

ИНЖЕКЦИЯ ЧИСТО СПИНОВОГО ТОКА В ГЕЛИМАГНЕТИК

И. А. Ясюлевич^{a}, Н. Г. Бебенин^a, В. В. Устинов^{a,b**}*

^a *Институт физики металлов им. М. Н. Михеева Уральского отделения Российской академии наук
620137, Екатеринбург, Россия*

^b *Институт естественных наук и математики,
Уральский федеральный университет им. первого Президента России Б. Н. Ельцина
620002, Екатеринбург, Россия*

Поступила в редакцию 10 ноября 2022 г.,
после переработки 10 ноября 2022 г.
Принята к публикации 30 ноября 2022 г.

Изучена инжекция чисто спинового тока в проводящий гелимагнетик. Найдены характерные длины затухания инжектированного в гелимагнетик спинового тока и описан их физический смысл. Показано, что в гелимагнетиках вместо длины спиновой диффузии возникает характерная длина затухания, которая всегда меньше длины спиновой диффузии, причём уменьшение определяется отношением периода спирали гелимагнетика к длине спиновой диффузии. Предсказано существование «эффекта киральной поляризации чисто спинового тока», заключающегося в том, что при инжекции в гелимагнетик вдоль оси его магнитной спирали чисто спинового тока с поперечной (продольной) относительно оси поляризацией возникает зависящий от киральности спирали спиновый ток продольной (поперечной) поляризации.

DOI: 10.31857/S0044451023040144
EDN: MNXONQ

1. ВВЕДЕНИЕ

После открытия эффекта гигантского магнитосопротивления в магнитных сверхрешетках Fe/Cr [1] началось интенсивное развитие особой ветви электроники — спиновой электроники. Предмет многочисленных исследований в области спинтроники составляют сегодня явления переноса спинового момента. Здесь мы сошлемся лишь на монографию [2] с ёмким названием «Спиновый ток». Двадцать пять глав этой книги дают полное представление о сегодняшнем состоянии дел в изучении эффектов, связанных с переносом спинового момента спиновыми токами.

Перенос спинового момента в магнитных металлах и полупроводниках может осуществляться спинполяризованными электронами. В магнитных диэлектриках за перенос магнитного момента ответственны спиновые волны — магноны. Соответствующее направление спинтроники и спин-волновой электроники получило название «магноника» [3].

Спиновый ток в проводящих магнетиках может быть следствием протекания электрического тока, если перенос заряда осуществляется спинполяризованными электронами. Возможна, однако, и ситуация, когда в проводящем материале перенос спинового момента электронами проводимости в некотором заданном направлении происходит в отсутствие электрического тока, текущего в этом же направлении. Примером этому служит спиновый эффект Холла [4–6]. Спиновый ток, не сопровождаемый электрическим током (переносом электрического заряда), получил название «чисто спинового тока».

Основными материалами спинтроники сегодня являются металлы и полупроводники, причём не только ферромагнитные. За последние годы открыто большое число интересных спиновых эффектов в антиферромагнетиках и наноструктурах на их основе, см., например, обзоры [7, 8]. Было показано, что новые спиновые эффекты могут реализоваться в антиферромагнетиках с неколлинеарными подрешетками, см., например, [9, 10].

Особый класс антиферромагнетиков составляют кристаллы с модулированными магнитными структурами, многие из них указаны в обзоре [11]. Одна из структур такого рода — простая спираль —

* E-mail: yasyulevich@imp.uran.ru

** E-mail: ustinov@imp.uran.ru

была открыта еще в середине прошлого века; этот тип магнитного упорядочения реализуется в некоторых редкоземельных металлах (Eu, Dy, Ho, Tb), а также в большом числе соединений с различным типом проводимости. Такую структуру часто называют геликоидальной.

Исследование электрических свойств материалов с геликоидальной магнитной структурой началось почти сразу после их открытия и продолжается по сей день [12–20]. Спиновый ток в металлах с геликоидальным магнитным порядком изучался в [21–26]. К настоящему времени опубликован ряд экспериментальных данных по инжекции чисто спинового тока в гелимагнетик, см., например, [27–29], однако, насколько известно авторам настоящей работы, теоретический анализ такой инжекции не проводился.

Целью настоящей работы является построение теории инжекции чисто спинового тока в гелимагнетик. В рамках простого феноменологического подхода будет показано, каким образом спиральная магнитная структура влияет на глубину проникновения неравновесной электронной намагниченности в глубь гелимагнетика и каким образом поляризация спинового тока в материале с простой спиральной магнитной структурой зависит от поляризации спинового тока на границе.

2. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Свойства проводящих магнетиков будем рассматривать в рамках $s-d(f)$ -обменной модели [30]. Ограничимся рассмотрением гелимагнетика, занимающего полупространство $z \geq 0$, в котором в отсутствие внешнего магнитного поля реализуется магнитная структура типа «простая спираль». Будем полагать, что ось магнитной спирали совпадает с осью Z , направление которой задается единичным вектором \mathbf{e}_z . В такой магнитной структуре отлична от нуля только поперечная относительно оси спирали Z компонента намагниченности локализованных электронов. Длину M вектора намагниченности локализованных электронов \mathbf{M} будем считать не зависящей от координаты z величиной. Направление вектора \mathbf{M} будем задавать единичным вектором $\mathbf{h} = \mathbf{M}/M$, который меняется с ростом z как

$$\mathbf{h} = \mathbf{e}_x \cos Kqz + \mathbf{e}_y \sin Kqz,$$

где q — волновое число геликоида, $K = \pm 1$ — киральность спирали намагниченности, \mathbf{e}_x и \mathbf{e}_y — единичные векторы соответственно вдоль осей X и Y . В гелимагнетике с волновым числом q направление

намагниченности меняется в пространстве с периодом $L_H = 2\pi/q$.

Для простоты используем приближение среднего поля. В этом приближении наличие обменного взаимодействия между локализованными электронами и электронами проводимости описывается как действие на спин электрона проводимости неоднородного обменного поля $\Lambda \mathbf{M}$, создаваемого магнитными моментами локализованных электронов, где Λ — безразмерный параметр, характеризующий величину $s-d(f)$ -обменного взаимодействия.

Координатная и временная зависимость намагниченности электронов проводимости \mathbf{m} может быть описана с помощью уравнения Блоха–Торри [31]:

$$\partial \mathbf{m} / \partial t + \gamma [\mathbf{m} \times \Lambda \mathbf{M}] + \nabla \cdot \overset{\leftrightarrow}{J}_{\mathbf{m}} + \delta \mathbf{m} / \tau_S = 0. \quad (1)$$

Здесь $\delta \mathbf{m} = \mathbf{m} - \mathbf{m}_0$ — отклонение электронной намагниченности \mathbf{m} от своего локально-равновесного значения \mathbf{m}_0 , γ — гиромангнитное отношение, τ_S — время спин-решеточной релаксации, $\overset{\leftrightarrow}{J}_{\mathbf{m}}$ — тензор (второго ранга) потока намагниченности. Поток намагниченности, описываемый тензором $\overset{\leftrightarrow}{J}_{\mathbf{m}}$, возникает, во-первых, из-за спиновой диффузии и, во-вторых, благодаря упорядоченному движению электронов с дрейфовой скоростью \mathbf{w} , так что

$$\overset{\leftrightarrow}{J}_{\mathbf{m}} = -D \nabla \otimes \delta \mathbf{m} + \mathbf{w} \otimes \mathbf{m}.$$

Здесь D — коэффициент электронной диффузии, знак \otimes используется для обозначения операции тензорного произведения векторов. В настоящей работе нас будут интересовать только чисто спиновые токи, поэтому будем полагать $\mathbf{w} = 0$.

Далее мы будем рассматривать уравнение (1) в предположении, что его решения $\delta \mathbf{m}$ зависят только от координаты z . Тогда

$$\overset{\leftrightarrow}{J}_{\mathbf{m}} = -D \mathbf{e}_z \otimes \partial \delta \mathbf{m} / \partial z,$$

откуда следует, что из девяти компонент тензора $\overset{\leftrightarrow}{J}_{\mathbf{m}}$ отличны от нуля только три компоненты с индексами zj , где $j = x, y, z$.

Следуя работе [25], введем в рассмотрение вектор \mathbf{P} поляризации спинового тока, текущего в направлении z :

$$\mathbf{P} = \mathbf{e}_z \cdot \overset{\leftrightarrow}{J}_{\mathbf{m}}.$$

В рамках настоящей работы нас будут интересовать только стационарные решения уравнения (1), так что производная по времени в (1) может быть опу-

цена. С учётом сказанного уравнение (1) можно переписать в виде

$$\partial \mathbf{P} / \partial z + \gamma [\delta \mathbf{m} \times \Lambda \mathbf{M}] + \delta \mathbf{m} / \tau_S = 0. \quad (2)$$

Уравнение (2) необходимо дополнить граничным условием. Будем считать, что на границе $z = 0$ задан вектор поляризации инжектируемого спинового тока \mathbf{P}_0 . Тогда граничное условие к уравнению (2) можно записать в виде

$$\mathbf{P}(z = 0) = \mathbf{P}_0. \quad (3)$$

Векторное уравнение (2) эквивалентно системе уравнений

$$\begin{aligned} -L_S^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \delta m_x + \delta m_x - \tau_S \Omega_H \delta m_z \sin Kqz &= 0, \\ -L_S^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \delta m_y + \delta m_y + \tau_S \Omega_H \delta m_z \cos Kqz &= 0, \\ -L_S^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \delta m_z + \delta m_z - \\ - \tau_S \Omega_H [\delta m_x \sin Kqz - \delta m_y \cos Kqz] &= 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь $L_S = \sqrt{D\tau_S}$ — длина спиновой диффузии, $\Omega_H = \gamma \Lambda M$ — частота прецессии в обменном поле ΛM . Переходя к циркулярным компонентам, полагая

$$\begin{aligned} \delta m_{\pm} &= \delta m_x \pm i \delta m_y = \mu_{\pm} e^{\pm K i \eta \zeta}, \\ M_{\pm} &= M_x \pm i M_y = M e^{\pm K i \eta \zeta}, \end{aligned}$$

для величин $\mu_{\pm}(z)$ и δm_z получаем систему уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial \zeta^2} \mu_+ + 2iK\eta \frac{\partial}{\partial \zeta} \mu_+ - (1 + \eta^2) \mu_+ - i\lambda \delta m_z &= 0, \\ \frac{\partial^2}{\partial \zeta^2} \mu_- - 2iK\eta \frac{\partial}{\partial \zeta} \mu_- - (1 + \eta^2) \mu_- + i\lambda \delta m_z &= 0, \\ \frac{\partial^2}{\partial \zeta^2} \delta m_z - \delta m_z - i \frac{\lambda}{2} (\mu_+ - \mu_-) &= 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь $\zeta = z/L_S$, $\eta = qL_S$, $\lambda = \tau_S \Omega_H$. Подставляя $\mu_{\pm} = C_{\pm} e^{-\kappa \zeta}$, $\delta m_z = C_z e^{-\kappa \zeta}$, получаем систему уравнений для констант C_{\pm} , C_z . Приравнявая детерминант этой системы к нулю, получаем характеристическое уравнение для определения κ :

$$\begin{aligned} (\kappa^2 - 1) \left[(\kappa^2 - 1 - \eta^2)^2 + 4\eta^2 \kappa^2 \right] + \\ + \lambda^2 (\kappa^2 - 1 - \eta^2) &= 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Из шести корней характеристического уравнения (6) необходимо использовать только те, которые описывают решения, затухающие при стремлении $\zeta \rightarrow +\infty$. Подставляя найденные κ в систему уравнений для констант C_{\pm} , C_z , найдем соотношения между этими константами. Для того чтобы найти величину

независимых констант, используем граничное условие (3).

3. ХАРАКТЕРНЫЕ ДЛИНЫ ЗАТУХАНИЯ ЭЛЕКТРОННОЙ НАМАГНИЧЕННОСТИ В ГЕЛИМАГНЕТИКЕ

Уравнение (6) имеет шесть корней, из которых три корня, удовлетворяющие условию $\text{Re } \kappa > 0$, описывают решения, затухающие при $\zeta \rightarrow +\infty$. Можно показать, что из этих трёх корней один корень κ_1 — действительный, а два других, κ_2 и κ_3 , являются комплексно-сопряжёнными. Эти корни определяют значения двух характерных длин затухания спиновых возмущений в гелимагнетике, которые мы определим как $L_D = L_S / \kappa_1$ и $L_P = L_S / \text{Re } \kappa_2$.

Решение характеристического уравнения (6) можно найти в явном виде, используя формулы Кардано. Однако получающиеся при этом выражения (см. Приложение А) трудно обозримы, поэтому ниже приводятся простые приближенные формулы, которые могут дать удовлетворительное качественное, а в некоторых случаях и количественное, описание пространственной зависимости неравновесной электронной намагниченности при спиновой инжекции в гелимагнетик.

Рассмотрим сначала предельный случай $q = 0$ ($\eta = 0$). Фактически это случай однородного ферромагнетика, в котором локализованные магнитные моменты направлены вдоль оси X . Этот случай реализуется, например, в диспрозии при $T < 87$ К. Три нужных нам корня уравнения (6) таковы: $\kappa_1 = 1$, $\kappa_2 = \sqrt{1 + i\lambda}$, $\kappa_3 = \kappa_2^*$. При вычислении κ_2 знак квадратного корня выбирается из условия $\text{Re } \kappa_2 > 0$. Знак λ для определенности выбираем положительным; если $\lambda \gg 1$, то $\kappa_2 = (1 + i) \sqrt{\lambda/2}$. Первый корень κ_1 описывает затухание x -компоненты намагниченности на длине $L_D = L_S / \kappa_1$, которая в силу выполнения равенства $\kappa_1 = 1$ в точности совпадает с длиной спиновой диффузии: $L_D = L_S$. Корни κ_2 и κ_3 описывают прецессию спиновой намагниченности электронов вокруг направления намагниченности локализованных спинов, амплитуда которой затухает на длине

$$L_P = L_S / \text{Re } \sqrt{1 + i\lambda}.$$

Поиск решения уравнения (6) в гелимагнетике существенно упрощается, когда $\lambda \gg 1 + \eta^2$. В этом случае, используя метод последовательных приближений (см. Приложение В), получаем

$$\kappa_1 = \sqrt{1 + \eta^2}, \quad \kappa_2 = (1 + i) \sqrt{\lambda/2}, \quad \kappa_3 = \kappa_2^*.$$

Соответствующие корням κ_1 и $\kappa_{2,3}$ характерные длины затухания электронной намагниченности в гелимагнетике могут быть записаны в виде

$$L_D = L_S / \sqrt{1 + \eta^2}, \quad (7)$$

$$L_P = L_S / \sqrt{\lambda/2}. \quad (8)$$

Очевидно, что характерная длина L_D в гелимагнетике является аналогом длины спиновой диффузии L_S в ферромагнетике. В случае гелимагнетика эта характерная длина тем меньше, чем меньше период спиральной структуры. Если выполнено неравенство $\eta = qL_S \gg 1$, то из (7) следует $L_D = L_H/2\pi$. Это значит, что если длина спиновой диффузии L_S существенно превышает период магнитной спирали L_H , то затухание неравновесной намагниченности в гелимагнетике целиком обусловлено неоднородностью эффективного поля, действующего на намагниченность электронов, и происходит на масштабе одного периода магнитной спирали. Поэтому короткопериодные гелимагнетики, у которых $L_H \ll L_S$, могут выступать как эффективные экраны спиновых токов, если выполняется условие $\lambda \gg \eta^2$.

Длина L_P в гелимагнетике описывает масштаб затухания прецессии спиновой намагниченности электронов проводимости вокруг локального направления намагниченности локализованных спинов. Длина затухания L_P в рассматриваемом случае много меньше длины L_D .

На рис. 1 показаны характерные длины затухания L_D и L_P , полученные из приближённых (синяя поверхность) и с помощью формул Приложения А (красная поверхность) корней характеристического уравнения (6), в зависимости от соотношения параметров η и λ .

Видно, что при выполнении условия $\lambda \gg 1 + \eta^2$ характерные длины, полученные из точного и приближенного решений, практически совпадают.

Если условие $\lambda \gg 1 + \eta^2$ не выполняется, характерные длины затухания могут быть найдены с использованием формул Приложения А. Если $\lambda \ll 1 + \eta^2$, то, как показано в Приложении В, обе характерные длины затухания L_D и L_P оказываются близки по величине к длине спиновой диффузии L_S : $L_D = L_P = L_S$. Параметр λ может иметь малые значения в силу малости параметра Λ , характеризующего величину $s-d(f)$ -обменного взаимодействия, и/или параметра τ_S , характеризующего интенсивность спин-решеточной релаксации электронов проводимости.

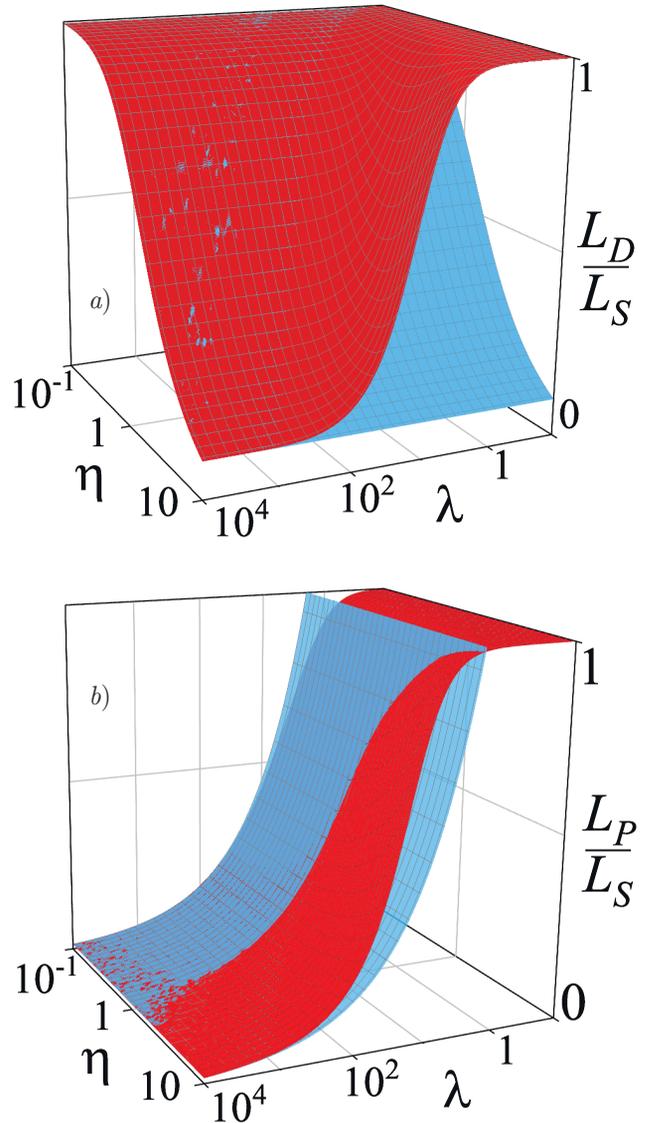


Рис. 1. Характерные длины затухания неравновесной намагниченности в гелимагнетиках, полученные из точного (красная поверхность) и приближенного (синяя поверхность) решений характеристического уравнения (6), в зависимости от соотношения параметров η и λ : а — L_D/L_S ; б — L_P/L_S

4. НЕРАВНОВЕСНАЯ НАМАГНИЧЕННОСТЬ ЭЛЕКТРОНОВ ПРОВОДИМОСТИ В ГЕЛИМАГНЕТИКЕ ПРИ ИНJEKЦИИ ЧИСТО СПИНОВОГО ТОКА

Перейдем к анализу неравновесной намагниченности электронов проводимости $\delta \mathbf{m}(z)$, возникающей в гелимагнетике при инжекции чисто спинового тока на границе $z = 0$. Пусть \mathbf{M}_0 — вектор намагниченности $\mathbf{M}(z)$ на границе $z = 0$. Направление вектора $\mathbf{M}(z)$ в произвольной точке z задается единич-

ным вектором $\mathbf{h} = \mathbf{M}/M$, на границе $z = 0$ имеем $\mathbf{h}_0 = \mathbf{M}_0/M$. Рассмотрим случай, когда на границе $z = 0$ вектор поляризации инжектируемого спинового тока \mathbf{P}_0 направлен вдоль намагниченности локализованных электронов \mathbf{M}_0 . Тогда $\mathbf{P}_0 = P_0 \mathbf{h}_0$, где P_0 — длина вектора поляризации инжектируемого чисто спинового тока на границе.

Представим $\delta \mathbf{m}$ в виде суммы продольной $\delta \mathbf{m}_\ell$ и поперечной $\delta \mathbf{m}_t$ (по отношению к оси спирали) компонент: $\delta \mathbf{m} = \delta \mathbf{m}_t + \delta \mathbf{m}_\ell$. Считая выполненным неравенство $\lambda \gg 1 + \eta^2$, получаем

$$\begin{aligned} \delta \mathbf{m}_t &= \delta m_{\parallel} e^{-z/L_D} \mathbf{h} + \\ &+ K \delta m_{\perp} \sin \left(\frac{z}{L_P} - \frac{\pi}{4} \right) e^{-z/L_P} [\mathbf{h} \times \mathbf{e}_z], \quad (9) \\ \delta \mathbf{m}_\ell &= K \delta m_{\perp} \sin \left(\frac{z}{L_P} + \frac{\pi}{4} \right) e^{-z/L_P} \mathbf{e}_z, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} \delta m_{\parallel} &= \frac{(\tau_S/L_S)}{\sqrt{1 + \eta^2}} P_0, \\ \delta m_{\perp} &= \frac{\eta}{\sqrt{\lambda}} \delta m_{\parallel}. \end{aligned} \quad (10)$$

Из выражения (9) становится ясным физический смысл длин L_D и L_P . Длина затухания L_D является характерным масштабом убывания векторной компоненты неравновесной намагниченности электронов проводимости, сонаправленной с вектором намагниченности локализованных электронов гелимагнетика. Длина затухания L_P является характерным масштабом убывания компоненты неравновесной намагниченности электронов, направленной перпендикулярно намагниченности локализованных электронов гелимагнетика. Следует отметить, что направление этой компоненты неравновесной намагниченности электронов непосредственно определяется киральностью K спирали намагниченности гелимагнетика.

Из (7), (8) и (10) следует, что при выполнении условия $\lambda \gg 1 + \eta^2$ выполняются неравенства $L_D \gg L_P$ и $\delta m_{\parallel} \gg \delta m_{\perp}$. Это означает, во-первых, что инжектированная в гелимагнетик неравновесная намагниченность, направленная перпендикулярно \mathbf{h} , уменьшается по амплитуде по мере удаления от границы в глубь гелимагнетика намного быстрее, чем неравновесная намагниченность, сонаправленная с \mathbf{h} , и, во-вторых, что амплитуда δm_{\perp} много меньше амплитуды δm_{\parallel} . Таким образом, при $\lambda \gg 1 + \eta^2$ имеет место эффект спиновой фильтрации — эффект, выражающийся в переориентации неравновесной намагниченности электронов проводимости в сторону намагниченности локализован-

ных электронов. Ранее эффект спиновой фильтрации был обнаружен в магнитных многослойных системах (смотрите работу [32] и ссылки в ней).

Обсудим описываемый формулой (9) эффект возникновения продольной компоненты $\delta \mathbf{m}_\ell$ неравновесной намагниченности электронов проводимости при инжекции чисто спинового тока с поперечной поляризацией $\mathbf{P}_0 = P_0 \mathbf{h}_0$. Как следует из (9), величина продольной намагниченности $\delta \mathbf{m}_\ell$ пропорциональна амплитуде P_0 инжектированного спинового тока, тогда как ее направление непосредственно определяется киральностью гелимагнетика. В работе [19] было показано, что в гелимагнетиках благодаря взаимодействию спинов электронов проводимости с пространственно-неоднородным эффективным магнитным полем возникает кинетический магнитоэлектрический эффект, предсказанный ранее в работе [33]. Этот эффект проявляется в том, что при протекании вдоль оси гелимагнетика постоянного электрического тока возникает неравновесная намагниченность электронов, направленная вдоль оси спирали, зависящая от киральности последней и величины протекающего электрического тока. В настоящей работе мы получили аналог этого эффекта, который реализуется при инжекции в гелимагнетик не электрического, а чисто спинового поперечно-поляризованного тока. Поскольку возникновение продольной намагниченности электронов сопровождается протеканием продольно-поляризованного спинового тока, то описываемый эффект проявляется как возникновение продольно-поляризованного спинового тока при инжекции поперечно-поляризованного спинового тока. Этот предсказываемый нами эффект может быть назван эффектом киральной поляризации чисто спинового тока. Для обнаружения этого эффекта могут применяться экспериментальные методики, аналогичные тем, которые были разработаны для обнаружения кинетического магнитоэлектрического эффекта в работах [34–39].

5. СПИНОВЫЙ ТОК В ГЕЛИМАГНЕТИКЕ ПРИ ИНЖЕКЦИИ

Перейдем к рассмотрению закономерностей эффекта киральной поляризации чисто спинового тока. Представим вектор поляризации спинового тока \mathbf{P} в виде суммы продольной \mathbf{P}_ℓ и поперечной \mathbf{P}_t (по отношению к оси спирали) компонент: $\mathbf{P} = \mathbf{P}_t + \mathbf{P}_\ell$. Для нахождения координатных зависимостей \mathbf{P}_t и \mathbf{P}_ℓ рассмотрим сначала случай, когда на границе спиновый ток поперечно-поляризован, причем век-

тор поляризации инжектируемого спинового тока \mathbf{P}_0 сонаправлен с намагниченностью локализованных электронов: $\mathbf{P}_0 = P_0 \mathbf{h}_0$.

Если выполняется неравенство $\lambda \gg 1 + \eta^2$, то из (9) получаем

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_t &= P_0 e^{-z/L_D} \mathbf{h} + \\ &+ KP_0 \frac{\eta}{\sqrt{1+\eta^2}} \left[e^{-z/L_D} - e^{-z/L_P} \cos \frac{z}{L_P} \right] [\mathbf{h} \times \mathbf{e}_z], \\ \mathbf{P}_\ell &= P_0 K \frac{\eta}{\sqrt{1+\eta^2}} \sin(z/L_P) e^{-z/L_P} \mathbf{e}_z. \end{aligned} \quad (11)$$

Из (11) следует, что \mathbf{P}_t является суммой двух вкладов. Первый экспоненциально затухает на расстоянии L_D , тогда как второй вклад — гармонически осциллирующий и одновременно экспоненциально затухающий с характерной длиной L_P , причем $L_P \ll L_D$. На расстояниях, превышающих L_P , вектор \mathbf{P}_t становится практически параллельным вектору \mathbf{h} . Такую «подстройку» поляризации инжектированного спинового тока под направление намагниченности локализованных спинов на расстояниях $z > L_P$ можно трактовать как вращение плоскости поляризации спинового тока. Таким образом, в гелимагнетиках в рассматриваемых условиях имеет место спиновый аналог эффекта естественной оптической активности.

Величина \mathbf{P}_ℓ , описывающая эффект киральной поляризации чисто спинового тока, принимает нулевое значение при $z = 0$, затем растёт при движении от границы в глубь гелимагнетика, достигая своего максимума при $z/L_P = \pi/4$, после чего происходит её убывание до нуля. Максимальная величина продольной поляризации, равная $P_0 e^{-\pi/4} / \sqrt{2}$, достигается в короткопериодных гелимагнетиках при $\eta \gg 1$. Важным моментом является то, что направление поляризации \mathbf{P}_ℓ непосредственно определяется киральностью K гелимагнетика.

Чтобы оценить реалистичность сделанных выше приближений, оценим порядок величины параметров λ и η . Длина спиновой диффузии в ферромагнетиках $L_S \sim 10\text{--}10^2 \text{ \AA}$ [40], период магнитной спирали в редких землях $L_H \sim 10\text{--}10^2 \text{ \AA}$, а в некоторых случаях может быть порядка 10^3 \AA . Отсюда следует, что величина η может быть как меньше, так и больше единицы, но не превышает 10^2 . Величина $s-d(f)$ -обменного интеграла в редких землях порядка $10^{-2}\text{--}10^{-1} \text{ эВ}$ [30], так что $\Omega_H \sim 10^{13}\text{--}10^{14} \text{ с}^{-1}$. О времени электронной спиновой релаксации в гелимагнетиках данных, по-видимому, нет, но есть данные для немагнитных металлов с сильным спин-орбитальным взаимодействием: $\tau_S \sim 5\text{--}7 \text{ пс}$ в случае платины и $\tau_S \sim 10 \text{ пс}$ в тантале [41]. Если исходить

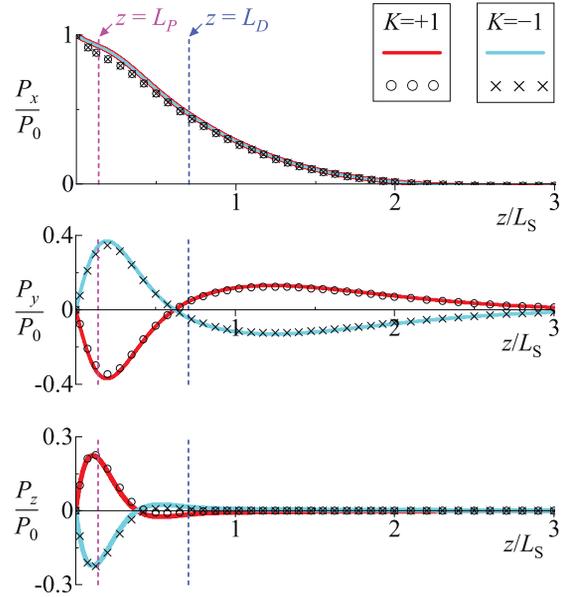


Рис. 2. Поляризация спинового тока в гелимагнетике для случая $\mathbf{P}_0 = P_0 \mathbf{h}_0$ при $\eta = 1$, $\lambda = 10^2$. Сплошные кривые построены по формулам точного решения, приведенным в Приложении С. Кружками и крестиками представлены результаты приближенного метода расчета по формулам (11)

из того, что τ_S не может превышать время релаксации импульса, которое в ферромагнитных металлах порядка 10^{-14} с , получаем, что λ лежит в диапазоне от 10^{-1} до 10^3 .

Сделанные оценки показывают, что использованное выше неравенство $\lambda \gg 1 + \eta^2$ может и не выполняться, в этом случае необходим расчет на основе точных формул, приведенных в Приложениях А и С.

На рис. 2 для случая $\mathbf{P}_0 = P_0 \mathbf{h}_0$ представлена поляризация спинового тока в гелимагнетике, в котором $\eta = 1$, $\lambda = 10^2$. Сплошные цветные кривые соответствуют поляризации, полученной с помощью расчета по точным формулам. Результаты расчета, обозначенные крестиками и кружками черного цвета, соответствуют поляризации, полученной с помощью приближенного метода решения (11). На рисунке представлены кривые как для правозакрученной ($K = +1$), так и для левозакрученной ($K = -1$) магнитных спиралей.

Для рассматриваемых численных значений параметров λ и η неравенство $\lambda \gg 1 + \eta^2$ заведомо выполняется. На рис. 2 видно, что в этом случае кривые, полученные с помощью приближенного решения, практически совпадают с точным решением.

Заметим, что при заданных значениях параметров существует иерархия длин $L_H > L_S > L_D > L_P$.

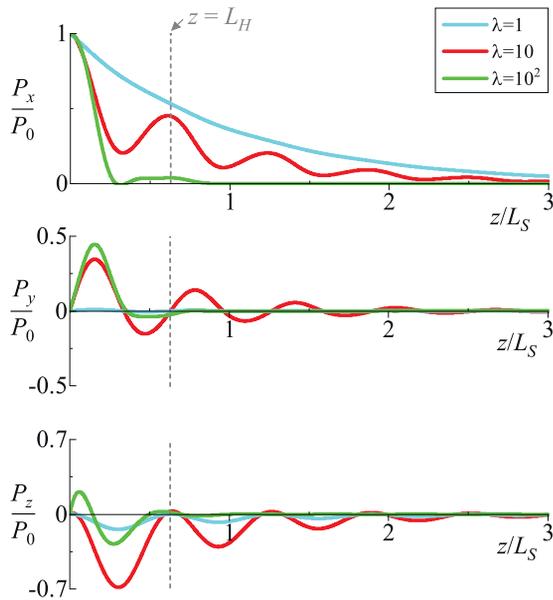


Рис. 3. Поляризация спинового тока в гелимагнетике при $\eta = 10$, $\lambda = 1; 10; 10^2$, $K = +1$ для случая инжекции спинового тока, имеющего поляризацию $\mathbf{P}_0 = P_0 \mathbf{h}_0$

Наличие такой иерархии приводит к тому, что сначала затухает компонента поляризации, направленная перпендикулярно \mathbf{h} , затем затухает компонента, направленная коллинеарно \mathbf{h} . Затухание компоненты, направленной коллинеарно \mathbf{h} , происходит на длине меньшей, чем длина спиновой диффузии, которая, в свою очередь, меньше периода магнитной спирали.

Если неравенство $\lambda \gg 1 + \eta^2$ не выполняется, зависимость поляризации спинового тока от координаты становится более сложной. На рис. 3 представлена координатная зависимость компонент P_x , P_y и P_z для следующих значений параметров: $\eta = 10$ ($L_H \approx 0.63 L_S$), $\lambda = 1, 10$ и 10^2 , $K = +1$. Сравнивая кривые на рисунках 2 и 3, мы видим, что наиболее заметное различие в форме кривых имеет место, когда $\eta \sim \lambda \gg 1$. При таких значениях параметров наблюдается выраженный осциллирующий характер затухания всех компонент $P_x(z)$, $P_y(z)$ и $P_z(z)$, причем период осцилляций совпадает с периодом спирали. Амплитуда осцилляций эффекта киральной поляризации чисто спинового тока может иметь значительную величину, сравнимую с P_0 .

Рассмотрим теперь зависимости $P_x(z)$, $P_y(z)$, и $P_z(z)$ для других поляризаций инжектируемого в гелимагнетик спинового тока.

На рис. 4 показана координатная зависимость поляризации спинового тока в гелимагнетике для случая, когда в гелимагнетик инжектируется поперечно-поляризованный спиновый ток, у кото-

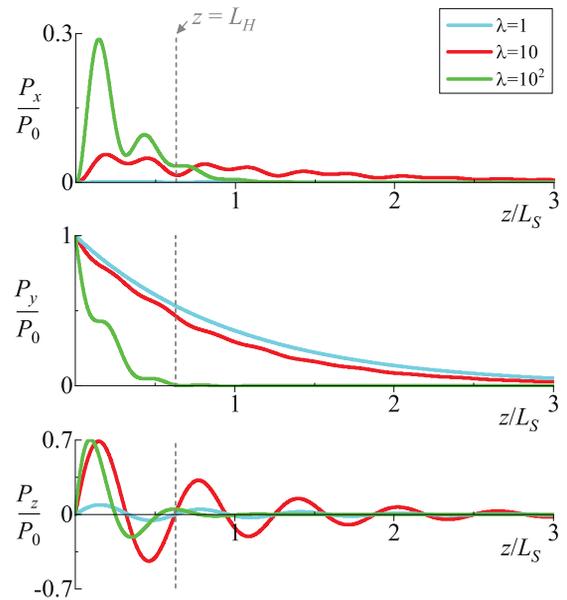


Рис. 4. Поляризация спинового тока в гелимагнетике при $\eta = 10$, $\lambda = 1; 10; 10^2$, $K = +1$ для случая инжекции поперечно-поляризованного спинового тока с поляризацией на границе $P_x = P_z = 0$, $P_y = P_0$

рого на границе $P_x = P_z = 0$, $P_y = P_0$. Приведены результаты расчета для $\eta = 10$ ($L_H \approx 0.63 L_S$), $\lambda = 1, 10$ и 10^2 , $K = +1$. Как и в предыдущем случае, когда $\eta \sim \lambda \gg 1$, наблюдается выраженный осциллирующий характер изменения компоненты \mathbf{P}_ℓ с периодом L_H . Амплитуда осцилляций эффекта киральной поляризации чисто спинового тока имеет при этом значительную величину, сравнимую с P_0 .

Результаты расчета для случая, когда инжектированный ток на границе продольно-поляризован, $\mathbf{P}_0 = P_0 \mathbf{e}_z$, представлены на рис. 5. При $\eta \sim \lambda \gg 1$ имеет место, как и в предыдущих случаях, выраженное осциллирующее поведение \mathbf{P}_ℓ как функции z с затуханием осцилляций на глубине спиновой диффузии L_S . Инжекция продольно-поляризованного спинового тока приводит к появлению поперечно-поляризованного тока, величина которого осциллирует с периодом L_H и затухает на масштабах L_S .

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Развитая в настоящей работе теория показывает, что инжекция чисто спинового тока в проводящий гелимагнетик имеет ряд существенных особенностей, отсутствующих при инжекции в немагнитный металл или полупроводник. В отличие от немагнитных материалов, в которых затухание инжектированного спинового тока характеризуется одним

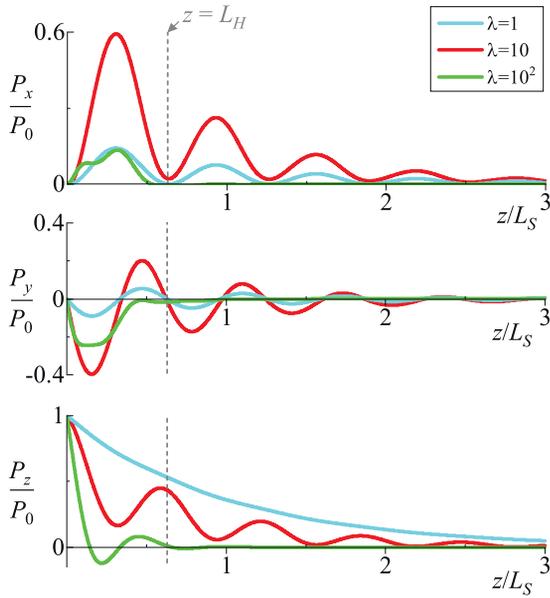


Рис. 5. Поляризация спинового тока в гелимагнетике при $\eta = 10$, $\lambda = 1; 10; 10^2$, $K = +1$ для случая инжекции продольно-поляризованного спинового тока, имеющего поляризацию $\mathbf{P}_0 = P_0 \mathbf{e}_z$

параметром — длиной спиновой диффузии L_S , в гелимагнетиках затухание спинового тока, инжектированного вдоль оси магнитной спирали, имеющей период L_H , описывается двумя характерными длинами.

Вместо длины спиновой диффузии возникает длина L_D , которая является характерным масштабом убывания неравновесной намагниченности электронов проводимости, сонаправленной с намагниченностью гелимагнетика. В гелимагнетиках, в которых период магнитной спирали L_H велик по сравнению с L_S , длина L_D совпадает с L_S . В гелимагнетиках, в которых период магнитной спирали L_H мал по сравнению с L_S , длина L_D не превышает периода спирали L_H .

Вторая характерная длина, L_P , определяет масштаб убывания векторной компоненты неравновесной намагниченности электронов проводимости, направленной перпендикулярно намагниченности гелимагнетика. Если на намагниченность электронов проводимости действует сильное обменное поле со стороны локализованных электронов, а время спиновой релаксации электронов проводимости достаточно велико, основное влияние на спиновую инжекцию на масштабах длины порядка L_P оказывает прецессия намагниченности электронов в неоднородном обменном поле. В этой ситуации в короткопериодных гелимагнетиках с $L_H \ll L_S$ существенные изменения поляризации спинового тока проис-

ходят на расстояниях L_P , много меньших периода спирали L_H .

При инжекции вдоль оси магнитной спирали поперечно-поляризованного (относительно оси) чисто спинового тока в гелимагнетике возникает компонента неравновесной намагниченности и чисто спиновый ток, векторы поляризации которых сонаправлены оси магнитной спирали; при этом направление этих векторов непосредственно определяется киральностью гелимагнетика, а их длина пропорциональна величине инжектируемого спинового тока. Справедливо и обратное утверждение: инжекция продольно-поляризованного чисто спинового тока приводит к появлению в гелимагнетике зависящего от киральности спирали спинового тока поперечной поляризации. Предсказанный эффект назван «эффектом киральной поляризации чисто спинового тока».

Финансирование. Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда в рамках проекта № 22-22-00220.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Используя формулы Кардано, точное решение характеристического уравнения (6) запишем в виде

$$\begin{aligned} \kappa_1 &= \sqrt{1 - (2/3)\eta^2 + U + W}, \\ \kappa_2 &= \left(1/\sqrt{2}\right) \times \\ &\times \left(\sqrt{(1 - (2/3)\eta^2 + \text{Re } V)^2 + (\text{Im } V)^2} + \right. \\ &\left. + 1 - (2/3)\eta^2 + \text{Re } V\right)^{1/2} + \\ &+ i \text{sgn}(\text{Im } V) \left(1/\sqrt{2}\right) \times \\ &\times \left(\sqrt{(1 - (2/3)\eta^2 + \text{Re } V)^2 + (\text{Im } V)^2} - \right. \\ &\left. - 1 + (2/3)\eta^2 - \text{Re } V\right)^{1/2}, \end{aligned} \tag{12}$$

$$\kappa_3 = \kappa_2^*,$$

где

$$\begin{aligned} V &= -(U + W)/2 + i\sqrt{3}(U - W)/2, \\ U &= \sqrt[3]{\frac{\eta^2}{6} \left(\frac{2}{9}\eta^4 + 8\eta^2 + 5\lambda^2\right) + \sqrt{G}}, \\ W &= \sqrt[3]{\frac{\eta^2}{6} \left(\frac{2}{9}\eta^4 + 8\eta^2 + 5\lambda^2\right) - \sqrt{G}}, \\ G &= \frac{1}{27} \left(-\frac{1}{3}\eta^4 + 4\eta^2 + \lambda^2\right)^3 + \\ &+ \frac{\eta^4}{36} \left(\frac{2}{9}\eta^4 + 8\eta^2 + 5\lambda^2\right)^2. \end{aligned} \tag{13}$$

ПРИЛОЖЕНИЕ В

Для нахождения приближенных решений характеристического уравнения (6) может быть использована следующая схема.

1. Случай $\lambda \gg 1 + \eta^2$. Выполнив тождественные преобразования, запишем характеристическое уравнение (6) в виде

$$\kappa^2 = 1 + \eta^2 - (\kappa^2 - 1) \left[(\kappa^2 - 1 - \eta^2)^2 + 4\eta^2 \kappa^2 \right] / \lambda^2. \quad (14)$$

В силу малости параметра $(1 + \eta^2)/\lambda$ это уравнение может быть решено методом последовательных приближений. В основном приближении по малому параметру $(1 + \eta^2)/\lambda$ получаем $\kappa = \kappa_1 = \sqrt{1 + \eta^2}$. Отсюда для длины затухания L_D получаем $L_D = L_S / \sqrt{1 + \eta^2}$.

Чтобы получить корень κ_2 , запишем характеристическое уравнение (6) в тождественном виде

$$\kappa^4 = \frac{-\lambda^2}{\left(1 - \frac{1}{\kappa^2}\right) \left[\left(1 - \frac{(1+\eta^2)}{\kappa^2}\right) + \frac{4\eta^2/\kappa^2}{1-(1+\eta^2)/\kappa^2}\right]} \quad (15)$$

и опять используем метод итераций. В нулевом приближении по $(1 + \eta^2)/\lambda$ из (15) следует, что $\kappa = \kappa_2 = (1 + i) \sqrt{\lambda/2}$. Отсюда для длины затухания L_P получаем $L_P = L_S / \sqrt{\lambda/2}$.

2. Случай $\lambda \ll 1 + \eta^2$. Для нахождения решений уравнения (6) в нулевом по малому параметру $\lambda/(1 + \eta^2)$ приближении достаточно решить уравнение

$$(\kappa^2 - 1) \left[(\kappa^2 - 1 - \eta^2)^2 + 4\eta^2 \kappa^2 \right] = 0, \quad (16)$$

которое формально получено из (6) при $\lambda = 0$. Действительное решение этого уравнения $\kappa = \kappa_1 = 1$. Два других корня уравнения (16) суть $\kappa = \kappa_{2,3} = 1 \pm i\eta$. Отсюда следует, что в рассматриваемом предельном случае длины затухания L_D и L_P равны между собой и совпадают по величине с длиной спиновой диффузии L_S : $L_D = L_P = L_S$.

ПРИЛОЖЕНИЕ С

Координатная зависимость неравновесной намагниченности электронов проводимости в гелимагнетике, полученная с использованием точных

корней (12) характеристического уравнения, может быть записана в виде

$$\begin{aligned} \delta m_x &= C_1 e^{-\kappa_1 \zeta} \operatorname{Re} (\Psi_1 e^{iK\eta\zeta}) + \\ &+ \operatorname{Re} (\Psi_2 C_2 e^{-\kappa_2 \zeta} e^{iK\eta\zeta}) + \\ &+ \operatorname{Re} (\Psi_3 C_2^* e^{-\kappa_2^* \zeta} e^{iK\eta\zeta}), \\ \delta m_y &= C_1 e^{-\kappa_1 \zeta} \operatorname{Im} (\Psi_1 e^{iK\eta\zeta}) + \\ &+ \operatorname{Im} (\Psi_2 C_2 e^{-\kappa_2 \zeta} e^{iK\eta\zeta}) + \\ &+ \operatorname{Im} (\Psi_3 C_2^* e^{-\kappa_2^* \zeta} e^{iK\eta\zeta}), \\ \delta m_z &= C_1 e^{-\kappa_1 \zeta} + 2 \operatorname{Re} (C_2 e^{-\kappa_2 \zeta}), \end{aligned} \quad (17)$$

где

$$\begin{aligned} \Psi_n &= \frac{i\lambda}{\kappa_n^2 - 1 - \eta^2 - 2iK\eta\kappa_n}, \\ C_1 &= \Delta_{C_1} / \Delta, \\ C_2 &= (\Delta_{\operatorname{Re} C_2} + i\Delta_{\operatorname{Im} C_2}) / \Delta, \\ \Delta_{C_1} &= -2(\Phi_5 \operatorname{Im} \kappa_2 + \Phi_6 \operatorname{Re} \kappa_2) \tilde{P}_x + \\ &+ 2(\Phi_2 \operatorname{Im} \kappa_2 + \Phi_3 \operatorname{Re} \kappa_2) \tilde{P}_y + \\ &+ (\Phi_2 \Phi_6 - \Phi_3 \Phi_5) \tilde{P}_z, \\ \Delta_{\operatorname{Re} C_2} &= (2\Phi_4 \operatorname{Im} \kappa_2 + \kappa_1 \Phi_6) \tilde{P}_x - \\ &- (2\Phi_1 \operatorname{Im} \kappa_2 + \kappa_1 \Phi_3) \tilde{P}_y + \\ &+ (\Phi_3 \Phi_4 - \Phi_1 \Phi_6) \tilde{P}_z, \\ \Delta_{\operatorname{Im} C_2} &= -(\kappa_1 \Phi_5 - 2\Phi_4 \operatorname{Re} \kappa_2) \tilde{P}_x - \\ &- (2\Phi_1 \operatorname{Re} \kappa_2 - \kappa_1 \Phi_2) \tilde{P}_y + \\ &+ (\Phi_1 \Phi_5 - \Phi_2 \Phi_4) \tilde{P}_z, \\ \Delta &= -2\Phi_1 (\Phi_5 \operatorname{Im} \kappa_2 + \Phi_6 \operatorname{Re} \kappa_2) + \\ &+ \Phi_2 (2\Phi_4 \operatorname{Im} \kappa_2 + \kappa_1 \Phi_6) - \\ &- \Phi_3 (\kappa_1 \Phi_5 - 2\Phi_4 \operatorname{Re} \kappa_2), \\ \tilde{P}_x &= (\tau_S / L_S) (\mathbf{P}_0 \cdot \mathbf{e}_x), \\ \tilde{P}_y &= (\tau_S / L_S) (\mathbf{P}_0 \cdot \mathbf{e}_y), \\ \tilde{P}_z &= (\tau_S / L_S) (\mathbf{P}_0 \cdot \mathbf{e}_z), \\ \Phi_1 &= \kappa_1 \operatorname{Re} \Psi_1 + K\eta \operatorname{Im} \Psi_1, \\ \Phi_2 &= K\eta \operatorname{Im} \Psi_2 + K\eta \operatorname{Im} \Psi_3 + \\ &+ \operatorname{Re} (\Psi_2) \operatorname{Re} (\kappa_2) - \operatorname{Im} (\Psi_2) \operatorname{Im} (\kappa_2) + \\ &+ \operatorname{Re} (\Psi_3) \operatorname{Re} (\kappa_2) + \operatorname{Im} (\Psi_3) \operatorname{Im} (\kappa_2), \\ \Phi_3 &= K\eta \operatorname{Re} \Psi_2 - K\eta \operatorname{Re} \Psi_3 - \\ &- \operatorname{Re} (\Psi_2) \operatorname{Im} (\kappa_2) - \operatorname{Im} (\Psi_2) \operatorname{Re} (\kappa_2) - \\ &- \operatorname{Re} (\Psi_3) \operatorname{Im} (\kappa_2) + \operatorname{Im} (\Psi_3) \operatorname{Re} (\kappa_2), \\ \Phi_4 &= \kappa_1 \operatorname{Im} \Psi_1 - K\eta \operatorname{Re} \Psi_1, \\ \Phi_5 &= -K\eta \operatorname{Re} \Psi_2 - K\eta \operatorname{Re} \Psi_3 + \\ &+ \operatorname{Re} (\Psi_2) \operatorname{Im} (\kappa_2) + \operatorname{Im} (\Psi_2) \operatorname{Re} (\kappa_2) - \\ &- \operatorname{Re} (\Psi_3) \operatorname{Im} (\kappa_2) + \operatorname{Im} (\Psi_3) \operatorname{Re} (\kappa_2), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Phi_6 = & K\eta \operatorname{Im} \Psi_2 - K\eta \operatorname{Im} \Psi_3 + \\ & + \operatorname{Re}(\Psi_2) \operatorname{Re}(\kappa_2) - \operatorname{Im}(\Psi_2) \operatorname{Im}(\kappa_2) - \\ & - \operatorname{Re}(\Psi_3) \operatorname{Re}(\kappa_2) - \operatorname{Im}(\Psi_3) \operatorname{Im}(\kappa_2). \end{aligned}$$

ЛИТЕРАТУРА

1. M. N. Baibich, J. M. Broto, A. Fert, F. Nguyen Van Dau, F. Petroff, P. Etienne, G. Creuzet, A. Friederich, and J. Chazelas, *Phys. Rev. Lett.* **61**, 2472 (1988).
2. *Spin Current*, ed. by S. Maekawa, S. O. Valenzuela, E. Saitoh, and T. Kimura, Oxford University Press, New York (2017), p. 520.
3. С. А. Никитов, Д. В. Калябин, И. В. Лисенков, А. Н. Славин, Ю. Н. Барабаненков, С. А. Осокин, А. В. Садовников, Е. Н. Бегинин, М. А. Морозова, Ю. П. Шараевский, Ю. А. Филимонов, Ю. В. Хивинцев, С. Л. Высоцкий, В. К. Сахаров, Е. С. Павлов, *УФН* **185**, 1099 (2015).
4. М. И. Дьяконов, В. И. Перель, *Письма в ЖЭТФ* **13**, 657 (1971).
5. M. I. Dyakonov and V. I. Perel, *Phys. Lett. A* **35**, 459 (1971).
6. J. E. Hirsch, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 1834 (1999).
7. V. Baltz, A. Manchon, M. Tsoi, T. Moriyama, T. Ono, and Y. Tserkovnyak, *Rev. Mod. Phys.* **90**, 015005 (2018).
8. D. Xiong, Y. Jiang, K. Shi, A. Du, Y. Yao, Z. Guo, D. Zhu, K. Cao, S. Peng, W. Cai, D. Zhu, and W. Zhao, *Fundamental Research* **2**, 522 (2022).
9. H. Chen, Q. Niu, and A. H. MacDonald, *Phys. Rev. Lett.* **112**, 017205 (2014).
10. Y. Takeuchi, Y. Yamane, J.Y. Yoon, R. Itoh, B. Jinnai, S. Kanai, J. Ieda, S. Fukami, and H. Ohno, *Nature Materials* **20**, 1364 (2021).
11. Ю. А. Изюмов, *УФН* **144**, 439 (1984).
12. R. J. Elliott and F. A. Wedgwood, *Proc. Phys. Soc.* **81**, 846 (1963).
13. R. J. Elliott and F. A. Wedgwood, *Proc. Phys. Soc.* **84**, 63 (1964).
14. A. A. Fraerman and O. G. Udalov, *Phys. Rev. B* **77**, 094401 (2008).
15. T. Taniguchi and H. Imamura, *Phys. Rev. B* **81**, 012405 (2010).
16. J.-i. Kishine and A. S. Ovchinnikov, *Sol. St. Phys.* **66**, 1 (2015).
17. T. Yokouchi, N. Kanazawa, A. Kikkawa, D. Morikawa, K. Shibata, T. Arima, Y. Taguchi, F. Kagawa, and Y. Tokura, *Nat. Commun.* **8**, 866 (2017).
18. R. Aoki, Y. Kousaka, and Y. Togawa, *Phys. Rev. Lett.* **122**, 057206 (2019).
19. V. V. Ustinov and I. A. Yasyulevich, *Phys. Rev. B* **102**, 134431 (2020).
20. S. Okumura, T. Morimoto, Y. Kato, and Y. Motome, *J. Phys.: Conf. Ser.* **2164**, 012068 (2022).
21. J. Xiao, A. Zangwill, and M. D. Stiles, *Phys. Rev. B* **73**, 054428 (2006).
22. H. Watanabe, K. Hoshi, and J.-i. Ohe, *Phys. Rev. B* **94**, 125143 (2016).
23. S. Okumura, H. Ishizuka, Y. Kato, J.-i. Ohe, and Y. Motome, *Appl. Phys. Lett.* **115**, 012401 (2019).
24. V. Ustinov, N. Bebenin, and I. Yasyulevich, *J. Phys.: Conf. Ser.* **1389**, 012151 (2019).
25. В. В. Устинов, И. А. Ясюлевич, *Физика металлов и металловедение* **121**, 257 (2020).
26. Е. А. Караштин, *ФТТ* **62**, 1482 (2020).
27. A. Aqeel, N. Vlietstra, J. A. Heuver, G. E. W. Bauer, B. Noheda, B. J. van Wees, and T. T. M. Palstra, *Phys. Rev. B* **92**, 224410 (2015).
28. A. Aqeel, N. Vlietstra, A. Roy, M. Mostovoy, B. J. van Wees, and T. T. M. Palstra, *Phys. Rev. B* **94**, 134418 (2016).
29. A. Aqeel, M. Mostovoy, B. J. van Wees, and T. T. M. Palstra, *J. Phys. D: Appl. Phys.* **50**, 174006 (2017).
30. С. В. Вонсовский, *Магнетизм*, Наука, Москва (1971), с. 1032.
31. H. C. Torrey, *Phys. Rev.* **104**, 563 (1956).
32. C. Heide, *Phys. Rev. B* **65**, 054401 (2001).
33. Л. С. Левитов, Ю. В. Назаров, Г. М. Элиашберг, *ЖЭТФ* **88**, 229 (1985).
34. T. Furukawa, Y. Shimokawa, K. Kobayashi, and T. Itou, *Nat. Commun.* **8**, 954 (2017).

35. T. Furukawa, Y. Watanabe, N. Ogasawara, K. Kobayashi, and T. Itou, *Phys. Rev. Res.* **3**, 023111 (2021).
36. Y. Nabei, D. Hirobe, Y. Shimamoto, K. Shiota, A. Inui, Y. Kousaka, Y. Togawa, and H. M. Yamamoto, *Appl. Phys. Lett.* **117**, 052408 (2020).
37. A. Inui, R. Aoki, Y. Nishiue, K. Shiota, Y. Kousaka, H. Shishido, D. Hirobe, M. Suda, J.-i. Ohe, J. I. Kishine, H. M. Yamamoto, and Y. Togawa, *Phys. Rev. Lett.* **124**, 166602 (2020).
38. K. Shiota, A. Inui, Y. Hosaka, R. Amano, Y. Onuki, M. Hedo, T. Nakama, D. Hirobe, J.-i. Ohe, J.-i. Kishine, H. M. Yamamoto, H. Shishido, and Y. Togawa, *Phys. Rev. Lett.* **127**, 126602 (2021).
39. H. Shishido, R. Sakai, Y. Hosaka, and Y. Togawa, *Appl. Phys. Lett.* **119**, 182403 (2021).
40. J. Bass and W. P. Pratt Jr, *J. Phys.: Cond. Matt.* **19**, 183201 (2007).
41. C. Fang, C. H. Wan, B. S. Yang, J. Y. Qin, B. S. Tao, H. Wu, X. Zhang, X. F. Han, A. Hoffmann, X. M. Liu, and Z. M. Jin, *Phys. Rev. B* **96**, 134421 (2017).