сложность с прохождением тестов в Солнечной системе [25]. Тем не менее, существует ограниченный класс моделей, который является жизнеспособным [19,22,24]. Особенностью таких моделей является хамелеонный механизм [18, 26–28]. Все Палатини $f(R)$-модели приводят к неприемлемым особенностям в эволюции космологических возмущений [29].

Не так давно была предложена теория, которая совмещает в себе лагранжиан Эйнштейна–Гильберта и $f(R)$-член Палатини [10]. Модель получила название гибридной метрической-Палатини $f(R)$-гравитации. Она объединяет в себе достоинства метрического подхода и подхода Палатини, но лишена их недостатков. Гибридная $f(R)$-гравитация позволяет описывать крупномасштабную структуру Вселенной без влияния на динамику Солнечной системы. Привлекательной особенностью теории является то, что она представима в скалярно-тензорном виде в терминах динамического скалярного поля (в отличие от моделей Палатини). Причем данное скалярное поле не обязательно должно иметь большую массу для прохождения тестов в Солнечной системе (в отличие от метрических моделей). Таким образом, скалярное поле играет активную роль в космологии, оставаясь в полном согласии с локальными экспериментами [30].

Гибридная $f(R)$-гравитация была изучена на широком диапазоне масштабов: от звезд до скоплений галактик. Было показано, что различие вириальных и визуальных масс скоплений галактик может быть объяснено через геометрические члены в обобщенной теореме вириала [31]. Кроме того, гибридная $f(R)$-гравитация позволила объяснить скорости вращения пробных частиц, движущихся в гравитационном поле галактик [32]. Этот подход дал возможность избежать введения большого количества темной материи. Помимо этого, были получены решения типа «кротовая нора» [33] и «черная дыра» [34], а также были изучены физические свойства нейтронных и кварковых звезд [35]. Также проверка гибридной $f(R)$-гравитации в Солнечной системе была проведена посредством параметризованного постньютоновского формализма (ППН). Были получены аналитические выражения для ППН параметров γ и β, а также было доказано, что остальные восемь ППН параметров тождественно равны нулю. Было показано, что легкое скалярное поле в гибридной $f(R)$-гравитации не противоречит экспериментальным данным на основании полного набора постньютоновских параметров [36, 37]. Кроме того, гибридная $f(R)$-гравитация была проверена на наблюдательных данных двойных систем с пульсаром. Было вычислено изменение орбитального периода таких систем вследствие гравитационного излучения в квазикруговом приближении. В рамках решения этой задачи впервые было получено ограничение на массу скалярного поля в гибридной $f(R)$-гравитации [38]. Затем этот результат был обобщен на случай орбиты с эксцентриситетом. Для проверки теории был использован параметризованный посткеплеровский формализм. Основной результат, полученный в ходе этого исследования, заключается в том, что гибридная $f(R)$-гравитация предсказывает более широкий диапазон масс компонентов двойных систем с пульсаром, чем ОТО [39].

Гибридная $f(R)$-гравитация может быть представлена как скалярно-тензорная теория с массивным скалярным полем. Ранее поляризационные состояния уже изучались в этой теории [40]. Было получено, что гибридная $f(R)$-гравитация содержит четыре поляризационные моды: «$+$», «$\times$», скалярную продольную и поперечную моды. Однако в работе [41] было показано, что данная модель име-

ет три степени свободы. Таким образом, возникает то же самое несоответствие, что и ранее рассматривалось в теории Хорндески. Целью данной работы является разрешение этого противоречия.

Другим эффективным способом проверки теорий гравитации является определение скорости распространения гравитационных волн. Регистрация килоновой (событие GW170817/SHB170817A [42]) позволила получить скорость гравитационного излучения с высокой точностью, что привело к ограничению и даже закрытию большого числа модифицированных теорий гравитации [43]. Эта проверка была применена и к массивным скалярно-тензорным теориям. Было показано, что только теория Бранса–Дикке с массивным скалярным полем может полностью пройти этот тест. В настоящей работе мы вычисляем скорость распространения гравитационных волн в гибридной $f(R)$-гравитации и сравниваем полученный результат с наблюдательными данными.

Статья постороена следующим образом. В разд. 2 рассматриваются действие и уравнения поля гибридной $f(R)$-гравитации в общем виде и в скалярно-тензорном представлении. В разд. 3 определяются поляризационные состояния гравитационной волны, предсказываемые гибридной $f(R)$-гравитацией. Далее, в разд. 4 вычисляется скорость распространения гравитационных волн в гибридной $f(R)$-гравитации. В разд. 5 подведятся итоги и обсуждаютмя полученные результаты.

В работе греческие индексы $(\mu, \nu, \ldots)$ пробегают значения 0, 1, 2, 3 и используется сигнатура $(-,+,+,+)$. Все вычисления выполнены в системе единиц $h = c = k_B = 1$. В работе используется представление Йордана.

2. ГИБРИДНАЯ $f(R)$-ГРАВИТАЦИЯ

Действие гибридной метрической-Палатини $f(R)$-гравитации состоит из члена Эйнштейна–Гильберта и произвольной функции кривизны Палатини [10, 30]:

$$S = \frac{1}{2k^2}\int d^4x\,\sqrt{-g}\big[R + f(\mathfrak{R})\big] + S_m, \qquad (1)$$

где $k^2 = 8\pi G$, G — ньютоновская гравитационная постоянная, R и $\mathfrak{R} = g^{\mu\nu}\mathfrak{R}_{\mu\nu}$ — метрическая кривизна и кривизна Палатини, соответственно, g — определитель метрического тензора, S_m — действие материи. Здесь кривизна Палатини $\mathfrak{R}$ определяется как функция $g_{\mu\nu}$ и независимо определяемых символов Кристоффеля $\hat{\Gamma}^{\alpha}_{\mu\nu}$:

$$\mathfrak{R} = g^{\mu\nu}\mathfrak{R}_{\mu\nu} = g^{\mu\nu}\big(\hat{\Gamma}^{\alpha}_{\mu\nu,\alpha} - \hat{\Gamma}^{\alpha}_{\mu\alpha,\nu} + \hat{\Gamma}^{\alpha}_{\alpha\lambda}\hat{\Gamma}^{\lambda}_{\mu\nu} - \hat{\Gamma}^{\alpha}_{\mu\lambda}\hat{\Gamma}^{\lambda}_{\alpha\nu}\big). \qquad (2)$$

Как и в случае чисто метрических и Палатини $f(R)$-теорий, действие(1) может быть представлено в терминах скалярного поля (более подробный вывод представлен в работах [10, 30]):

$$S = \frac{1}{2k^2}\int d^4x\,\sqrt{-g}\Big[(1+\phi)R + \frac{3}{2\phi}\,\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi - V(\phi)\Big] + S_m, \qquad (3)$$

где ϕ — скалярное поле, а $V(\phi)$ — скалярный потенциал. В действии (3) скалярное поле неминимально связано с материей, а кинетический член является неканоническим. Уравнения поля, получаемые из (3), имеют следующий вид [10, 30]:

$$(1+\phi)R_{\mu\nu} = k^2\Big(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\,g_{\mu\nu}T\Big) - \frac{3}{2\phi}\,\partial_\mu\phi\partial_\nu\phi + \frac{1}{2}\,g_{\mu\nu}\big[V(\phi) + \nabla_\alpha\nabla^\alpha\phi\big] + \nabla_\mu\nabla_\nu\phi, \qquad (4)$$

$$\nabla_\mu\nabla^\mu\phi - \frac{1}{2\phi}\,\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi - \frac{\phi\big[2V(\phi) - (1+\phi)V_\phi\big]}{3} = -\frac{k^2}{3}\,\phi T, \qquad (5)$$

где $T_{\mu\nu}$ и T — тензор энергии-импульса и его след, соответственно.

3. ПОЛЯРИЗАЦИЯ ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЛН

Гравитационное излучение распространяется посредством плоских волн в вакууме. Для получения линеаризованных уравнений поля в отсутствие среды ($T_{\mu\nu} = 0$) необходимо рассмотреть возмущения скалярного поля и метрического тензора:

$$\phi = \phi_0 + \varphi, \quad g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}, \qquad (6)$$

где ϕ_0 — асимптотическое фоновое значение скалярного поля вдали от источника, $\eta_{\mu\nu}$ — метрика Минковского, $h_{\mu\nu}$ и φ — малые возмущения тензорного и скалярного полей, соответственно. В общем случае ϕ_0 не является константой, а представляет из себя функцию, зависящую от времени $\phi(t)$. Однако этой зависимостью можно пренебречь, если характерная шкала времени велика по сравнению с динамической шкалой времени, связанной с локальной

системой. Таким образом, ϕ_0 предполагается постоянной величиной. Скалярный потенциал $V(\phi)$ может быть разложен в ряд Тейлора около фонового значения скалярного поля ϕ_0:

$$V(\phi) = V_0 + V'\varphi + \frac{V''\varphi^2}{2!} + \frac{V'''\varphi^3}{3!} + \ldots, \quad (7)$$

а значит производная скалярного потенциала по отношению к φ будет иметь вид

$$V_\phi = V' + V''\varphi + V'''\varphi^2/2.$$

С учетом выражений (6) линеаризованное уравнение (5), описывающее скалярное поле, принимает вид

$$(\nabla^2 - m_\varphi^2)\varphi = 0, \quad (8)$$

где

$$m_\varphi^2 = \left[2V_0 - V' - (1+\phi_0)\phi_0 V''\right]/3$$

— масса скалярного поля.

Линеаризованный вид уравнений поля (4) будет следующим [40]:

$$\overline{G}_{\mu\nu} = \frac{1}{1+\phi_0}(\nabla_\mu\nabla_\nu\varphi - \eta_{\mu\nu}\Box\varphi), \quad (9)$$

где $\overline{G}_{\mu\nu}$ — линеаризованный тензор Эйнштейна:

$$\overline{G}_{\mu\nu} = \overline{R}_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}\overline{R}, \quad (10)$$

$$\overline{R}_{\mu\nu} = \frac{1}{2}(\partial_\mu\partial_\alpha h_\nu^\alpha + \partial_\nu\partial_\alpha h_\mu^\alpha - \partial_\mu\partial_\nu h - \Box h_{\mu\nu}), \quad (11)$$

$$\overline{R} = \partial_\mu\partial_\nu h^{\mu\nu} - \Box h. \quad (12)$$

Далее можно перейти к

$$\begin{gathered}\theta_{\mu\nu} = h_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\eta_{\mu\nu}h - \frac{1}{1+\phi_0}\eta_{\mu\nu}\varphi,\\ \theta = -h - 4\,\frac{1}{1+\phi_0}\,\varphi.\end{gathered} \quad (13)$$

Выбор калибровки

$$\partial_\mu\theta^{\mu\nu} = 0$$

приводит уравнения поля (4) к виду

$$\Box\theta_{\mu\nu} = 0. \quad (14)$$

Уравнения (14) и (8) описывают гравитационную волну в гибридной $f(R)$-гравитации. Поле $\theta_{\mu\nu}$ отвечает за безмассовый гравитон и имеет два поляризационных состояния: «+» и «×» моды. Скалярное поле ϕ массивно и может быть рассмотрено отдельно от безмассового тензорного поля. Предположим, что безмассовые и массивные моды распространяются в $+z$ направлении с волновыми векторами

$$k^\mu = (\Omega, 0, 0, \Omega), \quad p^\mu = (p_t, 0, 0, p_z), \quad (15)$$

соответственно, причем дисперсионное соотношение для скалярного поля имеет вид

$$p_t^2 - p_z^2 = m^2.$$

Тогда скорость распространения массивного скалярного поля будет иметь вид

$$v = \sqrt{p_t^2 - m^2}/p_t.$$

Решения в виде плоских волн для уравнений (14) и (8) имеют вид

$$\begin{gathered}\theta_{\mu\nu} = q_{\mu\nu}\exp^{-ik_\alpha x^\alpha},\\ \varphi = \phi_0\exp^{-ip_\alpha x^\alpha},\end{gathered} \quad (16)$$

где ϕ_0 и $q_{\mu\nu}$ являются амплитудами волн, причем

$$k^\nu q_{\nu\mu} = 0, \quad \eta^{\mu\nu}q_{\mu\nu} = 0.$$

Главной целью настоящей работы является определение числа поляризационных состояний гравитационной волны в гибридной $f(R)$-гравитации. Все поляризационные состояния содержатся в тензоре h_{ij}. Для волны, путешествующей в z-направлении, тензор h_{ij} можно разложить следующим образом:

$$h_{ij} = \begin{pmatrix} h_b + h_+ & h_\times & h_x \\ h_\times & h_b\text{-}h_+ & h_y \\ h_x & h_y & h_L \end{pmatrix}, \quad (17)$$

где h_+ — «+» мода, $h_\times$ — «×» мода, h_b — скалярная поперечная мода, h_L — скалярная продольная мода.

Гравитационные волны могут влиять на расстояние между свободно двигающимися пробными частицами. Это влияние описывается уравнением геодезической. Предполагая, что расстояние $x^i \ll \lambda$, где λ — длина ГВ, а движение пробных частиц является медленным, уравнение геодезической можно записать в виде

$$\frac{d^2x^i}{dt^2} = -R_{0i0j}x^j,$$

где R_{0i0j} — электрическая часть тензора Римана. Также поле h_{ij} определяет тензор Римана следующим образом:

$$\frac{\partial^2 h_{ij}}{\partial t^2} = -2R_{0i0j}.$$

Для дальнейших вычислений будем использовать линеаризованную часть тензора Римана:

$$\overline{R}_{\mu\nu\alpha\beta} = \\ = \frac{1}{2}(\partial_\mu\partial_\beta h_{\alpha\nu} + \partial_\nu\partial_\alpha h_{\mu\beta} - \partial_\mu\partial_\alpha h_{\nu\beta} - \partial_\nu\partial_\beta h_{\mu\alpha}). \quad (18)$$

Вычисление электрической части тензора Римана с учетом выражений (16), (13) дает

$$R_{0i0j} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2(1+\phi_0)}\,p_t^2\varphi + \frac{1}{2}\,\Omega^2\theta_{xx} & \frac{1}{2}\,\Omega^2\theta_{xy} & 0 \\ \frac{1}{2}\,\Omega^2\theta_{xy} & -\frac{1}{2(1+\phi_0)}\,p_t^2\varphi - \frac{1}{2}\,\Omega^2\theta_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2(1+\phi_0)}m^2\varphi \end{pmatrix}. \quad (19)$$

Для описания поляризационных мод, возбуждаемых скалярным полем, необходимо положить $\theta_{\mu\nu} = 0$. В безмассовом случае ($m = 0$) компонента тензора Римана $R_{tztz} = 0$, продольная скалярная мода исчезает и остается только скалярная поперечная мода. В случае массивного скалярного поля можно выполнить преобразование $p_z = 0$ и перейти в систему покоя скалярного поля. В этой системе покоя, $p_t^2 = m^2$ и $R_{txtx} = R_{tyty} = R_{tztz} \neq 0$. Более того, в этом случае продольная и поперечная скалярные моды становятся эквивалентными. Таким образом, в выбранной системе отсчета продольная скалярная мода не отличима от поперечной, а так как в теории нет привилегированной системы отсчета, то можно сделать вывод, что скалярная мода представляет из себя смесь продольной и поперечной скалярных мод и в других системах отсчета, а значит нет никакого противоречия между числом степеней свободы и числом поляризационных состояний в гибридной $f(R)$-гравитации.

Подведем итог. В данном разделе были получены поляризационные состояния, предсказываемые гибридной $f(R)$-гравитацией. Для этой цели в первую очередь были получены линеаризованные уравнения поля в вакууме и их решения. Все поляризационные состояния гравитационной волны содержатся в тензоре h_{ij}. Так как между тензорными возмущениями метрики и электрической частью тензора Римана существует связь

$$\frac{\partial^2 h_{ij}}{\partial t^2} = -2R_{0i0j},$$

это позволило через определение тензора Римана найти вид поляризационных мод, используя решения уравнений поля. Зная, что в гибридной$f(R)$-гравитации все системы отсчета равноправны, мы перешли в систему отсчета, в которой массивное скалярное поле покоится. И в этой системе отсчета мы установили, что

$$p_t^2 = m^2,$$

а значит,

$$-\frac{1}{2(1+\phi_0)}\,m^2\varphi = -\frac{1}{2(1+\phi_0)}\,p_t^2\varphi.$$

Эти выражения в электрической части тензора Римана были ответственны за скалярные продольную и поперечную моды, соответственно. А раз эти моды равны, то они представляют собой проявления одной и той же скалярной моды. Тем самым мы получили, что две тензорные и одна скалярная степени свободы соответствуют двум тензорным и одному скалярному поляризационным состояниям, что снимает все противоречия.

4. СКОРОСТЬ ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЛН

Событие GW170817 дало возможность получить скорость распространения гравитационных волн с беспрецедентной точностью [42]. В результате многие теории были закрыты или серьезно ограничены, включая модель Хорндески [43]. В рамках теории Хорндески скорость распространения тензорных возмущений была получена в работах [44, 45]. Оказалось, что выражение для скорости может быть определено через функции скалярного поля, входящие в структуру теории Хорндески:

$$c_t^2 = \frac{2G_4 - (\dot\phi)^2 G_{5,\phi} - (\dot\phi)^2\ddot\phi G_{5,X}}{2G_4 - 2(\dot\phi)^2 G_{4,X} + (\dot\phi)^2 G_{5,\phi} - H(\dot\phi)^3 G_{5,X}}. \quad (20)$$

Данное выражение описывает скорость гравитационной волны c_t, распространяющейся на космологическом фоне, здесь

$$X = -\frac{1}{2}\,\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi,$$

H — постоянная Хаббла.

Гибридная $f(R)$-гравитация является частным случаем теории Хорндески. Функции перехода между двумя моделями имеют следующий вид [38]:

$$G_2 = -\frac{3X}{G\phi} - V(\phi), \quad G_3 = 0, \\ G_4 = \frac{1+\phi}{G}, \quad G_5 = 0. \tag{21}$$

Используя эти выражения, можно получить скорость распространения тензорных возмущений в гибридной $f(R)$-гравитации из (20):

$$c_t^2 = \frac{2\frac{1+\phi}{G}}{2\frac{1+\phi}{G}} = 1. \tag{22}$$

Таким образом, гравитационные волны в гибридной f(R)-гравитации распространяются со скоростью света. А значит, гибридная $f(R)$-гравитация находится в полном согласии с имеющимися экспериментальными данными.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Настоящая работа посвящена проблеме определения числа степеней свободы в гибридной $f(R)$-гравитации. Эта модель принадлежит к семейству $f(R)$-теорий и объединяет в себе метрический подход и подход Палатини. Гибридная $f(R)$-гравитация может быть представлена в виде скалярно-тензорной теории с массивным скалярным полем [10, 30]. Ранее вопрос о несоответствии числа степеней свободы и числа поляризационных состояний гравитационной волны уже поднимался в массивных скалярно-тензорных теориях [7]. Эта проблема была детально изучена на примере теории гравитации Хорндески [7]. Было показано, что теория Хорндески имеет две тензорные и одну скалярную степени свободы. В то же время скалярная степень свободы представляет собой смесь двух поляризационных состояний: поперечной и продольной скалярных мод. Кроме того, в работе [7] было доказано, что классификация Ирдли для поляризационных состояний не применима в случае скалярно-тензорных теорий с массивным скалярным полем.

В рамках гибридной $f(R)$-гравитации число поляризационных состояний ранее уже рассматривалось [40]. Авторы показали, что в теории помимо поляризационных состояний, предсказываемых ОТО, «+» и «×» моды, будут присутствовать также скалярные продольная и поперечная моды. Однако в другой работе было получено, что гибридная $f(R)$-гравитация содержит три степени свободы [41]. Поэтому главной целью настоящей работы является разрешение существующего противоречия.

Все поляризационные моды, предсказываемые теорией, содержатся в электрической части тензора Римана. После проведения соответствующих вычислений было обнаружено, что в гибридной $f(R)$-гравитации будут присутствовать и продольная, и поперечная скалярные моды. Однако в системе покоя массивного скалярного поля два скалярных поляризационных состояния становятся идентичными. Таким образом, можно сделать вывод, что обе скалярные моды являются проявлением одной и той же скалярной степени свободы и представляют собой смесь поляризационных состояний гравитационной волны. Следовательно, в гибридной $f(R)$-гравитации не существует противоречия между числом степеней свободы и числом поляризационных состояний.

В заключение можно провести сравнение результатов, полученных для гибридной $f(R)$-гравитации, с аналогичными результатами для метрической и Палатини $f(R)$-гравитаций. В рамках метрической $f(R)$-гравитации было показано, что существуют продольная и поперечная скалярная моды, помимо тензорных «+» и «×» мод, причем они являются тождественными во всех системах отсчета, так как существует связь между массой скалярного поля в скалярно-тензорном представлении этой модели и параметром теории α: $m^2 = -1/6\alpha$ [46]. Кроме того, в метрической $f(R)$-гравитации подробно рассматривался вопрос о распространении первичных гравитационных волн. Было показано, что для таких моделей энергетический спектр первичных гравитационных волн был несколько расширен по сравнению со спектром ОТО, однако предсказанный спектр оказывается намного ниже самых низких значений чувствительности будущих экспериментов по детектированию гравитационных волн на больших частотах [47]. А в формализме Палатини присутствуют только тензорные «+» и «×» моды, и такие модели неотличимы от ОТО [48].

Одним из наиболее эффективных способов проверки теорий гравитации является вычисление скорости распространения гравитационного излучения. Такая проверка позволила закрыть большое количество теорий гравитации, включая скалярно-тензорные. Более того, некоторые авторы делают вывод, что только теория Бранса–Дикке с массивным скалярным полем может пройти такой тест [43]. В настоящей работе была посчитана скорость распространения тензорных возмущений в гибридной

$f(R)$-гравитации и показано, что гравитационные волны в этой теории распространяются со скоростью света. Таким образом, гибридная $f(R)$-гравитация находится в полном согласии с существующими экспериментальными данными по гравитационно-волновому излучению.

Настоящая работа является первым шагом в изучении гравитационно-волнового излучения в рамках гибридной $f(R)$-гравитации. Для более точного сравнения предсказаний теории с имеющимися гравитационно-волновыми данными необходимо построение гравитационно-волновых шаблонов. Такое исследование станет важным этапом в развитии нового мощного формализма для проверки теорий гравитации в сильном поле сливающихся двойных систем.

Благодарности. Автор выражает благодарность Н.А. Авдееву и Б.Н. Латошу за полезные обсуждения и комментарии по теме работы.

Финансирование. Работа была выполнена при поддержке Фонда развития теоретической физики и математики «Базис».

ЛИТЕРАТУРА

1. B. P. Abbott et al., Phys. Rev. Lett. **116**, 061102 (2016).

2. B. P. Abbott et al., Phys. Rev. Lett. **119**, 141101 (2017).

3. T. Liu, W. Zhao, and Y. Wang, Phys. Rev. D **102**, 124035 (2020).

4. D. M. Eardley, D. L. Lee, and A. P. Lightman, Phys. Rev. D **8**, 3308 (1973).

5. D. M. Eardley, D. L. Lee, A. P. Lightman, R. V. Wagoner, and C. M. Will, Phys. Rev. Lett. **30**, 884 (1973).

6. M. Maggiore and A. Nicolis, Phys. Rev. D **62**, 024004 (2000).

7. S. Hou, Y. Gong, and Y. Liu, Eur. Phys. J. C **78**, 378 (2018).

8. Y.-Q. Dong and Y.-X. Liu, Phys. Rev. D **105**, 064035 (2022).

9. G.W. Horndeski, Int. J. Theor. Phys. **10**, 363 (1974).

10. T. Harko, T. S. Koivisto, F. S. N. Lobo, and G. J. Olmo, Phys. Rev. D **85**, 084016 (2012).

11. T. Harko and F.S. N. Lobo, Int. J. Mod. Phys. D **29**, 2030008 (2020).

12. P. G. Bergmann, Int. J. Theor. Phys. **1**, 25 (1968).

13. A. De Felice and S. Tsujikawa, Liv. Rev. Relativ. **13**, 3 (2010).

14. S. Nojiri, S. D. Odintsov, and V. K. Oikonomou, Phys. Rept. **692**, 1 (2017).

15. A. A. Starobinsky, Phys. Lett. B **91**, 99 (1980).

16. S. Nojiri and S. D. Odintsov, Phys. Rev. D **68**, 123512 (2003).

17. F. Briscese, E. Elizalde, S. Nojiri, and S. D. Odintsov, Phys. Lett. B **646**, 105 (2007).

18. S. Nojiri and S. D. Odintsov, Phys. Lett. B **657**, 238 (2007).

19. S. Nojiri and S. D. Odintsov, Phys. Rev. D **77**, 026007 (2008).

20. S. Nojiri, S. D. Odintsov, and D. Saez-Gomez, Phys. Lett. B **681**, 74 (2009).

21. G. Cognola, E. Elizalde, S. D. Odintsov, P. Tretyakov, and S. Zerbini, Phys. Rev. D **79**, 044001 (2009).

22. G. Cognola, E. Elizalde, S. Nojiri, S. D. Odintsov, L. Sebastiani, and S. Zerbini, Phys. Rev. D **77**, 046009 (2008).

23. D. Saez-Gomez, Gen. Rel. Grav. **41**, 1527 (2009).

24. S. D. Odintsov, D. Saez-Gomez, and G. S. Sharov, Eur. Phys. J. C **77**, 862 (2017).

25. T. Chiba, Phys. Lett. B **575**, 1 (2003).

26. J. Khoury and A. Weltman, Phys. Rev. Lett. **93**, 171104 (2004).

27. J. Khoury and A. Weltman, Phys. Rev. D **69**, 044026 (2004).

28. W. Hu and I. Sawicki, Phys. Rev. D **76**, 064004 (2007).

29. T. Koivisto and H. Kurki-Suonio, Class. Quantum Grav. **23**, 2355 (2005).

30. S. Capozziello et al., Hybrid Metric-Palatini Gravity, Universe **1**, 199 (2015).

31. S. Capozziello, T. Harko, T. S. Koivisto, F. S. N. Lobo, and G. J. Olmo, JCAP **07**, 024 (2013).

32. S. Capozziello, T. Harko, T. S. Koivisto, F. S. N. Lobo, and G. J. Olmo, Astropart. Phys. C **50-52**, 65 (2013).

33. S. Capozziello, T. Harko, T. S. Koivisto, F. S. N. Lobo, and G. J. Olmo, Phys. Rev. D **86**, 127504 (2012).

34. K. A. Bronnikov, S. V. Bolokhov, and M. V. Skvortsova, Grav. Cosmol. **26**, 212 (2020).

35. B. Danila, T. Harko, F. S. N. Lobo, and M. K. Mak, Phys. Rev. D **95**, 044031 (2017).

36. P. I. Dyadina, S. P. Labazova, and S. O. Alexeyev, JETP **156**, 905 (2019).

37. P. I. Dyadina and S. P. Labazova, JCAP **01**, 029 (2022).

38. P. I. Dyadina, N. A. Avdeev, and S. O. Alexeyev, MNRAS **483**, 947 (2019).

39. N. Avdeev, P. Dyadina, and S. Labazova, JETP **158**, 6135 (2020).

40. H. R. Kausar, Astrophys. Space Sci. **363**, 11 (2018).

41. T. S. Koivisto and N. Tamanini, Phys. Rev. D **87**, 104030 (2013).

42. B. P. Abbott et al., Phys. Rev. Lett. **119**, 161101 (2017).

43. J. M. Ezquiaga and M.Zumalacarregui, Phys. Rev. Lett. **119**, 251304 (2017).

44. R. Kase and S. Tsujikawa, Int. J. Mod. Phys. D **28**, 1942005 (2019).

45. B. Latosh, Eur. Phys. J. C **80**, 845 (2020).

46. D. Liang, Y. Gong, S. Hou, and Y. Liu, Phys. Rev. D **95**, 104034 (2017).

47. S. D. Odintsov, V. K. Oikonomou, and F. P. Fronimos, Physics of the Dark Universe **35**, 100950 (2022).

48. M. E. S. Alves, O. D. Miranda, and J. C.N. de Araujo, Phys. Lett. B **679**, 4 (2009).