

О ВОЗМОЖНОСТИ РЕГУЛИРОВАНИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ ВТОРОЙ ГАРМОНИКИ ЛАЗЕРА НА СВОБОДНЫХ ЭЛЕКТРОНАХ С ПОМОЩЬЮ ВТОРОЙ ГАРМОНИКИ ПОЛЯ ОНДУЛЯТОРА

*К. В. Жуковский**

*Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет
119991, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 14 февраля 2023 г.,
после переработки 10 марта 2023 г.
Принята к публикации 13 марта 2023 г.

Исследуется излучение второй гармоники однопроходного лазера на свободных электронах (ЛСЭ) и его зависимость от второй гармоники поля ондулятора. При исследовании свойств материалов важным эффектом является нелинейная генерация второй гармоники как отклик на облучение. В этом контексте генерация второй гармоники собственно источника излучения, ЛСЭ, является нежелательной, так как она маскирует исследуемый сигнал. В других случаях напротив излучение второй гармоники ЛСЭ может быть востребовано как более высокочастотное. Нами исследуется возможность подавления или напротив усиления мощности второй гармоники ЛСЭ в зависимости от фазы и напряженности второй гармоники поля ондулятора ЛСЭ. Предложенный подход в принципе не зависит от частоты излучения. Рассмотрены примеры LCLS, PAL-XFEL в рентгеновском, SPARC и LEUTL в видимом диапазонах. Показано более эффективное влияние гармоники поля ондулятора при работе с узкими пучками электронов

DOI: 10.31857/S0044451023090018
EDN: KBPZMV

1. ВВЕДЕНИЕ

Генерация второй гармоники (SHG) является интересным нелинейным эффектом как в источниках излучения так и при исследовании отклика вещества на его облучение извне. В современных исследованиях все чаще используют лазеры на свободных электронах (ЛСЭ) и когерентное ондуляторное излучение в диапазонах от видимого до рентгеновского. При этом в основном в ЛСЭ используют плоские или спиральные ондуляторы, где вторая гармоника на оси в идеале не излучается, а в реальности излучается относительно слабо в зависимости от характеристик пучка электронов. Излучение второй гармоники источника может быть нежелательным при исследовании материалов [1–4], так как вторая гармоника излучения маскирует нелинейный отклик исследуемого образца и затрудняет его изучение [5]. С другой стороны, при необ-

ходимости получить высокочастотное излучение от ЛСЭ, использование гармоник излучения является, пожалуй, наиболее простым способомкратно повысить частоту [6]. Принцип ЛСЭ с высоким усилением высших гармоник (high gain harmonic generation, HGHG) был предложен в [7–9], и реализован на установках [10, 11]; использование гармоник ЛСЭ позволяет уменьшить энергию электронов и размеры установки по сравнению с теми, которые требуются при использовании основного тона той же частоты [12–14]. Генерация второй гармоники в XUV диапазоне [15] наблюдалась при облучении Ti M_{2,3} лазером на свободных электронах. Генерация второй гармоники при облучении ЛСЭ используются при исследовании материалов [16–18] и поверхностей [19], включая органические соединения [20, 21]. Ниже мы рассмотрим и теоретически изучим влияние второй гармоники поля ондулятора на излучение гармоник ЛСЭ с целью получить возможность регулировать излучение его четных гармоник. Нелинейная генерация четных гармоник основного тона видимого света [2, 3] при исследовании физико-химических свойств молекул, пленок и поверхностей может указывать на нарушение внутренней симмет-

* E-mail: zhukovsk@physics.msu.ru

рии исследуемых образцов [4, 21]; в рентгеновском диапазоне отклик второй гармоники используется также при исследовании ядерного резонанса. По сравнению с мощностью облучения образца, мощность генерируемых в нем гармоник мала; поэтому содержание второй гармоники собственно источника излучения нужно по возможности уменьшить.

Вторая гармоника ЛСЭ экспериментально зафиксирована в излучении в диапазоне от видимого (LEUTL, см. [22, 23]) до жесткого рентгеновского (LCLS см. [24–27]). Вторая гармоника ондуляторного излучения (ОИ) появляется в спектре вследствие неотъемлемых в реальных устройствах угловых и бетатронных эффектов; последние в свою очередь имеют место во всех реальных пучках конечного сечения. Отметим, что только в идеально узком пучке электронов строго на оси длинного плоского ондулятора, излучение второй гармоники в принципе отсутствует, так как оно приходит в противофазе с соседних периодов ондулятора. Гармонику поля ондулятора можно получить в двоякопериодическом гармоническом поле; ее амплитуда может достигать порядка 10–15% основного поля ондулятора. Влияние третьей гармоники поля на ОИ изучалось во многих предыдущих работах (см., например, [28–31]). Излучение гармоник ЛСЭ, в том числе четных, теоретически исследовалось в [32–36]; механизм генерации четных гармоник исследовался в особенности в [37–41]; анализ поляризаций излучения проводился в [42–44] и других работах.

В настоящей работе используется аналитический подход, выявляющий физические причины возникновения четных гармоник ОИ и ЛСЭ, и предлагается возможность ослабить излучение второй гармоники приблизительно на 1–2 порядка наложением второй гармоники поля ондулятора с амплитудой $\sim 10\%$ основного поля; конструктивно это возможно в ондуляторах с двумя параллельными гребенками магнитов со сдвигом относительно друг друга с обеих сторон оси ондулятора.

Рассмотрим двоякопериодическое ондуляторное поле со второй гармоникой ($h = 2$), с амплитудой dH_0 основного поля амплитуды H_0 :

$$H = H_0 \sin 2\pi z / \lambda_u, \quad H_{h,d} = H_0 d \sin h 2\pi z / \lambda_u.$$

Здесь λ_u — период ондулятора, ось ондулятора направлена по оси z . Параметр дипольности равен

$$k \approx \lambda_u [\text{см}] H_0 [\text{Тл}] / 1.07.$$

Теория ОИ в мультипериодическом поле была представлена ранее во многих публикациях; опуская детали, ниже мы используем готовые проверенные

формулы, например, из работ [29–31]. Так, длина волны $\lambda_n = 2\pi c / \omega_n$ гармоники n ОИ определяется следующим выражением:

$$\lambda_n = \frac{\lambda_u}{2n\gamma^2} \left(1 + \frac{k_{eff}^2}{2} + (\gamma\theta)^2 \right),$$

$$k_{eff}^2 = k^2 \varpi, \quad \varpi = 1 + (d/h)^2, \quad (1)$$

где эффективный параметр k_{eff} определяется обычным ондуляторным параметром k и относительной амплитудой d гармоники поля с номером h ; излучение рассматривается под нормированным углом $\gamma\theta$ к оси, где γ — релятивистский фактор электронов. В идеале для плоского ондулятора с единственной гармоникой поля, $d = 0$, в дальней (волновой) зоне в случае бесконечно узкого пучка электронов на оси излучаются только нечетные гармоники, а для спирального ондулятора, $d = h = 1$, на оси в этом случае излучается только основной тон. В реальности картина излучения и само поле ондулятора значительно более сложные: в поле всегда присутствуют гармоники, чтобы удовлетворить уравнениям Максвелла во всем магнитом зазоре ондулятора, а в пучке конечной ширины возникают бетатронные колебания (см., например, [45]). Излучаются при этом все гармоники ОИ с различной интенсивностью, но в узких релятивистских пучках электронов влияние бетатронных колебаний на мощность четных гармоник ОИ оказывается малым. Тогда определяющим фактором для излучения четных гармоник становятся угловые эффекты. Это касается в первую очередь рентгеновских ЛСЭ; как было показано в [37–39], на оси и вблизи нее в узком пучке с сечением $\sigma_{x,y} \sim 10\text{--}50$ мкм вклад бетатронных колебаний в мощность четных гармоник излучения существенно меньше по сравнению с вкладом от эффективного угла $\bar{\theta} \approx \sigma_{x,y} / L_g$, под которым электроны взаимодействуют с излучением на длине усиления ЛСЭ (L_g). В длинных ондуляторах LCLS и других рентгеновских ЛСЭ пучок может существенно отклоняться от оси из-за неидеальности поля и внешних наводок. Угол отклонения при этом может быть сравним с углом $\bar{\theta} \approx \sigma_{x,y} / L_g$ [24].

2. ВЛИЯНИЕ ВТОРОЙ ГАРМОНИКИ ПОЛЯ НА СПЕКТР ОИ

Коэффициенты Бесселя $f_{n;x,y}$ для гармоники излучения n определяют по сути нормированную интенсивность ОИ этой гармоники с поляризациями x, y . Для плоского ондулятора со слабой второй

гармоникой поля и с учетом угловых и бетатронных эффектов в пучке релятивистских электронов конечного сечения, коэффициенты Бесселя аналитически записываются следующим образом (см., например, [29, 39]):

$$f_{n;x} \approx \sum_p \tilde{J}_p | (J_{n+1}^n + J_{n-1}^n) + \frac{d}{h} (J_{n+h}^n + J_{n-h}^n) + J_n^n \frac{2}{k} \gamma \theta \cos \varphi |, \quad (2)$$

$$f_{n;y} \approx \sum_p \left(\tilde{J}_p J_n^n \frac{2}{k} \gamma \theta \sin \varphi + J_n^n \frac{\sqrt{2}\pi y_0}{\lambda_u} \left((\tilde{J}_{p+1} - \tilde{J}_{p-1}) + \frac{d}{h} (\tilde{J}_{p+h} - \tilde{J}_{p-h}) \right) \right) \quad (3)$$

где y_0 — расстояние от оси. Коэффициенты Бесселя $f_{n;x,y}$ выражаются в терминах обобщенных форм функций Бесселя:

$$J_n^m = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{d\alpha}{2\pi} \times \exp \left[i \left(n\alpha + \frac{mk^2(\xi_0 + \xi_1 + \xi_2 + \xi_3 + \xi_4 + \xi_5)}{1 + \gamma^2\theta^2 + (k_{eff}^2/2)} \right) \right], \quad (4)$$

$$\tilde{J}_p = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{d\alpha}{2\pi} \exp[i(n\alpha - \kappa \sin \alpha - \eta \sin(2\alpha))],$$

аргументы $\xi_{0,\dots,5} \equiv \xi_{0,\dots,5}(\alpha)$ которых зависят от параметров ондулятора и пучка:

$$\begin{aligned} \xi_0 &= \frac{2d\gamma\theta \cos \varphi \sin(h\alpha)}{kh^2}, & \xi_1 &= \frac{\sin(2\alpha)}{4}, \\ \xi_2 &= \frac{d \sin((h-1)\alpha)}{h(h-1)}, & \xi_3 &= \frac{d \sin((h+1)\alpha)}{h(h+1)}, \\ \xi_4 &= \frac{d^2 \sin(2h\alpha)}{4h^3}, & \xi_5 &= \frac{2}{k} \gamma \theta \cos \varphi \sin \alpha, \\ \kappa &= \frac{4\pi\theta y_0 \gamma^2}{\lambda_u(1 + (k^2/2))}, & \eta &= \frac{\pi^2 \gamma y_0^2 k}{\sqrt{2}\lambda_u^2(1 + (k^2/2))}. \end{aligned} \quad (5)$$

Итак, коэффициенты Бесселя $f_{n;x,y}$ зависят от параметров установки сложным образом, явно и неявно. Напомним, что магнитное поле и эффекты в одной плоскости, например, (x, z) , порождают ОИ с поляризацией в перпендикулярной ей плоскости (y, z) ; в идеале в плоском ондуляторе излучение имеет поляризацию, только перпендикулярную плоскости вектора магнитного поля и оси, но в реальности

излучение имеет обе поляризации, хотя преобладает перпендикулярная полю. Азимутальный угол θ соответствует отклонению от оси; для разумных отклонений в пределах сечения пучка это практически не влияет на мощность нечетных гармоник, а главным образом влияет на мощность четных гармоник спонтанного ОИ. Вынужденное излучение ЛСЭ определяется взаимодействием электронов с фотонами. Для гармоник ЛСЭ проявляется повышенная чувствительность электрон-фотонного взаимодействия на длинах волн гармоник к разного рода потерям за счет разброса энергий электронов, угловых эффектов, эмиттанса, дифракции и др. Кроме того, нужно учесть, что определяющим углом в коэффициентах Бесселя (2)–(5) для ЛСЭ становится не угол между осью и направлением на наблюдателя (излучение ЛСЭ рассматривается на оси), и даже не расходимость пучка, а эффективный угол $\bar{\theta} \approx \sigma_{x,y}/L_g$, под которым электроны взаимодействуют с излучением на длине усиления ЛСЭ, а также возможное отклонение узкого пучка от оси на угол, который в некоторых случаях сравним с $\bar{\theta}$. Так на ЛСЭ LCLS юстировка пучка должна производиться с точностью ~ 5 мкм, при этом были зарегистрированы отклонения от оси на 10–15 мкм на длине ~ 1 м при сечении пучка ~ 25 мкм [24], а полная длина ондуляторов LCLS порядка 100 м. Что же касается полярного угла φ , то при повороте на $\varphi \approx 0 - \pi/2$ происходит перераспределение мощности излучения вокруг оси, но это не меняет полную мощность гармоник ЛСЭ, если пучок предполагается аксиально-симметричным. Асимметрия и динамика в реальном времени в трехмерном случае могут быть учтены при решении комплекса уравнений в специализированных численных программах для расчета ЛСЭ, которые требуют значительных вычислительных мощностей и подготовленного персонала. Аналитически учесть все детали выбранной установки и параметры пучка по длине ондуляторов практически невозможно. Даже простое интегрирование коэффициентов Бесселя по углам θ должно выполняться с соответствующим весом для распределения электронной плотности в пространстве, не говоря уже об интегрировании по длине z . То же касается и аксиальной асимметрии и интегрированию по углу φ . В этом случае аналитическое вычисление выражений для интенсивности даже спонтанного излучения становится практически невозможным, а численное вычисление долгим. Детальный точный расчет излучения ЛСЭ гораздо сложнее и производится численно; однако, в отличие от численного, аналитический подход позволяет выде-

лечь, проследить и понять влияние каждого физического фактора на излучение.

Проводя расчет интенсивности спонтанного излучения на оси ондулятора длины $N\lambda_u$ по аналитический формуле

$$\frac{d^2 I}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2 \gamma^2 N^2 k^2}{c(1 + (k_{eff}^2/2) + (\gamma\theta)^2)} \times \sum_{n=-\infty}^{\infty} n^2 \text{sinc}^2 \left(\pi n N \left(\frac{\omega}{\omega_n} - 1 \right) \right) (f_{n;x}^2 + f_{n;y}^2), \quad (6)$$

с учетом расходимости пучка и его сечения в коэффициентах Бесселя f_n и учитывая разброс энергий электронов,

$$\frac{d^2 I(\sigma_e)}{d\omega d\Omega} = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d^2 I(\nu_n + 4\pi n N \varepsilon) e^{-\varepsilon^2/2\sigma_e^2} d\varepsilon}{d\omega d\Omega \sqrt{2\pi}\sigma_e}, \quad (7)$$

получаем интенсивности гармоник, близкие к полученным в результате точного численного счета, например, с помощью программы SPECTRA для большинства установок; это было показано в работах [29, 37, 46, 47]. В частности было показано соответствие аналитических и численных результатов для LCLS, в том числе для четных гармоник его спонтанного ОИ; в ондуляторах ЛСЭ LCLS параметр дипольности $k = 3.5$, период $\lambda_u = 3$ см, длина секции 3.4 м, эмиттанс пучка $\gamma\varepsilon = 0.4$ мм× мрад, γ -фактор $\gamma = 8400$. В ЛСЭ расходимость пучка обычно меньше его отклонения от оси; в рентгеновских ЛСЭ она существенно меньше угла $\bar{\theta}$. Ранее было показано (см. [32–35, 38–40]), что излучаемая мощность четных гармоник всех основных действующих ЛСЭ объясняется, если учесть угол $\bar{\theta} \approx \sigma_{x,y}/Lg$.

Рассмотрим ондуляторы LCLS и предположим, что они модифицированы с двоякопериодическим полем с амплитудой второй гармоники 10% напряженности основного поля. Тогда с учетом эффективного угла $\gamma\bar{\theta} \approx 0.07 - 0.08$, получающегося для LCLS с длиной волны $\lambda = 1.5$ нм, с учетом длины усиления, сечения пучка и его отклонения от оси на $\sim 10-15$ мкм на длине 1–2 м [24–27], получаем из выражений (2)–(4) следующие значения коэффициентов Бесселя f_n при $d = +0.1, h = 2$:

$$f_{h=2, d=0.1, n=1, 2, 3, 4, 5} \approx \{0.74, \mathbf{0.11}, 0.32, \mathbf{0.13}, 0.19\}. \quad (8)$$

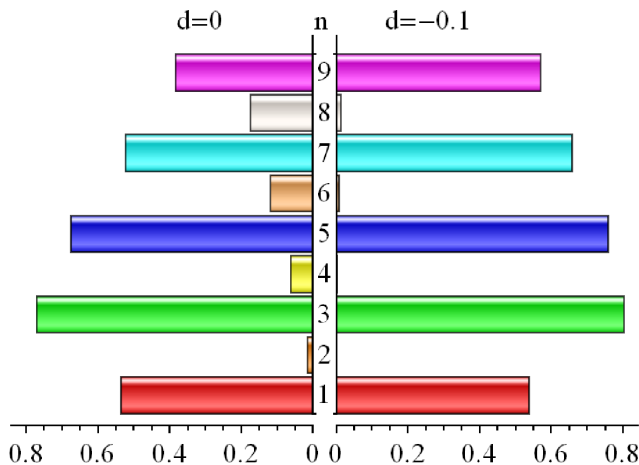


Рис. 1. Мощность гармоник ОИ LCLS под углом $\gamma\bar{\theta} \approx 0.07$ для стандартного ондулятора, $d = 0$, и для ондулятора со второй гармоникой поля, $h = 2$, и противофазной амплитудой $d = -0.1$

Отметим, что в (8) значения $f_{2,4,\dots}$ четных гармоник по порядку близки к значениям $f_{3,5}$ нечетных гармоник. Для сравнения, для стандартного ондулятора LCLS без второй гармоники поля с эффективным углом $\gamma\bar{\theta} \approx 0.07$ коэффициенты Бесселя $f_{2,4,\dots}$ меньше:

$$f_{h=d=0, n=1, 2, 3, 4, 5} \approx \{0.74, \mathbf{0.08}, 0.33, \mathbf{0.08}, 0.22\}. \quad (9)$$

Изменяя фазу второй гармоники поля с «+» на «-», получаем для ондулятора с $d = -0.1, h = 2$ с эффективным углом $\gamma\bar{\theta} \approx 0.07$ еще меньшие значения $f_{2,4,\dots}$:

$$f_{h=2, d=-0.1, n=1, 2, 3, 4, 5} \approx \{0.74, \mathbf{0.03}, 0.34, \mathbf{0.03}, 0.23\}. \quad (10)$$

Аналитические результаты для интенсивности спонтанного излучения гармоник LCLS на основе расчета коэффициентов Бесселя f_n подтверждаются численным счетом с помощью программы SPECTRA. Сравнительная интенсивность гармоник ОИ с $d = 0$ и с $h = 2, d = -0.1$ показана на рис. 1: вторая гармоника поля с $d = -0.1$ ослабляет четные гармоники излучения. При $d = +0.1$ получаем, наоборот, усиление высших четных гармоник. Отметим, что представленный на рис. 1 результат должен рассматриваться в контексте ЛСЭ, так как выбранный нами угол $\gamma\bar{\theta} \approx 0.07$ имеет смысл именно для ЛСЭ LCLS.

Для четных гармоник спонтанного ОИ на оси играют роль сечение и расходимость пучка, которые

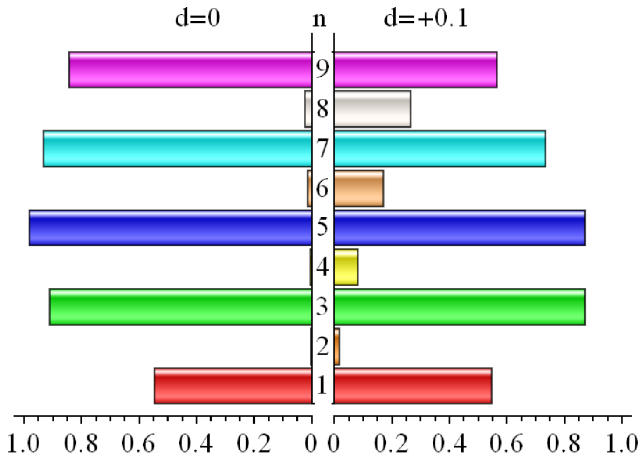


Рис. 2. Мощность гармоник ОИ LCLS с учетом эмиттанса пучка под углом $\gamma\theta_{div} \sim 0.02$ для стандартного ондулятора, $d = 0$, и для ондулятора со второй гармоникой поля, $h = 2$, и синфазной амплитудой, $d = +0.1$

малы для LCLS, $\gamma\theta_{div} \approx 0.02$, что дает очень слабые четные гармоники (см. рис. 2 слева, $d = 0$). В этом случае в ондуляторе с синфазной второй гармоникой поля $d = +0.1$ возможно усиление четных гармоник ОИ, как показано на рис. 2. Сравнивая рис. 2 и рис. 1, можно увидеть, что ОИ обычного ондулятора под углом $\gamma\bar{\theta} \approx 0.07$ (рис. 1 слева, $d = 0$) сравнимо с ОИ ондулятора со второй гармоникой под углом $\gamma\theta_{div} \approx 0.02$ в фазе $h = 2$, $d = +0.1$ с учетом сечения (рис. 2 справа, $d = +0.1$). Спектр ОИ обычного ондулятора под углом $\gamma\theta_{div} \approx 0.02$ с учетом только сечения (рис. 2 слева, $d = 0$) сравним со спектром ОИ под углом электрон-фотонного взаимодействия $\gamma\bar{\theta} \sim 0.07$ со второй гармоникой поля ондулятора в противофазе: $h = 2$, $d = -0.1$ (рис. 1 справа, $d = -0.1$).

Таким образом, можно видеть, как угловые эффекты в генерации гармоник спонтанного ОИ могут быть скомпенсированы за счет второй гармоники поля ондулятора с ее соответствующей фазой. Отметим, что при больших углах и сечениях результаты численного счета в SPECTRA отличаются от результатов, полученных с помощью аналитических вычислений хотя бы потому, что мы используем эффективное среднее значение углов, не проводя по ним интегрирование.

3. АНАЛИТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ МОЩНОСТИ ГАРМОНИК ЛСЭ

Теория вынужденного излучения однопроходного ЛСЭ широко представлена в литературе (см., на-

пример, [48–54]). В режиме когерентного излучения мощность растет экспоненциально по длине ондуляторов:

$$P(z) \propto P_0 e^{z/L_{g0}},$$

в отличие от ОИ, где мощность пропорциональна z^2 ; длина усиления $L_{g0} = 1/\sqrt{3}\Gamma$ обратно пропорциональна (безразмерному) параметру Пирса $\rho = \lambda_u \Gamma / 4\pi$, где Γ — усиление. Для гармоники n ЛСЭ, ее параметр Пирса ρ_n записывается через параметры электронного пучка и ондулятора следующим образом [55–57]:

$$\begin{aligned} \tilde{\rho}_n &= \frac{\rho_n}{\kappa}, \\ \rho_n &= \frac{1}{2\gamma} \left(\frac{J}{4\pi i} \right)^{1/3} (\lambda_u k_{eff} |f_n|)^{2/3}, \\ \kappa &= \sqrt[3]{1 + \lambda_u \lambda_n / 16\pi \rho_n \Sigma}, \end{aligned} \quad (11)$$

где коэффициент κ описывает дифракцию пучка, $i = 4\pi\epsilon_0 mc^3/e$ — размерная постоянная тока Альфвена, $i \approx 1.7045 \cdot 10^4$ [A], I_0 — электронный ток, а $J = I_0/\Sigma$ — его плотность, $\Sigma \approx 2\pi\sigma_{x,y}^2$ — поперечное сечение пучка электронов сечением $\sigma_{x,y}$. В терминах параметра Пирса ρ выражаются основные характеристики излучения ЛСЭ. А именно, максимальная мощность гармоники n , не ограниченная насыщением основного тона:

$$P_{F,n} \approx \sqrt{2} \tilde{\rho}_n P_{beam},$$

где P_{beam} — мощность электронного пучка, длина усиления гармоники:

$$L_{n,g} \approx \lambda_u / (4\pi\sqrt{3}n^{1/3}\tilde{\rho}_n),$$

а также длина насыщения ЛСЭ:

$$L_s \approx \lambda_u / \rho \sim (10 - 20)L_g.$$

Для ЛСЭ с самоусилением спонтанного излучения (SASE) когерентное излучение и начальная мощность зарождаются из случайных когерентных осцилляций шума электронного банча; оценка такова:

$$P_{noise} \approx 1.6\rho^2 e 4\pi c P_e / (I_0 \lambda),$$

см. [55]. Для ЛСЭ в режиме усилителя, затравочная мощность дается из внешнего источника, в самозатравочном ЛСЭ начальная мощность получается после фильтрации на монохроматоре излучения предыдущих секций ЛСЭ SASE; также могут использоваться гармоники самозатравочного или внешнего затравочного излучения. Разброс энергий

электронов σ_e и конечный эмиттанс пучка $\varepsilon_{x,y}$ увеличивают длину усиления $L_{n,g} \rightarrow L_{n,g} \kappa \Phi_n$ и уменьшают мощность. С насыщением ЛСЭ прекращается рост мощности и начинаются ее осцилляции около мощности насыщения $P_{n,F}$. Обычно полная мощность гармоник $P_{F,n}$ не достигается, $P_{n,F} < P_{F,n}$, так как рост мощности гармоник идет медленнее, чем основного тона, и ограничен его насыщением. Длина усиления и мощность насыщения гармоник в режиме нелинейной генерации однопроходного ЛСЭ, были аппроксимированы сложными полиномами с дробными степенями в [58] с высокой точностью. С этим согласуется выражение, предложенное в [55–57]; его модификация с учетом осцилляций мощности такова:

$$P_{n,F} = P_{beam} \frac{\rho_1 \eta_n}{\kappa^2 \sqrt{n}} \left(\frac{f_n}{n f_1} \right)^2 \times \left(1 + 0.3 \cos \left(\frac{z - L_s}{1.3 L_{n,g}} \right) \right). \quad (12)$$

Коэффициенты в (12) феноменологические; зависимость от μ ,

$$\Phi_n \propto e^{0.034 \mu_n^2}, \quad \mu_n \propto 1/n^{1/3},$$

предложена в [56]; другие числа и зависимость от ζ калиброваны нами по данным численных симуляций и ЛСЭ:

$$\Phi_n \approx (\zeta \sqrt{n} + 0.165 \mu_n^2) e^{0.034 \mu_n^2}, \quad \mu_n \approx \frac{2 \sigma_e}{n^{1/3} \tilde{\rho} n}, \quad (13)$$

$$\eta_n \approx 0.942 (e^{-\Phi_n (\Phi_n - 0.9)} + 1.57 (\Phi_n - 0.9) / \Phi_n^3).$$

Параметр ζ зависит от эмиттансов и параметров Твисса $\beta_{x,y}$ пучка и обычно для согласованного с ондулятором пучка $\zeta \approx 1 - 1.05$, за исключением редких случаев очень большого эмиттанса и широкого пучка, как в ЛСЭ LEUTL, где $\zeta \approx 1.2 - 1.4$; формула для ζ громоздкая (не приводим для краткости) и представлена в [55–57]. Длина усиления и мощность насыщения, посчитанные по формулам выше, согласуются с более аккуратными оценками по сложным формулам, предложенным в работе [58]. Отметим, что коэффициенты Бесселя f_n считаются по точным формулам (2)–(4) и справедливы для всех гармоник, включая четные. При этом учитывается конечный эмиттанс и угловые эффекты. Последние должны включать также эффективный угол электрон-фотонного взаимодействия $\bar{\theta} \approx \sigma_{x,y} / L_{gain}$, который обычно значительно больше угла расходимости и

больше угла отклонения пучка от оси. Справедливость такого подхода для всех ЛСЭ с доступными документированными характеристиками была проверена в работах [32–35], где было показано соответствие аналитического расчета данным независимых измерений на ЛСЭ. Отметим, что в режиме нелинейной генерации гармоник рост их мощности в конце ЛСЭ и в насыщении практически невозможно точно описать аналитически. Сложный для моделирования процесс сопровождается осцилляциями, скачками и приближенно описан формулой, калиброванной в среднем по данным многих ЛСЭ и численным моделям [59]:

$$Q_n(z) \approx \frac{\tilde{P}_{n,0} e^{nz/L_g}}{1 + (e^{nz/L_g} - 1) (\tilde{P}_{n,0} / \tilde{P}_{n,F})} + \frac{P_{n,0} e^{nz/L_g}}{1 + (e^{nz/L_g} - 1) (P_{n,0} / \tilde{P}_{n,F})}. \quad (14)$$

где начальные мощности ондуляторных каскадов усиления

$$P_{n,0} \approx c_n b_n^2 P_{n,F}, \quad \tilde{P}_{n,0} \approx d_n b_n^2 P_F |_{\eta_n \rightarrow \tilde{\eta}_n}$$

задаются банчингом

$$b_n^2 \approx (P_{0,1} / P_e \tilde{\rho}_1)^n,$$

параметры

$$\tilde{\eta}_n = \eta_n |_{\Phi_n \rightarrow \tilde{\Phi}_n},$$

$$\tilde{\Phi}_n = \Phi_n |_{\mu_{\varepsilon,n} \rightarrow \tilde{\mu}_{\varepsilon,n}},$$

$$\tilde{\mu}_{\varepsilon,n} \approx n \mu_{\varepsilon,n}$$

описывают сильно нелинейный рост и скачок вблизи насыщения, $P_{0,1}$ — начальная мощность основного тона, а процесс осцилляций описан модуляциями мощности

$$\hat{P}_{n,F} \approx P_{n,F} (z/L_s)^{n/2} - 0.5 \tilde{P}_{n,F}$$

и

$$\tilde{P}_{n,F} = P_{n,F} |_{\eta \rightarrow \tilde{\eta}}.$$

Калиброванные численные коэффициенты

$$c_n \approx [1, 1.3, 2, 5, 10], \quad d_n \approx [1, 3, 8, 40, 120]$$

дают в формуле соответствие данным многих ЛСЭ в среднем.

Независимый рост мощности проще и описывается экспонентой

$$S_n(z) \propto e^{z/L_{n,g}}$$

с выходом на насыщение [56, 57]:

$$P_{L,n}(z) \approx \frac{P_{0,n} S_n(z)}{1 + (P_{0,n} S_n(z)/P_{n,F})}, \quad (15)$$

где экспоненциальная функция S_n представлена по-разному в разных работах, например, в [56, 57] она имеет вид

$$S_n(\tilde{z})|_{\tilde{z}=\frac{z}{L_{n,g}}} \approx \left| \cosh \tilde{z} - e^{\tilde{z}} \cos \left(\frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}\tilde{z}}{2} \right) - e^{-\frac{\tilde{z}}{2}} \cos \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}\tilde{z}}{2} \right) \right|. \quad (16)$$

Детали феноменологического описания эволюции гармоник с помощью аналитических формул даны в [32, 33, 35–38] и др. работах. В них, а также в [60, 61] показано хорошее согласие с результатами численных моделей. Теоретические результаты также согласуются с результатами численного моделирования, проведенного независимо от нас в [62] и в др. работах. Теоретические результаты эволюции мощности гармоник по длине ондуляторов обычно воспроизводятся в экспериментах с точностью до порядка величины. Для четных и высших гармоник это соответствие хуже. Хорошее приближение предложено в работах [63, 64] для мощности второй гармоники P_2 , выраженной через P_1 с учетом числа Френеля

$$\Gamma = 4\pi\sigma_{x,y}^2/N\lambda_u\lambda_1,$$

где учтена длина волны λ , сечение пучка $\sigma_{x,y}$, и длина ондулятора $N\lambda_u$:

$$P_2^{Gelsoni} \approx P_1 \frac{A^2 + B^2}{450\pi K F^2} \times \frac{\ln(1 + 1/(4\Gamma^2))}{\arctan(1/\Gamma) + (\Gamma/2) \ln(\Gamma^2/(1 + \Gamma^2))}, \quad (17)$$

где

$$A = 2KG + J_1(K),$$

$$B = J_1(K),$$

$$F = J_0(K/2) - J_1(K/2),$$

$$G = J_0(K) - J_2(K),$$

$J_i(K)$ — обычные функции Бесселя от аргумента $K = k^2/(2 + k^2)$ [63]. Мощность второй гармоники P_2 проанализирована также в работе [65]. Результат сформулирован в терминах обычных функций Бесселя и включает зависимость от сечения пучка $\sigma_{x,y}$ и параметров ондулятора, а также мощность излучения ЛСЭ P_1 и коэффициенты группировки (банчинги) $b_{1,2}$. Значения банчинга не всегда известны,

и это затрудняет расчет мощности. Результат [65] можно переформулировать в терминах числа Френеля по аналогии с подходом в [63]:

$$P_{Huang2}^{Fresnel} = P_1 \frac{\Xi}{\Gamma}, \quad \Xi = \frac{K}{\pi N} \left(\frac{G b_2}{F b_1} \right)^2. \quad (18)$$

В работе [65] также предложена простая формула для третьей гармоники, мощность которой P_3 выражается как

$$P_{Huang3} = \Theta \rho P_{beam} (P_1/\rho P_{beam})^3, \quad (19)$$

где Θ — численный множитель, $\Theta \sim 0.1$. Теоретический результат (19), однако, превышает данные практически всех ЛСЭ на порядок. Согласие восстанавливается, если положить коэффициент $\Theta \sim 0.01$. Для второй гармоники результат (18) близок к измеренной мощности большинства ЛСЭ, расхождение обычно находится в пределах одного порядка. Отметим, что формулы (17), (18) из независимых исследований [63–65] не учитывают гармоники поля и применимы только для ЛСЭ с обычным плоским ондулятором.

4. ВЛИЯНИЕ ВТОРОЙ ГАРМОНИКИ ПОЛЯ НА СПЕКТР ЛСЭ

Подробное описание экспериментов и работы ЛСЭ LCLS дано в [24–26]. Для определенности рассмотрим излучение в мягком рентгеновском диапазоне, где были измерены первая, вторая ($< 0.1\%$) и третья ($\sim 2\text{--}3\%$) гармоники в насыщении, а содержание пятой гармоники оценено в 10% от третьей. Длина волны излучения $\lambda_1 = 1.5$ нм, энергия электронов $E = 4.3$ ГэВ, разброс энергий $\sigma_e = 3 \cdot 10^{-4}$, ток $I_0 = 1$ кА, период ондулятора $\lambda_u = 3$ см, параметр $k = 3.5$. На рис. 3 показана мощность гармоник ЛСЭ в случае использования ондуляторов со второй гармоникой поля, $h = 2$, и с амплитудой $d = -0.1$ основного поля и без нее.

Результаты теоретического расчета мощности излучения гармоник ЛСЭ по формулам (2)–(16) для стандартных ондуляторов LCLS были представлены ранее во многих работах (см., например, [32, 33, 38, 39]). Они дают характеристики излучения, которые хорошо согласуются с экспериментальными данными. Отметим на рис. 3, что мощность второй гармоники ЛСЭ при наличии второй гармоники поля ондулятора (штрих-пунктирная оранжевая линия на рис. 3) оказывается значительно, на два порядка, ниже, чем для стандартных ондуляторов LCLS (сплошная оранжевая линия). В послед-

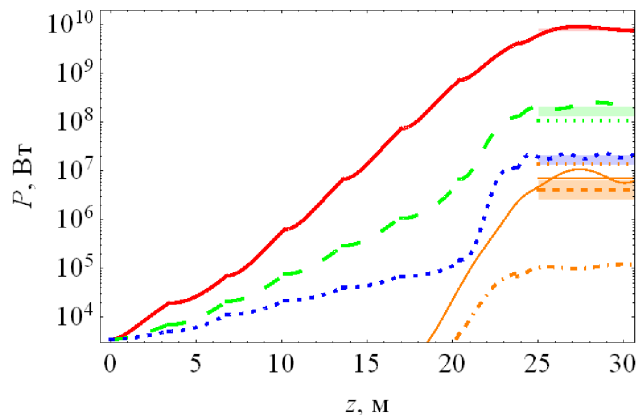


Рис. 3. Мощность гармоник ЛСЭ LCLS по длине ондуляторов; $E = 4.3$ ГэВ, $\lambda_1 = 1.5$ нм, $\sigma_e = 0.3 \cdot 10^{-3}$, $I_0 = 1$ кА, $\gamma\varepsilon_{x,y} = 0.4$ мм·мрад, $\beta = 10$ м. Гармоники обозначены линиями: $n = 1$ — сплошная красная, $n = 3$ — штриховая зеленая, $n = 5$ — пунктирная синяя; $n = 2$ — оранжевая, сплошная для обычного ондулятора, штрих-пунктирная для ондулятора со второй гармоникой поля, $h = 2$, $d = -0.1$; экспериментальные значения в цветных диапазонах; мощности насыщения P_{Huang3} — пунктирная зеленая, P_{Huang2} — штриховая и сплошная оранжевая, $P_{Geloni2}$ — пунктирная оранжевая

нем случае отметим хорошее согласие с измеренными значениями. В то же время, вторая гармоника поля не приводит к существенным изменениям мощности нечетных гармоник излучения. Итак, показано, что ондулятор со слабой второй гармоникой поля с амплитудой 10% в противофазе основному полю может подавить излучение второй гармоники ЛСЭ LCLS на два порядка и более. Мы учли значение эффективного угла $\gamma\bar{\theta} \sim 0.07-0.08$ электрон-фотонного взаимодействия в ЛСЭ и коэффициенты Бесселя (9) и (10). При учете только эмиттанса получаем содержание второй гармоники обычного ондулятора на два порядка ниже измеренного значения $\sim 0.04-0.1\%$. Отметим, что спонтанное излучение второй гармоники в ондуляторах LCLS под углом $\gamma\bar{\theta}$ тоже удается скомпенсировать второй гармоникой поля примерно до уровня излучения второй гармоники обычного ондулятора LCLS на оси с учетом эмиттанса пучка.

В сравнении с ЛСЭ LCLS интересно проанализировать генерацию и излучение второй гармоники в ЛСЭ PAL-XFEL [65–69] на почти той же длине волны, $\lambda = 1.52$ нм [65–69], что в LCLS. В отличие от LCLS, излучение на $\lambda_1 = 1.52$ нм в PAL-XFEL происходит от более широкого пучка электронов с большим эмиттансом и меньшей энергией электронов $E = 3$ ГэВ в ондуляторе с более коротким пе-

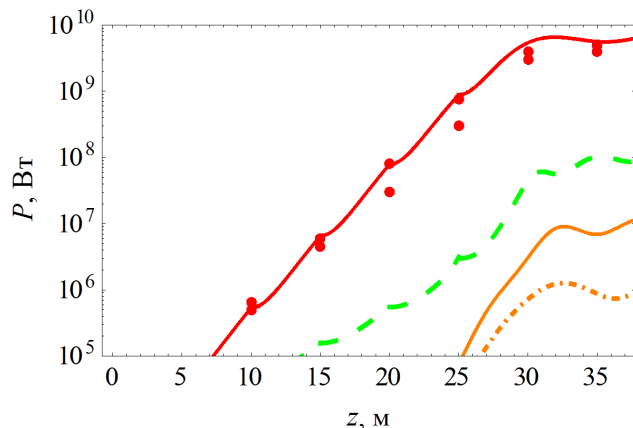


Рис. 4. Мощность гармоник PAL-XFEL, $E = 3$ ГэВ, $\lambda_1 = 1.5$ нм, $\sigma_e = 0.5 \cdot 10^{-3}$, $I_0 = 2.2$ кА, $\gamma\varepsilon_{x,y} = 0.55$ мм·мрад, $\beta = 25$ м. Гармоники обозначены линиями: $n = 1$ — сплошная красная, $n = 3$ — штриховая зеленая, $n = 2$ — оранжевая сплошная для обычного ондулятора, оранжевая штрих-пунктирная для ондулятора со второй гармоникой поля, $h = 2$, $d = -0.1$; измеренные значения обозначены точками

риодом и меньшим параметром дипольности k . Ранее проделанное нами аналитическое моделирование PAL-XFEL в [33], а также независимое численное моделирование в [70] и др. работах показывают гармоники $n = 2$ и $n = 3$, которые, однако, не были измерены, хотя последняя и была зарегистрирована в экспериментах. На рис. 4 приведено сравнение результатов моделирования эволюции мощности гармоник PAL-XFEL с обычным ондулятором и с ондулятором со второй гармоникой поля. В отличие от ЛСЭ LCLS, в PAL-XFEL влияние второй гармоники поля ондулятора на излучение второй гармоники ЛСЭ менее выражено.

При той же длине волны излучения гармоника поля с той же амплитудой 10% основного поля дает эффект подавления второй гармоники ЛСЭ PAL-XFEL на порядок или более, в отличие от эффекта в два порядка и более в LCLS. Объяснение этому не очевидно. Вероятно, что причина в более широком пучке электронов в PAL-XFEL. Отметим, что в PAL-XFEL более слабый ондулятор. Однако ниже мы рассмотрим пример другой пары ЛСЭ, где в ЛСЭ с большим эмиттансом стоит более сильный ондулятор, и в таком ЛСЭ эффективность второй гармоники поля понижена. Причины такой разницы еще не до конца понятны; по-видимому, влияют в основном сечение пучка и длина усиления ЛСЭ. Действительно, параметры ондулятора вместе с углом множителем $\gamma\theta$ присутствуют перед функци-

ей J_n^n , а также в аргументе функций Бесселя,

$$\xi_0 \sim \frac{2d}{kh^2} \gamma \theta.$$

Угловой вклад отдельно входит в аргумент функции Бесселя,

$$\xi_5 \sim \frac{2}{k} \gamma \theta,$$

а гармоника поля ондулятора отдельно и независимо от углов присутствует в аргументах $\xi_{2,3,4}$. Сечение пучка входит в аргументы бетатронных функций Бесселя \tilde{J}_p , вместе с углом в параметр

$$\kappa \approx \frac{\theta 2\pi \sigma_{x,y}}{\lambda_1},$$

и отдельно от угла в параметр

$$\eta \approx \frac{\Sigma \pi k}{\lambda_u \lambda_1 4\sqrt{2} \gamma}.$$

Учитывая, что наибольшим является угол $\bar{\theta} \approx \sigma_{x,y}/L_g$ электрон-фотонного взаимодействия, мы провели оценку для действующих ЛСЭ с излучением в диапазонах от видимого до рентгеновского с сечением пучков $\sigma \sim 25\text{--}250$ мкм и выяснили, что во всех рассмотренных установках κ на порядок больше η : $\kappa \sim 10\eta$. В аргументы κ и η не входят параметры второй гармоники поля d , h , а входят сечение и эффективный угол электрон-фотонного взаимодействия $\gamma\bar{\theta}$.

Рассмотрим теперь ЛСЭ LEUTL с длиной волны $\lambda = 532$ нм и энергией электронов $E = 217$ МэВ (см. [22, 23]). Сечение пучка этого ЛСЭ составляло $\sigma_{x,y} \sim 0.25$ мм, что на порядок больше, чем в LCLS и в два раза больше, чем в SPARC с излучением в видимом диапазоне на близкой длине волны $\lambda = 498$ нм, который мы тоже рассмотрим для сравнения. Мы рассчитали мощности гармоник по длине ЛСЭ LEUTL с обычным ондулятором и со второй гармоникой поля, а также исследовали зависимости мощности насыщения гармоник, длины усиления и угла $\bar{\theta}$ от сечения пучка (см. рис. 5–7).

С увеличением сечения уменьшаются плотность тока и усиление ЛСЭ, увеличивается длина усиления L_g (синяя сплошная линия на рис. 5); в результате угол $\bar{\theta} \approx \sigma_{x,y}/L_g$ (красная штриховая линия на рис. 5) растет медленнее, чем сечение. В отношении мощности второй гармоники можно сказать, что два эффекта противодействуют друг другу: с увеличением сечения пучка мощность второй гармоники излучения сначала растет при малом сечении (см. оранжевую штрих-пунктирную линию на рис. 6), что в основном определяется растущим углом $\bar{\theta} \approx \sigma_{x,y}/L_g$ (см. красную штриховую линию на

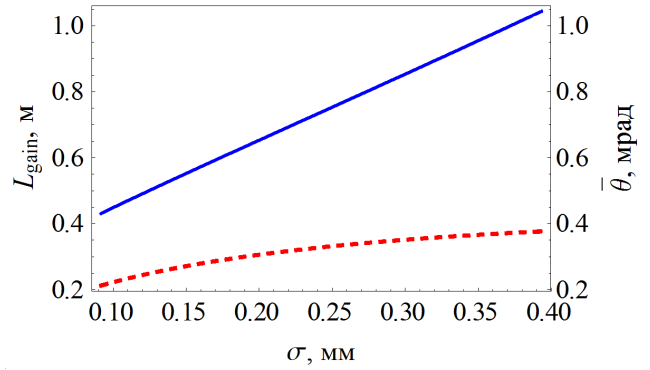


Рис. 5. Зависимости длины усиления L_g (сплошная синяя линия) и эффективного угла электрон-фотонного взаимодействия $\bar{\theta} \approx \sigma_{x,y}/L_g$ (штриховая красная линии) от сечения пучка LEUTL, $E = 217$ МэВ, $\lambda_1 = 532$ нм, $\sigma_e = 1 \cdot 10^{-3}$, $I_0 = 210$ А

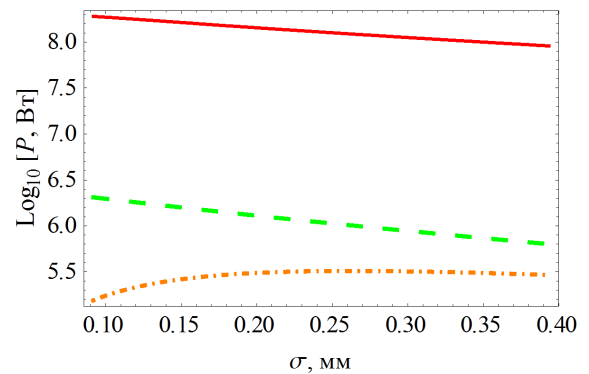


Рис. 6. Зависимости мощности гармоник ЛСЭ LEUTL, $E = 217$ МэВ, $\lambda_1 = 532$ нм, $\sigma_e = 1 \cdot 10^{-3}$, $I_0 = 210$ А от сечения пучка. Гармоники обозначены линиями: $n = 1$ — сплошная красная, $n = 3$ — штриховая зеленая, $n = 2$ — штрих-пунктирная оранжевая

рис. 5). Это происходит на фоне ослабления роста $\bar{\theta}$ и уменьшения общей мощности ЛСЭ (см. красную сплошную линию на рис. 6) из-за уменьшения плотности тока, соответствующего уменьшения параметра Пирса ρ и увеличения длины усиления L_g (см. синюю сплошную линию на рис. 5). Мощность в целом падает с увеличением сечения пучка, а четные гармоники сначала медленно растут; этот рост замедляется и прекращается с увеличением сечения при фиксированном токе (см. рис. 6).

Эволюция мощности гармоник по длине ондуляторов LEUTL показана на рис. 7. Исследованы случаи ондуляторов LEUTL со второй гармоникой поля, $h = 2$, $d = -0.1$ и обычного ондулятора. По сравнению с излучением ЛСЭ с обычным ондулятором с $d = 0$, подтвержденным экспериментальными данными [22], мощность второй гармоники излучения

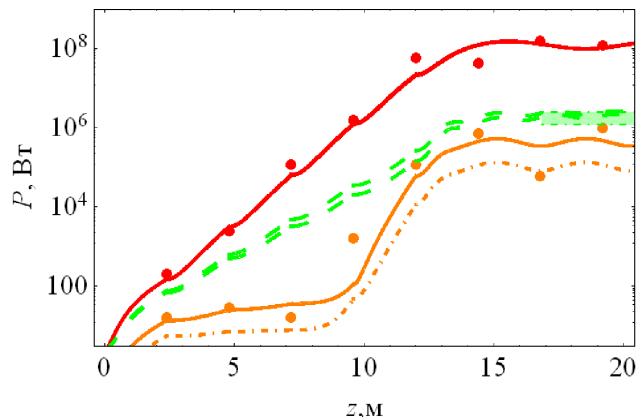


Рис. 7. Мощность гармоник ЛСЭ LEUTL, $E = 217$ МэВ, $\lambda_1 = 532$ нм, $\sigma_e = 1 \cdot 10^{-3}$, $I_0 = 210$ А, $\gamma_{\epsilon_x} = 6.2\pi$ мм·мрад, $\beta_{x,y} = 1.5$ м. Гармоники обозначены линиями: $n = 1$ — сплошная красная, $n = 3$ — штриховая зеленая, $n = 2$ — оранжевая сплошная для обычного ондулятора, оранжевая штрих-пунктирная для ондулятора со второй гармоникой поля, $h = 2$, $d = -0.1$; измеренные значения обозначены точками

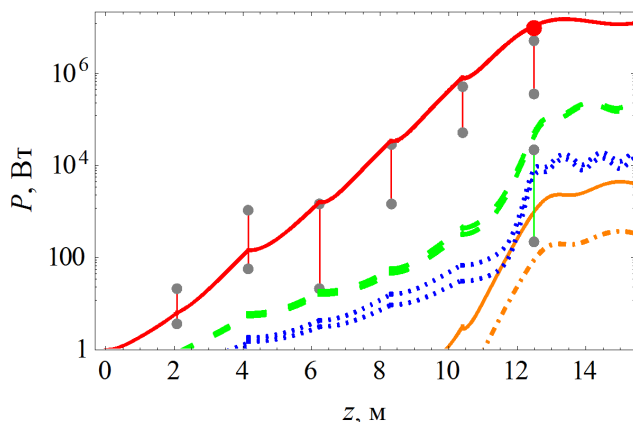


Рис. 8. Мощность гармоник ЛСЭ SPARC, $E = 152$ МэВ, $\lambda_1 = 498$ нм, $\sigma_e = 1 \cdot 10^{-3}$, $I_0 = 53$ А, $\beta_{x,y} = 1.5$ м, $\gamma_{\epsilon_x} = 2.8 \cdot 10^{-6}$ мм·мрад. Гармоники обозначены линиями: $n = 1$ — сплошная красная, $n = 3$ — штриховая зеленая, $n = 5$ — пунктирная синяя, $n = 2$ — сплошная оранжевая для обычного ондулятора, штрих-пунктирная оранжевая для ондулятора со второй гармоникой поля, $h = 2$, $d = -0.1$; измеренные значения в диапазонах между точками

в присутствии второй гармоники поля уменьшились всего в четыре–пять раз (ср. оранжевую сплошную и оранжевую пунктирную линии на рис. 7) и осталась в пределах разброса измерений с обычным ондулятором (оранжевые точки на рис. 7). Третья гармоника ЛСЭ почти не чувствует влияние второй гармоники поля (зеленая линия на рис. 7), а основной

тон вообще не меняется (красная линия на рис. 7). Отметим, что для ЛСЭ LEUTL с пучком электронов сечением $\sigma_{x,y} \sim 0.25$ мм на длине усиления $L_g \approx 0.75$ м имеем угол взаимодействия $\bar{\theta} \approx 0.35$ мрад и, соответственно, $\gamma\bar{\theta} \approx 0.14$. Для LEUTL с ондулятором со второй гармоникой поля, $h = 2$, $d = -0.1$, коэффициенты Бесселя равны

$$f_{n=1,2,3,4}^{e-\gamma \text{ angle}} = \{0.75, \mathbf{0.12}, 0.32, \mathbf{0.13}\},$$

в то время как для LEUTL с обычным ондулятором они равны

$$f_n = \{0.75, \mathbf{0.18}, 0.30, \mathbf{0.18}\}.$$

Разница значений $f_{n=2,4}$ для ондулятора с гармоникой поля и без нее не столь большая. Причина этого, вероятно, в том, что угловой вклад $\gamma\theta \approx 0.14$ большой и для его компенсации недостаточно амплитуды 10% второй гармоники поля. Отметим, что в ОИ углы $\gamma\theta > 0.1$ вызывают существенное изменение излучения и генерацию сильных четных гармоник. Таким образом, рассмотренное значение $d = -0.1$ второй гармоники поля ондулятора недостаточно для эффективного подавления второй гармоники излучения LEUTL.

Для сравнения рассмотрим ЛСЭ SPARC с похожей длиной волны излучения, но более узким

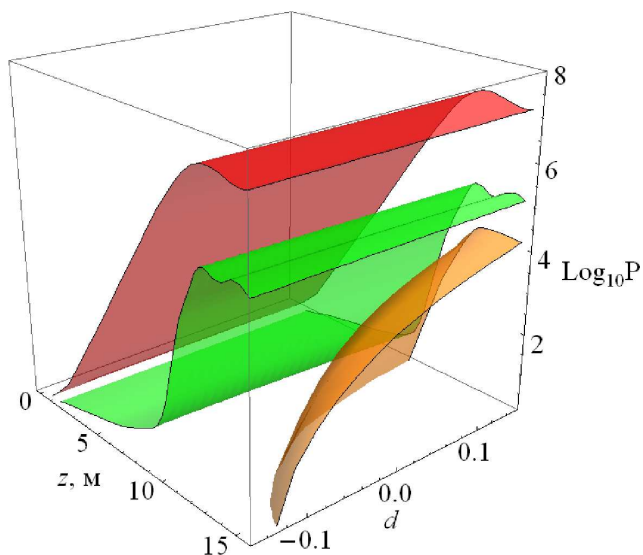


Рис. 9. Мощность гармоник ЛСЭ SPARC (данные ЛСЭ такие же, как на рис. 8) со второй гармоникой поля, $h = 2$, в зависимости от ее амплитуды d . Гармоники обозначены цветными поверхностями: $n = 1$ — красная, $n = 3$ — зеленая, $n = 2$ — оранжевая

пучком электронов с в два раза меньшим сечением пучка: $\sigma_{x,y} \sim 0.12$ мм, и значительно меньшим эмиттансом. Теоретические результаты расчета эволюции мощности гармоник ЛСЭ SPARC с обычным ондулятором и в присутствии второй гармоники поля ондулятора $h = 2$, $d = -0.1$, показаны на рис. 8.

Отметим, что вторая гармоника поля ондулятора SPARC с $d = -0.1$ уменьшает мощность излучения второй гармоники ЛСЭ на порядок; это эффективнее ее влияния в ЛСЭ LEUTL со сравнимой длиной волны излучения в видимом диапазоне и гораздо большим эмиттансом пучка. При этом ондулятор в SPARC слабее, чем в LEUTL. При сравнении рентгеновских ЛСЭ LCLS и PAL-XFEL оказалось, что разница в эффективности подавления второй гармоники излучения в них также сопровождалась разницей их эмиттансов и сечений, но параметр ондулятора k был наоборот сильнее у LCLS, где наблюдалось большая эффективность второй гармоники поля в подавлении излучения второй гармоники ЛСЭ. Мы проанализировали влияние амплитуды d второй гармоники поля ондулятора на излучение гармоник ЛСЭ. Результат для SPARC приведен на рис. 9. По сравнению с рис. 8, рис. 9 дает более общую картину и показывает возможность управлять излучением второй гармоники ЛСЭ, усиливая или ослабляя ее примерно на порядок в зависимости от амплитуды и фазы второй гармоники поля.

В то же время рис. 8 дает больше деталей в отношении эволюции гармоник по длине ондуляторов и влияния на нее поля второй гармоники с заданной амплитудой и фазой. Возможность управлять второй гармоникой ЛСЭ LEUTL значительно меньше, чем на ЛСЭ SPARC, а в ЛСЭ LCLS полный диапазон изменения мощности второй гармоники излучения превышает два порядка ее величины.

5. ВЫВОДЫ

Продемонстрировано, что с увеличением сечения пучка электронов при фиксированном токе мощность насыщения второй гармоники ЛСЭ несколько увеличивается при малых сечениях и потом остается в целом неизменной, а общая мощность ЛСЭ естественно уменьшается в первую очередь из-за уменьшения плотности тока.

Вторая гармоника поля ондулятора влияет на излучение второй гармоники спонтанного ОИ и ЛСЭ. Рассмотрено слабое поле ($\sim 10\%$ от основного) второй гармоники ондулятора и показано, что

оно может подавить излучение второй гармоники ЛСЭ, практически не затрагивая излучение нечетных гармоник. Эффективность влияния второй гармоники ондулятора при этом зависит от ЛСЭ. Показано, что для ЛСЭ LCLS с узким хорошо центрированным пучком излучение второй гармоники ослабевает приблизительно на два порядка в присутствии второй гармоники в поле ондулятора с отрицательной фазой и амплитудой 10%; положительная фаза этого поля может усилить вторую гармонику LCLS почти до 10 раз. Мы показали, что для PAL-XFEL на той же длине волны LCLS вторая гармоника излучения может быть ослаблена почти на порядок при той же амплитуде 10% второй гармоники поля; усиление второй гармоники PAL-XFEL возможно почти в пять раз. При этом оба ЛСЭ излучают примерно на одной длине волны $\lambda = 1.5$ нм. Для ЛСЭ SPARC на длине волны $\lambda = 498$ нм можно ослабить излучение второй гармоники ЛСЭ на порядок, примерно как для PAL-XFEL. Для LEUTL на близкой к SPARC длине волны $\lambda = 532$ нм эффект второй гармоники поля с той же амплитудой, что и для других рассмотренных ЛСЭ, $h = 2$, $d = -0.1$, меньше: происходит уменьшение мощности второй гармоники излучения примерно в пять раз.

Эффективность изменения мощности второй гармоники ЛСЭ под влиянием гармоники поля непосредственно связана со значением ее коэффициента Бесселя, который зависит в первую очередь от угловых эффектов, и компенсацией влияния последних второй гармоникой поля ондулятора. Установлено уменьшение влияния второй гармоники поля на излучение ЛСЭ при использовании пучков с большим эмиттансом. Разница в эффективности для разных ЛСЭ может превышать один порядок, в зависимости от ЛСЭ.

В практических целях эффективное подавление излучения второй гармоники ЛСЭ дает возможность использовать ЛСЭ для исследования и анализа нелинейного отклика образца на его облучение в виде генерации второй гармоники на фоне ослабленного излучения ЛСЭ на той же частоте.

Финансирование. Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки РФ, грант 075-15-2021-1353.

ЛИТЕРАТУРА

1. L. Wu, S. Patankar, T. Morimoto et al., Nat. Phys. **13**, 350 (2016).

2. G. Boyd, T. Bridges, and E. Burkhardt, *IEEE J. Quantum Electron.* **4**, 515 (1968).
3. G. C. Bhar, S. Das, and K. L. Vodopyanov, *Appl. Phys. B* **61**, 187 (1995).
4. M. Nuriya, S. Fukushima et al., *Nat. Commun.* **7**, 11557 (2016).
5. T. Sumi, M. Horio, T. Senoo et al., *E-J. Surf. Sci. Nanotech.* **20**, 31 (2021); DOI 10.1380/ejssnt.2022-002
6. K.-J. Kim, Z. Huang, and R. Lindberg, *Synchrotron Radiation and Free Electron Lasers; Principles of Coherent X-Ray Radiation*, Cambridge University Press, Cambridge CB2 8BS, United Kingdom (2017).
7. L.-H. Yu, *Science* **289**, 932 (2000).
8. T. Shaftan and Li H Yu, *Phys. Rev. E* **71**, 046501 (2005).
9. K. C. Prince, E. Allaria, C. Callegari et al., *Nat. Photonics* **10**, 176 (2016).
10. E. Allaria, L. Badano, S. Bassanese et al., *J. Synchrotron Radiat.* **22**, 485 (2015).
11. B. Faatz, M. Braune, O. Hensler et al., *Appl. Sci.* **7**, 1114 (2017).
12. K. Zhukovsky, *Opt. Commun.* **418**, 57 (2018).
13. K. Zhukovsky, *J. Appl. Phys.* **122**, 233103 (2017).
14. K. Zhukovsky, *EPL* **119**, 34002 (2017).
15. T. Helk, E. Berger, S. Jammuch et al., *Sci. Adv.* **7**, eabe2265 (2021).
16. S. Shwartz, M. Fuchs, J. B. Hastings et al., *Phys. Rev. Lett.* **112**, 163901 (2014).
17. S. Yamamoto, T. Omi, H. Akai et al., *Phys. Rev. Lett.* **120**, 223902 (2018).
18. E. Berger, S. Jammuch, C. Uzundal et al., *arXiv:2010.03134* (2020).
19. R. K. Lam, S. L. Raj, T. A. Pascal et al., *Phys. Rev. Lett.* **120**, 023901 (2018).
20. C. P. Schwartz, S. L. Raj, S. Jammuch et al., *arXiv:2005.01905* (2020).
21. P. J. Campagnola L. M. and Loew, *Nat. Biotechnol.* **21**, 1356 (2003).
22. S. G. Biedron et al., *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. A* **483**, 94 (2002).
23. S.V. Milton, E. Gluskin, N. D. Arnold et al., *Science* **292**, 2037 (2000).
24. P. Emma, R. Akre, J. Arthur et al., *Nature, Photonics* **4**, 641 (2010).
25. P. Emma, *Proc. of PAC09*, Vancouver, BC, Canada, (2009).
26. D. Ratner, A. Brachmann, F. J. Decker et al., *Phys. Rev. ST-AB* **14**, 060701 (2011).
27. Z. Huang and S. Reiche, in: *Proc. of the FEL 2004 Conference*, ed. by R. Bakker et al., Italy, Trieste (2004), p. 201.
28. K. V. Zhukovsky and A. M. Kalitenko, *Phys. Rus. J.* **62**, 354 (2019).
29. K. Zhukovsky and I. Fedorov, *Symmetry* **13**, 135 (2021).
30. K. Zhukovsky, *Results in Physics* **13**, 102248 (2019).
31. K. V. Zhukovsky, *J. Synchrotron Rad.* **26**, 1481 (2019).
32. K. Zhukovsky, *Rad. Phys. Chem.* **189**, 109698 (2021).
33. K. Zhukovsky, *Ann. der Physik* **533**, 2100091 (2021).
34. К. В. Жуковский, *ЖТФ* **91**, 495 (2021).
35. K. V. Zhukovsky, *Radiophys. Quantum Electronics* **65**, 88 (2022).
36. K.V. Zhukovsky, *Rus. Phys. J.* **65**, 1451 (2023).
37. K. Zhukovsky and I. Fedorov, *Mosc. Univ. Phys. Bull.* **77** (1), 11 (2022).
38. K. Zhukovsky, *Physics Uspekhi* **64**, 304 (2021).
39. K. Zhukovsky, *Opt. Laser Technol.* **143**, 107296 (2021).
40. K. Zhukovsky, I. Fedorov, N. Gubina, *Opt. Laser Technol.* **159**, 108972 (2023).
41. K. Zhukovsky, *EPL* **141**, 45002 (2023).

42. D. K. V. Attwood, *Soft X-Rays and Extreme Ultraviolet Radiation*, Cambridge University Press (1999), Chap. 5.
43. H. Kitamura, Jpn. J. Appl. Phys. **19**, L185 (1980).
44. H. P. Freund and P. J. M. van der Slot, J. Phys. Comm. **8**, 085011 (2021).
45. V. G. Bagrov, V. F. Zalmeszh, M. M. Nikitin, and V. Y. Epp, Nucl. Instr. Meth. A **261**, 54 (1987).
46. И. А. Федоров, К. В. Жуковский, ЖЭТФ **162**, 181 (2022).
47. K. Zhukovsky, I. Fedorov, Symmetry **14**, 1353 (2022).
48. B. W. J. McNeil, N. R. Thompson, Nature Photonics **4**, 814 (2010).
49. C. Pellegrini et al., Rev. Mod. Phys. **88**, 015006 (2016).
50. G. Margaritondo, Rivista del Nuovo Cimento **40**, 411 (2017).
51. Z. Huang and K. J. Kim, Phys. Rev. ST-AB, **10**, 034801 (2007).
52. Z. Huang, K.-J. Kim, Phys. Rev. E **62**, 7295 (2000).
53. E. L. Saldin, E. A. Schneidmiller, and M. V. Yurkov, *The Physics of Free Electron Lasers*, Berlin, Heidelberg, Springer-Verlag (2000).
54. R. Bonifacio et al., Opt. Comm. **50**, 373 (1984).
55. L. Giannessi, in *Synchrotron Light Sources and Free-Electron Lasers*, ed. by E.J. Jaeschke et al., Springer International Publishing, Switzerland (2016).
56. G. Dattoli, L. Giannessi, P. L. Ottaviani, and C. Ronsivalle, J. Appl. Phys. **95**, 3206 (2004).
57. G. Dattoli, P. L. Ottaviani, and S. Pagnutti, J. Appl. Phys. **97**, 113102 (2005).
58. M. Xie, Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A **445**, 59 (2000).
59. K.V. Zhukovsky, Mosc. Univ. Phys. Bull. **74** № 5 480 (2019).
60. K. Zhukovsky, A. Kalitenko, J. Synchrotron Rad. **26**, 159 (2019).
61. L. Gianessi, in *Proc. of 28th Int. Free Electron Laser Conf.*, Berlin, Germany, MOPPH026 (2006).
62. H. P. Freund and P. J. M. van der Slot, J. Phys. Commun. **5**, 085011 (2021).
63. G. Geloni et al., Opt. Comm. **271**, 207 (2007).
64. E. Saldin, E. Schneidmiller, and M. Yurkov, Nucl. Instr. and Meth. A **539**, 499 (2005).
65. Z. Huang and K.-J. Kim, Nucl. Instrum. Meth. A. **475**, 112 (2001).
66. H.-S. Kang et al., Nature Photonics **11**, 708 (2017).
67. H. Yang and H.-S. Kang, Nucl. Inst. Meth. Phys. Res. A **911**, 51 (2018).
68. J. Hong, J.-H. Han et al., High Power Laser Science Eng. **3**, 9 (2015).
69. I. S. Ko, H.-S. Kang, H. Heo et al., Appl. Sci. **7**, 479 (2017).
70. A. M. Kalitenko, J. Synchrotron Rad. **28**, 681 (2021).