

# НАРУШЕНИЕ КИРАЛЬНОЙ СИММЕТРИИ И НЕОДНОРОДНЫЕ СОСТОЯНИЯ В ДЕФОРМИРОВАННЫХ ФЕРРОМАГНЕТИКАХ

А. А. Фраерман\*

*Институт физики микроструктур Российской академии наук  
607680, Нижний Новгород, Россия*

Поступила в редакцию 11 января 2023 г.,  
после переработки 16 февраля 2023 г.  
Принята к публикации 17 февраля 2023 г.

Найден общий вид киральных слагаемых, обусловленных деформацией ферромагнетика. Для ферромагнитного стержня, подвергнутого упругой деформации кручения, показана возможность перехода от спирального состояния к вихревому. В случае одиночной винтовой дислокации указано на формирование скирмионного состояния за счет упругих деформаций и спирального распределения намагниченности, индуцируемого деформациями в ядре дислокации. Определены условия, при которых происходит переход от одного кирального распределения намагниченности к другому в ансамбле одинаковых дислокаций.

DOI: 10.31857/S0044451023060081

EDN: DFLDFE

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Фундаментальной причиной нарушения киральной магнитной симметрии является взаимодействие Дзялошинского–Мория, которое существует в системах без центра инверсии [1, 2]. Если это взаимодействие достаточно сильно, то основное состояние системы представляет собой неоднородное распределение намагниченности в виде спиралей, вихрей или магнитных скирмионов [3–7]. Такая ситуация реализуется, например, в кристаллах MnSi [8, 9] или в искусственных многослойных структурах ферромагнетик/“тяжелый” металл [10–12]. Отметим, что интерес к киральным магнитным состояниям в последние годы существенно возрос. Это связано, по крайней мере, с двумя обстоятельствами. Во-первых, большой интерес представляют магнитные скирмионы, которые могут использоваться в качестве носителей информации в новых устройствах сверхплотной памяти [13]. Во-вторых, с киральными магнитными распределениями может быть связан электрический заряд и, таким образом, в этих системах возможно наблюдение магнитоэлектрического эффекта [14, 15].

Известно, что изменение симметрии кристаллической структуры ферромагнетика происходит при его механической деформации, что может приводить к нарушению киральной магнитной симметрии. В работе [16] показано, что упругие деформации кручения нарушают симметрию “левых” и “правых” магнитных спиралей в кристалле гольмия. В работе [17] авторы исследовали вопрос о влиянии упругих деформаций, создаваемых винтовой дислокацией, на киральность магнитных вихрей в ферромагнитном диске. Вопрос о влиянии деформаций важен также для понимания роли дефектов в формировании магнитных свойств ферромагнетиков [18–20]. В работах [21–24] теоретически и экспериментально исследовано влияние деформации на распределение намагниченности в киральных магнетиках. В отличие от этих работ мы предполагаем, что без деформаций система обладает центром симметрии и взаимодействие Дзялошинского–Мория запрещено. Мы найдем общий вид киральных слагаемых, обусловленных деформацией ферромагнетика, что позволит предсказать существование новых вихреподобных и спиральных состояний в таких системах.

Статья построена следующим образом. В разд. 2 изложена феноменологическая теория магнитных киральных эффектов в деформированных ферромагнетиках. В разд. 3 рассмотрены киральные магнитные состояния в ферромагнитном стержне с деформацией кручения. Показано, что в зависимо-

\* E-mail: andr@ipmras.ru

сти от величины деформации в стержне возможны либо спиральное, либо вихревое распределение намагниченности. В разд. 4 найдены распределения намагниченности, индуцированные винтовыми дислокациями. Показано, что существуют различные вклады в магнитную киральность, обусловленные как упругими деформациями, так и деформациями в ядре дислокаций. В Заключении обсуждаются возможный микроскопический механизм деформационно-индуцированного взаимодействия Дзялошинского–Мория и основные результаты работы.

## 2. ДЕФОРМАЦИОННО-ИНДУЦИРОВАННОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ДЗЯЛОШИНСКОГО–МОРИЯ: ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКОЕ РАССМОТРЕНИЕ

Итак, задача состоит в определении плотности энергии ферромагнетика, которая ответственна за нарушение киральной симметрии, в присутствии деформаций. Запишем эту часть энергии в виде

$$\varepsilon = S_{ijk} M_i \frac{\partial M_k}{\partial x_j}, \quad (1)$$

где  $M_i$  — компоненты вектора магнитного момента,  $S_{ijk}$  — тензор третьего ранга, связь которого с деформациями требуется найти. Выделяя симметричную и антисимметричную части этого тензора по первым двум индексам, получим

$$\varepsilon = \frac{1}{4} (S_{ikj} + S_{kij}) \left( M_i \frac{\partial M_k}{\partial x_j} + M_k \frac{\partial M_i}{\partial x_j} \right) + \frac{1}{4} (S_{ikj} - S_{kij}) \left( M_i \frac{\partial M_k}{\partial x_j} - M_k \frac{\partial M_i}{\partial x_j} \right). \quad (2)$$

Первое, симметричное слагаемое пропорционально пространственной производной от произведения компонент магнитного момента и сводится к поправкам к магнитоупругой энергии кристалла, которые не влияют на киральность магнитного распределения. Таким образом, задача состоит в определении связи антисимметричного тензора  $D_{ikj} = S_{ikj} - S_{kij}$  с деформациями. Поскольку деформации описываются вектором смещений  $u_i$ , искомый тензор имеет вид

$$D_{ikj} = \frac{1}{2} D_1 \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_k} - \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right),$$

где  $D_1$  — константа. Таким образом, тензор, ответственный за киральное взаимодействие, есть производная от тензора дисторсии

$$d_{ik} = \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_k} - \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right).$$

Антисимметричный тензор дисторсии может быть записан в виде  $d_{ik} = e_{ikl} A_l$ , где  $e_{ikl}$  — тензор Леви-Чивита,  $A_l = (\text{rot } \mathbf{u})_l$  есть аксиальный вектор. В итоге плотность энергии принимает вид

$$\varepsilon = D_1 \frac{\partial A_l}{\partial x_j} \left[ \mathbf{M} \times \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial x_j} \right]_l. \quad (3)$$

Отметим, что эта формула совпадает с выражением, записанным в [16], в приближении медленно пространственного изменения намагниченности и деформаций. Мы покажем, что такое взаимодействие не только снимает киральное вырождение [16], но и стабилизирует в ферромагнетике неоднородные магнитные состояния.

Если в образце есть дислокации, то возможен дополнительный вклад в тензор  $D_{ikj}$ , обусловленный неоднозначностью поля смещений в ядре дислокации. Действительно, при обходе по контуру, охватывающему линию дислокации, вектор смещения получает дополнительное приращение  $\mathbf{b}$ ,

$$\oint_L du_i = \oint_L \frac{\partial u_i}{\partial x_k} dx_k = -b_i.$$

Этот вектор получил название вектора Бюргера [25]. Направление обхода контура выбрано так, что образует “правый” винт с вектором касательной к линии дислокации. Пользуясь теоремой Стокса, перейдем от интегрирования по контуру к интегрированию по поверхности, опирающейся на этот контур:

$$\oint_L \frac{\partial u_i}{\partial x_k} dx_k = \iint_{S_L} e_{jlk} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_l \partial x_k} dS_j,$$

где нормаль к поверхности параллельна касательной к линии дислокации  $dS_j = e_{j pq} dx_p dx_q$ . В итоге имеем

$$\iint_{S_L} \left( \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_p \partial x_q} - \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_q \partial x_p} \right) dx_p dx_q = b_i. \quad (4)$$

Антисимметричный тензор третьего ранга, стоящий под знаком интеграла,

$$T_{pqi} = -T_{qpi} = \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_p \partial x_q} - \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_q \partial x_p},$$

носит название тензора кручения и представляет собой поверхностную плотность вектора Бюргерса [26]. В простейшем случае одиночной винтовой дислокации, вектор Бюргерса которой направлен вдоль оси  $z$ , тензор кручения равен

$$T_{xyz} = -T_{yxz} = b\delta(x)\delta(y).$$

Для краевой дислокации, вектор Бюргерса которой направлен вдоль оси  $x$ , имеем

$$T_{xyx} = -T_{yxx} = b\delta(x)\delta(y).$$

Итак, “киральные” вклад в энергию ферромагнетика, обусловленный деформациями, записывается в виде

$$\begin{aligned} \varepsilon = D_1 \frac{\partial A_l}{\partial x_j} \left[ \mathbf{M} \times \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial x_j} \right]_l + \\ + D_2 T_{ikj} \left( M_i \frac{\partial M_k}{\partial x_j} - M_k \frac{\partial M_i}{\partial x_j} \right), \end{aligned} \quad (5)$$

где  $D_2$  — константа. Далее мы рассмотрим некоторые следствия, к которым приводят найденные киральные слагаемые.

### 3. КИРАЛЬНЫЕ МАГНИТНЫЕ СОСТОЯНИЯ В ФЕРРОМАГНИТНОМ СТЕРЖНЕ С КРУЧЕНИЕМ

Рассмотрим неоднородное основное состояние в ферромагнитном стержне, подвергнутом деформации кручения. В этом случае компоненты вектора смещений равны  $\mathbf{u} = (-\tau zy, \tau zx, 0)$ , где  $\tau = \alpha/L$ ,  $\alpha$ ,  $L$  — угол кручения и длина стержня соответственно, ось  $z$  выбрана вдоль оси стержня [25]. Предполагается, что стержень имеет круглое сечение радиуса  $R$ , деформации малы,  $\tau R \ll 1$ , и дислокации отсутствуют. Подставляя эти компоненты вектора смещений в формулу (3), получаем

$$\varepsilon = D_1 \tau (\mathbf{M} \cdot \text{rot}_\perp \mathbf{M}) - 2D_1 \tau (\mathbf{M} \cdot \text{rot}_\parallel \mathbf{M}), \quad (6)$$

где

$$\begin{aligned} (\text{rot}_\perp \mathbf{M})_i = e_{ikx} \frac{\partial}{\partial x} M_k + e_{iky} \frac{\partial}{\partial y} M_k, \\ (\text{rot}_\parallel \mathbf{M})_i = e_{ikz} \frac{\partial}{\partial z} M_k. \end{aligned}$$

Индексы у дифференциального оператора  $\text{rot}$  указывают, что он действует на функции, зависящие либо от поперечных ( $\perp$ ), либо от продольных ( $\parallel$ ) координат. Если предположить, что магнитный момент зависит только от продольной координаты  $z$ ,

то кручение стержня может индуцировать в нем распределение намагниченности в виде магнитной спирали, ось которой совпадает с осью стержня. При этом возникают размагничивающие поля, которые повышают энергию системы. Характеризуя направление магнитного момента полярным  $\theta$  и азимутальным  $\varphi$  углами

$$\mathbf{M} = M_0 (\sin \theta \cos \varphi \mathbf{e}_x + \sin \theta \sin \varphi \mathbf{e}_y + \cos \theta \mathbf{e}_z),$$

где  $\mathbf{e}_i$  — орты декартовой системы координат, для полной энергии с учетом обменного слагаемого и энергии размагничивающих полей в цилиндре (последнее слагаемое в фигурных скобках) получим

$$\begin{aligned} E = M_0^2 S \int_0^L \left\{ \frac{l^2}{2} \left( \left( \frac{\partial \theta}{\partial z} \right)^2 + \sin^2 \theta \left( \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)^2 \right) + \right. \\ \left. + 2D_1 \tau \sin^2 \theta \frac{\partial \varphi}{\partial z} + \pi \sin^2 \theta \right\} dz, \end{aligned} \quad (7)$$

где  $l^2$  — обменная константа,  $S$  — площадь образца. Предполагается, что углы  $\theta$  и  $\varphi$  зависят только от продольной координаты  $z$ . Принятое приближение для вычисления магнитостатической энергии справедливо при условии, что масштаб магнитной неоднородности много больше радиуса стержня. Однако более точный расчет размагничивающих полей лишь уменьшит магнитостатическую энергию и облегчит условия для образования магнитной спирали. Вариация функционала (7) по азимутальному углу приводит к уравнению

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( \sin^2 \theta \left( l^2 \frac{\partial \varphi}{\partial z} + 2D_1 \tau \right) \right) = 0. \quad (8)$$

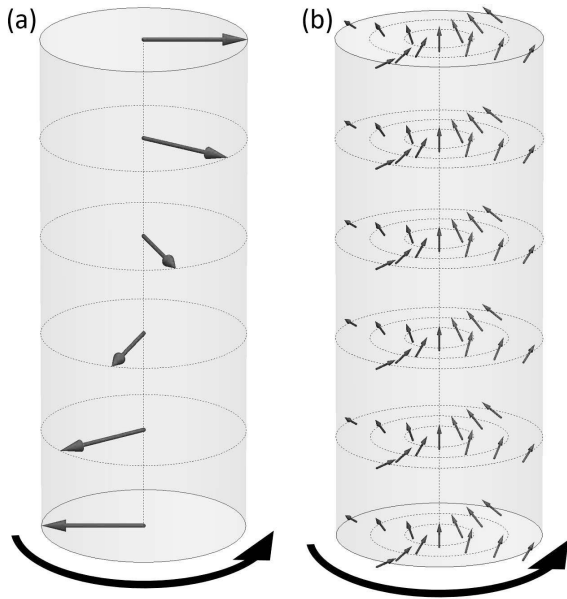
Приравнивая нулю выражение в скобках, находим волновое число спирали

$$\frac{\partial \varphi}{\partial z} = q = -\frac{2D_1 \tau}{l^2}. \quad (9)$$

Подставляя найденное решение в выражение для энергии (7), получаем, что магнитные свойства системы определяются эффективной магнитной анизотропией:

$$E_a = \left( \pi - \frac{1}{2} q^2 l^2 \right) \sin^2 \theta. \quad (10)$$

Физический смысл этой энергии состоит в конкуренции энергетического выигрыша при образовании спирали за счет взаимодействия Дзялошинского–Мория и проигрыша из-за магнитостатической энергии размагничивающих полей. Если  $q > q_c = \sqrt{2\pi}/l$ ,



**Рис. 1.** *a)* Спиральное распределение намагниченности в ферромагнитном стержне с кручением. *b)* Вихревое распределение в стержне, возникающее при уменьшении кручения

то равновесное значение полярного угла  $\theta = \pi/2$  и образование магнитной спирали энергетически выгодно (рис.1 *a*). Если же выполняется обратное условие  $q < q_c$ , то более выгодным, по сравнению со спиральным, является однородное распределение с ориентацией намагниченности вдоль стержня. Покажем, что однородное распределение не может реализоваться из-за наличия слагаемого  $D_1\tau$  ( $\mathbf{M} \cdot \text{rot}_{\perp}\mathbf{M}$ ) в киральной энергии магнетика (6) и основным состоянием в этом случае является вихревое распределение намагниченности, в котором отличны от нуля азимутальная и продольная компоненты:

$$\mathbf{M} = M_0 (\sin \theta \mathbf{e}_{\varphi} + \cos \theta \mathbf{e}_z),$$

$\mathbf{e}_{\varphi,z}$  — орты цилиндрической системы координат. Такое распределение не создает размагничивающих полей и энергия магнетика приобретает вид

$$E = 2\pi M_0^2 l^2 L \int_0^R x \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \theta}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{2} \frac{\sin^2 \theta}{x^2} + \frac{D_1 \tau}{l} \left( \frac{\partial \theta}{\partial x} + \frac{1}{x} \sin \theta \cos \theta \right) \right] dx, \quad (11)$$

$x = \rho/l$ ,  $R \equiv R/l$ . Соответствующая экстремуму функционала (11) функция  $\theta(x)$  удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{1}{x} \frac{\partial \theta}{\partial x} - \frac{\sin \theta \cos \theta}{x^2} +$$

$$+ \frac{D_1 \tau}{l} \frac{1}{x} (1 - \cos 2\theta) = 0 \quad (12)$$

с условием на границе стержня  $x = R$

$$\frac{\partial \theta}{\partial x} + \frac{D_1 \tau}{l} = 0. \quad (13)$$

Заметим, что однородные решения  $\theta = 0, \pi$  не удовлетворяют этому граничному условию. Для нахождения неоднородного решения предположим, что намагниченность мало отклоняется от оси стержня. Тогда уравнение (12) можно линеаризовать, например, при малых  $\theta$ . Общее решение линеаризованного уравнения имеет вид

$$\theta(x) = C_1 x + C_2 \frac{1}{x}. \quad (14)$$

Из требования конечности решения при  $x \rightarrow 0$  константа  $C_2 = 0$ . Для определения константы  $C_1$  воспользуемся граничным условием (13) и окончательно находим

$$\theta(\rho) = -\frac{D_1 \tau \rho}{l^2}. \quad (15)$$

Действительно, отклонения намагниченности от оси стержня малы в силу выполнения условий  $\tau R \ll 1$ . Таким образом, при малых значениях константы  $D_1$ ,

$$\frac{D_1 \tau}{l} < \sqrt{\pi/2},$$

основным состоянием стержня является “макроскопический” вихрь. Энергия этого состояния отрицательна, т.е. меньше энергии однородного состояния и равна

$$E = -M_0^2 V \left( \frac{D_1 \tau}{l} \right)^2,$$

где  $V$  — объем стержня (рис.1 *b*). Киральность вихревого распределения намагниченности определяется знаком взаимодействия  $D_1$ , направлением кручения  $\tau$  и ориентацией намагниченности в центре стержня. Отклонения (15) малы, но могут быть увеличены путем приложения внешнего магнитного поля, ориентированного против направления намагниченности в коре вихря. При приложении внешнего магнитного поля в энергии ферромагнетика следует учесть зеемановское слагаемое, которое имеет вид

$$E = -2\pi M_0 l^2 L H \int_0^R x \cos \theta dx. \quad (16)$$

Линеаризованное уравнение Эйлера–Лагранжа

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{1}{x} \frac{\partial \theta}{\partial x} - \frac{\theta}{x^2} - \frac{H}{M_0} \theta = 0 \quad (17)$$

при выбранном направлении магнитного поля приобретает вид уравнения Бесселя, а его решение, конечное при  $x \rightarrow 0$  и равное

$$\theta = C_1 J_1 \left( x \sqrt{\frac{M_0}{|H|}} \right),$$

есть функция Бесселя первого порядка. Используя граничное условие (13) и учитывая условие малости отклонения намагниченности от оси стержня, находим

$$\theta(\rho) = -\frac{D_1 \tau \rho}{l^2} \left( 1 + \frac{\rho^2}{4l^2} \frac{|H|}{M_0} \right). \quad (18)$$

#### 4. МАГНИТНЫЕ СОСТОЯНИЯ, ИНДУЦИРОВАННЫЕ ВИНТОВЫМИ ДИСЛОКАЦИЯМИ

Рассмотрим магнитные состояния, индуцируемые в ферромагнетике одиночной винтовой дислокацией. Следует различать область ядра дислокации  $\rho < r$ , размер  $r$  которой составляет несколько межатомных расстояний, и область  $\rho > r$ , в которой деформации можно считать упругими. Для определения киральной энергии вне ядра дислокации воспользуемся известным выражением для упругих смещений, индуцированных винтовой дислокацией [25], вектор Бюргера которой ориентирован вдоль оси  $z$ ,  $\mathbf{u} = (0, 0, b\varphi/2\pi)$ ,  $\varphi$  — азимутальный угол цилиндрической системы координат. Подставляя это решение в (6), находим вид киральной магнитной энергии, обусловленной упругими деформациями:

$$\varepsilon = \frac{D_1 b}{2\pi \rho^2} \left( M_z \frac{\partial M_\varphi}{\partial \rho} - M_\varphi \frac{\partial M_z}{\partial \rho} - \frac{1}{\rho} M_z M_\varphi \right). \quad (19)$$

Вновь полагая, что  $\mathbf{M} = M_0 (\sin \theta \mathbf{e}_\varphi + \cos \theta \mathbf{e}_z)$ , имеем

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{1}{x} \frac{\partial \theta}{\partial x} - \frac{\sin \theta \cos \theta}{x^2} - \frac{D_1 b}{2\pi l^3} \frac{1}{x^2} (1 - \cos 2\theta) = 0, \quad (20)$$

с условием на границе ядра дислокации  $x = r$

$$\frac{\partial \theta}{\partial x} + \frac{D_1 b}{2\pi l^3 r^2} = 0. \quad (21)$$

Общее решение линеаризованного уравнения (20) совпадает с решением (14). Из требования конечности  $\theta$  при  $x \rightarrow \infty$  следует, что  $C_1 = 0$ . Для определения константы  $C_2$  воспользуемся граничным условием (21) и окончательно находим

$$\theta(\rho) = \frac{D_1 b}{2\pi l^2 \rho}. \quad (22)$$

Энергия этого состояния отрицательна и равна

$$E = -\frac{1}{4\pi} M_0^2 L \left( \frac{D_1 b}{lr} \right)^2. \quad (23)$$

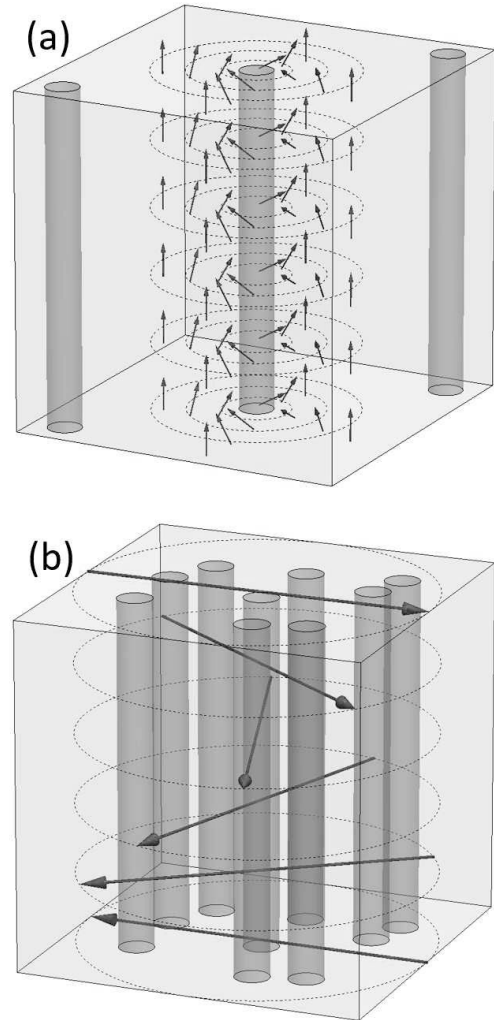


Рис. 2. а) Скирмионное распределение намагниченности, индуцированное упругими деформациями вне ядра дислокации. б) Спиральное распределение в системе из  $N$  винтовых дислокаций

Это решение представляет собой часть магнитного скирмиона, с асимптотическим поведением  $\theta \rightarrow 0$  при  $x \rightarrow \infty$  (рис.2 а). Для винтовой дислокации есть и другой вклад, обусловленный тензором кручения (5). Если вектор Бюргера имеет только  $z$ -компоненту, плотность энергии, связанная с тензором кручения, приобретает вид

$$\varepsilon = D_2 \delta(x) \delta(y) \left( M_x \frac{\partial M_y}{\partial z} - M_y \frac{\partial M_x}{\partial z} \right). \quad (24)$$

Этот вклад локализован в ядре дислокации. Предположим, что дислокационный вклад индуцирует спиральное распределение намагниченности

$$\mathbf{M} = M_0 (\mathbf{e}_x \cos qz + \mathbf{e}_y \sin qz).$$

Тогда энергия спирали как функция ее волнового числа  $q$  есть

$$E = M_0^2 V \left( \frac{1}{2} l^2 q^2 + \frac{1}{S} D_2 q \right), \quad (25)$$

где  $S$  — площадь образца. Волновое число и энергия спирали, соответствующие минимуму (25), равны

$$q_c = -\frac{D_2}{l^2 S},$$

$$E_{sp} = -\frac{1}{2} M_0^2 \frac{L_z D_2^2}{S l^2}.$$

При увеличении площади образца выигрыш энергии при образовании спирали стремится к нулю и более выгодным является образование скирмионного распределения намагниченности. Однако ситуация изменяется при переходе от изолированной дислокации к системе, состоящей из  $N$  дислокаций. Энергия такого распределения равна

$$E = M_0^2 V \left( \frac{1}{2} l^2 q^2 + N D_2 q \right). \quad (26)$$

Волновое число спирали линейно растет с увеличением плотности:

$$q_c = -\frac{D_2 N}{l^2},$$

а энергия этого состояния

$$E_{sp} = -\frac{1}{2} M_0^2 V N^2 \frac{D_2^2}{l^2}.$$

При этом энергия скирмионного распределения увеличивается по модулю линейно с ростом концентрации дислокаций:

$$E_{sc} = -\frac{1}{4\pi} M_0^2 L \left( \frac{D_1 b}{lr} \right) N.$$

Более того, этот рост замедляется из-за эффективного “отталкивания” скирмионов, порожденных различными дислокациями. Для оценки величины этого эффекта рассмотрим распределение намагниченности от двух винтовых дислокаций, расположенных на расстоянии  $\rho_0$ . В линейном приближении это распределение есть суперпозиция распределений, порождаемых каждой из дислокаций  $\theta = \theta_1 + \theta_2$ . Можно записать

$$\theta = \frac{D_1 b}{2\pi l^2} \left( \frac{1}{\rho} + \frac{1}{|\rho - \rho_0|} \right). \quad (27)$$

Подстановка этого решения в выражение для обменной энергии даст перекрестное слагаемое

$$\varepsilon_{int} = l^2 M_0^2 \int \frac{\partial \theta_1}{\partial x_i} \frac{\partial \theta_2}{\partial x_i} dV =$$

$$= l^2 M_0^2 \oint \frac{\partial \theta_1}{\partial x_i} \theta_2 dS_i. \quad (28)$$

При выводе этой формулы мы воспользовались теоремой Стокса и учли, что в рассматриваемом приближении  $\Delta \theta_1 = 0$ . Таким образом, вычисление энергии этого взаимодействия сводится к вычислению интеграла по поверхности, ограничивающей ядро дислокации. Физически повышение энергии связано с эффективным “отталкиванием” магнитных вихрей с одинаковой киральностью. Предполагая, что расстояние между дислокациями много больше кора дислокации,  $\rho_0 \gg r$ , получаем

$$\varepsilon_{int} = M_0^2 L \left( \frac{D_1 b}{2\pi l} \right)^2 \frac{1}{r \rho_0},$$

а энергию взаимодействия  $N$  дислокаций можно оценить по формуле

$$\varepsilon_{int} \approx M_0^2 V \left( \frac{D_1 b}{2\pi l} \right)^2 \frac{1}{r} N^{3/2}.$$

Таким образом, энергия скирмионов станет положительной при  $N \approx 1/r^2$ . Это очень высокая плотность дислокаций, так как размер ядра дислокации порядка межатомного расстояния, что позволяет пренебречь эффектом “отталкивания” при расчете критической концентрации дислокации. Не учитывая эффекта взаимодействия скирмионов, оценим критическую плотность дислокаций  $N_c$ , при которой происходит переход от скирмионного распределения к спиральному. Приравнявая  $E_{sc} = E_{sp}$ , находим

$$N_c = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{D_1 b}{D_2 r} \right)^2.$$

Итак, при малой плотности дислокаций реализуется скирмионное распределение, в котором каждый “скирмион” закреплен на дислокации. При  $N > N_c$  основным состоянием системы становится “когерентное” спиральное состояние (рис. 2). Принимая во внимание, что  $r \sim b$ , мы видим, что критическая концентрация определяется соотношением констант взаимодействия Дзялошинского–Мория, обусловленных упругими ( $D_1$ ) и пластическими ( $D_2$ ) деформациями.

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основным результатом работы является определение условий, при которых деформации ферромагнетика индуцируют в нем “антисимметричный” обмен Дзялошинского–Мория (формула (5)). Наличие такого взаимодействия приводит к снятию кирального вырождения в ферромагнетике и формированию неоднородных киральных состояний. Показано, что существует две возможности управления магнитной киральностью с помощью деформаций. Во-первых, это возможно, если деформации характеризуются ротором поля смещений. Такого сорта смещения возникают, например, при упругой деформации ферромагнетика под действием кручения. Во-вторых, деформации в ядре дислокации также являются источником “антисимметричного” обмена. Важно, что вне ядра дислокации создают сдвиговое поле смещений, которые порождают неоднородные магнитные структуры иной симметрии. В работе найдены условия, при которых реализуется либо спиральное, либо вихреподобное распределение намагниченности. Таким образом, мы указываем на дополнительную возможность создания новых магнитных состояний с помощью деформаций. Так, формирование “макроскопического” вихря в ферромагнитном стержне, подвергнутом деформации кручения, представляет определенный интерес для изучения распространения электронов, фотонов или магнонов вдоль стержня. Действительно, такой вихрь характеризуется тороидным моментом  $\mathbf{T} = T\mathbf{e}_z$ , наличие которого приводит к невзаимности распространения возбуждений с волновым вектором параллельно и антипараллельно вектору тороидного момента. Кроме того, известно [27], что среды с тороидным моментом могут проявлять магнитоэлектрический эффект. Отметим также, что формирование неоднородных магнитных состояний, обусловленных антисимметричным обменом, может существенно повлиять на свойства ферромагнетиков с дефектами. Так, границы зерен в поликристаллах представляют ряд краевых дислокаций [28]. Конечно, при этом магнитная киральность в среднем по образцу не возникает, так как средний вектор Бюргера равен нулю. Однако флуктуации “антисимметричного” обмена могут приводить к специфическим неоднородным состояниям.

В заключение обсудим возможную микроскопическую природу деформационно-индуцированного антисимметричного обмена. Возможно, что за возникновение такого взаимодействия ответственно

спин-орбитальное взаимодействие. Для определения вида гамильтониана спин-орбитального взаимодействия воспользуемся методом инвариантов [29]. Тогда в низшем по волновому вектору электронов  $\mathbf{k}$  приближении для гамильтониана спин-орбитального взаимодействия имеем  $\hat{H}_{SO} = \Omega_{ij}\sigma_i k_j$ , где  $\sigma_i$  — матрицы Паули,  $\Omega_{ij}$  — псевдотензор второго ранга. В торсионно-деформированных твердых телах этот псевдотензор связан с антисимметричным тензором третьего ранга  $D_{ksj}$  (формула (5)), найденным в нашей работе,  $\Omega_{ij} = e_{iks}D_{ksj}$ . Наличие спин-орбитального взаимодействия в газе электронов проводимости приводит к особенностям его магнитной восприимчивости и возникновению антисимметричного взаимодействия двух магнитных ионов, помещенных в такой газ [30, 31].

**Финансирование.** Работа выполнена в рамках государственного задания № 0030-2021-0021.

## ЛИТЕРАТУРА

1. I.E. Dzyaloshinskii, Sov. Phys. JETP **5**, 1259 (1957).
2. T. Moriya, Phys. Rev. **120**, 91 (1960).
3. A.N. Bogdanov and D. A. Yablonskii, Sov. Phys. JETP **68**, 101 (1989).
4. A.N. Bogdanov and A. Hubert, J. Magn. Magn. Mater. **138**, 255 (1994).
5. U.K. Röbller, A.N. Bogdanov, and C. Pfleiderer, Nature **442**, 797 (2006).
6. A.N. Bogdanov and U.K. Röbller, Phys. Rev. Lett. **87**, 037203 (2001).
7. B. Binz, A. Vishwanath, and V. Aji, Phys. Rev. Lett. **96**, 207202 (2006).
8. S. Mühlbauer, B. Binz, F. Jonietz et al., Science **323**, 915 (2009).
9. A. Crepieux and C. Lacroix, J. Magn. Magn. Mater. **182**, 341 (1998).
10. S. Rohart and A. Thiaville, Phys. Rev. B **88**, 184422 (2013).
11. A. Fert, V. Cros, and J. Sampaio, Nat. Nanotechnol. **8**, 152 (2013).
12. M. Bode, Nature **447**, 190 (2007).
13. A. Fert, N. Reyren, and V. Cros, Nat. Rev. Mater. **2**, 17031 (2017).
14. В. Г. Барьяхтар, В. А. Львов, Д. А. Яблонский, Письма в ЖЭТФ **21**, 565 (1983).
15. M. Mostovoy, Phys. Rev. Lett. **96**, 067601 (2006).

16. V.I. Fedorov, A.G. Gukasov, V. Kozlov, S.V. Maleyev, V.P. Plakhty, and I.A. Zobkalo, *Phys. Lett. A* **224**, 372 (1997).
17. A.B. Butenko and U. K. Rößler, *EPJ Web of Conf.* **40**, 08006 (2013).
18. A. Arrott, *J. Appl. Phys.* **34**, 1108 (1963).
19. K.L. Metlov and A. Michels, *Phys. Rev. B* **91**, 054404 (2015).
20. K.L. Metlov, K. Suzuki, D. Honecker, and A. Michels, *Phys. Rev. B* **101**, 214410 (2020).
21. P. Schoenherr, J. Müller, L. Köhler et al., *Nature Phys.* **14**, 465 (2018).
22. M. Azhar, V. P. Kravchuk, and M. Garst, *Phys. Rev. Lett.* **128**, 157204 (2022).
23. L. Liu, W. Chen, and Y. Zheng, *Phys. Rev. Lett.* **128**, 257201 (2022).
24. N.S. Gusev, A.V. Sadovnikov, S.A. Nikitov, M.V. Sapozhnikov, and O.G. Udalov, *Phys. Rev. Lett.* **124**, 157202 (2020).
25. L.D. Landau and E.M. Lifschitz, *Theory of Elasticity*, Pergamon Press (1975).
26. М.О. Катанаев, УФН **175**, 705 (2005) [M.O. Katanaev, *Phys.-Usp.* **48**, 675 (2005)].
27. N.A. Spaldin, M. Fiebig, and M. Mostovoy, *J. Phys. Cond. Matt.* **20**, 434203 (2008).
28. J.P. Hirth and J. Lothe, *Theory of Dislocations*, Reprint Edition, Krieger Pub Co (1991).
29. E.L. Ivchenko and G.E. Pikus, *Superlattices and Other Heterostructures. Symmetry and Optical Phenomena*, Springer, Berlin (1995).
30. H. Imamura, P. Bruno, and Y. Utsumi, *Phys. Rev. B* **69**, 121303 (2004).
31. S.-X. Wang, H.-R. Chang, and J. Zhou, *Phys. Rev. B* **96**, 115204 (2017).