

ОХЛАЖДЕНИЕ ИОНА ИТТЕРБИЯ-171 В ПОЛИХРОМАТИЧЕСКОМ ПОЛЕ

Д. С. Крысенко ^{a,b}, О. Н. Прудников ^{a,c*}

^a *Институт лазерной физики
630090, Новосибирск, Россия*

^b *Новосибирский государственный университет
630090, Новосибирск, Россия*

^c *Новосибирский государственный технический университет
630073, Новосибирск, Россия*

Поступила в редакцию 2 мая 2023 г.,
после переработки 11 мая 2023 г.
Принята к публикации 11 мая 2023 г.

Стандартные методы лазерного охлаждения $^{171}\text{Yb}^+$ в радиочастотной ловушке предполагают использование когерентных световых полей, резонансных оптическим переходам линии $^2S_{1/2} \rightarrow ^2P_{1/2}$, а также магнитного поля, позволяющего разрушить состояние когерентного пленения населенностей на уровне $^2S_{1/2}(F=1)$. Дальнейшие прецизионные измерения, проводимые, например, с использованием переходов (квадрупольного $^2S_{1/2}(F=0) \rightarrow ^2D_{3/2}(F=2)$ и октупольного $^2S_{1/2}(F=0) \rightarrow ^2F_{7/2}(F=2)$), требуют существенного подавления и контроля остаточного магнитного поля. В настоящей работе мы детально исследуем альтернативный метод лазерного охлаждения $^{171}\text{Yb}^+$ с использованием полихроматических полей, позволяющий полностью исключить применение магнитного поля в задаче охлаждения иона и, таким образом, подавить сдвиги, связанные с квадратичным эффектом Зеемана от неконтролируемого остаточного магнитного поля.

*Статья представлена в рамках публикации материалов конференции
«Физика ультрахолодных атомов» (ФУХА-2022), Новосибирск, декабрь 2022 г.*

DOI: 10.31857/S004445102308014X
EDN:ICJBDT

1. ВВЕДЕНИЕ

Ионы, охлажденные в радиочастотных ловушках, находят широкое применение в современной физике для создания ультрапрецизионных стандартов частоты [1–3]. Достигнутый уровень точности оптических стандартов частоты $\Delta\nu/\nu < 10^{-18}$ открывает новые горизонты для развития современных фундаментальных исследований, таких как исследование влияния гравитационного воздействия поля Земли на пространственно-временной континуум [4–6], тест постоянства фундаментальных констант [7,8], проверка общей теории относительности, лоренц-инвариантности пространства [9–11], поиск

темной материи [12,13] и др. Для достижения прецизионных уровней точности измерений необходим учет систематических сдвигов атомных уровней, имеющих различную природу, поэтому работы, направленные на подавление сдвигов, имеют высокую актуальность.

В данной работе мы хотим обратить внимание на сдвиги, вызванные остаточным неконтролируемым магнитным полем. Так, например, для октупольного перехода $^2S_{1/2}(F=0) \rightarrow ^2F_{7/2}(F=2)$ иона $^{171}\text{Yb}^+$ остаточные магнитные поля, в результате квадратичного эффекта Зеемана, приводят к существенным сдвигам $\Delta\nu/\nu \simeq 10^{-17}$ [10]. Сложность контроля остаточного магнитного поля связана с тем, что магнитное поле 1–10 Гс используется в цикле лазерного охлаждения иона в радиочастотной ловушке, где оно необходимо для разрушения эффекта когерентного пленения населенности (КПН), возникаю-

* E-mail: oleg.nsu@gmail.com

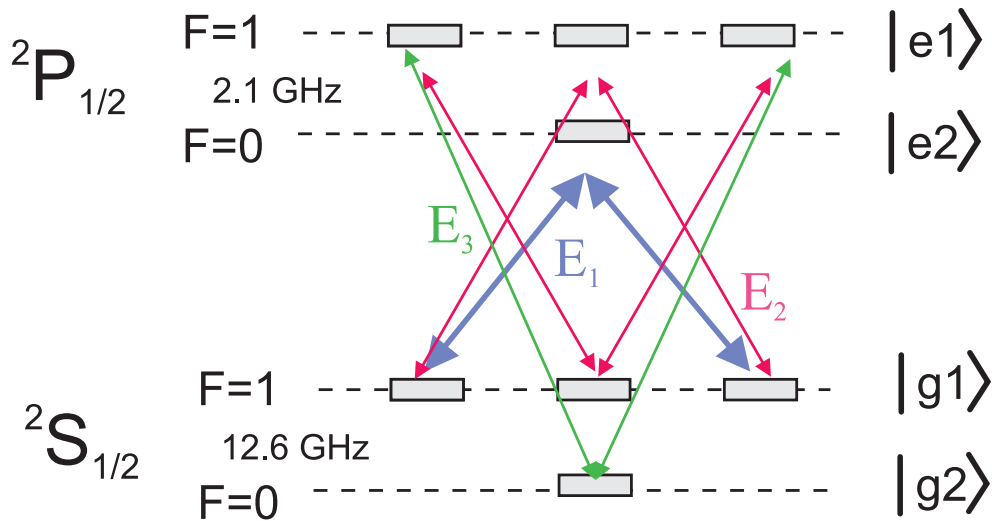


Рис. 1. Схема уровней сверхтонких компонент состояний $^2S_{1/2}$ и $^2P_{1/2}$, используемых для реализации лазерного охлаждения. Сплошными линиями указаны вынужденные резонансные переходы, вызванные действием частотных компонент полихроматического поля: частота компоненты E_1 выбирается резонансной переходу $^2S_{1/2}(F = 1) \rightarrow ^2P_{1/2}(F = 0)$ (синие линии), частота компоненты E_2 резонансна переходу $^2S_{1/2}(F = 1) \rightarrow ^2P_{1/2}(F = 1)$ (красные линии) и частота компоненты E_3 резонансна переходу $^2S_{1/2}(F = 0) \rightarrow ^2P_{1/2}(F = 1)$ (зеленые линии)

щего на уровне $^2S_{1/2}(F = 1)$ [14,15]. Эффекты гистерезиса при выключении магнитного поля создают определенные сложности для минимизации остаточного магнитного поля и удержания его постоянным в различных циклах охлаждения и опроса квантовой системы.

Одним из вариантов решения данного вопроса является развитие альтернативных методов лазерного охлаждения, исключающих применения магнитного поля. Например, в работе [16] для лазерного охлаждения $^{171}\text{Yb}^+$ в радиочастотной ловушке использованы три частотные компоненты поля, резонансные различным переходам $^2S_{1/2}$, $^2P_{1/2}$. В данной работе мы подробно исследуем такую схему охлаждения, где все три частотные компоненты оказывают механическое воздействие на ион и эффективно участвуют в процессе лазерного охлаждения. Отметим, что взаимодействие атомов с бихроматическими полями, резонансными одному переходу, может приводить к новым кинетическим эффектам [17–21], таким как выпрямление дипольной силы и появления эффективных диссипативных сил, определяемых процессами вынужденного поглощения и излучения фотонов между различными компонентами поля. В рассматриваемой задаче поля резонансны различным переходам и основной задачей полихроматического поля в процессе лазерного охлаждения является обеспечение замкнутого цикла взаимодействия иона с полем, т.е. исключение

как выхода из взаимодействия посредством оптической накачки на невзаимодействующие уровни, так и исключение возможности реализации КИП-состояний. При этом параметры полей должны быть подобраны так, чтобы кинетические эффекты, связанные с обменом импульса при взаимодействии атомов с фотонами поля для каждой из частотных компонент, обеспечивали диссипацию кинетической энергии иона в ловушке. В рамках квазиклассического подхода мы детально исследуем задачу лазерного охлаждения в полихроматическом поле. Полученные выражения для силы и коэффициентов диффузии позволяют определить оптимальные параметры световых полей для достижения наименьшей температуры лазерного охлаждения.

2. ЛАЗЕРНОЕ ОХЛАЖДЕНИЕ ИОНА $^{171}\text{Yb}^+$ В ПОЛИХРОМАТИЧЕСКОМ ПОЛЕ

Рассмотрим задачу лазерного охлаждения иона $^{171}\text{Yb}^+$ в полихроматическом поле, имеющем три частотные компоненты с волновыми векторами вдоль оси z :

$$\mathbf{E}(t) = \text{Re} \left\{ \sum_{n=1,2,3} \mathbf{E}_n e^{ik_n z} e^{-i\omega_n t} \right\}, \quad (1)$$

где

$$\mathbf{E}_n = E_n^{(0)} \mathbf{e}_n \quad (2)$$

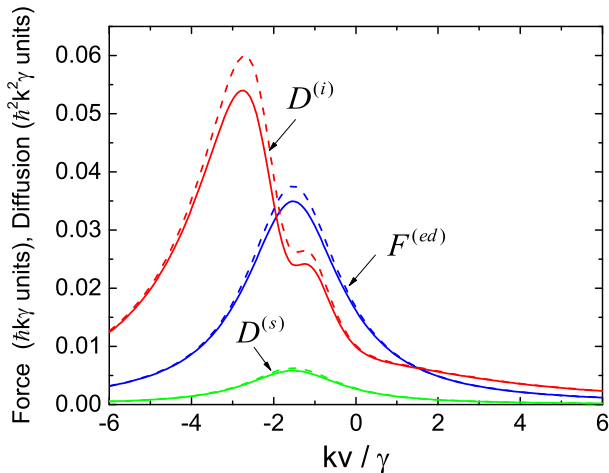


Рис. 2. Зависимость силы светового давления $F^{(ed)}$, коэффициентов вынужденной $D^{(i)}$ и спонтанной $D^{(s)}$ диффузии от скорости иона. Сплошными линиями представлены результаты, полученные в рамках численного решения уравнения (17), (22) и (23). Штриховыми линиями представлены результаты аналитических выражений (26), (28) и (27). Поле образовано волнами с сонаправленными линейными поляризациями, частоты Раби полей $\Omega_1 = \Omega_2 = 2\gamma$, $\Omega_3 = 0.5\gamma$, отстройки $\delta_1 = -3\gamma$, $\delta_2 = -5\gamma$, $\delta_3 = -\gamma$

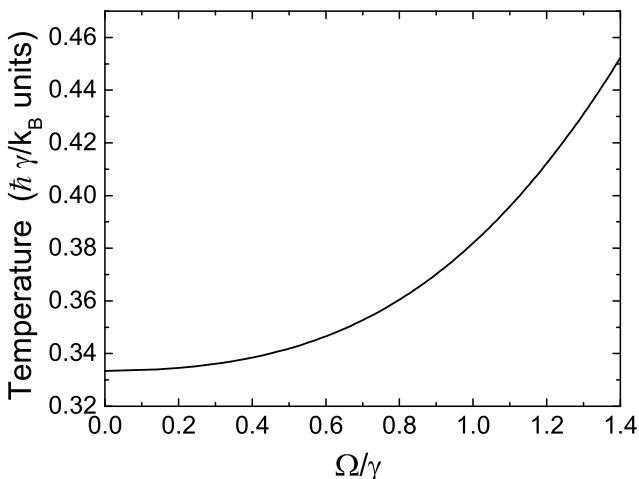


Рис. 3. Зависимость температуры доплеровского предела лазерного охлаждения иона от частот Раби световых компонент в условиях достижения минимальной температуры (31) и (32)

— комплексные векторы, определяющие поляризацию \mathbf{e}_n и амплитуду E_n^0 каждой частотной компоненты $n = 1, 2, 3$.

Примем, что все частотные компоненты распространяются вдоль одного направления — оси z , а их поляризации могут быть различными. В базисе $\mathbf{e}_\pm = \mp(\mathbf{e}_x \pm i\mathbf{e}_y)/\sqrt{2}$, $\mathbf{e}_0 = \mathbf{e}_z$ циклические компо-

ненты векторов поляризаций

$$\mathbf{e}_n = \sum_{q=0,\pm 1} e_n^q \mathbf{e}_q \quad (3)$$

определяются параметрами эллиптичностей ε_n и взаимными углами ориентации эллипсов поляризации θ_n для каждой компоненты поля

$$\begin{aligned} e_n^\pm &= \mp \cos(\varepsilon_n \mp \pi/4) e^{\mp i\theta_n}, \\ e_n^0 &= 0. \end{aligned} \quad (4)$$

При этом частоты компонент ω_n выбираются вблизи частот переходов (см. рис. 1): частотная компонента \mathbf{E}_1 резонансна частоте ω_{01} перехода ${}^2S_{1/2}(F = 1) \rightarrow {}^2P_{1/2}(F = 0)$, компонента \mathbf{E}_2 — соответственно частоте ω_{02} перехода ${}^2S_{1/2}(F = 1) \rightarrow {}^2P_{1/2}(F = 1)$, а компонента \mathbf{E}_3 — частоте ω_{03} перехода ${}^2S_{1/2}(F = 0) \rightarrow {}^2P_{1/2}(F = 1)$.

Для анализа лазерного охлаждения иона мы воспользуемся квазиклассическим приближением. Действительно, энергия отдачи, получаемая ионом в единичных актах взаимодействия с фотонами поля (1), мала по сравнению с естественной шириной возбужденного уровня $\gamma/2\pi = 23$ МГц. Соответственно, энергетический параметр отдачи $\varepsilon_R = \hbar k^2/(2M\gamma) \simeq 0.001 \ll 1$ предельно мал (здесь M — масса иона, $\hbar k$ — импульс, получаемый неподвижным ионом при поглощении/излучении единичного фотона поля). Также, квазиклассическое приближение предполагает, что ширина импульсного распределения иона Δp существенно превышает импульс фотона $\hbar k$, т.е. $\hbar k/\Delta p \ll 1$ — малость импульсного параметра отдачи. Кроме того, частота колебания иона в ловушке $\omega_{osc} = 400\text{--}600$ кГц [14, 15] много меньше естественной ширины γ , что не позволяет спектрально разрешить колебательные состояния иона. Наличие малости указанных параметров является основными критериями применимости квазиклассического приближения для задачи лазерного охлаждения иона в ловушке.

В рамках квазиклассического приближения уравнение для атомной матрицы плотности $\hat{\rho}$

$$\frac{\partial}{\partial t} \hat{\rho} = -\frac{i}{\hbar} [\hat{H}, \hat{\rho}] + \hat{\Gamma} \{\hat{\rho}\}, \quad (5)$$

(где \hat{H} — гамильтониан системы, а $\hat{\Gamma} \{\hat{\rho}\}$ — описывает негамильтонову эволюцию системы в результате спонтанной релаксации) может быть редуцировано к уравнению Фоккера–Планка для функции распределения в фазовом пространстве $\mathcal{F}(z, p) = \text{Tr} \{\hat{\rho}(z, p)\}$ (след берется по внутренним степеням свободы):

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{p}{M} \frac{\partial}{\partial z} \right) \mathcal{F} = -\frac{\partial}{\partial p} F(z, p) \mathcal{F} + \frac{\partial^2}{\partial p^2} D(z, p) \mathcal{F}. \quad (6)$$

Здесь $F(z, p)$ — сила, действующая на ион, и $D(z, p)$ — коэффициент диффузии могут быть получены непосредственно в процессе процедуры редукции квантового кинетического уравнения (5) к уравнению Фоккера–Планка (6), см., например, [22–24]. Отметим, что данная процедура хорошо описана в литературе для взаимодействия атомов с монохроматическим полем. Особенностью рассматриваемой нами задачи является наличие трех частотных компонент поля, приводящих к более сложной схеме взаимодействия уровней основного и возбужденного состояний иона (рис. 1), что требует отдельного исследования. Рассмотрим кинетику иона, взаимодействующего с полем (1), в радиочастотной ловушке. Гамильтониан системы разбивается на сумму вкладов

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2M} + \frac{M\omega_{osc}^2 \hat{z}^2}{2} + \hat{H}_0 + \hat{W}_{ed}, \quad (7)$$

где первое и второе слагаемые — кинетическая и потенциальная энергии иона в ловушке, \hat{H}_0 — гамильтониан свободного атома в системе покоя. Взаимодействие с полем задается оператором $\hat{W}_{ed} = -\hat{\mathbf{d}} \cdot \mathbf{E}(t)$ в рамках дипольного приближения ($\hat{\mathbf{d}}$ — оператор дипольного момента). Для того чтобы перейти к резонансному приближению для рассматриваемого полихроматического поля (1) введем оператор

$$\hat{T} = \exp \left[-it \left(\omega_1 \hat{\Pi}_{e_2} + \omega_2 \hat{\Pi}_{e_1} + (\omega_3 - \omega_2) \hat{\Pi}_{g_2} \right) \right], \quad (8)$$

где

$$\hat{\Pi}_{e_2} = |^2P_{1/2}, F = 0, \mu_e = 0\rangle \langle ^2P_{1/2}, F = 0, \mu_e = 0|,$$

$$\hat{\Pi}_{e_1} = \sum_{\mu_e} |^2P_{1/2}, F = 1, \mu_e\rangle \langle ^2P_{1/2}, F = 1, \mu_e|,$$

$$\hat{\Pi}_{g_2} = |^2S_{1/2}, F = 0, \mu_e = 0\rangle \langle ^2S_{1/2}, F = 0, \mu_e = 0|$$

— проекторы на зеемановские компоненты сверхтонких состояний

$$|e_2\rangle = |^2P_{1/2}, F = 0, \mu_e = 0\rangle,$$

$$|e_1\rangle = |^2P_{1/2}, F = 1, \mu_e\rangle,$$

$$|g_2\rangle = |^2S_{1/2}, F = 0, \mu_g = 0\rangle$$

(см. рис. 1) с полными угловыми моментами $F_{e,g}$, (с проекцией на ось квантования z : $-F_{e,g} \leq \mu_{e,g} \leq F_{e,g}$).

При переходе в новый базис уравнение для матрицы плотности $\hat{\rho} = \hat{T}^\dagger \hat{\rho} \hat{T}$ принимает аналогичный (5) вид, однако, резонансное приближение позволяет исключить временную зависимость в операторе взаимодействия, который разбивается на сумму вкладов

$$\hat{V}_{ed} = \hat{T}^\dagger \hat{W}_{ed} \hat{T} = \hat{V}^{(1)} + \hat{V}^{(2)} + \hat{V}^{(3)} + \text{H. c.}, \quad (9)$$

где матричные элементы операторов взаимодействия $\hat{V}^{(n)}$ для каждой частотной компоненты поля ($n = 1, 2, 3$)

$$\hat{V}^{(1)} = \sum_{\mu_e, \mu_g} |e_2, F = 0, \mu_e\rangle V_{\mu_e, \mu_g}^{e_2, g_1} \langle g_1, F = 1, \mu_g|,$$

$$\hat{V}^{(2)} = \sum_{\mu_e, \mu_g} |e_1, F = 1, \mu_e\rangle V_{\mu_e, \mu_g}^{e_1, g_1} \langle g_1, F = 1, \mu_g|, \quad (10)$$

$$\hat{V}^{(3)} = \sum_{\mu_e, \mu_g} |e_1, F = 1, \mu_e\rangle V_{\mu_e, \mu_g}^{e_1, g_2} \langle g_2, F = 0, \mu_g|$$

определяют амплитуды вынужденных переходов между зеемановскими компонентами уровней. В дипольном приближении взаимодействие с полем задается скалярным произведением векторов поляризации частотных компонент светового поля (3) с оператором дипольного момента $\hat{\mathbf{d}}$:

$$\begin{aligned} V_{\mu_e, \mu_g}^{e_2, g_1} &= \hbar \frac{\Omega_1}{2} \sum_{q=0, \pm 1} e_1^q D_{q; \mu_e, \mu_g}^{e_2, g_1}, \\ V_{\mu_e, \mu_g}^{e_1, g_1} &= \hbar \frac{\Omega_2}{2} \sum_{q=0, \pm 1} e_2^q D_{q; \mu_e, \mu_g}^{e_1, g_1}, \\ V_{\mu_e, \mu_g}^{e_1, g_2} &= \hbar \frac{\Omega_3}{2} \sum_{q=0, \pm 1} e_3^q D_{q; \mu_e, \mu_g}^{e_1, g_2}. \end{aligned} \quad (11)$$

Здесь $\Omega_n = -E_n^{(0)} \bar{d} / \hbar$ — частоты Раби соответствующих частотных компонент светового поля, \bar{d} — приведенный матричный элемент оператора дипольного момента

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{d}} &= \hat{\mathbf{D}} \bar{d} + \text{H. c.}, \\ \hat{\mathbf{D}} &= \sum_{q=0, \pm 1} \hat{D}_q \mathbf{e}^q. \end{aligned} \quad (12)$$

Матричные элементы

$$D_{q; \mu_e, \mu_g}^{e_i, g_j} = \langle e_j, F_{e_j}, \mu_e | \hat{D}_q | g_j, F_{g_j}, \mu_g \rangle$$

циркулярных компонент оператора $\hat{\mathbf{D}}$, согласно теореме Вигнера–Эккарта, выражаются через коэффициенты Клебша–Гордана и $6j$ -символы [25]:

$$\begin{aligned} D_{q; \mu_e, \mu_g}^{e_i, g_j} &= C_{F_{g_j}, \mu_{g_j}; 1, q}^{F_{e_j}, \mu_e} (-1)^{(J_{e_i} + F_{g_j} + I + 1)} \times \\ &\times \sqrt{(2F_{g_j} + 1)(2J_{e_i} + 1)} \times \\ &\times \begin{Bmatrix} J_{e_i} & 1 & F_{g_j} \\ J_{g_j} & I & J_{e_i} \end{Bmatrix}. \end{aligned} \quad (13)$$

Гамильтониан атома в системе покоя во вращающемся базисе $\hat{H}_{int} = \hat{T}^\dagger \hat{H}_0 \hat{T}$ принимает вид

$$\hat{H}_{int} = -\hbar \delta_1 \hat{\Pi}_{e_2} - \hbar \delta_2 \hat{\Pi}_{e_1} + \hbar (\delta_3 - \delta_2) \hat{\Pi}_{g_2}, \quad (14)$$

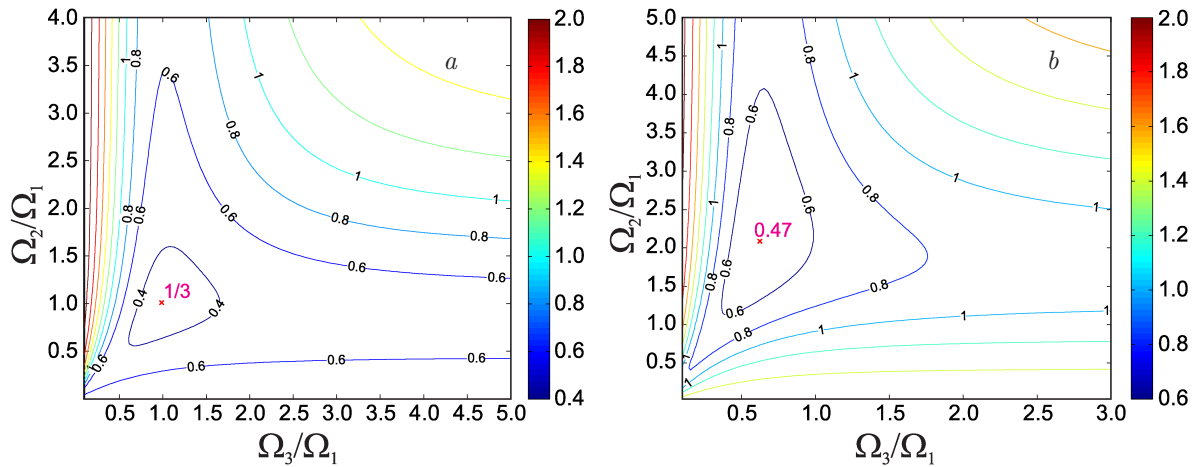


Рис. 4. Температура лазерного охлаждения иона в единицах $\hbar\gamma/k_B$ от параметров Раби частотных компонент при различных отстройках: (a) соответствует условию (32), а (b) соответствует отстройкам $\delta_1 = -\gamma$, $\delta_2 = -2\gamma$, $\delta_3 = -0.5\gamma$. Красным крестиком отмечены условия достижения минимальной температуры и красным шрифтом — ее значения

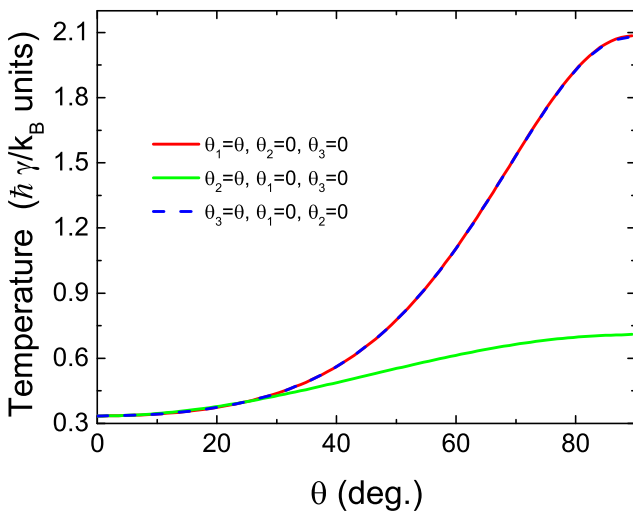


Рис. 5. Температура лазерного охлаждения иона в единицах $\hbar\gamma/k_B$ при различных взаимных ориентациях векторов поляризации частотных компонент: красной линией представлены результаты для конфигурации, в которой поляризации частотных компонент \mathbf{E}_2 и \mathbf{E}_3 — линейные поляризации вдоль оси x , а \mathbf{E}_1 — линейная поляризация ориентированная под углом θ к оси x ; зеленой линией обозначены результаты для конфигурации, где поляризации частотных компонент \mathbf{E}_1 и \mathbf{E}_3 направлены вдоль оси x , а \mathbf{E}_2 ориентирована под углом θ к ним; штриховой синей линией представлены результаты для конфигурации, где поляризации частотных компонент \mathbf{E}_1 и \mathbf{E}_2 направлены вдоль оси x , а \mathbf{E}_3 ориентирована под углом θ к ним. Параметры полей соответствует условиям (31) и (32) с $\Omega = 0.1\gamma$

где $\delta_n = \omega_n - \omega_{0n}$ — отстройки частотных компонент поля \mathbf{E}_n от частот соответствующих резонансных переходов ω_{0n} (см. рис. 1). Негамильтоно-

вая эволюция системы в результате спонтанного излучения фотонов поля описывается вкладом $\hat{\Gamma}\{\hat{\rho}\}$ в уравнении для матрицы плотности (5). С учетом эффектов отдачи данный вклад имеет вид (см. например [26, 27])

$$\hat{\Gamma}\{\hat{\rho}\} = -\frac{\gamma}{2} (\hat{\Pi}_e \hat{\rho} + \hat{\rho} \hat{\Pi}_e) + \hat{\gamma}\{\hat{\rho}\}, \quad (15)$$

где

$$\hat{\gamma}\{\hat{\rho}\} = \gamma \frac{3}{2} \times$$

$$\times \left\langle \sum_{\xi=1,2} (\hat{\mathbf{D}} \cdot \mathbf{e}_\xi(\mathbf{k}_\xi))^\dagger e^{-i\mathbf{k}_\xi \cdot \hat{\mathbf{r}}} \hat{\rho} e^{i\mathbf{k}_\xi \cdot \hat{\mathbf{r}}} (\hat{\mathbf{D}} \cdot \mathbf{e}_\xi(\mathbf{k}_\xi)) \right\rangle_{\Omega_\xi}. \quad (16)$$

Оператор $\hat{\Pi}_e = \hat{\Pi}_{e_1} + \hat{\Pi}_{e_2}$ — проектор на возбужденные состояния (суммирование ведется по всем состояниям компонент уровней ${}^2P_{1/2}$), а $\langle \dots \rangle_{\Omega_\xi}$ означает усреднение по углам вылета спонтанно излученных фотонов поля с двумя ортогональными поляризациями \mathbf{e}_ξ ($\xi = 1, 2$) и волновым вектором \mathbf{k}_ξ , задающим направление вылета спонтанного фотона, $\hat{\mathbf{r}}$ — оператор координаты.

Выражения для силы и коэффициента диффузии могут быть получены в процессе редукции квантового кинетического уравнения (5) к уравнению Фоккера–Планка (6) с помощью подходов, развитых для задачи лазерного охлаждения в монохроматическом поле [28, 29]. Так сила, действующая на движущийся со скоростью v ион со стороны светового поля,

$$F^{(ed)} = \text{Tr} \left\{ \hat{F} \hat{\sigma}(z, v) \right\} \quad (17)$$

выражается через оператор силы

$$\hat{F} = -\frac{\partial}{\partial z} \hat{V}_{ed}, \quad (18)$$

а $\hat{\sigma}(z, v)$ является стационарным решением оптического уравнения Блоха, т. е. уравнения (5) в пренебрежении эффектами отдачи

$$v \frac{\partial}{\partial z} \hat{\sigma} = -\frac{i}{\hbar} [\hat{H}_{int} + \hat{V}_{ed}, \hat{\sigma}] + \hat{\Gamma}^{(0)} \{ \hat{\sigma} \} \quad (19)$$

с условием нормировки $\text{Tr} \{ \hat{\sigma} \} = 1$. Оператор спонтанной релаксации $\hat{\Gamma}^{(0)} \{ \hat{\sigma} \}$ в нулевом порядке по отдаче равен

$$\hat{\Gamma}^{(0)} \{ \hat{\sigma} \} = -\frac{\gamma}{2} (\hat{\Pi}_e \hat{\sigma} + \hat{\sigma} \hat{\Pi}_e) + \gamma \sum_{q=0, \pm 1} \hat{D}_q^\dagger \hat{\sigma} \hat{D}_q. \quad (20)$$

Коэффициент диффузии разбивается на сумму вкладов

$$D = D^{(s)} + D^{(i)}, \quad (21)$$

где $D^{(s)}$ — коэффициент спонтанной диффузии, определяемый флуктуацией импульса в процессах излучения спонтанных фотонов, а $D^{(i)}$ — флуктуацией импульса в процессах вынужденного поглощения/излучения фотонов. Коэффициент $D^{(s)}$ в рассматриваемой конфигурации полей пропорционален полной населенности возбужденного состояния

$$D^{(s)} = \frac{\hbar^2 k^2}{6} \text{Tr} \{ \hat{\Pi}_e \hat{\sigma} \}. \quad (22)$$

Коэффициент вынужденной диффузии определяется сверткой оператора силы с матрицей $\hat{\eta}$

$$D^{(i)} = -\hbar k \text{Tr} \{ \hat{F} \hat{\eta} \}, \quad (23)$$

являющейся решением модифицированного уравнения Блоха [23]

$$v \frac{\partial}{\partial z} \hat{\eta} = -\frac{i}{\hbar} [\hat{H}_{int} + \hat{V}_{ed}, \hat{\eta}] + \hat{\Gamma}^{(0)} \{ \hat{\eta} \} - \frac{1}{2\hbar k} \{ \widehat{\Delta F}, \hat{\sigma} \}, \quad (24)$$

с источником, определяемым оператором флуктуации силы $\widehat{\Delta F} = \hat{F} - F$ и условием нормировки $\text{Tr} \{ \hat{\eta} \} = 0$.

3. ЛАЗЕРНОЕ ОХЛАЖДЕНИЕ В ПРЕДЕЛЕ МАЛЫХ ИНТЕНСИВНОСТЕЙ

В общем случае, решения уравнений (35) и (24) могут быть найдены численно, что позволяет определить выражения для силы (18) и коэффициентов диффузии (22), (23), требуемые для решения уравнения Фоккера–Планка. Однако анализ пределов лазерного охлаждения и оптимизация по всем параметрам светового поля представляет определенные вычислительные сложности. Для решения данной задачи воспользуемся тем, что минимальная температура лазерного охлаждения, так называемый доплеровский предел, так же как и для задачи лазерного охлаждения в монохроматическом поле, должен достигаться в пределе малых интенсивностей световых волн.

В пределе, когда параметры насыщения

$$s_n = |\Omega_n|^2 / (4\delta_n^2 + \gamma^2) \ll 1 \quad (25)$$

для каждой частотной компоненты, $n = 1, 2, 3$, малы, можно получить аналитические выражения для силы и коэффициентов диффузии. Кроме того, поскольку поле образовано сонаправленными бегущими волнами (1), то указанные аналитические выражения могут быть получены вне приближений малости скорости иона v . Так, для линейных сонаправленных поляризации световых волн получим

$$F^{(ed)}(v) = \hbar k \gamma \frac{4}{3} \frac{S_1 S_2 S_3}{S_1 S_2 + S_2 S_3 + 2S_1 S_3}, \quad (26)$$

$$D^{(s)}(v) = \hbar^2 k^2 \gamma \frac{2}{9} \frac{S_1 S_2 S_3}{S_1 S_2 + S_2 S_3 + 2S_1 S_3}, \quad (27)$$

$$D^{(i)}(v) = \hbar^2 k^2 \gamma \frac{2}{3} \frac{S_1 S_2 S_3}{S_1 S_2 + S_2 S_3 + 2S_1 S_3} + \hbar^2 k^2 \gamma S_1 S_2 S_3 \frac{5S_1^2 S_2^2 - 4S_1^2 S_2 S_3 + 4S_1^2 S_3^2 - 6S_1 S_2^2 S_3 - 4S_1 S_2 S_3^2 + 5S_2^2 S_3^2}{(S_1 S_2 + S_2 S_3 + 2S_1 S_3)^3}, \quad (28)$$

где

$$S_n = \frac{|\Omega_n|^2}{4(\delta_n - kv)^2 + \gamma^2} \quad (29)$$

— параметры насыщений для движущегося со скоростью v иона.

Отметим, что сила и коэффициент спонтанной диффузии имеют одинаковую функциональную зависимость от параметров световых волн. Это связано с тем, что в рассматриваемой конфигурации светового поля — сонаправленных бегущих волн, сила, действующая на атом, является силой спонтанного светового давления и, соответственно, пропорциональна полной населенности возбужденных состояний, определяющей скорость спонтанного рассеяния фотонов поля. Представленные выражения имеют плавную зависимость вблизи нулевых скоро-

стей в масштабах $|v| < \gamma/k$ (см. рис. 2), что позволяет найти решение уравнения Фоккера–Планка в рамках линейного приближения по скорости для силы $F(v) \simeq f_0 + \xi v$ (где ξ — коэффициент трения) и нулевого для коэффициентов диффузии $D(v) \simeq D_0$. В данном приближении (см., например, [30]) при параметрах поля, отвечающих условиям охлаждения $\xi < 0$, функция распределения $\mathcal{F}(p)$ в импульсном пространстве представляет нормальное распределение с температурой, $k_B T = D_0/|\xi|$, где k_B — постоянная Больцмана,

$$k_B T = \hbar \gamma \frac{[4 s_1 s_2 s_3 (s_1 + s_3) - 53 s_2^2 (s_1^2 + s_3^2) + 2 s_1 s_3 (19 s_2^2 - 34 s_1 s_3)]}{(s_1 s_2 + s_2 s_3 + 2 s_1 s_3) [s_2 s_3 \mathcal{L}(\delta_1) + 2 s_1 s_3 \mathcal{L}(\delta_2) + s_1 s_2 \mathcal{L}(\delta_2)]}, \quad (30)$$

где для краткости записи введена безразмерная функция

$$\mathcal{L}(\delta) = \delta \gamma / (\delta^2 + \gamma^2 / 4).$$

Здесь s_n — введенные ранее (25) параметры насыщения для каждой частотной компоненты в расчете на неподвижный атом.

Представленные аналитические выражения для кинетических коэффициентов уравнения Фоккера–Планка существенно облегчают задачу поиска оптимальных параметров полихроматического поля для достижения наименьшей температуры. Так, анализ лазерного охлаждения для поля, образованного волнами с сонаправленными линейными поляризациями (30), приводит к следующим результатам: минимальная температура достигается при равных частотах Раби для всех частотных компонент поля

$$\Omega_1 = \Omega_2 = \Omega_3 = \Omega, \quad (31)$$

а также отстройках равных

$$\delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = -\gamma/2. \quad (32)$$

В этих условиях в пределе малой интенсивности светового поля (29) температура достигает минимального значения

$$k_B T_{min} = \hbar \frac{\gamma}{3}, \quad (33)$$

соответствующего доплеровскому пределу лазерного охлаждения. Вне предела (29) результаты, полученные в рамках численного решения, показывают рост температуры (рис. 3), аналогичный известным результатам двухуровневой модели атомов [30].

Вне условия (32), т.е. при различных отстройках $\delta_1, \delta_2, \delta_3$, также можно найти оптимальные параметры Раби для каждой частотной компоненты, при которых температура принимает некоторое минимальное значение рис. 4.

В заключение отметим, что отклонение поляризационных параметров полей от рассмотренной конфигурации, образованной частотными компонентами с линейными сонаправленными поляризациями, т.е. изменение относительных углов ориентации векторов поляризаций, а также их эллиптичностей приводит в общем случае к увеличению температуры (рис. 5). При этом оптимизация температуры по параметрам полей (Ω_n и δ_n) также приводит к значениям температуры выше предела (33), полученного для конфигурации сонаправленных линейных поляризаций частотных компонент.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе детально исследована альтернативная схема лазерного охлаждения $^{171}\text{Yb}^+$, позволяющая реализовать доплеровское охлаждение иона без применения магнитного поля. Для лазерного охлаждения используется полихроматическая конфигурация светового поля, состоящая из трех монохроматических компонент, резонансных оптическим переходам линии $^2S_{1/2} \rightarrow ^2P_{1/2}$, в котором каждая из компонент оказывает механическое воздействие на ион. Исключение магнитного поля из цикла: лазерное охлаждение — инициализация — опрос квантовой системы, с одной стороны, позволяет сократить время цикла за счет исключения промежутка времени,

требуемого для выключения и затухания магнитного поля, применяемого в стандартных схемах лазерного охлаждения. Сокращение времени цикла способствует более быстрому набору статистики измерений в оптических стандартах частоты. С другой стороны, отсутствие необходимости использования магнитного поля позволяет более точно контролировать остаточное магнитное поле и исключить его флуктуации в различных циклах измерения, что является важным для дальнейшего увеличения точности оптических стандартов, реализуемых с использованием иона $^{171}\text{Yb}^+$.

В работе проведено исследование пределов лазерного охлаждения иона $^{171}\text{Yb}^+$ в полихроматическом поле. Показано, что минимальная температура соответствует доплеровскому пределу $T_D = \hbar\gamma/(3k_B)$ и достигается в конфигурации сонаправленных линейных поляризации частотных компонент поля.

Финансирование. Исследование поддержано Российским научным фондом (проект № 23-22-00198).

ЛИТЕРАТУРА

1. C. W. Chou, D. B. Hume, J. C. J. Koelemeij, D. J. Wineland, and T. Rosenband, *Phys. Rev. Lett.* **104**, 070802 (2010).
2. N. Huntemann, C. Sanner, B. Lipphardt, C. Tamm, and E. Peik, *Phys. Rev. Lett.* **116**, 063001 (2016).
3. Y. Huang, H. Guan, P. Liu, W. Bian, L. Ma, K. Liang, T. Li, and K. Gao, *Phys. Rev. Lett.* **116**, 01300 (2016).
4. M. Takamoto, I. Ushijima, N. Ohmae, T. Yahagi, K. Kokado, H. Shinkai, and H. Katori, *Nat. Photonics* **14**, 411 (2020).
5. G. Lion, I. Panet, P. Wolf, C. Guerlin, S. Bize, and P. Delva, *J. Geodesy* **91**, 597 (2017).
6. W. F. McGrew, X. Zhang X, R. J. Fasano, S. A. Schaffer, K. Beloy, D. Nicolodi, R. C. Brown, N. Hinkley, G. Milani, M. Schioppo, T. H. Yoon, and A. D. Ludlow, *Nature* **564**, 87 (2018).
7. R. M. Godun, P. B. R. Nisbet-Jones, J. M. Jones, S. A. King, L. A. M. Johnson, H. S. Margolis, K. Szymaniec, S. N. Lea, K. Bongs, and P. Gill, *Phys. Rev. Lett.* **113**, 210801 (2014).
8. N. Huntemann, B. Lipphardt, Chr. Tamm, V. Gerginov, S. Weyers, and E. Peik, *Phys. Rev. Lett.* **113**, 210802 (2014).
9. V. Dzuba, V. V. Flambaum, M. S. Safronova, S. G. Porsev, T. Pruttivarasin, M. A. Hohensee, and H. Häffner, *Nature Phys.* **12**, 465 (2016).
10. C. Sanner, N. Huntemann, R. Lange, C. Tamm, E. Peik, M. S. Safronova, and S. G. Porsev, *Nature* **567**, 204 (2019).
11. L. S. Dreissen, C.-H. Yeh, H. A. Füst, K. C. Gremsemmann, T. E. Mehlstäubler, *Nature Commun.* **13**, 7314 (2022).
12. A. Arvanitaki, J. Huang, and K. V. Tilburg, *Phys. Rev. D* **91**, 015015 (2015).
13. Y. V. Stadnik and V. V. Flambaum, *Phys. Rev. Lett.* **115**, 201301 (2015).
14. O. N. Prudnikov, S. V. Chepurov, A. A. Lugovoy, K. M. Rumynin, S. N. Kuznetsov, A. V. Taichenachev, V. I. Yudin, and S. N. Bagayev, *Quant. Electron.* **47**, 806 (2017).
15. S. V. Chepurov, A. A. Lugovoy, O. N. Prudnikov, A. V. Taichenachev, and S. N. Bagayev, *Quant. Electron.* **49**, 412 (2019).
16. Н. В. Семенин, А. С. Борисенко, И. В. Заливако, И. А. Семериков, М. Д. Аксенов, К. Ю. Хабарова, Н. Н. Колачевский, *Письма в ЖЭТФ* **116**, 74 (2022).
17. R. Grimm, Yu. B. Ovchinnikov, A. I. Sidorov, and V. S. Letokhov, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 3210 (1990).
18. J. Söding, R. Grimm, Yu. B. Ovchinnikov, Ph. Bouyer, and Ch. Salomon, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 1420 (1997).
19. O. N. Prudnikov, A. S. Baklanov, A. V. Taichenachev, A. M. Tumaikin, and V. I. Yudin, *ЖЭТФ* **117**, 222 (2013).
20. O. N. Prudnikov, A. V. Taichenachev, and V. I. Yudin, *Quant. Electron.* **47**, 438 (2017).
21. C. Corder, B. Arnold, X. Hua, and H. Metcalf, *JOSA B* **32**, B75 (2015).
22. J. Dalibard and C. Cohen-Tannoudji, *J. Phys. B.* **18**, 1661 (1985).
23. J. Javanainen, *Phys. Rev. A* **44**, 5857 (1991)

24. O. N. Prudnikov, A. V. Taichenachev, A. M. Tumaikin, and V. I. Yudin, JETP **88**, 433 (1999).
25. V. K. Khersonskii, A. N. Moskalev, and D. A. Varshalovich, *Quantum Theory of Angular Momentum*, World Scientific, Singapore (1988).
26. O. N. Prudnikov, A. V. Taichenachev, A. M. Tumaikin, and V. I. Yudin, Phys. Rev. A **75**, 023413 (2007).
27. O. N. Prudnikov, R. Ya. Ilenkov, A. V. Taichenachev, A. M. Tumaikin, and V. I. Yudin, JETP **112**, 939 (2011).
28. A. V. Bezverbnyi, O. N. Prudnikov, A. V. Taichenachev, A. M. Tumaikin, and V. I. Yudin, JETP **96**, 383 (2003)
29. A. V. Bezverbnyi, O. N. Prudnikov, A. V. Taichenachev, A. V. Tumaikin, and V. I. Yudin, JETP **101**, 584 (2005).
30. A. P. Kazantsev, G. I. Surdutovich, and V. P. Yakovlev, *Mechanical Action of Light on Atoms*, World Scientific (1990).