

ОПТИМИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ ПЕТЕЛЬ ОБРАТНОЙ СВЯЗИ В ОПТИЧЕСКИХ ЧАСАХ НА АТОМАХ ТУЛИЯ ПРИ СИНХРОННОМ СЛИЧЕНИИ

Д. О. Трегубов ^{a*}, Д. И. Проворченко ^a, Д. А. Мишин ^a, Н. Н. Колачевский ^{a,b},
А. А. Головизин ^{a**}

^a Физический институт им. П. Н. Лебедева Российской академии наук
119991, Москва, Россия

^b Международный центр квантовых технологий
121205, Москва, Россия

Поступила в редакцию 13 марта 2023 г.,
после переработки 13 марта 2023 г.
Принята к публикации 17 апреля 2023 г.

Синхронное сличение оптических часов с использованием фазово-когерентных часовых лазеров позволяет определять разность (отношение) частот часовых переходов, не ограниченную общими шумами используемых лазеров. Проведено детальное моделирование сличения двух тулиевых оптических часов с использованием синхронного опроса атомов излучением общего часового лазера. Определен ряд критических параметров, таких как остаточные нескоррелированные частотные и амплитудные шумы импульсов пробного излучения и шумы считывания, которые могут приводить к ухудшению стабильности сличения. В то же время продемонстрировано, что такой способ нечувствителен к флуктуациям числа атомов, калибровке параметров петли обратной связи, отдельным выбросам в циклах измерений и флуктуациям лабораторного магнитного поля.

Статья представлена в рамках публикации материалов конференции «Физика ультрахолодных атомов» (ФУХА-2022), Новосибирск, декабрь 2022 г.

DOI: 10.31857/S0044451023080084
EDN:IANIDK

1. ВВЕДЕНИЕ

На сегодняшний день уровень контроля систематических сдвигов частоты в оптических часах достиг рубежа 10^{-18} в относительных единицах [1–4]. Для характеристики различных источников систематического сдвига и погрешности часовой частоты, а также для экспериментального подтверждения их контроля на таком уровне необходимо проводить сличение двух или несколько часов друг с другом. Несмотря на огромный прогресс источников ультрастабильного лазерного излучения, стабильность оптических часов, в особенности оптических часов на ансамблях нейтральных атомов, зача-

стую ограничивается именно шумами часового лазера. Однако, если использовать для опроса атомных ансамблей в нескольких системах (или нескольких подансамблей в одной системе) излучение одного и того же лазера, можно практически полностью устранить шумы лазера из сигнала разности частот двух систем. В такой конфигурации при синхронном опросе удалось достичь уровня нестабильности $4.8 \cdot 10^{-17}/\sqrt{\tau}$ двух оптических часов на атомах стронция [5] и даже $4.4 \cdot 10^{-18}/\sqrt{\tau}$ для двух подансамблей [6]. Важно отметить, что такой метод может быть использован и при сличении оптических часов, работающих на разных атомах, путем фазовой привязки часовых лазеров через оптическую фемтосекундную гребенку [7].

Оптические часы на атомах тулия являются перспективными для создания транспортируемых систем. Часовой переход на длине волны 1.14 мкм мало подвержен влиянию окружения: вследствие

* E-mail: treg.dim@gmail.com

** E-mail: artem.golovizin@gmail.com

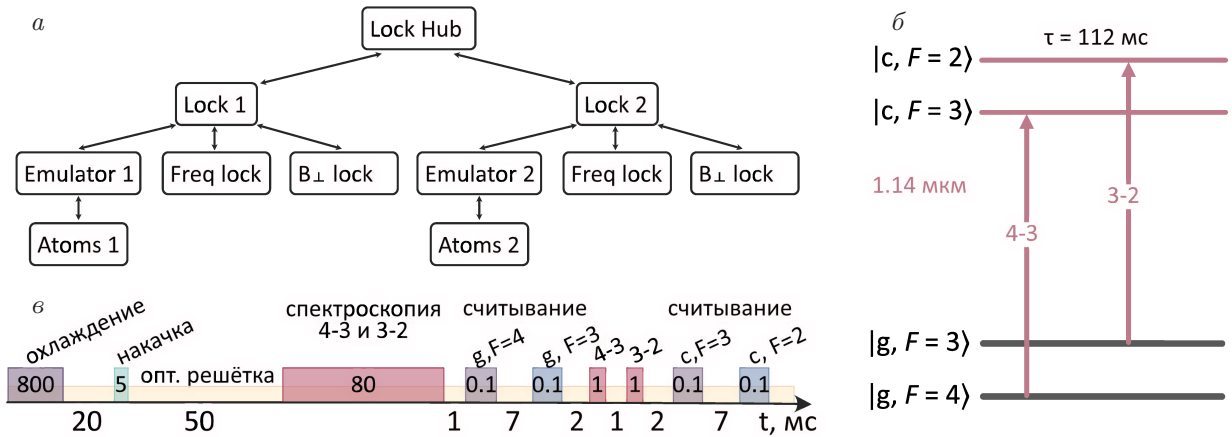


Рис. 1. а) Блок-схема программы моделирования опроса, стабилизации и сличения двух оптических часов. б) Схема уровней часового перехода в атоме тулия, используемых для формирования синтетической частоты. в) Временная диаграмма импульсов подготовки, опроса и считывания населенностей уровней. Две пары считывающих импульсов с короткими π -импульсами обоих часовых переходов между ними обеспечивают последовательные измерения населенностей всех уровней, указанных на схеме б

малой дифференциальной поляризуемости часовых уровней сдвиг частоты тепловым излучением при комнатной температуре составляет $2.3 \cdot 10^{-18}$, и влияние статических электрических полей пренебрежимо мало [8]; формирование синтетической частоты приводит к отсутствию зеемановского сдвига (первого и второго порядков) [9]. Как следствие, полный систематический сдвиг в тулиевых оптических часах ожидается на уровне единиц 10^{-17} , с доминирующим вкладом от штарковского сдвига оптической решеткой [10]. В нашей лаборатории имеются двое оптических часов на атомах тулия. Одна из систем разработана в компактном формате [11], являясь первым шагом на пути создания транспортируемых тулиевых оптических часов.

В настоящей работе мы проводим детальное моделирование эксперимента по сличению двух оптических часов с использованием синхронного метода опроса. Такое моделирование необходимо для определения ожидаемых требований для проведения эксперимента, в частности алгоритма опроса и работы петель обратных связей, необходимого уровня контроля критичных параметров, а также для определения потенциально достижимых результатов. В разд. 2 представлено описание разработанной модели. Результаты моделирования изложены в разд. 5. Выводы и обсуждение результатов приведены в разд. 4.

2. ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ

Разработанная программа моделирования опроса, стабилизации и сличения двух оптических часов основана на модели, подробно описанной в ра-

ботах [9, 12]. Она состоит из следующих основных подпрограмм (см. рис. 1).

1. **Atoms.** Этот класс осуществляет имитацию состояния ансамбля атомов аналогично его эволюции в эксперименте. Он включает в себя охлаждение и захват атомов, накачку, возбуждение пробными часовыми импульсами (спектроскопия), первую группу считывающих импульсов для определения числа атомов на подуровнях $|g, F=4\rangle$, $|g, F=3\rangle$, девозбуждение резонансными π -импульсами часового лазера, вторую группу считывающих импульсов для измерения $|c, F=3\rangle$ и $|c, F=2\rangle$, а также учет спонтанного распада атомов с часовых уровней (рис. 1б). На каждом шаге задается или изменяется число атомов на интересующих нас уровнях: $|g, F=4, m_F=0\rangle$, $|g, F=4, m_F \neq 0\rangle$, $|g, F=3, m_F=0\rangle$, $|g, F=3, m_F \neq 0\rangle$, $|c, F=3, m_F=0\rangle$, $|c, F=2, m_F=0\rangle$. Мы учитываем возможные флуктуации начального числа атомов, неидеальность и флуктуации эффективности накачки, шумы считывания и квантовый проекционный шум. Здесь мы также можем вводить флуктуации значения продольного (задающего) и поперечного магнитного полей.

2. **Laser.** Класс, формирующий значение частоты и амплитуды «пробного» импульса для опроса часовых переходов. Спектр частотных шумов генерируется с использованием функций пакета `allantools.noise`. Все указанные в работе амплитуды определенных типов шумов есть размерные коэффициенты при соответствующей степени частоты в спектральной плотности мощности (СПМ), где размерность СПМ — $\text{Гц}^2/\text{Гц}$.

3. **Emulator**. Этот класс используется для «установки» параметров измерения (частоты пробного и перекачивающего излучений, значения задающего магнитного поля, глубины оптической решетки), которые он получает от **Lock**. Также по запросу результатов измерений от **Lock** этот класс имитирует экспериментальный цикл опроса и возвращает «измеренные» значения. В реальном эксперименте этот класс будет заменен на сервер, который управляет экспериментальной установкой.

4. **Lock**. Этот класс осуществляет стабилизацию частоты лазера к атомным переходам. Подкласс **Freq lock** реализует цифровую пропорционально-интегральную петлю стабилизации частоты лазера (если точнее, соответствующих акустооптических модуляторов) к каждому из часовых переходов («4–3» и «3–2», см. рис. 1б) на основе «основных» измерений. Подкласс **B_⊥ lock** осуществляет стабилизацию (если активирована) направления магнитного поля таким образом, чтобы ось квантования была перпендикулярна вектору поляризации оптической решетки.

5. **Lock Hub**. Этот класс осуществляет главное управление экспериментом. Он запускает подпрограммы **Lock 1** и **Lock 2** и задает на каждом шаге режим измерения («основной» режим стабилизации частоты, стабилизацию магнитного поля, левый или правый склон резонанса). После получения «измеренных» значений и определения требуемых корректировок подпрограммы **Lock 1** и **Lock 2** сообщают об этом основной программе, которая в зависимости от заданного алгоритма возвращает им значения корректировок. Помимо этого, в данной программе реализованы протоколы сканирования частоты возбуждающих импульсов через резонанс для калибровки коэффициентов считывания.

Для каждого набора параметров выполнялось 10 прогонов симуляции сличения двух систем с «временем измерения» 10 000 с каждый (одно измерение в секунду). По результатам каждого прогона формировались массивы разности частот переходов «4–3», «3–2» и синтетической частоты двух систем, для которых вычислялась девиация Аллана. Также вычислялись их среднее («измеренные» разности частот ν^{meas}), начальные («установленные» ν^{init}) и средние («реальные» ν^{real}) разности частот переходов в каждом ансамбле атомов. Девиации Аллана усреднялись по проведенным 10 прогонам, а значения частот сохранялись в виде массива. Если не оговорено иначе, моделирование выполнялось при следующих параметрах.

1. Задающее магнитное поле $B_0 = 300$ мГс.

2. Начальное число атомов $N_0 = 10^5$, флуктуации 3%.

3. Эффективность накачки на подуровни $|g, F = 4, m_F = 0\rangle$ и $|g, F = 3, m_F = 0\rangle$ 20%, относительные флуктуации 3%. Неидеальность накачки (населенности подуровней $|g, F = 4, m_F \neq 0\rangle$ и $|g, F = 3, m_F \neq 0\rangle$ перед опросом часовых уровней) равна 10% от населенностей подуровней $|m_F = 0\rangle$.

4. Шумы считывания равны нулю.

5. Влияние квантового проекционного шума всегда принимается во внимание.

6. Фазовые шумы лазера состоят из белого шума фазы (коэффициент в СПМ 0.49 в `noise.violet`) и фликкер-шума частоты (коэффициент 0.09 в `noise.pink`) и являются одинаковыми для двух систем.

Поскольку изначально число атомов на подуровнях $|g, F = 4, m_F = 0\rangle$ и $|g, F = 3, m_F = 0\rangle$ близко (отличается только флуктуациями), мы будем приводить результаты сличения синтетической частоты. Девиации Аллана разности частот, стабилизированных по переходам «4–3» и «3–2», имеют тот же вид, но значения нестабильности в $\sqrt{2}$ раза больше, чем у синтетической частоты. Полученные девиации Аллана для времени усреднения $\tau \geq 100$ с аппроксимировались формулой $\sigma_y/\sqrt{\tau}$ и экстраполировались на полное время измерений. На полученных графиках также указаны стандартные отклонения «измеренных» значений разности частот, вычисленных по формуле $\Delta\nu = \langle \nu_1^{meas} - \nu_1^{real} \rangle - \langle \nu_2^{meas} - \nu_2^{real} \rangle$, где среднее вычисляется для каждого прогона. Отметим, что для всех расчетов среднее этих величин отлично от нуля на величину, меньшую ее стандартного отклонения, что говорит о корректности работы петель стабилизации.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ

Для определения выигрыша проведения синхронного опроса в сравнении с независимым мы провели сличение в следующей конфигурации. Формировался экземпляр **Laser** удвоенной длительности (20 000 с при длительности одного измерения 10 000 с) с одинаковыми значениями фликкер-шума частоты и белого шума фазы. Затем формировались экземпляры **Laser 1** и **Laser 2** из четных (нечетных) значений **Laser**. Таким образом, медленные флуктуации частоты являются общими для двух систем, а белый шум фазы — независимым. Результаты показаны на рис. 2а. Видно, что наличие даже небольшого уровня шумов приводит к быстрому ухудшению погрешности измерений.

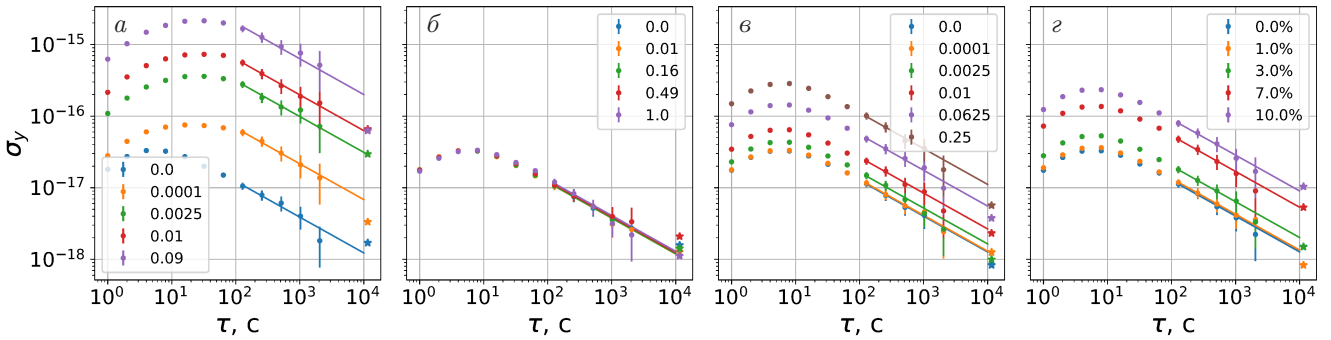


Рис. 2. Относительная девиация Аллана разности синтетических частот при времени усреднения τ в зависимости от уровня шумов лазера а) при несинхронном опросе и б) при синхронном опросе; в) при синхронном опросе в зависимости от уровня относительных шумов частот двух пробных импульсов (белый шум частоты); г) при синхронном опросе в зависимости от уровня относительных флуктуаций мощности пробных импульсов

На рис. 2б представлены результаты для синхронного опроса в зависимости от уровня общих флуктуаций частоты лазера (менялась амплитуда белого шума фазы, амплитуда фликкер-шума частоты равна 0.09). Погрешность измерения оказывается нечувствительна к уровню шумов лазера (в диапазонах, в которых стабилизация частоты работает) и ограничена квантовым пределом шумов.

Однако в реальных условиях, даже при точной временной синхронизации пробных часовых импульсов, относительные фазы пробных импульсов могут флуктуировать из-за различных технических шумов. Основной вклад вносят нескоррелированные флуктуации длин оптического пути от лазера до каждого из атомных ансамблей. Общепринятой практикой является активная стабилизация оптического пути с использованием акустооптического модулятора (см., например, [13, 14]), однако всегда остаются некомпенсированные участки (например, от точки разделения излучения часового лазера до интерферометра стабилизации). Мы исследовали влияние таких шумов путем задания шумов **Laser 2** в виде суммы шумов **Laser 1** и добавочного белого шума частоты (функция `noise.white`). Результаты представлены на рис. 2в. Видно, что для сличения на уровне, близком к стандартному квантовому пределу, необходимо устранять относительные шумы частоты опрашиваемого излучения на уровне лучше 0.0025.

Общие флуктуации мощности, так же как и общие флуктуации частоты, опрашиваемых импульсов не приводят к деградации стабильности измерений. Однако нескоррелированные флуктуации мощности вызывают ухудшение девиации Аллана, как это показано на рис. 2г.

Из полученных результатов можно сделать вывод, что для проведения сличения частот двух оптических часов на уровне, близком к стандартно-

му квантовому пределу, необходимо обеспечить стабильность мощности опрашиваемого излучения на уровне 1% и флуктуации частоты, вносимые не общими нестабилизированными частями оптического пути, менее $\delta\nu = 50$ мГц. Последнее при длительности пробного импульса $\Delta t = 80$ мс соответствует набору разностной фазы $\delta\phi = 2\pi\delta\nu\Delta t = 0.025$ рад.

Источником ухудшения стабильности измерений также являются шумы считывания числа атомов. На рис. 3а показаны результаты моделирования для различных значений относительных шумов считывания. Как и можно было ожидать, данные шумы начинают влиять на качество измерений при превышении величины стандартного квантового предела $1/\sqrt{N}$.

К ухудшению стабильности сличения приводит наличие «плохих» измерений, когда в работе одной или обеих систем произошел сбой (например, из-за отвязки стабилизации частоты какого-либо лазера, удвоителя или усиливающего резонатора оптической решетки). В модели мы учли такие ситуации путем задания вероятности η_b «плохого» измерения в каждой из систем (реализована в **Emulator**). При его реализации программа привязки получает от эмулятора нулевые значения измеренных населенностей и флаг «плохого» измерения и не использует его для стабилизации соответствующей частоты. В случае независимой работы петель привязок каждой из систем полученные девиации Аллана для разных значений вероятности η_b представлены на рис. 3б. Видно, что даже редкие случаи «плохих» измерений приводят к заметному ухудшению стабильности. Это связано с «рассинхронизацией» петель стабилизаций, что в какой-то мере эквивалентно внесению нескоррелированных частотных шумов. Однако, если каждая программа стабилизации будет сообщать **Lock Hub** о случившемся «плохом» измерении, можно реализовать пропуск кор-

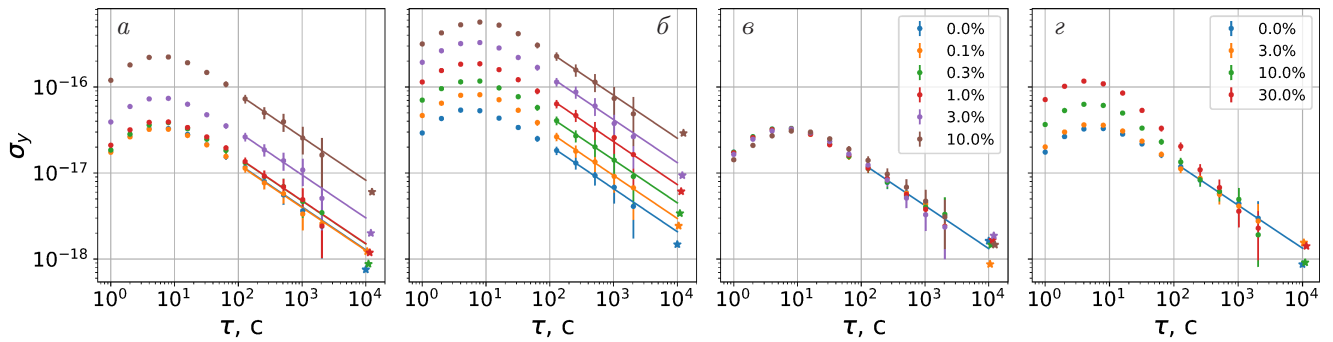


Рис. 3. Девиация Аллана разности синтетических частот при времени усреднения τ в зависимости от а) относительного уровня шумов считывания; б) вероятности нескоррелированных «плохих» измерений без синхронного исключения «плохих» циклов из коррекции частоты; в) вероятности нескоррелированных «плохих» измерений с синхронным исключением «плохих» циклов из коррекции частоты (для графиков а, б, в легенда общая); г) ошибок калибровки коэффициентов пропорционально-интегрального контроллера стабилизации частот

рекции частоты в обеих системах. В таком случае «рассинхронизации» петель стабилизаций не происходит, а девиация измерений практически не ухудшается даже при наличии большого числа «плохих» измерений (рис. 3в).

Отметим, что неточность калибровки считывания в пределах 20% не приводит к ухудшению сличения двух систем. Различие коэффициентов цифровых пропорционально-интегрирующих петель привязок приводит к ухудшению только кратковременной стабильности (рис. 3г).

Следующим важным фактором являются флуктуации магнитного поля. Мы разделим их на два типа: флуктуации продольного (параллельного полю \mathbf{B}_0 , задающего ось квантования) и перпендикулярного магнитных полей. Приводимые ниже амплитуды шумов есть размерный коэффициент при соответствующей степени частоты в СПМ, где размерность СПМ Гс²/Гц.

В случае флуктуации продольного магнитного поля, будь то вследствие нестабильности тока магнитной катушки или лабораторного магнитного поля, частота каждого из двух часовых переходов изменяется за счет изменения квадратичного зеемановского сдвига. При задающем магнитном поле $B_0 = 300$ мГц коэффициент чувствительности частоты часовых переходов к изменению продольного магнитного поля δB_{\parallel} равен $2\beta_i B_0 \approx \pm 0.15$ Гц/Гц. Здесь $\beta_i = \pm 257$ Гц/Гц² есть коэффициенты квадратичного зеемановского сдвига для переходов «4–3» и «3–2». При этом сдвиг синтетической частоты оказывается нечувствительным к таким флуктуациям [9].

Мы провели моделирование сличения двух часов при наличии броуновского шума продольного магнитного поля различной величины. На рис. 4а показаны девиации Аллана сличения частот пере-

ходов «4–3» (для перехода «3–2» график аналогичен). Видно, что наличие шума с амплитудой 0.0001 приводит к ограничению достижимой погрешности измерений на уровне 10^{-17} , а при увеличении шума девиация Аллана быстро растет. В то же время график девиации Аллана для синтетической частоты не изменяется (рис. 4б). Поскольку мы стабилизируем излучение к каждому из переходов «4–3» и «3–2», изменение разности их частот будут соответствовать изменению их зеемановских сдвигов. Из этих данных можно определить изменение продольного магнитного поля и скорректировать частоту каждого из переходов. При постобработке мы провели сглаживание этих значений по 30 измерениям (чтобы устранить флуктуации, связанные с флуктуациями частоты лазера) и скорректировали частоты переходов «4–3» (рис. 4в) и «3–2» (аналогичный, не показан). Видно, что такой метод хорошо работает до амплитуды шумов 0.01.

В случае флуктуации поперечного магнитного поля δB_{\perp} происходит одинаковое смещение частот переходов «4–3» и «3–2» (а следовательно, и синтетической частоты) вследствие изменения вклада тензорного слагаемого штарковского сдвига оптической решеткой. Зависимость этого вклада от малых флуктуаций перпендикулярного магнитного поля является квадратичной, $\delta\nu \sim (\delta B_{\perp}/B_0)^2$. В связи с этим влияние флуктуаций перпендикулярного магнитного поля на стабильность частоты переходов «4–3» и «3–2» при малых δB_{\perp} (девиации аналогичны показанной на рис. 5а для синтетической частоты) меньше, чем для флуктуаций продольного поля аналогичной амплитуды (рис. 4а). Однако, как отмечалось выше, синтетическая часовая частота обладает такой же чувствительностью к этим флуктуациям, как и частоты «4–3» и «3–2». Ранее нами была экспериментально продемонстриро-

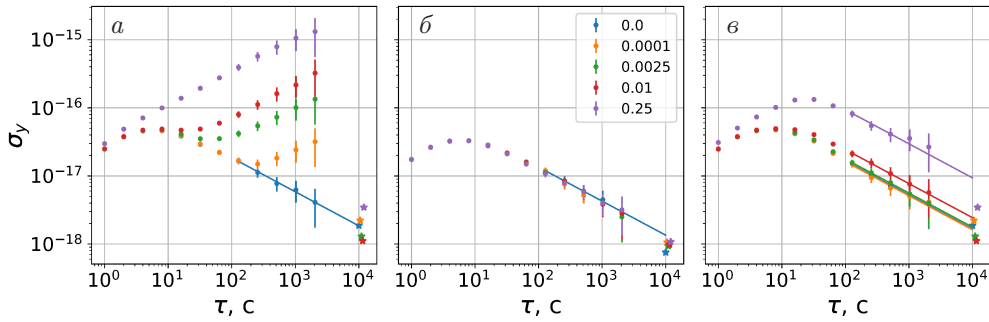


Рис. 4. Влияние флуктуаций продольного магнитного поля на сличение двух часов. *а*) Девиация Аллана разности частот перехода «4–3» двух систем при времени усреднения τ . *б*) Девиация Аллана синтетической частоты. *в*) Девиация Аллана разности частот перехода «4–3» двух систем с пострекорректировкой на основе измеренных значений продольного магнитного поля, полученных из величины разности частот переходов «4–3» и «3–2» в каждой из систем. Легенда на рис. *б* является общей для всех графиков, на ней указана амплитуда в СПМ шумов магнитного поля

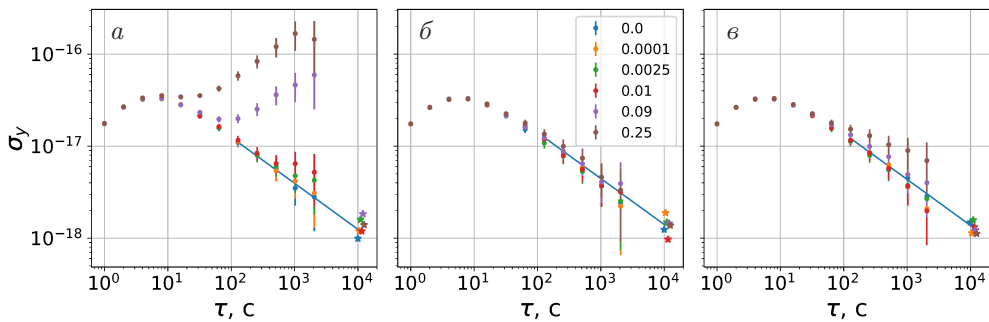


Рис. 5. Влияние флуктуаций поперечного магнитного поля на сличение двух часов (легенда общая для всех графиков). Девиация Аллана синтетической частоты при времени усреднения τ без активной стабилизации направления магнитного поля (*а*) и с ее наличием (*б*, *в*). Калибровочные измерения направления магнитного поля осуществляются раз в 4 цикла основной стабилизации (*б*), раз в 9 циклов (*в*)

вана [9] стабилизация направления задающего магнитного поля с точностью лучше 1 мрад, что обеспечивает вклад в нестабильность частоты менее 10^{-18} в относительных единицах. На рис. 5б, в показаны результаты расчетов нестабильности синтетической частоты при добавлении в алгоритм измерений (симуляций) калибровочных измерений угла между задающим магнитным полем и вектором поляризации оптической решетки (подробно см. в [9, 12]). После выполнения 4(9) измерений частот переходов на левом и правом склонах осуществляется калибровочное измерение — добавляется перпендикулярное магнитное поле $B_{\perp}^{calib} = \pm 60$ мГц ($B_0 = 300$ мГц). Из разности частот центров линий при $B_{\perp}^{calib} = \pm 60$ мГц определяется угол отклонения задающего магнитного поля от 90° , который компенсируется с помощью цифрового пропорционально-интегрального контроллера **V_{\perp} Lock**. Оптимальный алгоритм калибровочных измерений (частота их проведения и параметры петли обратной связи) будут определены экспериментально на основе измерения уровня флуктуаций перпендикулярного магнитного поля.

Так, измеренная в работе [9] зависимость δB_{\perp} от времени соответствует броуновскому шуму с амплитудой 0.04. Видно, что в этом случае можно проводить калибровочные измерения каждые 9 основных измерений (рис. 5в).

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы провели детальное моделирование сличения двух оптических часов в режиме синхронного опроса часовых переходов. Расчеты показали, что общие для двух систем флуктуации частоты и мощности часового лазера, схожего по спектру шумов с имеющимся в лаборатории, не будут оказывать влияния на измеряемую нестабильность разности частот двух систем. Однако для достижения нестабильности, определяемой стандартным квантовым пределом для ансамбля из 20 тыс. атомов, необходимо устранить ряд технических шумов. Наибольшее влияние оказывают нескоррелированные шумы частоты и мощности пробного излучения в каждой системе, что приводит к необходимости использования стабилизированных оптических волокон для

доставки излучения от часового лазера к атомам, минимизации и изоляции от окружения нескомпенсированных оптических путей, а также мониторинга и возможно активной стабилизации мощности пробных импульсов. Также необходимо обеспечить низкий уровень «классических» шумов считывания числа атомов, т. е. стабилизацию частоты считывающего лазера не хуже 0.1 от естественной ширины перехода, мощности считывающего пучка, а также достаточный уровень сигнала к шуму.

Мы показали, что наличие «плохих» измерений, когда в одной или обеих системах не удалось выполнить измерение эффективности возбуждения переходов часовым лазером, не приводит к ухудшению стабильности сличения при исключении таких циклов из корректировки частот в обеих системах. Неточности калибровки коэффициентов считывания и привязки в пределах 20% также не оказывают влияния на результаты сличения.

Мы также продемонстрировали, что типичные флуктуации магнитного поля в лаборатории не будут влиять на стабильность и точность при сличении двух тулиевых часов. Это обеспечивается, с одной стороны, за счет нечувствительности синтетической частоты к флуктуациям продольного магнитного поля, а с другой — путем проведения калибровочных измерений перпендикулярного магнитного поля и его активной стабилизации.

В итоге при реалистичных параметрах эксперимента мы ожидаем достижения относительной погрешности 10^{-17} разностной синтетической частоты двух оптических часов на атомах тулия за время измерения менее 1000 с. Это позволит нам выполнить характеризацию систематических сдвигов частоты каждой из систем на уровне 10^{-17} за достаточно небольшое время порядка нескольких дней. Применительно к измерению гравитационного сдвига, мы сможем регистрировать разность высот с разрешением 10 см при времени измерения менее 1000 с.

Финансирование. Работа была выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант № 21-72-10108).

ЛИТЕРАТУРА

1. T. Nicholson, S. Campbell, R. Hutson, G. Marti, B. Bloom, R. McNally, W. Zhang, M. Barrett, M. Safronova, G. Strouse, W. Tew, and J. Ye, *Nature Commun.* **6**, 1 (2015).
2. S. M. Brewer, J. Chen, A. M. Hankin, E. R. Clements, C. W. Chou, D. J. Wineland, D. B. Hume, and D. R. Leibbrandt, *Phys. Rev. Lett.* **123**, 033201 (2019).
3. N. Huntemann, C. Sanner, B. Lipphardt, C. Tamm, and E. Peik, *Phys. Rev. Lett.* **116**, 063001 (2016).
4. T. Bothwell, D. Kedar, E. Oelker, J. M. Robinson, S. L. Bromley, W. L. Tew, J. Ye, and C. J. Kennedy, *Metrologia* **56**, 065004 (2019).
5. E. Oelker et al., *Nature Photon.* **13**, 714 (2019).
6. T. Bothwell, C. J. Kennedy, A. Aeppli, D. Kedar, J. M. Robinson, E. Oelker, A. Staron, and J. Ye, *Nature* **602**, 420 (2022).
7. H. Inaba, K. Hosaka, M. Yasuda, Y. Nakajima, K. Iwakuni, D. Akamatsu, S. Okubo, T. Kohno, A. Onae, and F.-L. Hong, *Opt. Express* **21**, 7891 (2013).
8. A. Golovizin, E. Fedorova, D. Tregubov, D. Sukachev, K. Khabarova, V. Sorokin, and N. Kolachevsky, *Nature Commun.* **10**, 1724 (2019).
9. A. A. Golovizin, D. O. Tregubov, E. S. Fedorova, D. A. Mishin, D. I. Provorchenko, K. Y. Khabarova, V. N. Sorokin, and N. N. Kolachevsky, *Nature Commun.* **12**, 5171 (2021).
10. A. Golovizin, D. Tregubov, E. Fedorova, D. Mishin, D. Provorchenko, D. Sukachev, K. Khabarova, V. Sorokin, and N. Kolachevsky, *AIP Conf. Proc.* **2241**, 020016 (2020).
11. A. Golovizin, D. Tregubov, D. Mishin, D. Provorchenko, and N. Kolachevsky, *Opt. Express* **29**, 36734 (2021).
12. D. Tregubov, A. Golovizin, D. Provorchenko, D. Mishin, V. Sorokin, K. Khabarova, and N. Kolachevsky, 2021 Joint Conference of the European Frequency and Time Forum and IEEE International Frequency Control Symposium (EFTF/IFCS), 1 (2021).
13. K. Kuderyarov, G. Vishnyakova, K. Y. Khabarova, and N. Kolachevsky, *Laser Phys.* **28**, 105103 (2018).
14. A. Kuhl, T. Waterholter, S. Koke, G. Grosche, G. Vishnyakova, and R. Holzwarth, 2019 Joint Conference of the IEEE International Frequency Control Symposium and European Frequency and Time Forum (EFTF/IFC), 1 (2019).