

# МАСШТАБИРУЕМАЯ АРХИТЕКТУРА ГЕТЕРОЯДЕРНОГО КВАНТОВОГО РЕГИСТРА ИЗ НЕЙТРАЛЬНЫХ АТОМОВ НА ОСНОВЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНО-ИНДУЦИРОВАННОЙ ПРОЗРАЧНОСТИ

*А. М. Фарук<sup>a,b,c\*</sup>, И. И. Бетеров<sup>a,c,d,e\*\*</sup>, Пэн Сюй<sup>f,g</sup>, И. И. Рябцев<sup>a,c</sup>*

<sup>a</sup> Новосибирский государственный университет  
630090, Новосибирск, Россия

<sup>b</sup> Факультет естественных наук, Университет Аль-Азхар  
11884, Каир, Египет

<sup>c</sup> Институт физики полупроводников им. А. В. Ржанова Сибирского отделения Российской академии наук  
630090 Новосибирск, Россия

<sup>d</sup> Институт лазерной физики Сибирского отделения Российской академии наук  
630090, Новосибирск, Россия

<sup>e</sup> Новосибирский государственный технический университет  
630073, Новосибирск, Россия

<sup>f</sup> Государственная ключевая лаборатория магнитного резонанса и атомной и молекулярной физики,  
Инновационная академия науки и техники точных измерений, Китайская академия наук  
430071, Ухань, Китай

<sup>g</sup> Уханьский институт квантовых технологий  
430206, Ухань, Китай

Поступила в редакцию 14 марта 2023 г.,  
после переработки 14 марта 2023 г.  
Принята к публикации 28 марта 2023 г.

Основываясь на нашей недавней статье [arXiv: 2206.12176 (2022)], мы рассматриваем масштабируемую архитектуру гетероядерного квантового регистра из нейтральных атомов щелочных металлов, в котором возможна параллельная реализация вентилях CNOT (управляемое HE) для квантовой обработки информации. Параллельное выполнение вентилях CNOT для удаленных друг от друга пар кубитов сочетается с последовательным выполнением таких вентилях для пар соседних кубитов, в которых один из кубитов является общим для всех пар. Для выполнения вентилях используется когерентный транспорт массива атомов одного химического элемента (вспомогательные кубиты) по отношению к массиву атомов другого химического элемента (кубиты данных). Вспомогательные кубиты удерживаются в массиве мобильных оптических дипольных ловушек, генерируемых двумерным акустооптическим дефлектором. Кубиты данных хранятся в массиве стационарных оптических дипольных ловушек, создаваемых с помощью пространственного модулятора света. Когерентный транспорт обеспечивает сохранение суперпозиций логических состояний вспомогательных кубитов, несмотря на их перемещение в пространстве. При этом пути перемещения выбираются таким образом, чтобы избежать пересечений с кубитами данных в пространстве. Численно оптимизированы параметры системы для достижения точности параллельно выполняемых вентилях CNOT около  $\mathcal{F} = 95\%$  для условий, которые могут быть реализованы в эксперименте. Предложенная архитектура может быть применена для реализации поверхностных кодов квантовой коррекции ошибок. Для оценки эффективности вентилях также исследованы энтропия Реньи и взаимная информация.

*Статья представлена в рамках публикации материалов конференции «Физика ультрахолодных атомов» (ФУХА-2022), Новосибирск, декабрь 2022 г.*

DOI: 10.31857/S0044451023080096  
EDN: IAYWOR

## 1. ВВЕДЕНИЕ

В последние несколько лет достигнут значительный прогресс в реализации квантовых вычислений. Следует отдельно отметить достижения в разработке квантовых процессоров или квантовых симулято-

\* E-mail: ahmed.farouk@azhar.edu.eg

\*\* E-mail: beterov@isp.nsc.ru

ров на основе нейтральных атомов щелочных [1–3] или щелочноземельных [4] металлов. Недавно были предложены оригинальные подходы для создания квантового процессора на основе атомов, в котором реализованы динамические связи между кубитами [4–7], что может быть использовано для построения масштабируемых квантовых информационных систем. В работе [5] реализован магнитный транспорт для перемещения холодных атомов вблизи поверхности с очень высокой точностью позиционирования, при этом атомы удерживаются во всех трех измерениях. Однако высокая скорость движения атомов приводит к их нагреву. С использованием оптического пинцета стало возможным перемещать атомные кубиты без разрушения когерентных суперпозиций их состояний, как это было продемонстрировано в работе [6]. Было показано, что можно перемещать атом между двумя оптическими дипольными ловушками, имеющими одинаковую глубину, и что перенос атомов с использованием оптического пинцета не вызывает значительного нагрева атомов во время их движения.

В работе [4] была экспериментально продемонстрирована возможность реализации квантовых вентилях и выполнения кодов квантовой коррекции ошибок с динамической реконфигурацией массива атомов, когда атомы захватываются в два отдельных массива оптических дипольных ловушек. Для генерации статических (не перемещаемых в пространстве) оптических дипольных ловушек используется пространственный модулятор света (ПМС), который позволяет создавать массивы фокусов оптических пучков с произвольной пространственной конфигурацией. Для генерации мобильных (перемещаемых в пространстве) оптических дипольных ловушек применялся акустооптический дефлектор (АОД), который может формировать атомные решетки правильной формы при подаче на него многочастотного радиочастотного сигнала. При этом оба массива оптических дипольных ловушек не пересекаются в пространстве. Динамическая реконфигурация массива может быть использована для передачи квантовой информации между кубитами. При этом для создания квантовой запутанности атомных кубитов требуется их кратковременное возбуждение в ридберговские состояния.

При работе с атомами одного и того же химического элемента (гомоядерная конфигурация) атомы вначале загружаются в статические ловушки, а затем с помощью мобильного оптического пинцета выполняется перегруппировка атомов для со-

здания упорядоченного массива, не имеющего дефектов. Затем некоторые из атомов, выбранных в качестве вспомогательных, переносятся в мобильные ловушки [1]. Необходимость переноса вспомогательных кубитов в массивы, создаваемые с помощью АОД, связана с тем, что это обеспечивает более быстрое перемещение атомов, чем было бы при использовании ПМС для этих целей.

Дополнительные возможности управления энергиями взаимодействия ридберговских атомов появляются при использовании атомов различных химических элементов (гетероядерная архитектура). В работе [9] экспериментально продемонстрирован упорядоченный массив из 512 атомов двух различных химических элементов,  $^{87}\text{Rb}$  и  $^{133}\text{Cs}$ , с индивидуальным управлением квантовыми состояниями отдельных атомов с расстояниями между соседними атомами одного и того же химического элемента 10 мкм и расстоянием между атомами различных химических элементов около 7 мкм. Такое расстояние достаточно, чтобы при воздействии лазерного излучения на отдельные атомы устранить влияние на атомы, находящиеся в соседних узлах. Архитектура гетероядерного массива, реализованного в работе [9], позволяет охлаждать атомы рубидия и цезия, захватывать их в упорядоченные массивы оптических дипольных ловушек и независимо управлять их квантовыми состояниями.

Архитектура квантовых регистров, в которых перемещаемые в пространстве атомы одного и того же химического элемента используются как в качестве кубитов данных, так и в качестве вспомогательных кубитов (гомоядерная архитектура) [4], или в которых используются атомы различных химических элементов или различных изотопов в качестве кубитов данных и вспомогательных кубитов (гетероядерная архитектура [9, 10]), а также массивы полярных молекул, взаимодействующих с ридберговскими атомами [11], могут обеспечить увеличение масштаба квантовых регистров на основе атомных систем и уменьшить перекрестные помехи между соседними кубитами. Теоретические расчеты энергии взаимодействия атомов различных химических элементов на основе моделей, предложенных в работах [12, 13], показали, что за счет квантового запутывания атомов различных химических элементов в результате гетероядерного взаимодействия можно проводить точные измерения квантовых состояний кубитов со значительно уменьшенным влиянием процесса измерения на состояния соседних кубитов данных. Были предложены эвристические алгоритмы оптимизации связей внутри массива, обес-

печивающие наименьшее количество перемещений атомов для формирования упорядоченных массивов атомов двух различных изотопов (или различных химических элементов) при их первоначальной стохастической загрузке [5] или для упорядочивания массивов атомов, имеющих произвольную геометрию, заданную пользователем [10]. Массивы атомов двух различных химических элементов могут использоваться для моделирования сложных структур в квантовой физике многих тел, например, можно рассматривать задачу о максимальном независимом множестве с использованием массивов ридберговских атомов [6, 16–18]. Такая архитектура может быть перспективна для реализации так называемого квантового превосходства, которое заключается в способности квантовых компьютеров решать задачи, которые не могут быть решены с помощью классических компьютеров [19].

В нашей работе численно рассчитана точность двухкубитовых вентилях «Управляемое НЕ» (CNOT) при их параллельной реализации в больших гетероядерных атомных массивах. Мы рассмотрели генерацию квантовой запутанности между всеми соседними кубитами, что необходимо для реализации поверхностных кодов, создания кластерных состояний и других приложений. Основная идея работы заключается в том, что гетероядерные взаимодействия ридберговских атомов различных химических элементов [13] в сочетании с когерентным транспортом атомов позволяют [4] выполнять двухкубитовые вентили параллельно для множества пар кубитов в массиве, а для выполнения квантового перепутывания всех соседних кубитов достаточно четырех последовательных этапов параллельного выполнения вентилях CNOT. В отличие от исходной работы [4], благодаря гетероядерному взаимодействию, можно эффективно выполнять квантовое запутывание кубитов данных и вспомогательных кубитов параллельно во всем массиве. При этом взаимодействие атомов одного и того же химического элемента оказывается существенно слабее, что уменьшает перекрестные помехи между ними во время параллельного выполнения двухкубитовых вентилях между атомами различных химических элементов.

Для выполнения отдельных двухкубитовых вентилях мы рассмотрели предложенную в работе [20] схему, основанную на эффекте дипольной блокады и электромагнитно-индуцированной прозрачности (ЭИП). Для двух кубитов эта схема была экспериментально опробована в работе [21]. Когерентный транспорт атомов был экспериментально продемон-

стрирован в работе [4]. Массивы атомов, состоящие из двух различных химических элементов, были экспериментально реализованы для атомов рубидия и цезия в работе [9]. На их основе может быть создана гетероядерная архитектура для параллельной реализации вентилях CNOT [22].

Статья построена следующим образом. В разд. 2 описана схема вентилях CNOT на основе ЭИП, показаны структура атомных уровней энергии и последовательность лазерных импульсов для выполнения вентилях CNOT. В разд. 3 рассчитана точность двухкубитового вентилях в зависимости от средней скорости перемещения массива вспомогательных элементов из одного положения в другое и от минимального расстояния между контролирующим и контролируемым атомами. В разд. 4 обсуждается взаимная информация и энтропия Реньи. В разд. 5 подводятся итоги.

## 2. ФИЗИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Мы рассматриваем квантовый регистр из нейтральных атомов с гетероядерной архитектурой, где массив атомов цезия  $^{133}\text{Cs}$  генерируется с помощью АОД. Эти атомы выступают в роли вспомогательных кубитов и являются контролирующими при выполнении вентилях CNOT. В качестве логических состояний используются подуровни сверхтонкой структуры основного состояния атомов цезия  $|0\rangle = |6S_{1/2}, F = 3, m_F = 0\rangle$  и  $|1\rangle = |6S_{1/2}, F = 4, m_F = 0\rangle$ , где  $F$  — полный момент атома с учетом сверхтонкой структуры,  $m_F$  — проекция полного момента на направление внешнего магнитного поля (рис. 1*a, b*). Из логических состояний могут возбуждаться ридберговские состояния  $|r\rangle = |81S_{1/2}, m_j = -1/2\rangle$  двухфотонным  $\pi$ -импульсом с частотой Раби  $\Omega_r(t)$ , действующим в течение времени  $T_r$  [мкс] ( $m_j$  — проекция полного момента с учетом тонкой структуры ридберговских состояний). Форма импульса задана выражением

$$\Omega_r^{(\mathcal{N})}(t) = \begin{cases} 0, & t < \mathbb{T}_{0,0}^{(\mathcal{N})}, \\ \frac{\pi}{T_r}, & \mathbb{T}_{0,0}^{(\mathcal{N})} \leq t \leq \mathbb{T}_{1,0}^{(\mathcal{N})}, \\ 0, & \mathbb{T}_{1,0}^{(\mathcal{N})} < t < \mathbb{T}_{1,1}^{(\mathcal{N})}, \\ \frac{\pi}{T_r}, & \mathbb{T}_{1,1}^{(\mathcal{N})} \leq t \leq \mathbb{T}_{2,1}^{(\mathcal{N})}, \\ 0, & t > \mathbb{T}_{2,1}^{(\mathcal{N})}, \end{cases} \quad (1)$$

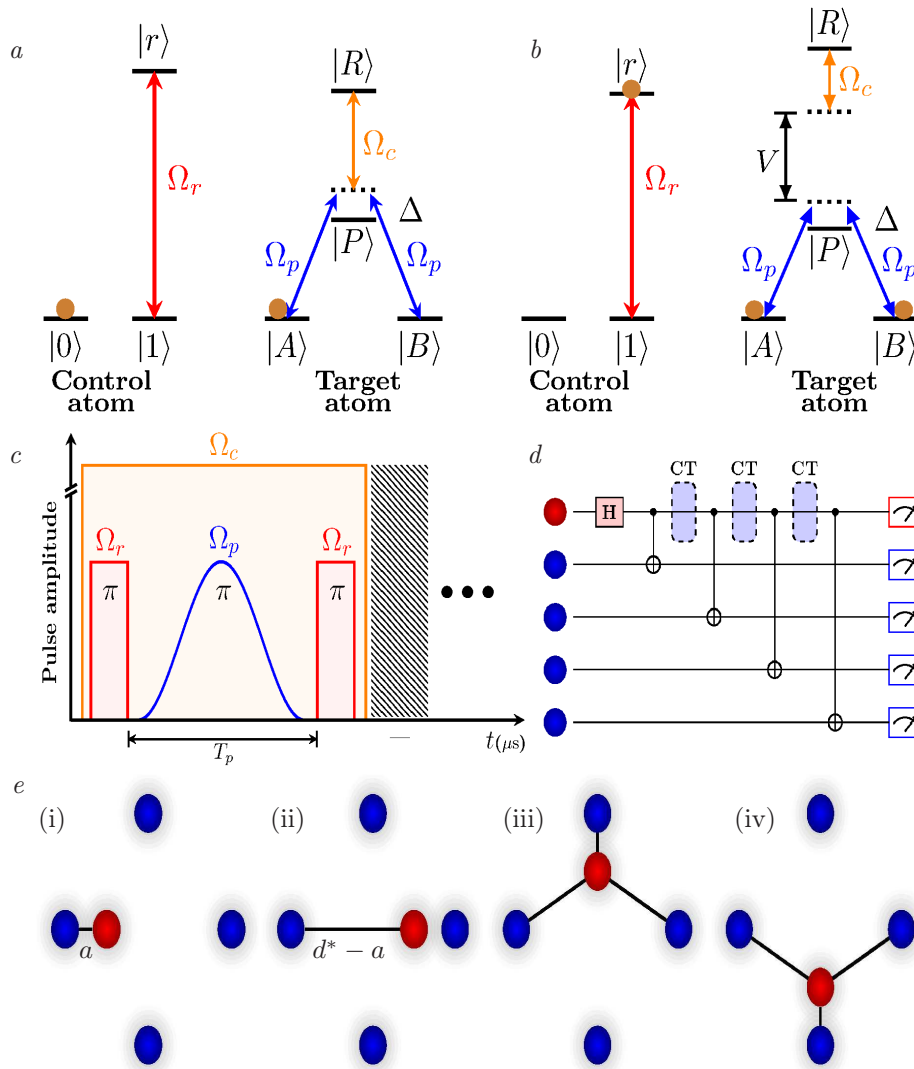
где

$$\mathbb{T}_{j,k}^{(\mathcal{N})} = \mathcal{T}_{\mathcal{N}} + jT_r + kT_p,$$

и

$$\mathcal{T}_{\mathcal{N}} = \sum_b^{\mathcal{N}} (b-1) [2T_r + T_p + T_{gap}].$$

Здесь  $T_{gap}$  — длительность когерентного транспор-



**Рис. 1.** (В цвете онлайн) Масштабируемая гетероядерная архитектура квантового регистра на основе атомов рубидия и цезия для выполнения вентиля CNOT с использованием эффекта ЭИП путем когерентного транспорта контролирующего атома рубидия (вспомогательного кубита) между четырьмя контролируемыми атомами цезия (кубитами данных). *a)* Вследствие эффекта ЭИП блокируется переход между логическими состояниями  $|A\rangle$  и  $|B\rangle$ . *b)* При лазерном возбуждении контролируемого атома в ридберговское состояние  $|r\rangle$  взаимодействие между ридберговскими состояниями нарушает режим ЭИП, что делает возможным переход между логическими состояниями  $|A\rangle$  и  $|B\rangle$  контролируемого атома. *c)* Последовательность лазерных импульсов, действующих на контролирующий и контролируемый атом  $\mathcal{N}$  при выполнении одного вентиля CNOT. Область, заштрихованная серым, иллюстрирует временной промежуток, во время которого происходит когерентный транспорт. *d)* Схема генерации перепутанных состояний при последовательном выполнении вентилях CNOT и когерентного транспорта (СТ) контролирующего атома (вспомогательного кубита) в промежутке между ними. *e)* Схема перемещения контролирующего атома при последовательном выполнении вентилях CNOT. Минимальное расстояние между контролирующим атомом и любым из контролируемых атомов  $a > R_{LR}$ , расстояние между ближайшими контролируемыми атомами равно  $d = R_{TT} = 60$  мкм, а расстояние между несмежными атомами равно  $d^* = d\sqrt{2}$

та, а  $T_p$  — продолжительность рамановского лазерного импульса,  $\mathcal{N}$  — индекс, обозначающий контролируемый атом, для которого выполняется вентиль CNOT, индексы  $j = 0, 1, 2$  и  $k = 0, 1$  используются для обозначения времен включения и выключения лазерных импульсов. Время жизни ридберговского состояния контролирующего атома составляет  $\tau_r = 548$  мкс. Гамильтониан, описывающий взаи-

модействие контролирующего атома с излучением, имеет вид

$$\hat{H}_C = \frac{1}{2} \hbar \left[ \Omega_r^{(\mathcal{N})}(t)(|1\rangle\langle r| + \text{H. c.}) - i\gamma_r|r\rangle\langle r| \right]. \quad (2)$$

Здесь  $\gamma_r = 1/\tau_r$  — скорость спонтанного распада ридберговского состояния. Массив атомов

рубидия  $^{87}\text{Rb}$  (кубитов данных) формируется в той же плоскости, что и массив атомов цезия, с помощью ПМС. Атомы рубидия являются контролируруемыми при выполнении двухкубитовых вентилях. Для кубитов данных логическими состояниями являются сверхтонкие подуровни атомов рубидия  $|A\rangle = |5S_{1/2}, F = 1, m_F = 0\rangle$  и  $|B\rangle = |5S_{1/2}, F = 2, m_F = 0\rangle$ . Переходы между логическими состояниями контролируемого атома индуцируются через промежуточное возбужденное состояние  $|P\rangle = |6P_{3/2}, m_j = 3/2\rangle$  рамановским  $\pi$ -импульсом с плавно меняющейся частотой Раби  $\Omega_p(t)$  и профилем

$$\Omega_p(t) = \sqrt{\frac{16\pi\Delta}{3T_p}} \sin^2\left(\frac{\pi t}{T_p}\right).$$

Этот импульс действует только на контролируемые атомы. Его площадь описывается выражением

$$\frac{1}{2\Delta} \int_0^{T_p} \Omega_p^2(t) dt = \pi,$$

где  $\Delta$  — отстройка от резонанса между основными состояниями и промежуточным возбужденным состоянием. Чтобы в значительной степени подавить эффект спонтанного распада промежуточного состояния, рамановская отстройка  $\Delta$  должна быть много больше скорости спонтанного распада  $\gamma_p$  [23]. Промежуточное состояние  $|P\rangle$  со временем жизни  $\tau_p = 26.4$  нс связывается с ридберговским состоянием  $|R\rangle = |77S_{1/2}, m_j = 1/2\rangle$  резонансным излучением с частотой Раби  $\Omega_c(t)$  в условиях точного двухфотонного резонанса между основным и ридберговским состояниями (рис. 1a, b). Формы зависящих от времени рамановских лазерных импульсов  $\Omega_p(t)$  и импульса  $\Omega_c(t)$  задаются следующим образом (рис. 1c):

$$\Omega_p^{(N)}(t) = \begin{cases} 0, & t < \mathbb{T}_{1,0}^{(N)}, \\ \sqrt{\frac{16\pi\Delta}{3T_p}} \sin^2\left(\frac{\pi \bar{t}}{T_p}\right), & \mathbb{T}_{1,0}^{(N)} \leq t \leq \mathbb{T}_{1,1}^{(N)}, \\ 0, & t > \mathbb{T}_{1,1}^{(N)}, \end{cases} \quad (3)$$

где  $\bar{t} = t - \mathbb{T}_{1,0}^{(N)}$ , а

$$\Omega_c^{(N)}(t) = \begin{cases} 0, & t < \mathbb{T}_{0,0}^{(N)}, \\ \Omega_c, & \mathbb{T}_{0,0}^{(N)} \leq t \leq \mathbb{T}_{2,1}^{(N)}, \\ 0, & t > \mathbb{T}_{2,1}^{(N)}. \end{cases} \quad (4)$$

Гамильтониан взаимодействия контролируемого

атома  $j$  с излучением имеет вид

$$\hat{H}_{T_j} = \frac{1}{2}\hbar \left[ \Omega_p^{(N)}(t) (|A\rangle\langle P| + |B\rangle\langle P| + \text{H. c.}) + \Omega_c^{(N)}(t) (|P\rangle\langle R| + \text{H. c.}) - (2\Delta + i\gamma_p) |P\rangle\langle P| \right], \quad (5)$$

где  $\gamma_p = 1/\tau_p$  — скорость спонтанного распада промежуточного  $|P\rangle$ -состояния контролируемого атома.

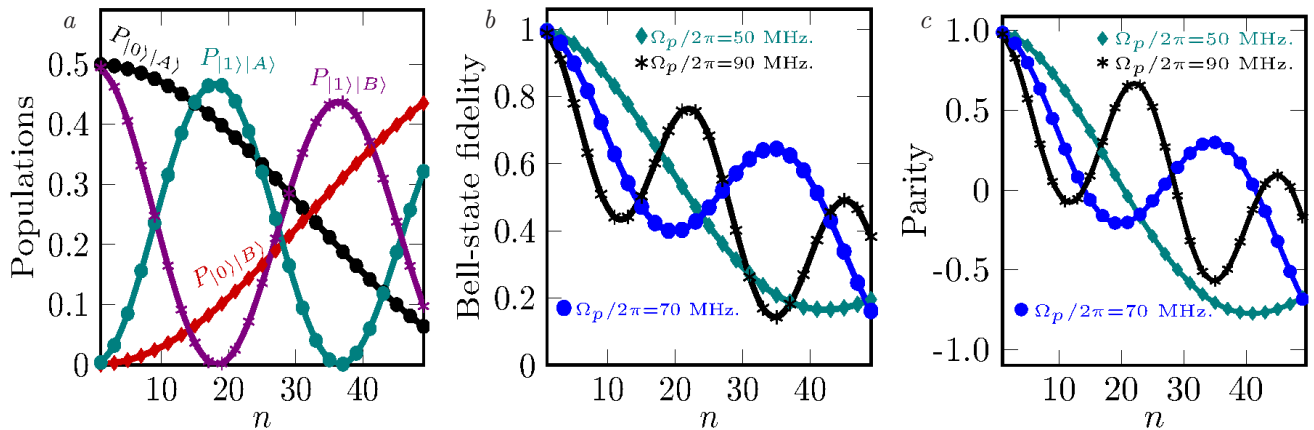
Для заданных последовательностей лазерных импульсов  $\Omega_r(t), \Omega_p(t)$  и  $\Omega_c(t)$  в случае, когда контролирующий атом изначально находился в состоянии  $|0\rangle$ , лазерное возбуждение контролирующего атома в ридберговское состояние не будет происходить, а взаимодействие между контролирующим и контролируемым атомами будет отсутствовать. Вследствие эффекта ЭИП при достаточно большом значении  $\Omega_c$  переход между логическими состояниями  $|A\rangle$  и  $|B\rangle$  контролируемого атома  $j$  будет заблокирован (рис. 1a). Если контролируемый атом изначально находится в состоянии  $|1\rangle$ , то лазерный импульс  $\Omega_r(t)$  возбудит его в ридберговское состояние  $|r\rangle$ . В результате взаимодействие Ван дер Ваальса для контролирующего и контролируемого атома  $j$  приведет к сдвигу энергии ридберговского состояния  $|R\rangle$  на  $V = V_{CT_j} > 0$ , где  $V_{CT_j}$  обозначает энергию взаимодействия контролирующего кубита  $C$  с контролируемым кубитом  $T_j$ . Это нарушит условие двухфотонного резонанса между основным и ридберговским состояниями в контролируемом атоме и сделает возможным переход между логическими состояниями  $|A\rangle$  и  $|B\rangle$  (рис. 1b). Это соответствует выполнению вентиля CNOT, как было показано в работе [20].

Гамильтониан взаимодействия контролирующего и контролируемого атома  $j$  имеет вид

$$\hat{H}_{CT_j} = V_{CT_j} |r\rangle\langle r| \otimes |R\rangle_j\langle R|,$$

где  $V_{CT_j} = C_3/R^3$ ,  $C_3/2\pi = 14.25$  ГГц · мкм<sup>3</sup>,  $R_{LR} = 1.9$  мкм<sup>1</sup>. Значения энергий взаимодействия и времен жизни в нашей работе рассчитаны с использованием библиотеки Alkali Rydberg Calculator (ARC) [24] и детально описаны в работе [22].

<sup>1</sup> В нашем моделировании межатомное расстояние  $R_{CT_j}$  между контролирующим и контролируемым атомами является зависящей от времени функцией, определяющей фактическое положение управляющего атома в процессе реализации.



**Рис. 2.** (В цвете онлайн) *a*) Результат выполнения последовательности вентилей CNOT в зависимости от числа последовательно выполненных вентилей для одного контролируемого атома в зависимости от числа циклов  $n \in (2N - 1)$  для системы, первоначально приготовленной в суперпозиционное состояние  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)|A\rangle$  при частоте Раби рамановского импульса  $\Omega_p = 2\pi \cdot 70$  МГц. Точность генерации состояний Белла (*b*) и осцилляции четности  $\mathcal{P} = 2(P_{|0\rangle|A\rangle} + P_{|1\rangle|B\rangle}) - 1$  (*c*) в зависимости от числа последовательно выполненных вентилей. Численно рассчитанная четность имеет амплитуду, равную 98.86% и 97.77% при выполнении только одного вентиля CNOT, т. е.  $n = 1$  для  $\Omega_p = 2\pi \cdot 70$  МГц и  $\Omega_p = 2\pi \cdot 90$  МГц соответственно. Здесь  $a = 5$  мкм,  $\Omega_c = 2.5\Omega_p$  и время выполнения вентиля  $\tau_n = n(2T_r + T_p) + (n - 1)T_{gap}$

Рассматриваемая нами пространственная конфигурация для атомов в оптических дипольных ловушках задана таким образом, что расстояние между атомами одного и того же химического элемента достаточно велико, чтобы подавлять любые гомоядерные ридберговские взаимодействия внутри массива,

$$\hat{H}_{\text{TT}} = \sum_{j \neq k}^N V_{T_j T_k} |R\rangle_j \langle R| \otimes |R\rangle_k \langle R|.$$

Кроме того, гетероядерное ридберговское взаимодействие между контролируемым атомом одного химического элемента и удаленными от него атомами другого химического элемента  $k$  также отсутствует. Для этого должно выполняться условие  $a = R_{\text{CT}_j} \ll R_{\text{CT}_k}$  ( $j \neq k$ ). Взаимодействие между контролируемыми атомами рубидия имеет характер взаимодействия Ван дер Ваальса (VdW), т. е.

$$V_{T_j T_k} = \frac{C_6}{R^6},$$

с  $C_6/2\pi = 2036$  ГГц  $\cdot$  мкм<sup>6</sup> и  $R_{\text{LR}} = 1.8$  мкм.<sup>2)</sup> Учитывая расстояние между двумя соседними контролируемыми атомами  $d > 20$  мкм, мы имеем  $V_{T_j T_k} \ll V_{\text{CT}_j}$ . Взаимодействие между гетероядерными атомами из-за резонанса Фёрстера име-

ет характер диполь-дипольного ( $d-d$ ) взаимодействия при межатомном расстоянии между контролирующим и ближайшим контролируемым атомами  $R_{\text{CT}_j} < R_{\text{VdW}} = 31$  мкм. Время выполнения последовательности квантовых вентилей

$$\tau_N = N(2T_r + T_p) + (N - 1)T_{gap},$$

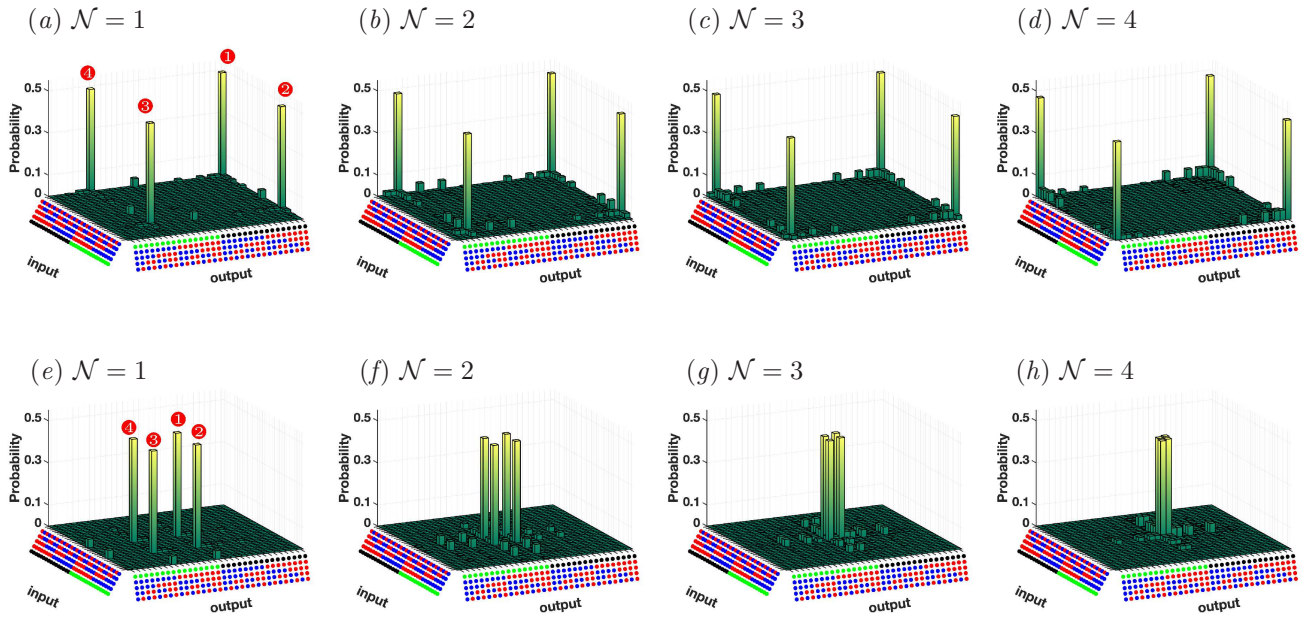
где  $N = 4$  — количество контролируемых атомов.

На рис. 2 мы рассмотрели простейший случай, когда имеется только один контролируемый атом (см. рис. 1*d*). Контролирующий атом после вентиля Адамара будет приготовлен в суперпозиции основных состояний:

$$H|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle).$$

Последовательность лазерных импульсов, описанная выше, должна генерировать перепутанные состояния Белла. Вентиль Адамара может быть реализован в представлении сферы Блоха путем выполнения вращения кубита на  $90^\circ$  по оси  $Y$  с последующим вращением на  $180^\circ$  по оси  $X$ . Следует отметить, что при многократном выполнении двухкубитового вентиля CNOT происходит регулярный обмен населенностями между состояниями ( $|1\rangle|A\rangle \leftrightarrow |1\rangle|B\rangle$ ), но при этом максимальное значение точности состояний Белла постепенно уменьшается, как показано на рис. 2*b*. Скорость обмена населенностями при этом зависит от значения  $\Omega_p$ .

<sup>2)</sup> Величина  $R_{T_j T_k}$  имеет постоянное значение, поскольку контролируемые атомы захвачены статической ловушкой.



**Рис. 3.** (В цвете онлайн) Таблицы истинности для генерации состояния Гринберга–Хорна–Цайлингера после выполнения вентилей CNOT<sup>N</sup> для каждого из контролируемых атомов: *a–d* — для состояний из уравнения (6); *e–h* — для состояний из уравнения (7). Логические состояния  $|0\rangle$ ,  $|1\rangle$ ,  $|A\rangle$  и  $|B\rangle$  обозначены в виде черных, зеленых, красных и синих кругов соответственно. Здесь  $N = 4$ ,  $T_{gap} = 1.09$  мкс,  $T_r = 1666$  нс,  $a = 5$  мкм,  $d = 60$  мкм,  $\Delta = 2\pi \cdot 1200$  МГц,  $\Omega_p = 2\pi \cdot 70$  МГц,  $\Omega_c = 2.5\Omega_p = 2\pi \cdot 175$  МГц

На рис. 3 показана таблица истинности для генерации состояний Гринберга–Хорна–Цайлингера

$$\begin{aligned}
 |\psi_0\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle + |1\rangle) |AAAA\rangle \rightarrow \\
 &\rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \left( |0\rangle |AAAA\rangle + |1\rangle |B\rangle^{\otimes N} |A\rangle^{\otimes (N-N)} \right) \quad (6)
 \end{aligned}$$

(рис. 3a) и

$$\begin{aligned}
 |\psi_0\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle + |1\rangle) |BBBB\rangle \rightarrow \\
 &\rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \left( |0\rangle |BBBB\rangle + |1\rangle |A\rangle^{\otimes N} |B\rangle^{\otimes (N-N)} \right) \quad (7)
 \end{aligned}$$

(рис. 3b). Массив контролируемых атомов во время выполнения квантовых вентилей перемещается так, как показано на примере одного атома из массива на рис. 1e. Столбец 1 в численно рассчитанных таблицах истинности на рис. 3 соответствует сохранению системы в исходном состоянии  $|0\rangle |AAAA\rangle \xrightarrow{\text{CNOT}} |0\rangle |AAAA\rangle$ . Видно, что его амплитуда практически не уменьшается под действием многократных лазерных импульсов и когерентного транспорта, изображенного на рис. 2a при  $n = 1$ . Переходу между состояниями  $|1\rangle |A\rangle$  и  $|1\rangle |BBBB\rangle$ , который также показан на рис. 4, по маршруту  $|1\rangle |AAAA\rangle \xrightarrow{\Omega_r(t)} |r\rangle |AAAA\rangle \xrightarrow{\text{SWAP}}$

$|r\rangle |BAAA\rangle \xrightarrow{\Omega_r(t)} |1\rangle |BAAA\rangle \xrightarrow{\text{CT}} |1\rangle |BAAA\rangle \xrightarrow{\Omega_r(t)} |r\rangle |BAAA\rangle \xrightarrow{\text{SWAP}} |r\rangle |BBAA\rangle \xrightarrow{\Omega_r(t)} |1\rangle |BBAA\rangle \xrightarrow{\text{CT}} |1\rangle |BBAA\rangle \xrightarrow{\Omega_r(t)} |r\rangle |BBAA\rangle \xrightarrow{\text{SWAP}} |r\rangle |BBBA\rangle \xrightarrow{\Omega_r(t)} |1\rangle |BBBA\rangle \xrightarrow{\text{CT}} |1\rangle |BBBA\rangle \xrightarrow{\Omega_r(t)} |r\rangle |BBBA\rangle \xrightarrow{\text{SWAP}} |r\rangle |BBBB\rangle \xrightarrow{\Omega_r(t)} |1\rangle |BBBB\rangle$ , соответствует рис. 3a (SWAP — процесс переноса населенностей между основными состояниями контролируемых атомов).

### 3. ТОЧНОСТЬ ГЕНЕРАЦИИ СОСТОЯНИЯ ГРИНБЕРГА–ХОРНА–ЦАЙЛИНГЕРА

Для  $N = 4$  контролируемых атомов рассмотрим генерацию состояния Гринберга–Хорна–Цайлингера, которое широко используется в квантовых вычислениях и криптографии [25]. Для оценки точности генерации состояния Гринберга–Хорна–Цайлингера мы использовали следующее определение точности произвольного состояния квантовой системы  $\hat{\rho}$  по отношению к эталонному состоянию  $\hat{\sigma}$  [26]:

$$\mathcal{F}(\hat{\rho}, \hat{\sigma}) = \text{Tr} \left( \sqrt{\sqrt{\hat{\rho}} \hat{\sigma} \sqrt{\hat{\rho}}} \right),$$

где матрица плотности  $\hat{\rho}$  вычислена после выбора подпространства логических основных состоя-

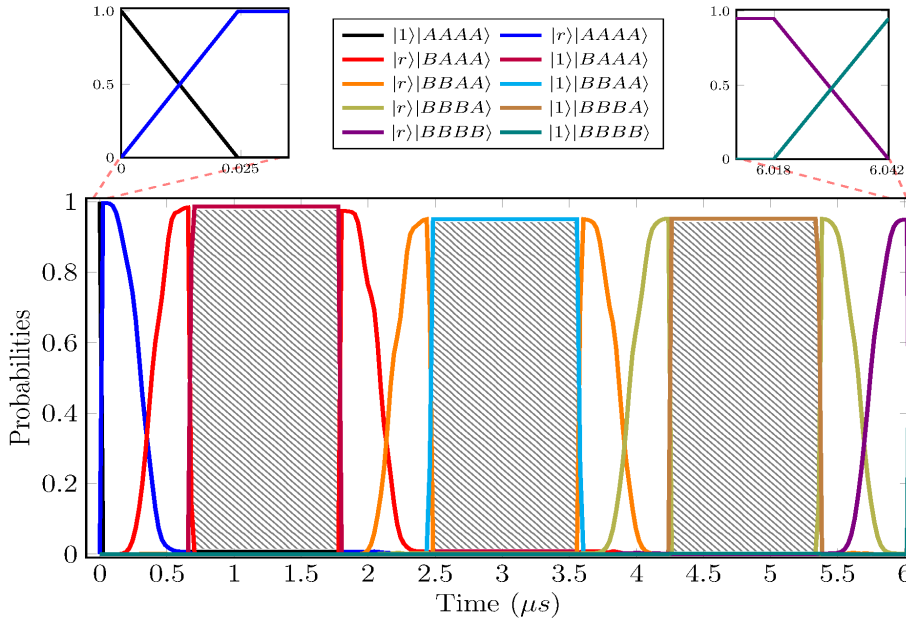


Рис. 4. (В цвете онлайн) Перенос населенности между состояниями  $|1\rangle|A\rangle \rightarrow |1\rangle|BBBB\rangle$  для тех же параметров, что и на рис. 3. Заштрихованные серым области иллюстрируют интервал  $T_{gap}$  между последовательно выполняемыми вентилями

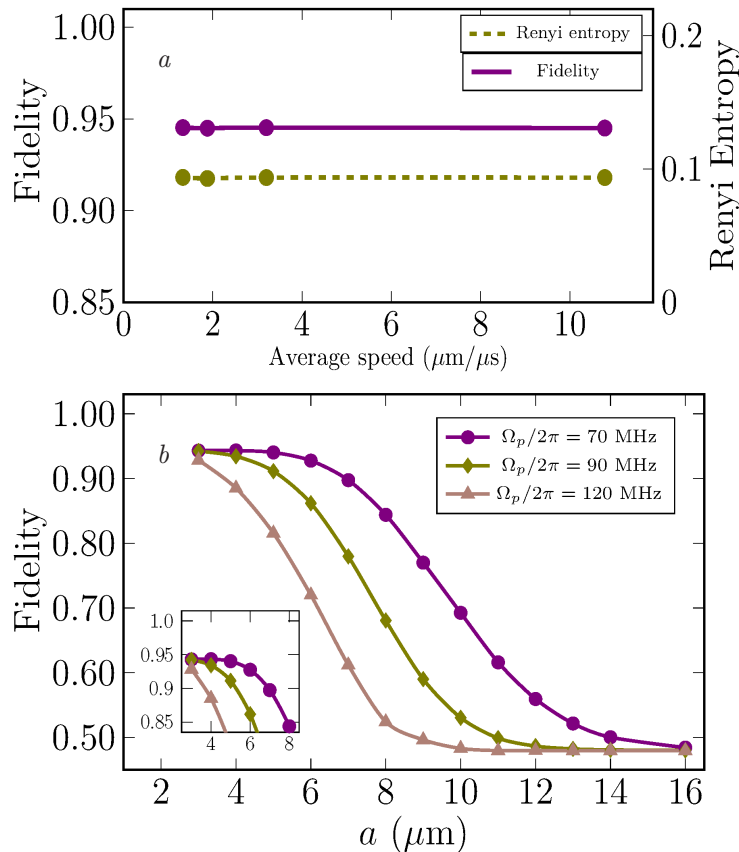


Рис. 5. (В цвете онлайн) *a*) Эволюция точности (сплошная линия) и энтропии Реньи (штриховая линия) в зависимости от средней скорости перемещения вспомогательного кубита на расстояние  $d^* = d\sqrt{2} = 60\sqrt{2} = 84.85$  мкм между несмежными кубитами данных. *b*) Эволюция точности в зависимости от минимального расстояния между вспомогательным кубитом и соответствующим кубитом данных для различных значений  $\Omega_p$ , при этом  $\Omega_c = 2.5\Omega_p$ , а остальные параметры такие же, как на рис. 3



ний контролируемых и контролируемых атомов из пространства всех возможных состояний атомов, а  $\hat{\sigma} = |\Phi^+\rangle\langle\Phi^+|$  является матрицей плотности многокубитового перепутанного состояния,

$$|\Phi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (\otimes_{\ell}^N |0\rangle_{\ell} + \otimes_{\ell}^N |1\rangle_{\ell}).$$

Мы численно рассчитали матрицу плотности системы, первоначально приготовленной в суперпозиции логических состояний управляющего атома, что является результатом первоначального выполнения вентиля Адамара для начального состояния  $|0\rangle$  контролирующего атома.

На рис. 5а построен график зависимости точности (сплошная линия) генерации состояний Белла в зависимости от средней скорости когерентного транспорта, который был учтен введением в расчетах дополнительного времени ожидания. В такой модели средняя скорость перемещения контролирующего атома не влияет на точность генерации запутанных состояний, поскольку во время когерентного транспорта атом находится в основном состоянии. Это соответствует выводам из экспериментальной работы [4], согласно которым на точность влияет только потеря атома как доминирующий механизм ошибок при средней скорости более 0.55 мкм/мкс. На рис. 5b, показана зависимость точности от минимального межатомного расстояния между контролирующим атомом и соответствующим контролируемым атомом для трех различных значений  $\Omega_p$ . Максимальное значение полученной точности составляет 94.96%. Точность генерации снижается при увеличении расстояния  $a$  [мкм]. Более того, скорость снижения точности увеличивается при больших значениях  $\Omega_p$ , что соответствует более быстрому выполнению каждого вентиля CNOT.

#### 4. ЭНТРОПИЯ РЕНЬИ И ВЗАИМНАЯ ИНФОРМАЦИЯ

Обнаружение и измерение запутанности является фундаментальной особенностью физики квантовых систем. Если функция состояния  $\psi_{AB}$  квантовой системы является произведением состояний подсистем  $A$  и  $B$  системы многих тел  $AB$ , тогда

$$\text{Tr}(\rho_A^2) = \text{Tr}(\rho_B^2) = \text{Tr}(\rho_{AB}^2) = 1,$$

где  $\rho_A = \text{Tr}_B(\rho_{AB})$  — приведенная матрица плотности подсистемы  $A$ . Вычисление следа по подсистеме означает игнорирование всей информации о состоянии этой подсистемы. Для запутанных состояний системы состояния ее подсистемы оказываются менее чистыми по сравнению со всей системой,

в результате чего могут быть записаны неравенства  $\text{Tr}(\rho_A^2) < \text{Tr}(\rho_{AB}^2)$  и  $\text{Tr}(\rho_B^2) < \text{Tr}(\rho_{AB}^2)$ . Эти неравенства могут быть сформулированы в терминах квантовой энтропии, в частности энтропии Реньи [27]. Энтропия Реньи  $n$ -го порядка подсистемы  $A$  задается выражением

$$S_n(A) = \frac{1}{1-n} \log_2(\text{Tr} \rho_A^n).$$

В качестве предельного случая для  $n \rightarrow 1$  мы получаем энтропию фон Неймана. Для  $n = 2$  мы получаем энтропию Реньи второго порядка

$$S_2(A) = -\log_2(\text{Tr} \rho_A^2),$$

которая связана с чистотой, обеспечивающей нижнюю границу энтропии запутывания фон Неймана. Величина  $S_2(A)$  предоставляет больше информации о квантовом состоянии, чем энтропия фон Неймана, где достаточными условиями для демонстрации запутанности становятся  $S_2(A) > S_2(AB)$  и  $S_2(B) > S_2(AB)$  [28].

На рис. 5а показана эволюция энтропии Реньи  $S_{AB}$  (штриховая линия) как функция средней скорости перемещения при транспортировке контролирующего атома на расстояние  $d^* - 2a$  [мкм] и минимального расстояния  $a$  между контролирующим и контролируемым атомами соответственно. На рис. 5а хорошо видно, что изменение средней скорости атома не влияет на энтропию Реньи. Потеря атомов в процессе когерентного переноса является основным потенциальным механизмом ошибок, который может повлиять на энтропию Реньи.

Взаимная информация двух случайных величин — это мера зависимости одной из переменных от другой или объем информации, который можно получить об одной переменной, просто наблюдая за другой переменной. Это можно понимать как меру корреляции между двумя переменными [29]. Взаимная информация Реньи  $I_{AB}$  для двух наборов атомов,  $A$  и  $B$ , задается как

$$I_{AB} = S_2(A) + S_2(B) - S_2(AB), \quad (8)$$

где считается, что множество  $A$  включает оператор приведенной плотности для управляющего атома с любым числом  $N$  контролируемых атомов и множество  $B = A^c$ . В частном случае, когда множество  $A$  является пустым множеством или включает все контролируемые атомы, из уравнения (8) ясно, что взаимная информация  $I_{AB}$  равна нулю. Если взаимная информация линейно увеличивается с ростом размера системы, то скорость измерения оказывается низкой (что известно как «закон объема»). Ес-

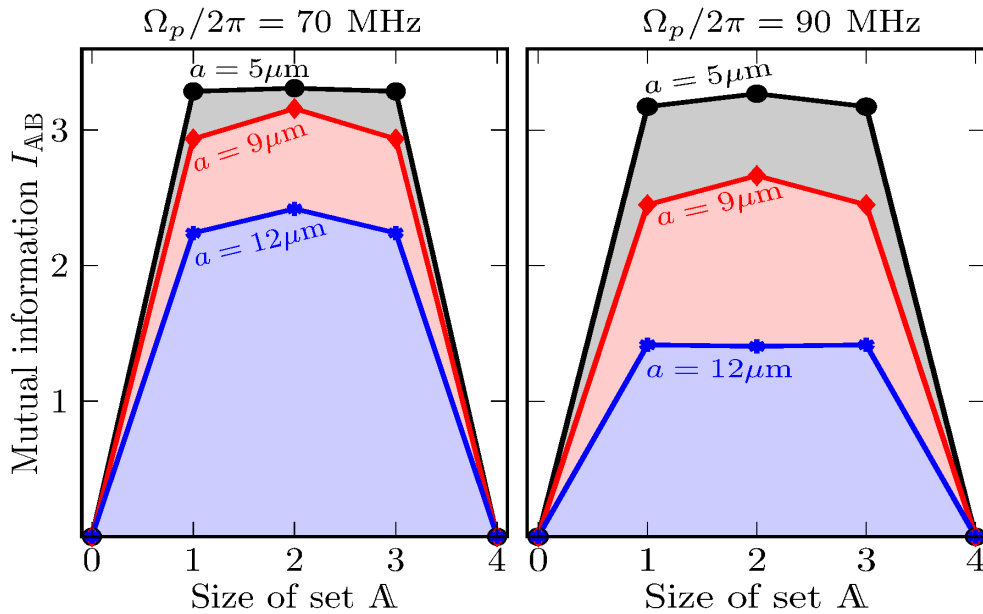


Рис. 6. (В цвете онлайн) Численно рассчитанная взаимная информация  $I_{AB}$  как функция подмножества  $\Lambda$  для различных значений минимального расстояния  $a$  между контролирующим и контролируемым атомами и максимального значения частоты Раби рамановского импульса  $\Omega_p$

ли же взаимная информация не растет с увеличением размера системы, то высокая скорость измерения предотвращает накопление запутанности в системе (что известно как «закон площади»).

На рис. 6 мы показываем эволюцию взаимной информации  $I_{AB}$  в зависимости от размера набора  $\Lambda$  для различных значений минимального расстояния между контролирующим и контролируемым атомами  $a$  [мкм]. Поскольку количество контролируемых атомов ограничено в рассматриваемой архитектуре ( $N = 4$ ), не вполне ясно, описывается ли поведение масштабирования системы «законом объема» или «законом площади». Кроме того, количество взаимной информации уменьшается за счет размещения контролирующего атома на минимальном расстоянии от контролируемых атомов и становится меньше, как показано на рис. 6 справа, если рассматривается возможность более быстрой реализации вентиля CNOT за счет уменьшения времени рамановского импульса  $T_p \propto 1/\Omega_p$ .

## 5. ВЫВОДЫ

Мы предложили двумерную масштабируемую гетероядерную архитектуру с атомами рубидия и цезия для параллельной реализации вентиля CNOT в массиве атомов путем последовательной реализации вентиля CNOT<sup>4</sup> с использованием когерентного транспорта вспомогательных кубитов. При использовании когерентного транспорта взаимодействие между атомами одного химического

элемента подавляется, поскольку контролируемые атомы находятся достаточно далеко друг от друга, а взаимодействие атомов различных химических элементов оказывается достаточно эффективным, чтобы обеспечить выполнение двухкубитовых вентилях. Точность вентилях CNOT близка к 95% в случае транспортировки вспомогательного кубита между четырьмя различными кубитами данных при минимальном межатомном расстоянии 3 мкм между вспомогательным кубитом и кубитом данных при относительно небольших частотах Раби рамановского лазерного импульса  $\Omega_p = 2\pi \cdot 70$  МГц. Мы показали, что средняя скорость движения атомов не влияет на динамику состояний кубита (потери атомов не учтены в численной модели). Взаимная информация уменьшается при размещении контролирующего атома вдали от фиксированного положения контролируемых атомов при выполнении вентилях.

**Финансирование.** Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-42-00031, <https://rscf.ru/project/23-42-00031/>. Обучение одного из авторов (А. М. Фарук) в аспирантуре поддержано в рамках совместной исполнительской программы Египта и России (EGY-6544/19). Работа другого автора (Пэн Сюй) поддержана в рамках Национальной программы ключевых исследований и разработок Китая (грант № 2021YFA1402001), программы содействия молодежным инновациям. Регистрационный номер ассоциации Y2021091.

## ЛИТЕРАТУРА

1. S. Ebadi, T. T. Wang, H. Levine et al., *Nature* **595**, 227 (2021).
2. P. Scholl, M. Schuler, H. J. Williams et al., *Nature* **595**, 233 (2021).
3. T. M. Graham, Y. Song, J. Scott et al., *Nature* **604**, 457 (2022).
4. I. S. Madjarov, J. P. Covey, A. L. Shaw et al., *Nature Physics* **16**, 857 (2020).
5. W. Hänsel, J. Reichel, P. Hommelhoff, and T. W. Hänsch, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 608 (2001).
6. J. Beugnon, C. Tuchendler, H. Marion et al., *Nature Phys.* **3**, 696 (2007).
7. G. T. Hickman and M. Saffman, *Phys. Rev. A* **101**, 063411 (2020).
8. D. Bluvstein, H. Levine, G. Semeghini et al., *Nature* **604**, 451 (2022).
9. K. Singh, S. Anand, A. Pocklington et al., *Phys. Rev. X* **12**, 011040 (2022).
10. C. Sheng, J. Hou, X. He et al., *Phys. Rev. Lett.* **128**, 083202 (2022).
11. C. Zhang and M. R. Tarbutt, *PRX Quantum* **3**, 030340 (2022).
12. T. G. Walker and M. Saffman, *Phys. Rev. A* **77**, 032723 (2008).
13. I. I. Beterov and M. Saffman, *Phys. Rev. A* **92**, 042710 (2015).
14. Z. Tao, L. Yu, P. Xu et al., *Chin. Phys. Lett.* **39**, 083701 (2022).
15. S. Ebadi, A. Keesling, M. Cain et al., *Science* **376**, 1209 (2022).
16. M. Nguyen, J. Liu, J. Wurtz et al., *PRX Quantum* **4**, 010316 (2023).
17. A. Byun, M. Kim, and J. Ahn, *PRX Quantum* **3**, 030305 (2022).
18. M. Kim, K. Kim, J. Hwang et al., *Nature Phys.* **18**, 755 (2022).
19. F. Arute, K. Arya, R. Babbush et al., *Nature* **574**, 505 (2019).
20. M. Müller, I. Lesanovsky, H. Weimer et al., *Phys. Rev. Lett.* **102**, 170502 (2009).
21. K. McDonnell, L. F. Keary, and J. D. Pritchard, *Phys. Rev. Lett.* **129**, 200501 (2022).
22. A. M. Farouk, I. I. Beterov, P. Xu et al., *ArXiv*: 2206.12176 (2022).
23. C. W. Mansell and S. Bergamini, *New J. Phys.* **16**, 053045 (2014).
24. N. Šibalić, J. D. Pritchard, C. S. Adams, and K. J. Weatherill, *Comp. Phys. Comm.* **220**, 319 (2017).
25. M. Hillery, V. Bužek, and A. Berthiaume, *Phys. Rev. A* **59**, 1829 (1999).
26. M. A. Nielsen and I. L. Chuang, *Quantum Computing and Quantum Information*, Cambridge University Press, Cambridge (2000).
27. R. Horodecki, P. Horodecki, M. Horodecki, and K. Horodecki, *Rev. Mod. Phys.* **81**, 865 (2009).
28. R. Islam, R. Ma, P. M. Preiss et al., *Nature* **528**, 77 (2015).
29. M. M. Wolf, F. Verstraete, M. B. Hastings, and J. I. Cirac, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 070502 (2008).