

# ЭФФЕКТЫ КОНЕЧНОГО ВРЕМЕНИ В ОДИНАРНОМ И ДВОЙНОМ КОМПТОНОВСКОМ РАССЕЙАНИИ

*В. К. Дубрович<sup>a</sup>, Т. А. Залялютдинов<sup>b,c\*</sup>*

<sup>a</sup> *Специальная астрофизическая обсерватория Санкт-Петербургского отделения Российской академии наук  
196140, Санкт-Петербург, Россия*

<sup>b</sup> *Санкт-Петербургский государственный университет  
198504, Санкт-Петербург, Россия*

<sup>c</sup> *Петербургский институт ядерной физики им. Б.П. Константинова  
НИЦ «Курчатовский институт»  
188300, Санкт-Петербург, Гатчина, Россия*

Поступила в редакцию 15 июня 2022 г.,  
после переработки 4 октября 2022 г.  
Принята к публикации 1 ноября 2022 г.

Рассмотрен процесс комптоновского рассеяния на свободном электроном с последующим переизлучением одного или двух фотонов в предположении конечного времени взаимодействия. Соответствующие сечения получены в рамках релятивистской квантовой электродинамики с использованием модифицированной формы фермионного пропагатора с комплексным переданным импульсом. Показано, что эффекты конечного времени могут наблюдаться при достаточно низких энергиях рассеянных фотонов. Предлагаемый метод также регуляризует возникающую инфракрасную расходимость в сечении двойного эффекта Комптона. Обсуждается возможная экспериментальная проверка рассматриваемого теоретического подхода.

DOI: 10.31857/S0044451023060019  
EDN: DDJLPX

## 1. ВВЕДЕНИЕ

В работе рассматривается вывод сечений однократного и двойного комптоновского (ДК) рассеяния в предположении, что падающий фотон взаимодействует с электроном только в течение конечного времени  $\tau$ . В рамках квантовой электродинамики все частицы задаются в виде монохроматических волн, описывающих стабильные частицы, и на сегодняшний день не существует полностью релятивистского подхода для описания процессов рассеяния на конечных временах. Однако попытки сформулировать такую теорию, в частности, для расходящихся во времени волновых пакетов представлены в [1–4]. Целью данной работы является попытка выйти за рамки монохроматического приближения, оставаясь при этом в рамках традиционной теории КЭД, хотя

и с рядом ограничений, вытекающих из такого подхода. Этого можно добиться введением комплексного импульса в амплитуду рассеяния. В качестве примера рассмотрим процессы однократного и двойного комптоновского рассеяния. Последнее представляет особый интерес в связи с известной проблемой инфракрасной расходимости [5], характерной только для монохроматического приближения плоских волн [6]. Правомерность такого подхода можно проверить в экспериментах по рассеянию фотонов на нестабильных частицах или по рассеянию коротких импульсов фотонов на свободных электронах.

Стоит отметить, что явное введение зависящих от времени адиабатических факторов в вершине взаимодействия сразу же делает теорию не лоренц-инвариантной [7]. Это усложняет построение таких величин, как вероятности перехода и сечения рассеяния. Однако здесь оказывается полезным подход, развитый для взаимодействия с нестабильными частицами. Недавно было показано, что для нестабильных фермионных частиц можно ввести следующий модифицированный фейнмановский пропага-

\* E-mail: t.zalialutdinov@spbu.ru

тор [8–11]:

$$S_F(p) = \frac{\hat{p} + m_F - i\Gamma/2}{p^2 - (m_F - i\Gamma/2)^2}, \quad (1)$$

где  $p$  — 4-вектор импульса фермиона,  $m_F$  — масса фермиона,  $\hat{p} = \gamma^\mu p_\mu$ ,  $\Gamma$  соответствует ширине распада частицы и, вообще говоря, может зависеть от переданного импульса  $q$ . В отличие от феноменологического введения множителя  $\Gamma$  в числитель обычного фейнмановского пропагатора [12]

$$S_F(p) = \frac{\hat{p} + m_F}{p^2 - m_F^2 - im_F\Gamma}, \quad (2)$$

представление в уравнении (1) удовлетворяет электромагнитному тождеству Уорда, обеспечивающему калибровочно-инвариантное описание процессов (см. работы [11, 13]).

Параметр  $\Gamma$ , введенный в уравнение (1) и связанный с распадом частиц, подразумевает конечность времени взаимодействия в процессах рассеяния. Соответствующий интервал взаимодействия определяется временем распада фермиона  $\tau = 1/\Gamma$ . В принципе, аналогичным образом можно ввести локализованные во времени эффекты для рассеяния стабильных частиц. Тогда соответствующий параметр  $\Gamma$  в уравнении (1) можно связать с длительностью лазерного импульса  $\tau_L$ . Эта картина может быть верна для одиночного квазимонохроматического фотона с убывающими энергиями, намного превышающими ширину монохроматичности фотона. Без ограничения общности мнимую добавку к импульсу, передаваемому от фотона фермиону, можно отнести либо к времени жизни нестабильной частицы, либо к времени взаимодействия (обратной ширине) квазимонохроматического фотона со стабильным фермионом.

Следует отметить, что точно такая же ситуация возникает в атомной физике при рассеянии фотонов на связанном электроном. В этом случае параметр  $\Gamma$  соответствует естественной ширине атомного уровня, которая может быть строго введена в рамках КЭД-теории профиля линии или в рамках квантовомеханического описания квазистационарных состояний [14, 15]. Однако, в отличие от КЭД во внешних полях, малая мнимая добавка к энергии свободного стабильного фермиона может быть введена только феноменологически. С такими ограничениями и с использованием пропагатора в виде (1) мы пытаемся построить сечение рассеяния квазимонохроматического фотона на свободном фермионе.

Работа построена следующим образом. В разд. 2 представлен полностью релятивистский КЭД-вывод

сечения однократного комптоновского рассеяния для налетающего квазимонохроматического фотона. Раздел 3 посвящен аналогичному рассмотрению двойного эффекта Комптона. Результаты и обсуждение представлены в разд. 4.

В статье используются релятивистские единицы, где скорость света  $c = 1$  и постоянная Планка  $\hbar = 1$ . Масса электрона  $m_e$  записывается явно. Заряд электрона  $e = -|e|$  связан с константой тонкой структуры  $\alpha$  соотношением  $\alpha = e^2/4\pi$ . Для 4-векторов и тензора используются стандартные обозначения ковариантной (нижний индекс) и контравариантной (верхний индекс) компонент, которые связаны друг с другом метрическим тензором с метрикой Минковского  $g_{\mu\nu} = g^{\mu\nu} = (1, -1, -1, -1)$ , так что, например, для компонент вектора  $a_\mu$ :  $a_\mu = g_{\mu\nu} a^\nu$  (имея в виду здесь и далее соглашение Эйнштейна о сумме). Греческие индексы принимают значения (0, 1, 2, 3), а латинские индексы (1, 2, 3). Произведение  $\gamma^\mu$ -матриц Дирака ( $\mu = 0, 1, 2, 3$ ) с 4-вектором  $a = (a_0, \mathbf{a})$  обозначается как  $\hat{a} = \gamma^\mu a_\mu$ .

## 2. КОМПТОНОВСКОЕ РАССЕЯНИЕ

Мы начинаем со стандартного КЭД-вывода формулы Клейна–Нишины [16] для комптоновского процесса, но с модифицированным пропагатором в форме (1). Соответствующий элемент  $S$ -матрицы для рассеяния одиночных фотонов  $\gamma(k_1) + e^- \rightarrow \gamma(k_2) + e^-$  дается выражением [17, 18]

$$S_{fi}^{(2)} = (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_f + k_2 - p_i - k_1) \times \frac{m_e e^2}{\sqrt{8V^4 E_i E_f \omega_1 \omega_2}} \mathcal{M}(k_1, k_2), \quad (3)$$

где  $p_i = (E_i, \mathbf{p}_i)$ ,  $p_f = (E_f, \mathbf{p}_f)$  — 4-векторы соответственно начального и конечного импульсов электрона,  $k_1 = (\omega_1, \mathbf{k}_1)$  — 4-вектор налетающего фотона с частотой  $\omega_1$  и волновым вектором  $\mathbf{k}_1$ ,  $k_2 = (\omega_2, \mathbf{k}_2)$  — 4-векторы рассеянного фотона, а  $\mathcal{M}$  — фейнмановская амплитуда процесса:

$$\mathcal{M}(k_1, k_2) = \bar{u}(p_f) \{ \hat{\varepsilon}(k_2) S_F(p_i + k_1) \hat{\varepsilon}(k_1) + \hat{\varepsilon}(k_1) S_F(p_i - k_2) \hat{\varepsilon}(k_2) \} u(p_i). \quad (4)$$

В уравнении (4)  $u(p)$  — дираковский спинор для свободного электрона с дираковским сопряжением, определяемым как  $\bar{u}(p) = u^\dagger(p) \gamma_0$ ,  $\gamma^\mu$  — матрицы Дирака,  $\varepsilon(k)$  — 4-вектор поляризации фотона с импульсом  $k$ ,  $S_F$  — фейнмановский пропагатор, определяемый выражением (1). Скорость перехода

в единицу времени в одно определяемое состояние можно найти как [17]

$$w = \frac{|S_{fi}^{(2)}|^2}{T} = V(2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_f + k_2 - p_i - k_1) \times \frac{m_e^2 e^4}{4V^4 E_i E_f \omega_1 \omega_2} |\mathcal{M}(k_1, k_2)|^2, \quad (5)$$

где  $T \rightarrow \infty$  — время наблюдения,  $V$  — фазовый объем. Поскольку нас интересует скорость перехода  $dw$  в группу конечных состояний с импульсами в интервалах  $(\mathbf{p}_f, \mathbf{p}_f + d\mathbf{p}_f)$  и  $(\mathbf{k}_2, \mathbf{k}_2 + d\mathbf{k}_2)$ , мы должны умножить уравнение (5) на количество этих состояний, которое есть

$$\frac{V^2 d\mathbf{p}_f d\mathbf{k}_2}{(2\pi)^6}. \quad (6)$$

При таком выборе нормировки состояний объем  $V$  содержит один рассеивающий центр, а поток падающих фотонов равен  $F = c/V$  ( $c$  — скорость света) [19]. Тогда соответствующее дифференциальное сечение можно найти следующим образом:

$$d\sigma_{sc} = \frac{dw}{F} = \delta^{(4)}(p_f + k_2 - p_i - k_1) \times \frac{m_e^2 e^4}{4E_i E_f \omega_1 \omega_2} |\mathcal{M}(k_1, k_2)|^2 \frac{d\mathbf{p}_f d\mathbf{k}_2}{(2\pi)^2}. \quad (7)$$

Интегрирование по  $d\mathbf{p}_f$  в уравнении (7) можно выполнить с использованием равенства [17, 20]

$$\frac{d\mathbf{p}_f}{2E_f} = \int d^4 p_f \delta(p_f^2 - m_e^2) H(p_f^0), \quad (8)$$

где  $H$  — ступенчатая функция Хевисайда. После этого уравнение (7) принимает вид

$$d\sigma_{sc} = \delta((p_i + k_1 - k_2)^2 - m_e^2) \theta(m_e + \omega_1 - \omega_2) \times \frac{m_e e^4}{2\omega_1 \omega_2} |\mathcal{M}(k_1, k_2)|^2 \frac{d\mathbf{k}_2}{(2\pi)^2}. \quad (9)$$

В дальнейшем удобно выбрать систему отсчета, в которой электрон изначально покоится, т. е.  $\mathbf{p}_i = 0$  и  $E_i = m_e$ . Тогда закон сохранения энергии, заданный аргументом дельта-функции в уравнении (9) принимает вид

$$(p_i + k_1 - k_2)^2 - m_e^2 = 2m_e(\omega_1 - \omega_2) - 2\omega_1 \omega_2 (1 - \cos \theta_{12}) = 0, \quad (10)$$

а частота рассеянного фотона  $\omega_2$  может быть выражена через  $\omega_1$  и угол  $\theta_{12}$  между соответствующими

волновыми векторами фотонов  $\mathbf{k}_1$  и  $\mathbf{k}_2$  следующим образом:

$$\omega_2 = \frac{\omega_1}{1 + \frac{\omega_1}{m_e}(1 - \cos \theta_{12})}. \quad (11)$$

Наконец, после суммирования по спину и поляризациям конечных состояний и усреднения по спинам и поляризациям начальных состояний дифференциальное сечение рассеяния принимает вид

$$\frac{d\sigma_{sc}}{d\Omega_2} = \frac{e^4}{16\pi^2} \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2 X(\omega_1, \omega_2), \quad (12)$$

где введены обозначения

$$X(\omega_1, \omega_2) = \frac{1}{2m_e^2} F(\omega_1, \omega_2) \times \left( \Gamma^4 + 16m_e^2 (\Gamma^2 + 4\omega_1^2) + 16\Gamma^2 m_e \omega_1 \right)^{-1} \times \left( \Gamma^4 + 16m_e^2 (\Gamma^2 + 4\omega_2^2) - 16\Gamma^2 m_e \omega_2 \right)^{-1} \quad (13)$$

и

$$F(\omega_1, \omega_2) = 64m_e (\Gamma^6 (\omega_1 - \omega_2) + 4\Gamma^2 m_e^2 (\omega_1 - \omega_2) (9\Gamma^2 + 4\omega_1^2 + \omega_2^2) + 8m_e^3 (4\Gamma^2 (\omega_1^2 - 4\omega_1 \omega_2 + \omega_2^2) + 5\Gamma^4 + 16\omega_1 \omega_2 (\omega_1^2 + \omega_2^2)) + 128m_e^5 (\Gamma^2 + (\omega_1 - \omega_2)^2) + 128m_e^4 (\omega_1 - \omega_2) (\Gamma^2 - 2\omega_1 \omega_2) + 2\Gamma^4 m_e (\Gamma^2 + 4\omega_1^2 - 6\omega_1 \omega_2 + 4\omega_2^2)). \quad (14)$$

В этих уравнениях частота  $\omega_2$  рассеянного фотона определяется уравнением (11).

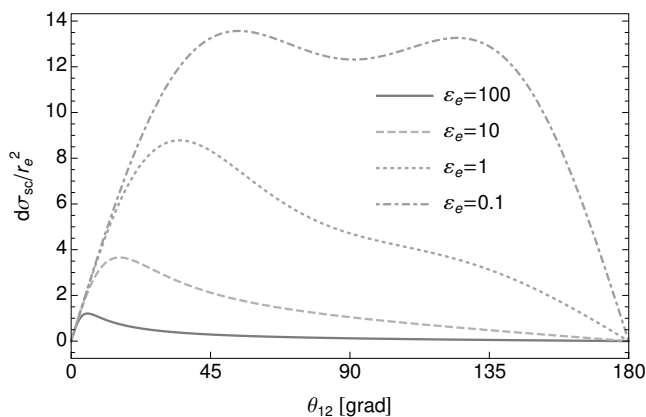
Легко проверить, что в пределе  $\Gamma \rightarrow 0$  формула (12) превращается в обычную формулу Клейна–Нишины для сечения монохроматического комптоновского рассеяния

$$\frac{d\sigma_{sc}}{d\Omega_2} \equiv \lim_{\Gamma \rightarrow 0} \frac{d\sigma_{sc}^\Gamma}{d\Omega_2} = \frac{r_e^2}{2} \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2 \times \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} + \frac{\omega_1}{\omega_2} - \sin^2 \theta_{12}\right), \quad (15)$$

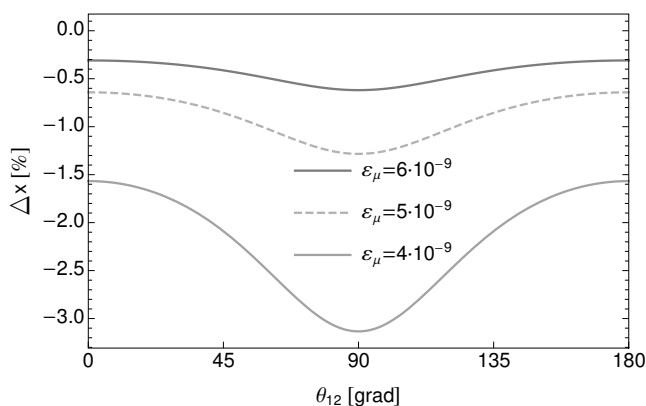
где  $r_e = e^2/(4\pi m_e)$  — классический радиус электрона.

Угловые зависимости обычного комптоновского сечения (15) для разных энергий падающего фотона представлены на рис. 1. Эти результаты можно сравнить с уравнением (12) для конечного параметра  $\Gamma$ . В рамках рассматриваемого подхода, основанного на модифицированной форме фермионного пропагатора, заданного уравнением (1), процесс рассеяния квазимонохроматического фотона шириной

$\Gamma$  на стабильной частице эквивалентен рассеянию монохроматического фотона на нестабильном фермионе с временем жизни  $\tau = 1/\Gamma$ . В качестве примера рассмотрим одиночный комптоновский процесс для мюона с массой  $m_\mu \simeq 207m_e$  и временем распада  $\tau_\mu = 2.197 \cdot 10^{-6}$  с [21]. На рис. 2 представлена относительная разница между обычным и модифицированным комптоновскими сечениями.



**Рис. 1.** Зависимости дифференциального сечения комптоновского рассеяния от угла  $\theta_{12}$  между налетающим и рассеянным фотонами при различных энергиях налетающего фотона (см. уравнение (15)). Здесь  $r_e = e^2/(4\pi m_e)$ . Энергии приведены в единицах масс покоя электрона  $\varepsilon_e \equiv \omega_1/m_e$



**Рис. 2.** Относительная разница  $\Delta x_{rel}$  в процентах между модифицированным и обычным комптоновскими сечениями рассеяния фотонов на свободном мюоне (см. уравнения (12) и (15) соответственно). Здесь  $\varepsilon_\mu \equiv \omega_1/m_\mu$  ( $m_{mu} \simeq 207m_e = 106$  МэВ) и параметр  $\Gamma$  в уравнениях (13), (14) составляет  $\Gamma_\mu = 2.996 \cdot 10^{-10}$  ЭВ

Рассмотрим также нерелятивистский предел приведенных выше уравнений, который соответствует томсоновскому рассеянию. В этом случае  $\omega_1/m_e \ll 1$  и закон сохранения энергии (11) имеет

вид  $\omega_1 \approx \omega_2$ . Затем, установив  $\omega_1 = \omega_2$  в уравнении (15) и выполнив угловое интегрирование, мы получаем [12, 22]

$$\sigma_{Th} = \frac{8\pi}{3} r_e^2. \quad (16)$$

Нас будет интересовать аналогичное выражение, но для конечного параметра  $\Gamma$ . Сохраняя члены порядка  $\Gamma^2$  в уравнении (12), интегрируя по углам и переходя к нерелятивистскому пределу, находим

$$\sigma_{Th}^\Gamma = \frac{\sigma_{Th}}{1 + \Sigma^\Gamma(\omega_1)}, \quad (17)$$

где

$$\Sigma^\Gamma(\omega_1) = 2\pi\Gamma^2 (70m_e^2\omega_1^2 + 120m_e^3\omega_1 + 60m_e^4 + 10m_e\omega_1^3 - 13\omega_1^4) (15m_e^2\omega_1^4)^{-1}. \quad (18)$$

В этом пределе, как и в выражении (12), предполагается, что ширина  $\Gamma$  меньше энергии падающего фотона  $\omega_1$ . Этот результат можно сравнить с полученным из классической электродинамики с учетом эффекта торможения излучением (описываемого некоторым параметром  $\gamma$ ) [23, 24]:

$$\sigma_{Th} = \frac{\sigma_{Th}}{1 + (\gamma/\omega_1)^2}. \quad (19)$$

Из сравнения выражений (17) и (19) следует, что вывод в рамках КЭД приводит к другой степенной зависимости уравнения (17) от частоты налетающего излучения  $\omega_1$ . Важно отметить, что эффекты конечного времени в томсоновском рассеянии ранее не рассматривались в рамках формализма КЭД. Существующие подходы к решению этой задачи относятся только к классической электродинамике. Следует отметить, что в пределе  $\Gamma \rightarrow 0$  в выражении (17) мы сразу приходим к классическому результату (16).

### 3. ДВОЙНОЕ КОМПТОНОВСКОЕ РАССЕЯНИЕ

В этом разделе мы проведем аналогичные расчеты для двойного эффекта Комптона. Сначала напомним краткий вывод сечения рассеяния процесса  $\gamma(k) + e^- \rightarrow \gamma(k_1) + \gamma(k_2) + e^-$  [5, 18]. Следуя [18], двойной эффект Комптона (ДК) описывается элементом  $S$ -матрицы третьего порядка

$$S_{fi}^{(3)} = (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_f + k_1 + k_2 - p_i - k) \times \frac{m_e e^3}{\sqrt{8V^5 E_i E_f \omega \omega_1 \omega_2}} \mathcal{M}(k, k_1, k_2), \quad (20)$$

где  $\mathcal{M}$  — фейнмановская амплитуда процесса:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}(k, k_1, k_2) = & \bar{u}(p_f) \times \\ & \times \{ \hat{\varepsilon}(k) S_F(k - p_f) \hat{\varepsilon}^*(k_1) S_F(k - k_1 - p_f) \hat{\varepsilon}^*(k_2) + \\ & + (1 \leftrightarrow 2) \\ & + \hat{\varepsilon}^*(k_1) S_F(-k_1 - p_f) \hat{\varepsilon}(k) S_F(k - k_1 - p_f) \hat{\varepsilon}^*(k_2) + \\ & + (1 \leftrightarrow 2) + \\ & + \hat{\varepsilon}^*(k_1) S_F(-k_1 - p_f) \hat{\varepsilon}^*(k_2) S_F(-k_1 - k_2 - p_f) \hat{\varepsilon}(k) + \\ & + (1 \leftrightarrow 2) \} \times \\ & \times u(p_i). \end{aligned} \quad (21)$$

В системе отсчета, где электрон изначально покоился, т.е.  $\mathbf{p}_i = 0$  и  $E_i = m_e$ , закон сохранения энергии принимает вид

$$\omega_2 = \frac{m_e(\omega - \omega_1) - \omega\omega_1(1 - \cos\theta_1)}{m_e + \omega(1 - \cos\theta_2) - \omega_1(1 - \cos\theta_{12})}. \quad (22)$$

После суммирования по спину и поляризациям конечных состояний, усреднения по спинам и поляризации начальных состояний и интегрирования по  $\omega_2$  в уравнении (20) дифференциальное сечение принимает вид

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{dc}}{d\omega_1 d\Omega_1 d\Omega_2} = & \frac{m_e e^6 \omega_1}{2^8 \pi^5 \omega} \times \\ & \times \frac{m_e(\omega - \omega_1) - \omega\omega_1(1 - \cos\theta_1)}{(m_e + \omega(1 - \cos\theta_2) - \omega_1(1 - \cos\theta_{12}))^2} X(\omega, \omega_1), \end{aligned} \quad (23)$$

где

$$X(\omega, \omega_1) = \frac{1}{4} \text{Tr} \sum_{\text{polarizations}} |\mathcal{M}(\omega, \omega_1)|^2. \quad (24)$$

Суммирование в уравнении (23) и алгебра с матрицами Дирака могут быть выполнены полностью аналитическим способом с использованием программного пакета FeynCalc [25,26]. Чтобы продемонстрировать зависимость уравнения (23) от параметра  $\Gamma$ , следуем примерам, рассмотренным в [5,18]. На рис. 3 при этом возникают следующие инфракрасные особенности: две для углов  $\theta_1 = \theta_2 = \pi/2$ ,  $\theta_{12} = \pi/2$  при  $\varepsilon_e = 0$  и  $\varepsilon_e = 2/3$ , а для углов  $\theta_1 = \pi/2$ ,  $\theta_2 = 0$ ,  $\theta_{12} = \pi/2$  при  $\varepsilon_e = 0$ .

Чтобы последовательно решить эту проблему, ДК должен рассматриваться вместе с радиационными поправками следующего за ведущим порядка (next-to-leading order, NLO) к однократному процессу Комптона [27,28]. В связи с этим обычно интересуется полное сечение комptonовского рассеяния при порядке  $\alpha^3$ . Поправки NLO содержат логарифмическую расходимость, которая, как можно показать,

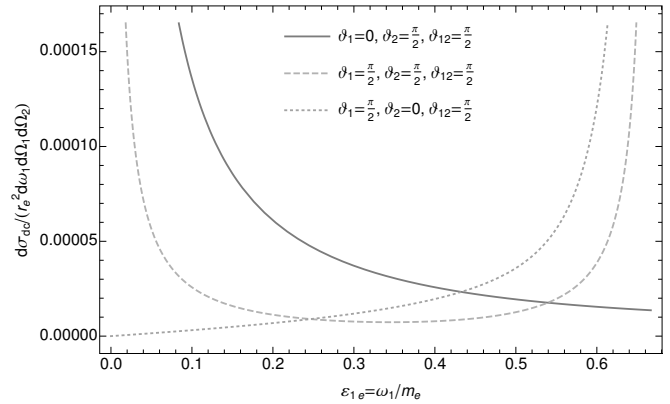


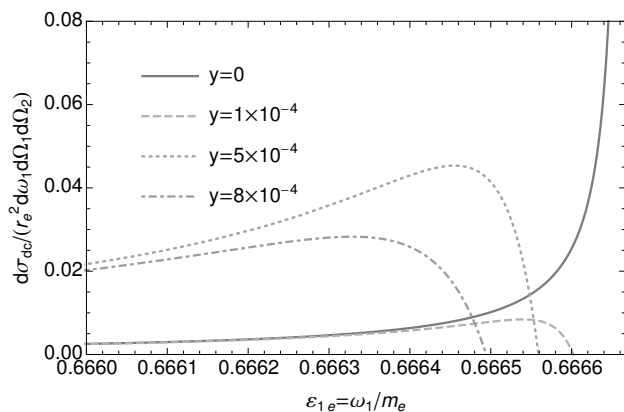
Рис. 3. Энергетические спектры сечения двойного комptonовского рассеяния для заданных направлений обоих фотонов. Энергия падающего излучения  $\varepsilon_e = \omega/m_e = 2$  (1 МэВ)

компенсируется соответствующей расходимостью в сечении ДК. При использовании регуляризации — введения массы фотона в стандартный подход [27] — при расчете обоих сечений и их суммировании зависимость от параметров регуляризации исчезает, оставляя конечную радиационную поправку порядка  $\alpha^3$ . Недостатком этого подхода является то, что сечение радиационной поправки теперь зависит от энергетического разрешения эксперимента,  $\omega_{res}$ . Аргумент в пользу суммирования двух процессов заключается в том, что ниже некоторого  $\omega_{res} \ll 1$  эксперимент не может различить вклады от испускания виртуальных фотонов, относящиеся к вычислению NLO-поправки, от реальных вкладов, испущенных в результате процесса ДК-рассеяния. При суммировании всех вкладов в полное сечение комptonовского рассеяния оказалось, что поправка может превышать порядок  $\alpha/\pi$  при достаточно высоких энергиях [29].

Однако все процедуры регуляризации связаны с рассмотрением конечного состояния системы [27]. Альтернативный физический подход к решению этой задачи основан на анализе налетающего фотона — с учетом его локализованности во времени. Действительно, стандартное рассмотрение предполагает, что падающий фотон принимается в виде монохроматической плоской волны, бесконечной во времени и пространстве [17,20,22,72]. Только в этом случае есть возможность сформировать в конце процесса сколь угодно низкочастотный фотон. Однако на самом деле таких волн в природе не существует. Есть только реальные фотоны, которые образуются по какому-то механизму излучения в течение конечного интервала времени [6]. В результате

рассеяние такого фотона на электроне приводит к конечному спектру, который полностью конечен во всем диапазоне частот. Недавно в [31] было показано, что сечение рассеяния для обратного двойного комптоновского (ОДК) процесса не имеет обычной инфракрасной расходимости, связанной с разрешением фотонного детектора в конечных состояниях. Вместо этого сингулярность переносится на энергии налетающих фотонов  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , которые являются входными параметрами для дифференциального сечения ОДК. Из рассмотрения инвертированного процесса становится очевидным, что необходимо накладывать ограничения не на разрешающую способность детектора  $\omega_{res}$  (который гипотетически можно сделать сколь угодно чувствительным к низкоэнергетической части спектра ДК), а на источник фотонов. Последнее означает, что падающий фотон действительно следует рассматривать как немонахроматический.

Полезно сравнить поведение дифференциального сечения ДК вблизи сингулярности при конечном параметре  $\Gamma \neq 0$  и в предельном случае  $\Gamma = 0$ . Соответствующие результаты представлены на рис. 4 для  $\varepsilon_e = 2$  (1 МэВ) и углов  $\theta_1 = \theta_2 = \pi/2$ ,  $\theta_{12} = 0$ . Из рис. 4 видно, что в случае  $\Gamma \neq 0$  бесконечный пик, возникающий в результате инфракрасной расходимости, сильно сглаживается.



**Рис. 4.** Энергетические спектры сечения двойного комптоновского рассеяния для заданных направлений обоих фотонов и различных значений параметра ширины в единицах массы покоя электрона  $y = \Gamma / m_e$ . Энергия падения  $\varepsilon_e = \omega / m_e = 2$  (1 МэВ), углы  $\theta_1 = \theta_2 = \pi/2$ ,  $\theta_{12} = 0$ . Сплошная синяя линия уходит в бесконечность при  $\varepsilon_{1e} = 2/3$  (или  $\varepsilon_{2e} = 0$  согласно закону сохранения энергии (11))

#### 4. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

В данной работе мы проанализировали эффекты с конечным временем при рассеянии одного или двух фотонов на свободной фермионной частице. Локализованное во времени взаимодействие вводилось малой комплексной добавкой к импульсу фотона (что означает выход за рамки монохроматического плосковолнового приближения). Для этого мы использовали теорию функций распространения неустойчивых фермионов, которые также содержат сложную добавку к импульсу, связанную с временем жизни частицы [11, 12]. При достаточно низких энергиях падающих фотонов, но все же много больших, чем соответствующая ширина импульса, сечения рассматриваемых процессов могут существенно отличаться от стандартного подхода. Выражения, полученные в данной работе, можно применить и к рассеянию фотонов на нестабильных частицах, где время жизни частицы играет роль обратной ширины. Рассмотренный подход также приводит к регуляризации инфракрасной расходимости в сечении двойного эффекта Комптона в полной аналогии с КЭД связанных состояний, где естественная ширина атомного уровня играет роль регуляризующего параметра.

Рассматриваемый в настоящей работе метод регуляризации может быть также применен к однократному и двукратному комптоновскому рассеянию в сильном лазерном поле, широко изучаемому в последние годы [32, 33]. В этом случае внешнее фотонное поле точно учитывается во всех порядках теории возмущений (картина Фарри), а пропагатор свободных электронов заменяется пропагатором электронов в представлении Волкова. Мнимая часть в сингулярных знаменателях может быть введена в этом случае в полной аналогии с процедурой Лоу [34], состоящей в суммировании геометрической прогрессии, возникающей от бесконечного числа самоэнергетических вставок электронов во внутренние электронные линии диаграмм Фейнмана.

Стоит отметить, что в недавней работе [35] обсуждались и другие подходы к введению конечного времени взаимодействия. В частности, в [35] было предложено умножать амплитуду процесса, уравнение (21), на регуляризующий коэффициент, содержащий параметр длительности импульса от источника.

С учетом изложенного выше становится очевидным, что с увеличением чувствительности детекторов к низкоэнергетической части спектра сечение двойного комптоновского эффекта в области мягких

фотонов может быть изучено экспериментально. В частности, прямое наблюдение сглаживания пиков инфракрасной расходимости, см. рис. 4, могло бы подтвердить предложенный теоретический подход. Экспериментальное исследование рассматриваемых эффектов может быть проведено с оптическими фотонами. Для двойного эффекта Комптона это приведет к тому, что переизлученный мягкий фотон окажется в радиочастотном диапазоне, где доступны достаточно чувствительные детекторы.

**Благодарности.** Авторы выражают благодарность В. Залипаеву (Лаборатория квантовых процессов и измерений, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия) и Д. Соловьеву (физический факультет, Санкт-Петербургский государственный университет, Россия) за ценные замечания при обсуждении затронутых в работе проблем.

**Финансирование.** Работа Т. З. поддержана грантом Президента РФ (грант МК-4796.2022.1.2).

## ЛИТЕРАТУРА

1. D. V. Karlovets, *J. High Energy Phys.* **2017** (3), 49 (2017).
2. D. Karlovets, *J. Phys.: Conf. Ser.* **938**, 012031 (2017).
3. D. Krebs, D. A. Reis, and R. Santra, *Phys. Rev. A* **99**, 022120 (2019).
4. K. Nomoto and R. Fukuda, *Progress Theor. Phys.* **86**, 269 (1991).
5. F. Mandl and T. Skyrme, *Proc. Roy. Soc. London, Ser. A Math. Phys. Sci.* **215**, 497 (1952).
6. J. F. Dawson and Z. Fried, *Phys. Rev. D* **1**, 3363 (1970).
7. J. Sucher, *Phys. Rev.* **107**, 1448 (1957).
8. G. L. Castro, J. L. M. Lucio, and J. Pestieau, *Mod. Phys. Lett. A* **6**, 3679 (1991).
9. G. L. Castro, J. L. M. Lucio, and J. Pestieau, *Int. J. Mod. Phys. A* **11**, 563 (1996).
10. M. Nowakowski and A. Pilaftsis, *Z. Physik C Particles and Fields* **60**, 121 (1993).
11. V. Kuksa, *Adv. High Energy Phys.* **2015**, 490238 (2015).
12. S. Weinberg, W. S, and T. de Campos, *The Quantum Theory of Fields, Vol. 2: Modern Applications*, Cambridge Univ. Press (1995).
13. V. I. Kuksa, *Phys. Particles Nuclei* **45**, 568 (2014).
14. O. Y. Andreev, L. N. Labzowsky, G. Plunien, and D. A. Solovyev, *Phys. Rep.* **455**, 135 (2008).
15. T. A. Zaliutdinov, D. A. Solovyev, L. N. Labzowsky, and G. Plunien, *Phys. Rep.* **737**, 1 (2018).
16. O. Klein and Y. Nishina, *Z. Physik* **52**, 853 (1929).
17. J. D. Bjorken and S. D. Drell, *Relativistic Quantum Mechanics*, McGraw-Hill College (1964).
18. J. M. Jauch and F. Rohrlich, *The Relativistic Quantum Field Theory of Charged Particles with Spin One-half (Texts and Monographs in Physics)*, Springer, Berlin (1976).
19. Л. П. Рапопорт, Б. А. Зон, Н. Л. Манаков, *Теория многофотонных переходов в атомах*, Атомиздат, Москва (1978).
20. A. I. Akhiezer and V. B. Berestetskii, *Quantum Electrodynamics*, Wiley-Interscience, New York (1965).
21. E. Milotti, *Atom. Data Nucl. Data Tables* **70**(2), 137 (1998).
22. V. Berestetskii, E. Lifshits, and L. Pitaevskii, *Quantum Electrodynamics*, Oxford Butterworth-Heinemann (1982).
23. T. Heinzl and A. Ilderton, arXiv:1307.0406.
24. J. Schwinger, L. Deraad, K. Milton, W. Tsai, and J. Norton, *Classical Electrodynamics*, Advanced Book Program, Avalon Publ. (1998).
25. R. Mertig, M. Böhm, and A. Denner, *Comp. Phys. Commun.* **64**, 345 (1991).
26. V. Shtabovenko, R. Mertig, and F. Orellana, *Comp. Phys. Commun.* **7**, 432 (2016).

27. L. M. Brown and R. P. Feynman, *Phys. Rev.* **85**, 231 (1952).
28. A. Ravenni and J. Chluba, *J. Cosmol. Astropart. Phys.* **2020**, 25 (2020).
29. K. J. Mork, *Phys. Rev. A* **4**, 917 (1971).
30. L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Quantum Mechanics: Non-Relativistic Theory*, Pergamon Press (1965).
31. V. Dubrovich and T. Zaliutdinov, *Physics* **3**, 1167 (2021).
32. V. Dinu and G. Torgrimsson, *Phys. Rev. D* **99**, 096018 (2019).
33. V. Dinu, T. Heinzl, and A. Ilderton, *Phys. Rev. D* **86**, 085037 (2012).
34. F. Low, *Phys. Rev.* **88**, 53 (1952).
35. E. Lötstedt and U. D. Jentschura, *Phys. Rev. A* **80**, 053419 (2009).