

# ВЫСОКОЧАСТОТНАЯ ВОСПРИИМЧИВОСТЬ ФЕРРОМАГНИТНОГО РЕЗОНАНСА В ТОНКИХ ПЛЕНКАХ СО СЛУЧАЙНЫМИ 1D- И 2D-НЕОДНОРОДНОСТЯМИ ВЕЛИЧИНЫ МАГНИТНОЙ АНИЗОТРОПИИ

В. А. Игнатченко\*, Д. С. Цикалов\*\*, Д. С. Полухин\*\*\*

Институт физики им. Л. В. Киренского,  
ФИЦ КНЦ Сибирского отделения Российской академии наук  
660036, Красноярск, Россия

Поступила в редакцию 18 июля 2022 г.,  
после переработки 18 июля 2022 г.  
Принята к публикации 30 августа 2022 г.

Исследование влияния случайных 1D- и 2D-неоднородностей величины магнитной анизотропии на форму и ширину линий ферромагнитного резонанса в тонкой пленке проведено методами стандартного и нового самосогласованных приближений. Показано, что ширины пиков резонансов в случае 2D-неоднородностей значительно уже, чем для 1D-неоднородностей. Асимметрия пиков характерна как для 1D-, так и для 2D-неоднородностей, однако в последнем случае величина ее больше. Ширина резонансной линии уменьшается, а амплитуда ее увеличивается с увеличением корреляционного волнового числа неоднородностей  $k_c$ . Амплитуда для 2D-неоднородностей растет значительно быстрее, чем для 1D-неоднородностей. Величина безразмерного параметра  $k_c d / \pi \sim 1$ , где  $d$  — толщина пленки, является критической: ширина резонансной линии имеет точку перегиба, асимметрия резонансной линии и смещение пика ферромагнитного резонанса достигают своего максимального значения при этой величине параметра. Показано, что новое самосогласованное приближение значительно лучше описывает форму резонансной линии, чем стандартное.

*Статья представлена в рамках публикации материалов VIII Евроазиатского симпозиума  
«Тенденции в магнетизме» (EASTMAG-2022), Казань, август 2022 г.*

DOI: 10.31857/S0044451023010066  
EDN: NNGLOF

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Уширение линии магнитного резонанса вызывается неоднородностями различных физических величин: магнитной анизотропии, обмена и т.д. Корреляционный радиус  $r_c$  этих неоднородностей может меняться в широких пределах (десятки, сотни и тысячи межатомных расстояний). Для теоретического исследования влияния неоднородностей с произвольными радиусами корреляций в некоторых случаях достаточно первого не исчезающего прибли-

жения теории возмущений (борновское приближение в теории конденсированных сред [1, 2], которое называется приближением Бурре [3] в стохастической радиофизике [4]). Например, исследование влияния неоднородностей на кривые дисперсии и затухания спиновых волн [5, 6] в приближении Бурре позволило получить характерные изломы этих кривых, позволяющие определять радиусы корреляций. Однако методы теории возмущений неприемлемы для исследования формы и ширины линий магнитного резонанса. Для этого необходим учет процессов многократного рассеяния волн на неоднородностях. Самосогласованное приближение (self consistent approximation, SCA) для такого учета было предложено независимо в работах Мигдала [7] и Крейчнана [8]. В этом приближении в бесконечном ряде разложения функции Грина по степеням корреляторов учитываются все диаграммы с пересече-

\* E-mail: vignatch@iph.krasn.ru

\*\* E-mail: d\_tsikalov@iph.krasn.ru

\*\*\* E-mail: polukhin@iph.krasn.ru

кающимися корреляциями. Оно соответствует учету только первого члена разложения в ряд вершинной функции  $\Gamma$  [9]. Это приближение широко применяется в теории конденсированных сред под названием приближение Мигдала или самосогласованное борновское приближение [10–14] и в стохастической радиофизике под названием приближение Крейчна [9, 15, 16]. Для целей данной работы мы будем называть его стандартным SCA. В рамках стандартного SCA исследовались влияния неоднородностей величины анизотропии и обмена на ширину и форму линий спин-волнового резонанса [17, 18].

Стандартное SCA удовлетворительно передает зависимость ширины линии резонанса от среднеквадратичной флуктуации и радиуса корреляций неоднородностей. Однако оно сильно искажает реальную форму резонансной линии, приближая ее либо к куполообразной, либо к излишне асимметричной [17]. Поэтому в наших работах было предложено [19] и исследовано [20] новое SCA. В отличие от стандартного SCA, которое описывается интегральным уравнением для массового оператора  $\Sigma$ , новое SCA описывается системой двух связанных интегральных уравнений для массового оператора  $\Sigma$  и вершинной функции  $\Gamma$ . Кроме учета в ряде разложения функции Грина всех диаграмм с непересекающимися корреляциями, оно учитывает значительную часть диаграмм с пересекающимися корреляциями. Исследование, проведенное в работе [20], показало, что форма резонансной линии, полученная в новом SCA, мало отличается от точной формы, найденной методами численного моделирования. В работах [21, 22] было показано, что фазовые 2D-неоднородности в магнитной сверхрешетке в плоскости  $xy$  при распространении волны вдоль оси сверхрешетки  $z$  приводят к асимметричному уширению резонансного пика функции Грина. Исследование влияния амплитудных 1D- и 2D-неоднородностей в магнитной пленке в плоскости  $xy$  на высокочастотную магнитную восприимчивость пленки позволит, в частности, проверить, проявляется ли эффект асимметрии пиков функции Грина, найденный для сверхрешетки, в спектре магнитного резонанса в тонкой пленке.

Целью настоящей работы является расчет формы и ширины линии ферромагнитного резонанса (ФМР) в магнитной пленке с учетом процессов многократного рассеяния спиновых волн на 1D- и 2D-неоднородностях величины магнитной анизотропии. Расчет проводится методами как нового, так и стандартного SCA для дальнейшего выявления преимуществ нового метода.

## 2. ФУНКЦИЯ ГРИНА ДЛЯ ПЛОСКОГО БЕСКОНЕЧНОГО СЛОЯ

В магнитоодноосном ферромагнетике плотность потенциальной энергии имеет вид

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2}\alpha(\nabla \cdot \mathbf{M})^2 - \frac{1}{2}\beta(\mathbf{x})(\mathbf{M} \cdot \mathbf{l})^2 - \mathbf{H} \cdot \mathbf{M} - \frac{1}{2}\mathbf{H}_m \cdot \mathbf{M}, \quad (1)$$

где  $\mathbf{M}$  — вектор намагниченности,  $\alpha$  — параметр обмена,  $\beta$  — параметр одноосной магнитной анизотропии, ось которой направлена вдоль орта  $\mathbf{l}$ ,  $\mathbf{H}$  — внешнее постоянное магнитное поле,  $\mathbf{H}_m$  — размагничивающее поле. Рассмотрим бесконечный ферромагнитный слой (тонкую пленку), в котором ось анизотропии  $\mathbf{l}$  и магнитное поле  $\mathbf{H}_0$  направлены перпендикулярно плоскости пленки, вдоль оси координат  $z$ . Мы рассматриваем модель, в которой только параметр анизотропии  $\beta(\mathbf{x})$  неоднороден при однородной ориентации ее оси  $\mathbf{l}$ . Мы полагаем также, что параметр анизотропии  $\beta(\mathbf{x})$  зависит от координат  $x$  и  $y$  только в плоскости пленки, а по толщине пленки вдоль координаты  $z$  является постоянной величиной. Возбуждение спиновых волн для такой модели может быть рассмотрено в циркулярных проекциях  $m^\pm = M_x \pm iM_y$ ,  $h^\pm = h_x \pm ih_y$ . Выполняя обычную линейаризацию уравнения Ландау–Лифшица ( $M_x, M_y \ll M_0$ ,  $M_z \approx M_0$ ), мы получаем уравнение для резонансной проекции (индекс «+» опускаем) в виде

$$\nabla^2 m + \frac{1}{\alpha} \left[ \frac{\omega - g(H_0 - 4\pi M_0)}{gM_0} - \beta(x, y) \right] m = -\frac{h}{\alpha}, \quad (2)$$

где  $\omega$  — частота,  $g$  — гиромангнитное отношение,  $h$  — амплитуда переменного магнитного поля, которое может считаться однородным по толщине пленки. Представим величину анизотропии  $\beta(x, y)$  в виде

$$\beta(x, y) = \beta [1 + \gamma \rho(x, y)], \quad (3)$$

где  $\beta$  — средняя величина параметра,  $\Delta\beta$  — его среднеквадратичное отклонение,  $\gamma = \Delta\beta/\beta$ ,  $\rho(x, y)$  — центрированная ( $\langle \rho(x, y) \rangle = 0$ ) и нормированная ( $\langle \rho^2(x, y) \rangle = 1$ ) случайные функции координат. Подставив выражение (3) в (2), представим уравнение (2) в виде

$$\nabla^2 m + [\nu - \eta \rho(\mathbf{x})] m = -\frac{h}{\alpha}, \quad (4)$$

где  $\nu = (\omega - \omega_0)/g\alpha M_0$ ,  $\omega_0 = g[H_0 + (\beta - 4\pi)M_0]$  — частота однородного ФМР,  $\eta = \gamma\beta/\alpha$ . Мы рассматриваем волны в магнитной пленке, не ограниченной

в плоскости  $xy$ , при условии отсутствия закрепления колебаний на поверхности пленки,

$$\left. \frac{\partial m(z)}{\partial z} \right|_{z=\pm d/2} = 0, \quad (5)$$

где  $d$  — толщина пленки.

Функция Грина  $\tilde{G}(\mathbf{x}, \mathbf{x}_0)$  для уравнения (4) описывается уравнением

$$\nabla^2 \tilde{G}(\mathbf{x}, \mathbf{x}_0) + [\nu - \eta \rho(x, y)] \tilde{G}(\mathbf{x}, \mathbf{x}_0) = -\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0). \quad (6)$$

Исходная функция Грина  $g(\mathbf{x}, \mathbf{x}_0)$  при отсутствии случайных неоднородностей ( $\eta = 0$ ) определяется уравнением

$$\nabla^2 g(\mathbf{x}, \mathbf{x}_0) + \nu g(\mathbf{x}, \mathbf{x}_0) = -\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0). \quad (7)$$

Переходим к цилиндрической системе координат, в которой положение точки в плоскости  $xy$  определяется радиус-вектором  $\mathbf{r}_\perp = \mathbf{x}_\perp - \mathbf{x}_{0\perp}$ ,  $|\mathbf{r}_\perp| = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}$ . Исходная функция Грина  $g(\mathbf{x}, \mathbf{x}_0)$  в этой системе координат имеет вид

$$g(\mathbf{x}, \mathbf{x}_0) = g(z, z_0, \mathbf{r}_\perp). \quad (8)$$

Подставляя выражение (8) в (7) и выполняя преобразование Фурье по координатам  $\mathbf{r}_\perp$ :

$$f(\mathbf{r}_\perp) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int f(\mathbf{k}_\perp) \exp(i\mathbf{k}_\perp \cdot \mathbf{r}_\perp) d\mathbf{k}_\perp, \quad (9)$$

$$f(\mathbf{k}_\perp) = \int f(\mathbf{r}_\perp) \exp(-i\mathbf{k}_\perp \cdot \mathbf{r}_\perp) d\mathbf{r}_\perp, \quad (10)$$

получаем

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} g(z, z_0, \mathbf{k}_\perp) + [\nu - k_\perp^2] g(z, z_0, \mathbf{k}_\perp) = -\delta(z - z_0), \quad (11)$$

где  $|\mathbf{k}_\perp| = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$ . Функция Грина  $g(z, z_0, \mathbf{k}_\perp)$  представляется в виде ряда по собственным функциям [23]:

$$g(z, z_0, \mathbf{k}_\perp) = \sum_n \varphi_n(z) \varphi_n(z_0) g_n(\mathbf{k}_\perp), \quad (12)$$

где

$$g_n(\mathbf{k}_\perp) = \frac{1}{\nu - k_n^2 - k_\perp^2}. \quad (13)$$

Здесь  $\varphi_n$  и  $k_n = n\pi/d$  — ортонормированные собственные функции и волновые собственные числа уравнения (11) с правой частью, равной нулю, определяемые граничными условиями на поверхностях пленки,  $n$  — номер моды. Сделав обратное преобразование Фурье выражения (13) [23, 24], получаем  $g(z, z_0, \mathbf{r}_\perp)$  в виде

$$g(z, z_0, \mathbf{r}_\perp) = \sum_n \varphi_n(z) \varphi_n(z_0) g_n(\mathbf{r}_\perp), \quad (14)$$

где  $g_n(\mathbf{r}_\perp) = (i/4) H_0^{(1)}(\sqrt{\nu - k_n^2} |\mathbf{r}_\perp|)$ ,  $H_0^{(1)}$  — функция Ханкеля (Hunkel) для двумерной задачи. Для граничных условий отсутствия закрепления (5) собственные функции имеют вид

$$\varphi_n(z) = \frac{1}{\sqrt{d}} \begin{cases} 1, & n = 0 \\ \sqrt{2} \sin(k_n z), & n = 1, 3, 5, \dots \\ \sqrt{2} \cos(k_n z), & n = 2, 4, 6, \dots \end{cases} \quad (15)$$

Функция Грина  $\tilde{G}(\mathbf{x}, \mathbf{x}_0)$ , определяемая уравнением (6), после усреднения по случайным реализациям функции  $\rho(x, y)$  также может быть представлена в виде ряда:

$$G(\mathbf{x}, \mathbf{x}_0) = \sum_n \varphi_n(z) \varphi_n(z_0) G_n(\mathbf{x}_\perp, \mathbf{x}_{0\perp}). \quad (16)$$

Каждая  $n$ -я функция Грина  $G_n$  определяется уравнением Дайсона:

$$G_n(\mathbf{x}_\perp, \mathbf{x}_{0\perp}) = g_n(\mathbf{x}_\perp, \mathbf{x}_{0\perp}) + \iint G_n(\mathbf{x}_\perp, \mathbf{x}'_\perp) \times \\ \times \Sigma_n(\mathbf{x}'_\perp, \mathbf{x}''_\perp) g_n(\mathbf{x}''_\perp, \mathbf{x}_{0\perp}) d\mathbf{x}'_\perp d\mathbf{x}''_\perp, \quad (17)$$

где  $\Sigma_n$  — собственная энергия

$$\Sigma_n(\mathbf{x}'_\perp, \mathbf{x}''_\perp) = \eta^2 \iint K(\mathbf{x}_{\perp 2}, \mathbf{x}''_{\perp 1}) \times \\ \times \Gamma_n(\mathbf{x}'_{\perp 1}, \mathbf{x}_{\perp 1}; \mathbf{x}_{\perp 2}) G_n(\mathbf{x}_{\perp 1}, \mathbf{x}''_{\perp 1}) d\mathbf{x}_{\perp 1} d\mathbf{x}_{\perp 2}. \quad (18)$$

Здесь вершинная функция  $\Gamma_n$  представляет собой бесконечный ряд по степеням корреляторов случайной функции  $\rho(x, y)$ , первые два члена которого имеют вид

$$\Gamma_n(\mathbf{x}'_{\perp 1}, \mathbf{x}_{\perp 1}; \mathbf{x}_{\perp 2}) \approx \delta(\mathbf{x}'_{\perp 1} - \mathbf{x}_{\perp 2}) \delta(\mathbf{x}'_{\perp 1} - \mathbf{x}_{\perp 1}) + \\ + \eta^2 \iiint K(\mathbf{x}_{\perp 1}, \mathbf{x}_{\perp 4}) \Gamma_n(\mathbf{x}'_{\perp 1}, \mathbf{x}_{\perp 3}; \mathbf{x}_{\perp 4}) \times \\ \times G_n(\mathbf{x}_{\perp 3}, \mathbf{x}_{\perp 5}) \Gamma_n(\mathbf{x}_{\perp 5}, \mathbf{x}_{\perp 6}; \mathbf{x}_{\perp 2}) \times \\ \times G_n(\mathbf{x}_{\perp 6}, \mathbf{x}_{\perp 1}) d\mathbf{x}_{\perp 3} d\mathbf{x}_{\perp 4} d\mathbf{x}_{\perp 5} d\mathbf{x}_{\perp 6}. \quad (19)$$

Стандартное SCA [7, 8] соответствует учету только первого члена разложения в ряд вершинной функции, соответствующего произведению  $\delta$ -функций. Новое SCA [19] учитывает оба члена выражения (19). В результате, кроме всех диаграмм функций Грина с непересекающимися корреляциями, оно учитывает значительную часть диаграмм с пересекающимися корреляциями. В случайно-неоднородной среде все величины уравнений (16)–(19) зависят только от разности координат в плоскости пленки  $\mathbf{r}_\perp = \mathbf{x}'_\perp - \mathbf{x}_\perp$ . Корреляционная

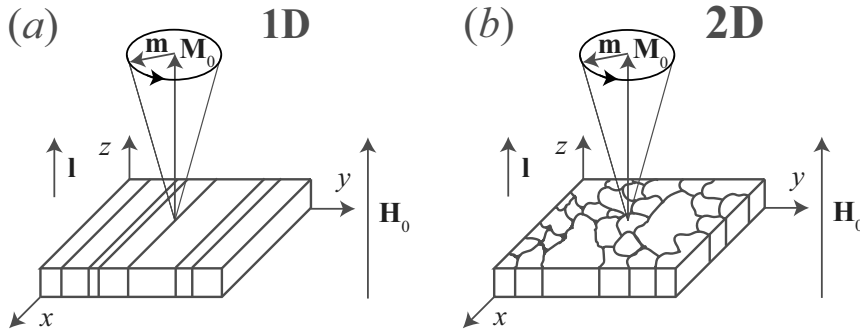


Рис. 1. Схематическое представление 1D- и 2D-неоднородностей

функция  $K(\mathbf{r}_\perp)$  в плоскости пленки определяется выражением

$$K(\mathbf{r}_\perp) = \langle \rho(\mathbf{x}_\perp) \rho(\mathbf{x}_\perp + \mathbf{r}_\perp) \rangle \quad (20)$$

или связанной с ней преобразованием Фурье спектральной плотностью неоднородностей

$$S(\mathbf{k}_\perp) = \int K(\mathbf{r}_\perp) \exp(-i\mathbf{k}_\perp \cdot \mathbf{r}_\perp) d\mathbf{r}_\perp. \quad (21)$$

Выполняя преобразование Фурье уравнения (16) по координатам в плоскости пленки  $xy$ , получаем

$$G(z, z_0, \mathbf{k}_\perp) = \sum_n \varphi_n(z) \varphi_n(z_0) G_n(\mathbf{k}_\perp). \quad (22)$$

Для нахождения функции  $G_n$ , мы используем новое SCA, которое представляет собой систему двух связанных самосогласованных уравнений для функции Грина  $G_n$  и вершинной функции  $\Gamma_n$ :

$$G_n(\mathbf{k}_\perp) = \left\{ g_n^{-1}(\mathbf{k}_\perp) - \frac{\eta^2}{(2\pi)^2} \int S(\mathbf{k}_\perp - \mathbf{k}_{\perp 1}) \times \right. \\ \left. \times G_n(\mathbf{k}_{\perp 1}) \Gamma_n(\mathbf{k}_{\perp 1}, \mathbf{k}_\perp - \mathbf{k}_{\perp 1}) d\mathbf{k}_{\perp 1} \right\}^{-1}, \quad (23)$$

$$\Gamma_n(\mathbf{k}_{\perp 1}, \mathbf{k}_\perp - \mathbf{k}_{\perp 1}) \approx \\ \approx \left\{ 1 - \frac{\eta^2}{(2\pi)^2} \int S(\mathbf{k}_{\perp 1} - \mathbf{k}_{\perp 2}) G_n(\mathbf{k}_{\perp 2}) \times \right. \\ \left. \times G_n(\mathbf{k}_\perp - \mathbf{k}_{\perp 1} + \mathbf{k}_{\perp 2}) \Gamma_n(\mathbf{k}_{\perp 2}, \mathbf{k}_{\perp 1} - \mathbf{k}_{\perp 2}) d\mathbf{k}_{\perp 2} \right\}^{-1}. \quad (24)$$

Для перехода к более простому, широко применяемому в настоящее время стандартному SCA следует заменить в системе двух связанных самосогласованных уравнений функцию  $\Gamma_n(\mathbf{k}_{\perp 1}, \mathbf{k}_\perp - \mathbf{k}_{\perp 1})$

единицей. Для перехода к еще более простому приближению Бурре кроме этой замены необходимо заменить под интегралом уравнения (23) исходную функцию Грина  $G_n(\mathbf{k}_{\perp 1})$  на исходную функцию  $g_n(\mathbf{k}_{\perp 1})$ .

### 3. ФМР В МАГНИТНОЙ ПЛЕНКЕ С 1D- И 2D-НЕОДНОРОДНОСТЯМИ

Корреляционные свойства случайной функции  $\rho(\mathbf{x}_\perp)$  моделируем экспоненциальной корреляционной функцией в плоском бесконечном слое. Для 1D-неоднородностей, схематичный вид которых представлен на рис. 1a, корреляционная функция  $K_{1d}(\mathbf{r}_\perp)$  вдоль оси  $x$  постоянна, а спадающая экспонента остается только вдоль направления оси  $y$ . Корреляционная функция имеет вид

$$K_{1d}(\mathbf{r}_\perp) = \exp(-k_c |y - y'|), \quad (25)$$

а соответствующая ей спектральная функция —

$$S_{1d}(\mathbf{k}_\perp) = 2\pi \delta(k_x) \frac{2k_c}{k_c^2 + k_y^2}, \quad (26)$$

где  $k_c = r_c^{-1}$  — корреляционное волновое число неоднородностей ( $r_c$  — корреляционный радиус неоднородностей). Для 2D-неоднородностей (рис. 1b) корреляционная функция  $K_{2d}(\mathbf{r}_\perp)$  спадает вдоль всех направлений в плоскости  $xy$  одинаково и имеет вид

$$K_{2d}(\mathbf{r}_\perp) = \exp(-k_c |\mathbf{r}_\perp|), \quad (27)$$

а соответствующая ей спектральная функция —

$$S_{2d}(\mathbf{k}_\perp) = \frac{2\pi k_c}{(k_c^2 + k_\perp^2)^{3/2}}. \quad (28)$$

Подставляя выражение для спектральной функции 1D-неоднородностей  $S_{1d}(\mathbf{k}_\perp)$  (26) в уравнения (23) и (24), проводим интегрирование по  $k_{x1}$

и  $k_{x2}$  и получаем систему самосогласованных интегральных уравнений относительно  $k_y$ , которую решаем численно методом последовательных приближений. Подставляя выражение для спектральной функции 2D-неоднородностей  $S_{2d}(\mathbf{k}_\perp)$  (28) в уравнения (23) и (24), проводим интегрирование по азимутальному углу  $\varphi$ . В результате получаем систему самосогласованных интегральных уравнений относительно  $k_\perp = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$ , которую решаем численно методом последовательных приближений.

Высокочастотная магнитная восприимчивость  $\chi$  определяется выражением

$$\chi = \frac{1}{hV} \int m(\mathbf{x}) d\mathbf{x}, \quad (29)$$

где  $V$  – объем образца. Амплитуда  $m(\mathbf{x})$  выражается через функцию Грина следующим образом:

$$m(\mathbf{x}) = -\frac{h}{\alpha} \int G(\mathbf{x}, \mathbf{x}_0) d\mathbf{x}_0. \quad (30)$$

В плоскости  $xy$  функция Грина зависит только от разности соответствующих координат, что позволяет провести двумерное преобразование Фурье по поперечным координатам  $r_x = x - x_0$  и  $r_y = y - y_0$ :

$$G(\mathbf{x}, \mathbf{x}_0) = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint G(z, z_0, \mathbf{k}_\perp) \times \exp[i(r_x k_x + r_y k_y)] dk_x dk_y. \quad (31)$$

Подставляя уравнение (31) в (30) и проводя интегрирование по  $x_0$  и  $y_0$ , получаем

$$m(\mathbf{x}) = -\frac{h}{\alpha} \iiint G(z, z_0, \mathbf{k}_\perp) \times \exp[i(xk_x + yk_y)] \delta(k_x) \delta(k_y) dk_x dk_y dz_0 = -\frac{h}{\alpha} \int G(z, z_0, \mathbf{k}_\perp) \Big|_{\mathbf{k}_\perp=0} dz_0. \quad (32)$$

Зависимость функции  $m(\mathbf{x})$  от  $x$  и  $y$  в выражении (32) после интегрирования по  $k_x$  и  $k_y$  исчезает, и остается только зависимость от  $z$ . Подставляя (32) в (29), получаем

$$\chi = -\frac{1}{\alpha d} \int_{-d/2}^{d/2} \int_{-d/2}^{d/2} G(z, z_0, \mathbf{k}_\perp) \Big|_{\mathbf{k}_\perp=0} dz dz_0. \quad (33)$$

Подставляя собственные функции  $\varphi_n(z)$  (15) для граничных условий незакрепленных колебаний в функцию Грина (22) и проделав интегрирование по формуле (33), получаем, что ненулевой вклад

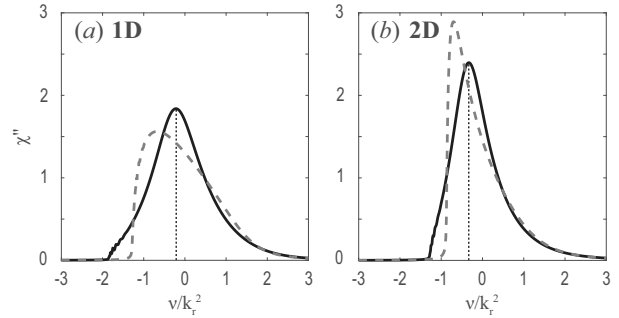


Рис. 2. (В цвете онлайн) Зависимости высокочастотной магнитной восприимчивости ФМР  $\chi''$  от  $\nu/k_r^2$  для случаев 1D- и 2D-неоднородностей, вычисленные в стандартном SCA (красные штриховые кривые) и новом SCA (черные сплошные кривые) при значении корреляционного волнового числа неоднородностей  $k_c/k_r = 1$  и амплитуды неоднородностей  $\eta/k_r^2 = 1$ , где  $k_r = \pi/d$

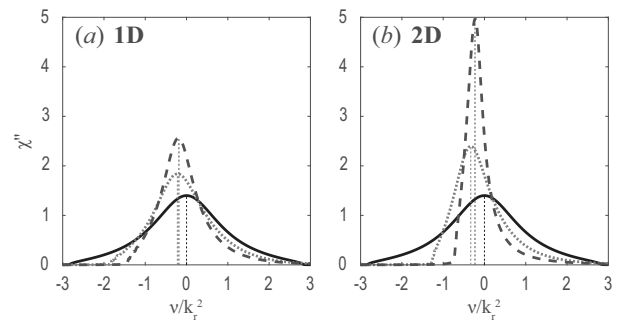
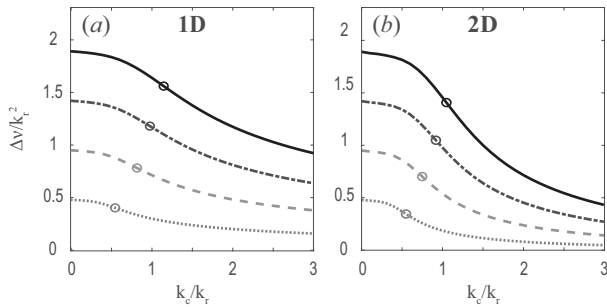


Рис. 3. (В цвете онлайн) Зависимости высокочастотной магнитной восприимчивости ФМР  $\chi''$  от  $\nu/k_r^2$  для случаев 1D- и 2D-неоднородностей при различных значениях корреляционных волновых чисел неоднородностей  $k_c/k_r = 0$  (черная сплошная кривая), 1 (красная пунктирная кривая), 2 (синяя штриховая кривая) и для значения амплитуды неоднородностей  $\eta/k_r^2 = 1$

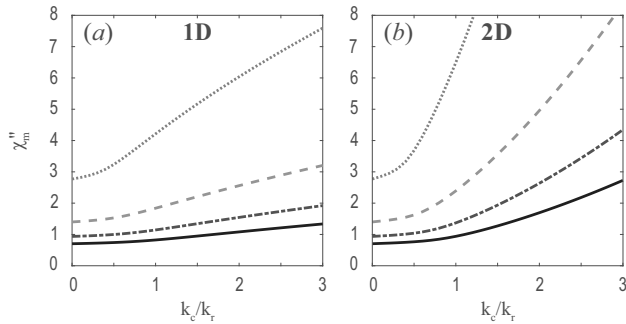
дает только собственная мода с номером  $n = 0$ . Тогда восприимчивость однородного ФМР принимает вид

$$\chi = -\frac{1}{\alpha} G_0(\mathbf{k}_\perp) \Big|_{\mathbf{k}_\perp=0}. \quad (34)$$

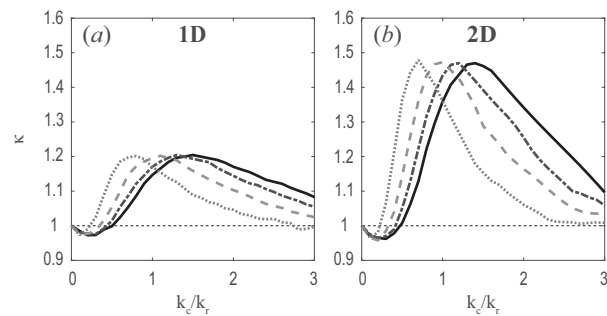
На рис.2 показаны мнимые части высокочастотной восприимчивости  $\chi''$ , соответствующие ФМР для 1D- и 2D-неоднородностей в стандартном SCA (красные штриховые кривые) и новом SCA (черные сплошные кривые). В стандартном SCA видна резкая асимметрия линии резонанса как для 1D-, так и для 2D-неоднородностей: левая сторона пика характеризуется резким подъемом, а правая – плавным спадом. Аналогичная картина была получена в работе [17], где исследовался ФМР в неограниченной среде с 1D- и 3D-неоднородностями в стандартном SCA. Более строгие расчеты, проведенные на-



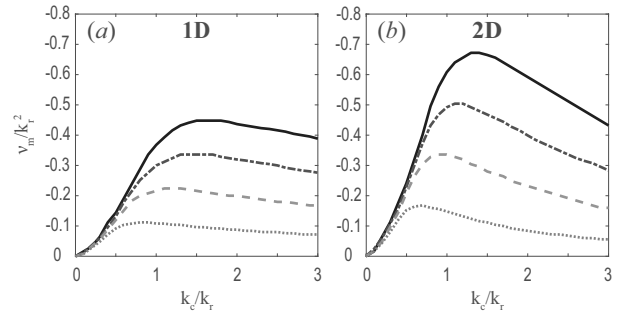
**Рис. 4.** (В цвете онлайн) Полуширины пика ФМР на половине высоты  $\Delta\nu/k_r^2$  для случаев 1D- и 2D-неоднородностей в зависимости от корреляционного волнового числа неоднородностей  $k_c/k_r$  для различных значений амплитуды неоднородностей  $\eta/k_r^2 = 0.5$  (красная пунктирная кривая), 1.0 (зеленая штриховая кривая), 1.5 (синяя штрихпунктирная кривая), 2.0 (черная сплошная кривая), кружками обозначены точки перегиба кривых



**Рис. 5.** (В цвете онлайн) Величины амплитуды пика ФМР  $\chi_m''$  для случаев 1D- и 2D-неоднородностей в зависимости от корреляционного волнового числа неоднородностей  $k_c/k_r$  для различных значений амплитуды неоднородностей  $\eta/k_r^2$  (обозначения, как на рис. 4)



**Рис. 6.** (В цвете онлайн) Коэффициенты асимметрии  $\kappa$  пика ФМР на одной четверти высоты для случаев 1D- и 2D-неоднородностей в зависимости от корреляционного волнового числа неоднородностей  $k_c/k_r$  для различных значений амплитуды неоднородностей  $\eta/k_r^2$  (обозначения, как на рис. 4)



**Рис. 7.** (В цвете онлайн) Положения максимума пика ФМР  $\nu_m/k_r^2$  для случаев 1D- и 2D-неоднородностей в зависимости от корреляционного волнового числа неоднородностей  $k_c/k_r$  для различных значений амплитуды неоднородностей  $\eta/k_r^2$  (обозначения, как на рис. 4)

ми в новом SCA, показывают, что должна наблюдаться форма пиков, значительно отличающаяся от формы, рассчитанной в стандартном SCA. Асимметрия пиков стала менее выраженной, и хорошо видно, что 2D-неоднородности приводят к большей асимметрии пика ФМР, чем 1D-неоднородности. Далее исследования в работе проводятся только в новом SCA, так как только оно применимо для более правильного описания формы линии резонанса.

На рис. 3 показаны линии ФМР  $\chi''$  в зависимости от  $\nu/k_r^2$  для случаев 1D- и 2D-неоднородностей при различных значениях корреляционных волновых чисел неоднородностей  $k_c/k_r$  и амплитуде неоднородностей  $\eta/k_r^2 = 1$ . В предельном случае при  $k_c = 0$  пик ФМР симметричный, имеет гауссову форму, а его ширина на половине высоты равна  $2\eta/k_r^2$ . С ростом  $k_c$  ширина пика уменьшается, левая сторона пика становится более крутой, в то время как с правой стороны высота пика плавно уменьшается. 2D-неоднородности сильнее сжимают пик и приводят к большей асимметрии чем 1D-неоднородности. При больших  $k_c$  асимметрия резонансной линии уменьшается как для 1D-, так и для 2D-неоднородностей.

На рис. 4 показаны полуширины пика ФМР  $\Delta\nu/k_r^2$  для случаев 1D- и 2D-неоднородностей в зависимости от корреляционного волнового числа неоднородностей  $k_c/k_r$  для различных значений амплитуды неоднородностей  $\eta$ . Видно, что для 2D-неоднородностей происходит более резкий спад функции  $\Delta\nu(k_c)$ . И для 1D-, и для 2D-неоднородностей эта функция имеет точку перегиба, которая с ростом амплитуды неоднородностей  $\eta$  смещается к большим значениям  $k_c/k_r$ .

Амплитуда пика (рис. 5) при малых  $k_c/k_r$  растет примерно одинаково для 1D- и 2D-неоднородностей, а затем для 2D-неоднородностей рост амплитуды резко увеличивается. Это связано с тем, что из-за более выраженной асимметрии, при 2D-неоднородностях пик сжимается быстрее и становится более «острым», формируя более высокую амплитуду резонансной линии.

На рис. 6 показаны зависимости коэффициента асимметрии пика ФМР  $\kappa$ , который равен отношению левой и правой полуширин пиков на одной четверти высоты пика, от корреляционного числа неоднородностей  $k_c/k_r$  для случаев 1D- и 2D-неоднородностей при различных значениях амплитуды неоднородностей  $\eta$ . Коэффициент асимметрии  $\kappa$  с увеличением  $k_c$  начинает расти от единицы, достигает своего максимального значения примерно 1.2 для 1D-неоднородностей и примерно 1.5 для 2D-неоднородностей, а затем уменьшается. С ростом амплитуды неоднородностей  $\eta$  максимум асимметрии смещается к большим значениям  $k_c/k_r$ . Величина коэффициента асимметрии  $\kappa$  в точке максимума для 2D-неоднородностей примерно в два раза больше, чем для 1D-неоднородностей.

На рис. 7 показана зависимость смещения пика ФМР от корреляционного волнового числа  $k_c/k_r$  для случаев 1D- и 2D-неоднородностей при различных значениях амплитуды неоднородностей  $\eta$ . Смещение пика с ростом  $k_c$  сначала возрастает, достигает максимального значения, а затем медленно уменьшается. Смещение пика в максимуме в случае 2D-неоднородностей больше, чем при 1D-неоднородностях.

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе исследовано влияние 1D- и 2D-неоднородностей в магнитной пленке в плоскости  $xy$  на высокочастотную магнитную восприимчивость  $\chi''$  методами стандартного [7, 8] и нового [19] SCA. Проведено дальнейшее развитие метода SCA на случай пленки с граничными условиями незакрепленных колебаний намагниченности на поверхностях пленки и неоднородностями величины одноосной магнитной анизотропии  $\beta$ , зависящими только от координат  $x$  и  $y$  в плоскости пленки. Показано, что ширины пиков  $\chi''$  в случае 2D-неоднородностей значительно уже, чем для 1D-неоднородностей. Асимметрия пиков  $\chi''$  характерна как для 1D-, так и для 2D-неоднородностей, однако в последнем случае величина ее больше. По-

казано, что ширина резонансной линии уменьшается, а амплитуда ее увеличивается с увеличением  $k_c$ , причем амплитуда для 2D-неоднородностей растет значительно быстрее, чем для 1D-неоднородностей. Ширина резонансной линии как функция безразмерного параметра  $k_c/k_r$  имеет точку перегиба при  $k_c/k_r \approx 0.8-1.2$  в зависимости от величины  $\eta$ . Эти величины параметра  $k_c/k_r$  являются критическими: кроме точки перегиба для ширины резонансной линии, при тех же величинах параметра  $k_c/k_r$ , коэффициент асимметрии  $\kappa$  достигает своего максимального значения (примерно 1.2 для 1D-неоднородностей и примерно 1.5 для 2D-неоднородностей), и смещение пика ФМР также становится максимальным. Показано, что новое SCA значительно лучше описывает форму резонансной линии, чем стандартное SCA.

Простейшая модель неоднородностей только величины анизотропии при сохранении ориентации ее оси выбрана в этой работе как первый шаг к развитию аналитической теории влияния неоднородностей на высокочастотную восприимчивость ФМР в рамках нового SCA. Реальные микрокристаллические или аморфные ферромагнитные пленки имеют локальную анизотропию с неоднородной ориентацией осей. Методы компьютерного моделирования влияния именно такой локальной анизотропии на динамические свойства магнитных пленок развиваются в настоящее время [25, 26]. Методы использования нового SCA, развитые в данной работе на простой модели, должны быть также обобщены в последующих работах для расчетов более сложной модели неоднородности ориентаций оси анизотропии.

**Финансирование.** Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, Правительства Красноярского края и Красноярского краевого фонда науки в рамках научного проекта № 20-42-240010.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. H. Bruus and K. Flensberg, *Introduction to Many-Body Quantum Theory in Condensed Matter Physics*, Ørsted Laboratory, Niels Bohr Institute, Copenhagen (2002).
2. М. В. Садовский, *Диалогматика. Лекции по избранным задачам теории конденсированного состояния. Издание второе*, Институт электрофизики УрО РАН, Екатеринбург (2005) [Michael V. Sadovskii, *Diagrammatics: Lectures on Selected*

- Problems in Condensed Matter Theory*, World Sci., Singapore (2006)].
3. R. C. Bourret, *Nuovo Cim.* **26**, 1 (1962).
  4. С. М. Рытов, Ю. А. Кравцов, В. И. Татарский, *Введение в статистическую радиофизику* (часть II: *Случайные поля*), Наука, Москва (1978).
  5. В. А. Игнатченко, Р. С. Исхаков, *ЖЭТФ* **72**, 1005 (1977).
  6. В. А. Игнатченко, Р. С. Исхаков, *ЖЭТФ* **75**, 1438 (1978).
  7. А. Б. Мигдал, *ЖЭТФ* **34**, 1438 (1958).
  8. R. H. Kraichnan, *J. Math. Phys.* **2**, 124 (1961).
  9. В. И. Кляцкин, *Стохастические уравнения*, т. 1, Физматлит, Москва (2008).
  10. D. Pines, in *Polarons and Excitons*, ed. by C. G. Kuper and G. D. Whitfield, Plenum Press, New York (1963), p. 155.
  11. R. Puff and G. Whitfield, in *Polarons and Excitons*, ed. by C. G. Kuper and G. D. Whitfield, Plenum Press, New York (1963), p. 171.
  12. А. А. Абрикосов, Л. П. Горьков, И. Е. Дзялошинский, *Методы квантовой теории поля в статистической физике*, Физматгиз, Москва (1962).
  13. Ю. А. Фирсов, *Поляроны*, Наука, Москва (1975).
  14. Н. В. Ткач, Р. Б. Фартушинский, *ФТТ* **45**, 1284 (2003).
  15. Н. А. Армад, В. Н. Секистов, *Изв. вузов, радиофизика* **23**, 555 (1980).
  16. Н. Н. Зернов, *Изв. вузов, радиофизика* **25**, 520 (1982).
  17. V. A. Ignatchenko and V. A. Felk, *Phys. Rev. B* **71**, 094417 (2005).
  18. V. A. Ignatchenko and V. A. Felk, *Phys. Rev. B* **74**, 174415 (2006).
  19. V. A. Ignatchenko and D. S. Polukhin, *J. Phys. A* **49**, 095004 (2016).
  20. V. A. Ignatchenko, D. S. Polukhin, and D. S. Tsikalov, *J. Magn. Magn. Mater.* **440**, 83 (2017).
  21. В. А. Игнатченко, Ю. И. Маньков, Д. С. Цикалов, *ЖЭТФ* **134**, 706 (2008).
  22. В. А. Игнатченко, Д. С. Цикалов, *ЖЭТФ* **140**, 268 (2011).
  23. Г. Арфкен, *Математические методы в физике*, Атомиздат, Москва (1970).
  24. R. T. Couto, *Revista Brasileira de Ensino de Fisica* **35**, 1304 (2013).
  25. R. D. McMichael, D. J. Twisselmann, and A. Kunz, *Phys. Rev. Lett.* **90** 227601 (2003).
  26. A. V. Izotov, В. А. Belyaev, P. N. Solovev, and N. M. Boev, *J. Magn. Magn. Mater.* **529**, 167856 (2021).