### О МЕТОДИКАХ ОЦЕНКИ ДЕПОЛЯРИЗАЦИОННЫХ ПОТЕРЬ УЛЬТРАХОЛОДНЫХ НЕЙТРОНОВ В МАГНИТНЫХ ЛОВУШКАХ

#### Г. Н. Клюшников<sup>\*</sup>, А. П. Серебров

НИЦ «Курчатовский институт» — Петербургский институт ядерной физики имени Б.П. Константинова 188300, Гатчина, Ленинградская обл., Россия

> Поступила в редакцию 14 февраля 2022 г., после переработки 19 апреля 2023 г. Принята к публикации 3 мая 2023 г.

Задача о нахождении деполяризационных потерь нейтронов возникает в связи с необходимостью определения систематической погрешности экспериментов с магнитным удержанием ультрахолодных нейтронов в ловушках. В настоящей работе рассматриваются три методики оценки вероятности деполяризации нейтронов: классическая, квантовомеханическая и приближенная. Разработанные методики применяются к оценке вероятности деполяризации ультрахолодных нейтронов в двух магнитных ловушках: ловушке коллаборации Лос-Аламосской национальной лаборатории США (LANL) и ловушке, проектируемой в лаборатории физики нейтрона «НИЦ Курчатовский институт»–ПИЯФ. Показано, что все три методики могут успешно применяться для количественной оценки деполяризации. Это имеет особое значение для сравнения теоретических предсказаний с результатами измерений в экспериментах по определению времени жизни нейтрона.

**DOI:** 10.31857/S0044451023090055 **EDN:** KCIVPF

#### 1. ВВЕДЕНИЕ

Задача об определении потерь нейтронов вследствие деполяризации возникает при решении многих задач фундаментальной физики на реакторах: измерения времени жизни нейтрона [1–6], определения коэффициента асимметрии A, а также при решении технических задач, например, при оценке эффективности поляризаторов ультрахолодных нейтронов (УХН) в областях с сильным магнитным полем [7,8].

Идея о возможности отражения нейтронов от магнитного барьера в статическом магнитном поле была впервые высказана В. Паулем в 1951 г. Эти представления впоследствии были развиты и использованы для создания экспериментальной установки по измерению времени жизни нейтрона — секступольной магнитной ловушки, изогнутой в виде тора [9]. В СССР на принципиальную возможность

\* E-mail: klyushnikov\_gn@pnpi.nrcki.ru

хранения холодных нейтронов в ограниченной вакуумной полости за счет отталкивания нейтронов от областей с сильным магнитным полем указал В. В. Владимирский в 1960 г. В своей работе [2] он рассмотрел условия, необходимые для сохранения ориентации спина относительно магнитного поля и дал конкретные примеры магнитных полей, обеспечивающих хранение нейтронов. Тема магнитного хранения получила развитие в исследованиях, проведенных экспериментаторами из Курчатовского института (КИ) и Научно-исследовательского института ядерных реаторов (НИИАР) [3]. Впоследствии этой группой ученых было получено первое значение времени жизни нейтрона методом удержания УХН в полости. Позже в Институте теоретической и экспериментальной физики (ИТЭФ) была создана ловушка для УХН с электромагнитами, позволившая удерживать нейтроны со временем хранения больше 700 с в простой односвязной области под действием гравитационного и неоднородного магнитного полей [4].

Магнитная ловушка на постоянных магнитах была спроектирована и изготовлена в ПИЯФ РАН в 2001 г. [5]. Ловушка была сделана из постоянных магнитов и представляла собой расположенную вертикально цилиндрическую двадцатиполюсную магнитную систему с конической нижней частью. Ее конструкция предусматривала возможность регистрации потерь нейтронов в процессе хранения [6].

Первые эксперименты по определению времени жизни нейтрона были осуществлены в 50-е годы ХХ века при помощи пучкового метода определения вероятности распада нейтрона [10]. В экспериментах этого направления измерялась скорость распада нейтрона внутри выделенной области нейтронного пучка благодаря регистрации протонов в распадной области [11, 12]. Методом, основанным на хранении УХН в гравитационных или магнитных ловушках, экспериментаторы начали пользоваться в 80-х гг. и с тех пор постоянно повышают точность своих измерений [13]. Когда проявилось расхождение в результатах измерения времени жизни нейтрона, полученных с одной стороны в пучковых экспериментах и с другой стороны в экспериментах с хранением УХН в магнитно-гравитационных ловушках [1, 14, 15], возникла необходимость детального анализа экспериментов обеих групп, тщательного поиска в них систематических ошибок и путей дальнейшего увеличения точности измерений [16, 17]. Одним из возможных важнейших источников систематических ошибок в экспериментах с хранением в магнитногравитационных ловушках являются деполяризационные потери, возникающие вследствие переворота спина нейтронов в областях с сильными градиентами магнитного поля.

Основоположником теоретического изучения деполяризации нейтронов в неоднородном статическом магнитном поле является итальянский физик Э. Майорана [18]. В применении к анализу экспериментов по измерению времени жизни нейтрона первые оценки деполяризационных потерь УХН были сделаны в [19]. Вычисления в [19] были проделаны для ловушки, использовавшейся в эксперименте по определению времени жизни нейтрона в Лос-Аламосской национальной лаборатории США (LANL). Авторы использовали для оценки амплитуды переворота спина полуклассический метод и приближение Вентцеля-Крамерса-Бриллюэна (ВКБ-приближение). В полуклассическом методе отыскивалась амплитуда переворота спина в нижней точке поворота, затем вероятность деполяризации на одном отскоке от поверхности записывалась в виде квадрата этой амплитуды. В ВКБприближении коэффициенты разложения спинора  $\chi$ 

366

по спинорам Паули находились как решения обыкновенных дифференциальных уравнений, получающихся из стационарного уравнения Шредингера со спинором  $\chi$ . При этом рассматривались только вертикальные перемещения нейтронов. В результате в [19] вероятность деполяризации на одном отскоке оценена значениями от  $2.6 \cdot 10^{-23}$  в полуклассическом подходе до  $10^{-20}$  в ВКБ-приближении.

Анализ деполяризационных потерь в эксперименте LANL был продолжен в [20], где основное внимание было уделено рассмотрению перемещений нейтрона с ненулевой горизонтальной составляющей скорости. Именно такие перемещения, как показано в [20], являются основной причиной деполяризационных потерь в объеме магнитного хранения. К решению задачи были применены три подхода: квантовомеханический, математический и полуклассический. В квантовомеханическом подходе искались функции-коэффициенты разложения спинора  $\chi$  по базисным спинорам. В математическом подходе амплитуда деполяризации была получена как решение обыкновенного дифференциального уравнения в предположении об асимптотическом представлении функции Эри. В полуклассическом подходе так же, как и в квантовомеханическом, рассматривалось разложение волновой функции по собственным состояниям, однако собственные функции и коэффициенты разложения предполагались зависящими от времени t, а не от пространственных переменных. В результате анализа, проведенного в [20], получена вероятность деполяризации на одном отскоке порядка  $10^{-10}$  для ведущего магнитного поля 0.05 Тл и горизонтальной составляющей скорости нейтрона 3 м/с.

Помимо деполяризации, происходящей при движении нейтронов в объеме хранения, возможна деполяризация за счет некогерентного квазиупругого рассеяния нейтронов на протонах молекул стенки ловушки, а также за счет изменения траекторий нейтронов при отражении от стенки. Теоретическому исследованию этих механизмов деполяризации УХН посвящена работа [21]. В настоящей статье мы ограничимся рассмотрением деполяризации, происходящей при движении нейтронов в объеме хранения, и не будем учитывать деполяризацию при отражении от стенок. Также мы будем пренебрегать затуханием колебаний магнитного момента.

#### 2. МЕТОДЫ ОЦЕНКИ ВЕРОЯТНОСТИ ДЕПОЛЯРИЗАЦИИ

#### 2.1. Классический подход. Уравнения Блоха

Рассмотрим ультрахолодный (следовательно, нерелятивистский) нейтрон с массой m и средним значением магнитного момента  $\mu$ , движущийся в суперпозиции магнитного поля с индукцией **В** и гравитационного поля mg. Уравнения движения такого нейтрона в декартовой системе координат Oxyz будут

$$m\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \nabla(\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B}) + m\mathbf{g}.$$
 (1)

Динамика среднего значения магнитного момента в магнитном поле будет описываться уравнениями Блоха

$$\frac{d\boldsymbol{\mu}}{dt} = \gamma_m \boldsymbol{\mu} \times \mathbf{B},\tag{2}$$

где постоянная  $\gamma_m = -1.83 \cdot 10^8/(\text{Тл·с})$  — гиромагнитное отношение для нейтрона. (2) аналогично по форме уравнению Гейзенберга для ожидаемых значений элементов матрицы Паули, приведенных в [22] для случая постоянного по модулю магнитного поля, вращающегося вокруг одной из осей координат с постоянной угловой скоростью.

В дальнейших рассуждениях будем называть  $\mu$  магнитным моментом, всегда имея в виду его среднее значение.

Будем предполагать, что справедливы соотношения для частных производных

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \mu_i}{\partial x_j} \right) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{d\mu_i}{dt} \right). \tag{3}$$

Условия (3) будут выполнены, если члены с компонентами ускорения нейтрона  $w_j$ , возникающие в правой части (3), меньше членов с компонентами скорости нейтрона  $v_j$ . Тогда система дифференциальных уравнений (1), (2) примет вид

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= v_x, \\ m\frac{dv_x}{dt} &= \frac{\partial\mu_x}{\partial x}B_x + \frac{\partial\mu_y}{\partial x}B_y + \frac{\partial\mu_z}{\partial x}B_z + \\ &+ \mu_x\frac{\partial B_x}{\partial x} + \mu_y\frac{\partial B_y}{\partial x} + \mu_z\frac{\partial B_z}{\partial x}, \\ \frac{dy}{dt} &= v_y, \\ m\frac{dv_y}{dt} &= \frac{\partial\mu_x}{\partial y}B_x + \frac{\partial\mu_y}{\partial y}B_y + \frac{\partial\mu_z}{\partial y}B_z + \\ &+ \mu_x\frac{\partial B_x}{\partial y} + \mu_y\frac{\partial B_y}{\partial y} + \mu_z\frac{\partial B_z}{\partial y}, \\ \frac{dz}{dt} &= v_z, \\ m\frac{dv_z}{dt} &= \frac{\partial\mu_x}{\partial z}B_x + \frac{\partial\mu_y}{\partial z}B_y + \frac{\partial\mu_z}{\partial z}B_z + \\ &+ \mu_x\frac{\partial B_x}{\partial z} + \mu_y\frac{\partial B_y}{\partial z} + \mu_z\frac{\partial B_z}{\partial z} - mg, \\ \frac{d\mu_x}{dt} &= \gamma_n\left(\mu_xB_x - \mu_xB_z\right), \\ \frac{d\mu_y}{dt} &= \gamma_n\left(\mu_xB_y - \mu_yB_x\right), \\ \frac{d\mu_z}{dt} &= \gamma_n\left(\frac{\partial\mu_y}{\partial x}B_z + \mu_y\frac{\partial B_z}{\partial x} - \frac{\partial\mu_z}{\partial x}B_y - \mu_z\frac{\partial B_y}{\partial y}\right), \\ \frac{dt}{dt}\left(\frac{\partial\mu_x}{\partial z}\right) &= \gamma_n\left(\frac{\partial\mu_y}{\partial z}B_z + \mu_y\frac{\partial B_z}{\partial z} - \frac{\partial\mu_z}{\partial y}B_y - \mu_z\frac{\partial B_y}{\partial y}\right), \\ \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial\mu_x}{\partial z}\right) &= \gamma_n\left(\frac{\partial\mu_z}{\partial x}B_x + \mu_z\frac{\partial B_x}{\partial x} - \frac{\partial\mu_x}{\partial x}B_z - \mu_x\frac{\partial B_z}{\partial y}\right), \\ \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial\mu_y}{\partial x}\right) &= \gamma_n\left(\frac{\partial\mu_z}{\partial x}B_x + \mu_z\frac{\partial B_x}{\partial x} - \frac{\partial\mu_x}{\partial x}B_z - \mu_x\frac{\partial B_z}{\partial x}\right), \\ \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial\mu_y}{\partial x}\right) &= \gamma_n\left(\frac{\partial\mu_z}{\partial y}B_x + \mu_z\frac{\partial B_x}{\partial x} - \frac{\partial\mu_x}{\partial x}B_z - \mu_x\frac{\partial B_z}{\partial x}\right), \\ \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial\mu_y}{\partial y}\right) &= \gamma_n\left(\frac{\partial\mu_x}{\partial x}B_x + \mu_z\frac{\partial B_x}{\partial x} - \frac{\partial\mu_x}{\partial y}B_z - \mu_x\frac{\partial B_z}{\partial y}\right), \\ \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial\mu_y}{\partial z}\right) &= \gamma_n\left(\frac{\partial\mu_x}{\partial x}B_x + \mu_z\frac{\partial B_x}{\partial x} - \frac{\partial\mu_x}{\partial y}B_z - \mu_x\frac{\partial B_z}{\partial y}\right), \\ \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial\mu_y}{\partial z}\right) &= \gamma_n\left(\frac{\partial\mu_x}{\partial x}B_y + \mu_x\frac{\partial B_y}{\partial x} - \frac{\partial\mu_x}{\partial y}B_z - \mu_x\frac{\partial B_z}{\partial y}\right), \\ \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial\mu_z}{\partial y}\right) &= \gamma_n\left(\frac{\partial\mu_x}{\partial y}B_y + \mu_x\frac{\partial B_y}{\partial x} - \frac{\partial\mu_y}{\partial x}B_x - \mu_y\frac{\partial B_z}{\partial y}\right), \\ \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial\mu_z}{\partial y}\right) &= \gamma_n\left(\frac{\partial\mu_x}{\partial y}B_y + \mu_x\frac{\partial B_y}{\partial y} - \frac{\partial\mu_y}{\partial y}B_x - \mu_y\frac{\partial B_z}{\partial y}\right), \\ \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial\mu_z}{\partial y}\right) &= \gamma_n\left(\frac{\partial\mu_x}{\partial y}B_y + \mu_x\frac{\partial B_y}{\partial y} - \frac{\partial\mu_y}{\partial y}B_x - \mu_y\frac{\partial B_x}{\partial y}\right), \\ \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial\mu_z}{\partial y}\right) &= \gamma_n\left(\frac{\partial\mu_x}{\partial y}B_y + \mu_x\frac{\partial B_y}{\partial y} - \frac{\partial\mu_y}{\partial y}B_x - \mu_y\frac{\partial B_x}{\partial y}\right), \\ \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial\mu_z}{\partial y}\right) &= \gamma_n\left(\frac{\partial\mu_x}{\partial y}B_y + \mu_x\frac{\partial B_y}{\partial y} - \frac{\partial\mu_y}{\partial y}B_x - \mu_y\frac{\partial B_x}{\partial y}\right), \\ \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial\mu_z}{\partial y}\right) &= \gamma_n\left(\frac{\partial\mu_x}{\partial y}B_y + \mu_x\frac{\partial B_y}{\partial y} - \frac{\partial\mu_y}{$$

Система (4) должна быть дополнена начальными условиями для координат x, y, z, компонент скорости  $v_x, v_y, v_z$ , компонент магнитного момента  $\mu_x$ ,  $\mu_y, \mu_z$  и производных компонент магнитного момента по координатам  $\partial \mu_i / \partial x_j$ .

Если в равенствах

$$\frac{\partial(\mu_i B_i)}{\partial x_j} = \frac{\partial\mu_i}{\partial x_j} B_i + \mu_i \frac{\partial B_i}{\partial x_j} \tag{5}$$

пренебречь членами с производными  $\partial \mu_i / \partial x_j$ , то (4) сведется к системе уравнений

$$\frac{dx}{dt} = v_x,$$

$$m\frac{dv_x}{dt} = \mu_x \frac{\partial B_x}{\partial x} + \mu_y \frac{\partial B_y}{\partial x} + \mu_z \frac{\partial B_z}{\partial x},$$

$$\frac{dy}{dt} = v_y,$$

$$m\frac{dv_y}{dt} = \mu_x \frac{\partial B_x}{\partial y} + \mu_y \frac{\partial B_y}{\partial y} + \mu_z \frac{\partial B_z}{\partial y},$$

$$\frac{dz}{dt} = v_z,$$

$$m\frac{dv_z}{dt} = \mu_x \frac{\partial B_x}{\partial z} + \mu_y \frac{\partial B_y}{\partial z} + \mu_z \frac{\partial B_z}{\partial z} - mg,$$

$$\frac{d\mu_x}{dt} = \gamma_n \left(\mu_y B_z - \mu_z B_y\right),$$

$$\frac{d\mu_z}{dt} = \gamma_n \left(\mu_x B_y - \mu_y B_z\right).$$
(6)

Систему обыкновенных дифференциальных уравнений (6) также следует дополнить начальными условиями.

Будем считать, что в начальный момент времени магнитный момент нейтрона  $\mu_0$  направлен противоположно индукции магнитного поля в точке пуска  $\mathbf{B}_0$ :

$$\boldsymbol{\mu}_0 \uparrow \downarrow \mathbf{B}_0, \tag{7}$$

т. е. угол  $\theta$  между средним значением спина нейтрона  $\sigma$  и **В** равен 0 при t = 0. Модуль вектора  $\mu$  равен

$$\mu = 1.913 \mu_{nucl},\tag{8}$$

где  $\mu_{nucl}$  — ядерный магнетон.

Для системы (4) помимо начальных значений координат и скоростей, а также условия (7) будем задавать производные  $\frac{\partial \mu_i}{\partial x_i}$  равными нулю при t = 0.

Система (4) является более точной, чем (6), поэтому в общем случае следует пользоваться ей. Однако на практике разница в решениях (4) и (6) проявляется только на достаточно больших временах наблюдения.

При таком рассмотрении характеристикой деполяризации, как будет показано далее, является величина

$$\frac{1}{2}\Delta\cos\theta = \frac{1-\cos\theta}{2} = \sin^2\frac{\theta}{2}.$$

Дадим теперь два определения, которые потребуются в дальнейшем. Пусть  $\mathbf{B}(t)$  — индукция поля в момент времени t,  $\mathbf{B}(t + \Delta t)$  — индукция поля через малый промежуток времени  $\Delta t$ . Примем за  $\alpha$ угол между векторами  $\mathbf{B}(t)$  и  $\mathbf{B}(t + \Delta t)$  и рассмотрим предел

$$\nu = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\alpha}{\Delta t}.$$
 (9)

Величина  $\nu$  будет угловой скоростью вращения вектора **В**.

Вторая важная характеристика магнитного поля  $\omega$  — частота обращения спина вокруг поля **B**, или ларморова частота прецессии спина.

#### 2.2. Приближенный способ оценки вероятности деполяризации через квадрат отношения частот

Задачу вычисления вероятности неадиабатических переходов решал немецкий физик В. Гюттингер. В 1931 г. он получил уравнения для нахождения коэффициентов разложения волновой функции частицы со спином в магнитном поле в одном частном случае. Дж. Швингер получил более общие уравнения для коэффициентов разложения волновой функции и решил эти уравнения для нескольких практически важных примеров, в том числе для магнитного поля, постоянного по модулю и вращающегося с постоянной угловой скоростью [23].

В работе [23] использовался угол  $\alpha$ , через который были записаны вероятность системы остаться в том же квантовом состоянии

$$P\left(\frac{1}{2} \to \frac{1}{2}\right) = P\left(-\frac{1}{2} \to -\frac{1}{2}\right) = \cos^2\frac{\alpha}{2} \qquad (10)$$

и вероятность перехода в состояние с противоположным спином

$$P\left(\frac{1}{2} \to -\frac{1}{2}\right) = \sin^2 \frac{\alpha}{2}.$$
 (11)

И. Раби также рассмотрел задачу о вероятности переворота спина нейтрона в магнитном поле, вращающемся с постоянной угловой скоростью. Задача изначально решалась в неподвижной системе координат. В работе [24] получено выражение для вероятности обнаружить нейтрон в состоянии со спином (-1/2) через угловую скорость поворота поля и ларморову частоту прецессии спина.

В 1954 г. И. Раби с соавторами решил задачу о вероятности обнаружить нейтрон в квантовом состоянии со спином (-1/2) в системе координат, движущейся вместе с нейтроном [25]. Предполагалось,

что вектор магнитной индукции вращается с постоянной угловой скоростью вокруг некоторой оси в пространстве. Были найдены вероятности  $P_{(1/2)}$  и  $P_{(-1/2)}$ , где (1/2) и (-1/2) — проекции спина нейтрона на направления **В** и –**В**. Вероятность  $P_{(-1/2)}$  определялась по формуле

$$P_{(-1/2)} = \frac{1 - \cos\theta}{2},\tag{12}$$

где  $\theta$  — угол между вектором **В** в неподвижной системе координат и магнитным моментом нейтрона.

В работе [26] рассмотрена задача о нахождении вероятностей  $P_{(1/2)}$  и  $P_{(-1/2)}$  в системе координат, связанной с нейтроном, в предположении, что магнитное поле в подвижной системе координат вращается с произвольной угловой частотой  $\nu(t)$ . Сделан вывод о том, что в общем случае для определения компонент волновой функции  $\psi_+$  и  $\psi_-$  нужно решить интегро-дифференциальное уравнение с неизвестной функцией  $\Delta(t)$ . Однако, как подчеркивается в [26], в большинстве практически интересных случаев для оценки вероятности нахождения системы в состоянии (-1/2)

$$P_{(-1/2)} = ||\psi_{-}||^{2} \tag{13}$$

достаточно воспользоваться простым выражением для волновой функции

$$\psi_{-} = i \frac{\nu_x}{n} \sin \frac{nt}{2},\tag{14}$$

где  $n = \sqrt{(\omega - \nu_z)^2 + \nu_x^2}, \, \boldsymbol{\nu}$  — вектор угловой скорости поворота поля.

Будем предполагать, что  $|\mathbf{B}(t)|$  и  $\nu(t)$  – функции, меняющиеся настолько медленно, что выполняются условия

$$\mathbf{v}\nabla B/(\gamma B^2) \ll 1, \quad \nu/\omega \ll 1.$$
 (15)

Первое из условий (15) означает, что поле **В** меняется медленно по модулю, второе — медленно по направлению. Тогда выражение (12) и квадрат волновой функции (14) могут служить локальными оценками вероятности деполяризации. Если мы будем возводить в квадрат не локальную, а среднюю величину отношения частот, то получим из (13) и (14) формулу

$$P_{(-1/2)} = \frac{1}{2} \left\langle \frac{\nu}{\omega} \right\rangle^2, \qquad (16)$$

где угловыми скобками в (16) обозначено усреднение по координатам и скоростям нейтронов.

Таким образом, (16) может служить приближенной формулой для оценки вероятности деполяризации на одном отскоке. Использование формулы (12) для вероятности деполяризации на одном отскоке ограничено, поскольку вычисление  $\cos \theta$  является затратным по времени вычисления для практически интересных магнитных систем.

#### 2.3. Квантовомеханическая оценка вероятности деполяризации

В работе [20] оценка вероятности деполяризации за счет переворота спина нейтронов сделана для магнитного поля, удовлетворяющего следующим условиям (система координат та же, что в [20]):

1) модуль магнитного поля  $|\mathbf{B}|$  зависит только от вертикальной координаты y;

2) угол  $\phi$ , определяемый через соотношение tg  $\phi = B_y/B_x$ , зависит только от горизонтальной координаты x;

3) угол  $\theta$ , определяемый через соотношение  $\cos \theta = B_z/B$ , зависит только от вертикальной координаты y.

Первое предположение означает, что градиент  $\nabla |\mathbf{B}|$  имеет только одну ненулевую компоненту. Второе и третье предположения накладывают ограничения на геометрию магнитного поля **B**.

При сделанных предположениях вероятность деполяризации на одном отскоке можно записать так:

$$p(t) = \frac{\dot{\theta}^2 + (Kv_x \sin \theta)^2}{4\omega_L^2},\tag{17}$$

где  $K = 2\pi/L$ , L — постоянная магнитной структуры,  $\omega_L$  — ларморова частота прецессии спина.

#### 3. ВЫЧИСЛЕНИЕ МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ

Применим теперь методики оценки деполяризации, основанные на трех описанных выше методах, к двум магнитным ловушкам: ловушке эксперимента LANL и магнитной ловушке, проект которой разрабатывается в настоящее время в лаборатории физики нейтрона НИЩ «Курчатовский институт» – ПИ-ЯФ.

Перед выполнением деполяризационных расчетов мы проведем независимое вычисление магнитных полей. Для ловушки LANL это необходимо, чтобы проверить, насколько сильно аналитическое магнитное поле, использованное в [20], отличается от реального поля, и как возможное отличие влияет на итоговую оценку деполяризации нейтронов. Будем использовать геометрию магнитной системы, заданную в [27].



Рис. 1. Линии, вдоль которых вычислялась индукция внутреннего магнитного поля (показаны черным цветом)

#### 3.1. Магнитное поле ловушки эксперимента LANL

Решение задачи о нахождении магнитного поля ловушки эксперимента LANL осуществлялось по следующему плану.

1. Расчет основного (внутреннего) магнитного поля магнитной ловушки эксперимента LANL — поля, создаваемого основной магнитной поверхностью:

- 1) параметризация магнитной поверхности,
- разбиение поверхности на элементарные ячейки-магниты, задание полярности каждой ячейки,
- нахождение поля одной магнитной полосы для четырех различных ориентаций полос,
- вычисление поля от всей магнитной поверхности. Создание калькулятора внутреннего магнитного поля.

2. Расчет внешнего (ведущего) магнитного поля – тороидального поля, создаваемого витками соленоидов:

 нахождение поля одного (центрального) витка прямоугольной формы,

- скругление краев контура, вычисление поля одного витка в форме прямоугольника со скругленными краями,
- нахождение поля девяти витков путем применения преобразования поворота поля от одного витка на заданный угол. Создание калькулятора внешнего магнитного поля.

3. Определение результирующего поля магнитной системы как суперпозиции внутреннего и внешнего магнитных полей.

#### Расчет основного магнитного поля

Будем использовать декартову систему координат Oxyz с осью z, направленной вертикально вверх. В этой системе координат самой нижней точкой магнитной поверхности будет (0, 0, -1) м.

Поверхность, на которой располагаются магниты, создающие основное магнитное поле, вместе с контрольными линиями представлена на рис. 1. Поверхность составлена из элементарных магнитов в виде равномерно намагниченных прямоугольных параллелепипедов размера  $5.08 \times 1.27 \times 2.54$  см. Таким образом, период магнитной структуры составляет 5.08 см, основное изменение ориентации магнитного поля будет происходить вдоль оси *y*.



**Рис. 2.** Зависимость  $|\mathbf{B}(x)|$  в y- слое. 1 — поле задано численно, 2 — поле задано аналитически



**Рис. 3.** Зависимость  $|\mathbf{B}(y)|$  в x- слое. 1 — поле задано численно, 2 — поле задано аналитически

Для вычисления поля магнитной поверхности была разработана и записана в виде программного кода процедура из следующих действий.

1. Вычисление координат z торцов элементарных магнитов с помощью уравнения поверхности z(x, y).

2. Создание матрицы с координатами базиса Френе в каждой точке разбиения.

3. Определение координат центра текущего магнита.

4. Выбор одной из четырех возможных ориентаций текущего магнита.

5. Нахождение координат вектора относительного положения точки наблюдения  $\mathbf{r} - \mathbf{r_c}$  в локальной системе координат с использованием матриц A и C. В матрице A записаны координаты базиса Френе в рассматриваемой точке, C представляет собой матрицу поворота.



Рис. 4. Зависимость  $|\mathbf{B}(z)|$  вдоль вертикальной прямой для двух полей — расчетного (кривая 1) и аналитического (кривая 2)

6. Вычисление компонент поля  ${f B}'({f r}-{f r_c})$  в локальной системе координат.

7. Пересчет компонент поля  ${\bf B}({\bf r}-{\bf r_c})$  в неподвижной системе координат, суммирование.

Результаты расчета внутреннего магнитного поля представлены на рис. 2–4. На рис. 1 показаны линии, вдоль которых вычислялось магнитное поле для рис. 2 и рис. 3.

На рис. 2 показано изменение модуля магнитной индукции  $|\mathbf{B}|$  от координаты x в одном из сечений поверхности плоскостью y = const (будем называть такое сечение y-слоем). Для аналитического магнитного поля из [20] модуль  $|\mathbf{B}|$  постоянен в плоскости z = const. Для криволинейной поверхности аналогом плоскости z = const является поверхность, параллельная поверхности магнитов. Зависимость  $|\mathbf{B}(x)|$  на рис. 2 дана для основной плоскости (высота над магнитами нулевая). Видно отклонение графика от горизонтальной прямой, соответствующей аналитически заданному полю.

На рис. 3 приведен график зависимости  $|\mathbf{B}|$  от координаты y в x-слое. Видны колебания модуля индукции, отражающие влияние магнитной структуры, создаваемой отдельными прямоугольными параллелепипедами. Однако такие отклонения по абсолютной величине не превышают 0.2 Тл в области без влияния краевых эффектов.

Для исследования зависимости внутреннего магнитного поля от вертикальной координаты z были построены графики функций  $|\mathbf{B}|(z)$  для фиксированных значений координат x и y. Один из таких графиков дан на рис. 4 вместе с графиком функции



Рис. 5. Полная геометрия магнитной системы массива Хальбаха (витки, создающие ведущее поле, показаны черным цветом)

$$B = B_0 e^{-1.21(z-z_0)},\tag{18}$$

где  $B_0 = 0.82$  Тл — модуль поля на поверхности,  $z_0$  — координата нижней точки поверхности магнитов в см. График функции (18) показан на рис. 3 красным цветом.

Из рис. 4 становится заметным более быстрое спадание магнитного поля в действительности по сравнению с теоретической моделью. Рассмотрение  $|\mathbf{B}|(z)$  при других x и y показало, что изменение реального магнитного поля с ростом координаты z неравномерное и существенно зависит от выбора точки (x, y).

#### Расчет внешнего магнитного поля

Для задания геометрии внешнего (ведущего) магнитного поля в плоскости Oyz был построен прямоугольник размеров  $220 \times 90$  см со скругленными углами, радиус скругления был взят равным 5 см. Центр прямоугольника был смещен относительно начала координат по оси z вниз на 80 см.

Остальные прямоугольники были получены из основного поворотом на угол  $\arccos(2/3)/4$  вокруг оси y.

На рис. 5 показана полная геометрия магнитной системы массива Хальбаха вместе с системой девяти колец, создающей внешнее магнитное поле.

Поле одного кольца с током было вычислено по закону Био–Савара–Лапласа

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\mathbf{j} \times (\mathbf{r} - \mathbf{r}') dV}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3},$$
(19)

где интегрирование производилось по всем элементам тока **j**.

Вычисленное внешнее магнитное поле оказалось отличным от однородного и от ведущего поля, использованного в [20]. Указанное отличие от однородного поля объясняется тем, что, во-первых, между соседними витками есть ненулевое расстояние, а вовторых, витки повернуты друг относительно друга, а не параллельны одной плоскости. Так, например, x-компонента магнитной индукции будет равна 0 в центре только того витка, который лежит в плоскости Oyz.

На рис. 6 показан график зависимости модуля индукции магнитного поля, вычисленный вдоль дуги окружности, в нижней точке касающейся магнитной поверхности массива Хальбаха. Максимальное значение **|B|** не превышает 50 Гс.





#### 3.2. Магнитное поле новой ловушки ультрахолодных нейтронов проекта ПИЯФ

Магнитная система новой ловушки УХН, разработанной в лаборатории физики нейтрона НИЦ «Курчатовский институт»-ПИЯФ, представляет собой совокупность пяти магнитных граней в виде усеченной пирамиды и магнита, создающего ведущее магнитное поле (см. рис. 7). Из пяти граней одна является горизонтальной, четыре остальные грани наклонены к ней под углом 60° каждая. Магнит, создающий ведущее поле, представляет собой равномерно намагниченный в направлении оси Ох прямоугольный параллелепипед. Грани составлены из вплотную прилегающих друг к другу малых магнитов размерами 4  $\times$  3  $\times$  2 см. Магнитный момент каждого магнита перпендикулярен плоскости грани, в которой он лежит. На горизонтальной грани полярность магнитного момента меняется вместе с координатой у (магнитный момент сонаправлен или противоположно направлен оси z) и не меняется для фиксированного значения у при изменении х. Магнитные моменты магнитов боковых граней ориентированы согласованно с моментами магнитов горизонтальной грани. Период магнитной структуры по координате у на боковых гранях увеличен в 2 раза по сравнению с периодом магнитной структуры в горизонтальной магнитной плокости, равным 6 см.

На рис. 8 показаны различия в полярности магнитов массива Хальбаха и новой магнитной ловушки ПИЯФ, лежащих в одном сечении. Как следует из геометрии ловушки, представленной на рис. 7, и из правила расположения магнитов, показанного на рис. 8, технологическим преимуществом рассматриваемой ловушки по сравнению с ловушкой эксперимента LANL является ее конструкционная простота и удобство сборки.

Зависимость модуля индукции магнитного поля В от координаты y для z = 1.05 см (высота над поверхностью магнитов 0.5 мм) приведена на рис. 9. Локальные максимумы магнитного поля достигаются на стыках между соседними магнитами, минимумы — в серединах магнитов.

На рис. 10 показана зависимость B(x, y) для точек (x, y), удаленных на 1 мм от плоскости ведущего магнита. Целью введения ведущего магнита является увеличение абсолютного минимума поля в объеме ловушки и уменьшение пространственной неоднородности магнитного поля.

#### 4. РЕЗУЛЬТАТЫ ПРИМЕНЕНИЯ МЕТОДИК ОЦЕНКИ ВЕРОЯТНОСТИ ДЕПОЛЯРИЗАЦИИ

### 4.1. Оценка вероятности деполяризации в магнитном поле массива Хальбаха

Для получения оценки вероятности деполяризации в магнитной ловушке был применен алгоритм вычисления среднего. Оценка проводилась по формуле (16). Опишем кратко алгоритм вычисления среднего.

Разыгрывается координата z в соответствии с зависимостью плотности нейтронов от высоты. Далее разыгрываются координаты x и y внутри поверхности массива Хальбаха с равномерным распределением в z-слое. В каждой точке рассматривается множество из 1000 различных направлений начальной скорости нейтрона. Модуль скорости в расчетах принимается равным 3 м/с. Распределение начальных скоростей по направлениям вылета считается изотропным.

Для каждого элементарного события — пуска в выбранном направлении из точки (x, y, z) определяется отношение частот  $\nu/\omega$ .

После расчета отношения частот  $\nu/\omega$  для каждого события находится величина  $P_{(-1/2)}$  по формуле (16).

В результате проделанных вычислений было получено, что вероятность деполяризации, оцененная по квадрату отношения частот, составляет 4.4 · 10<sup>-9</sup>.

Также для магнитного поля эксперимента LANL было проведено численное решение системы уравнений (4) с начальными данными (2.1)–(8) для различных начальных координат и скоростей нейтронов. Для контроля вычислений производился пересчет траекторий по системе (6). В результате расчетов



Рис. 7. Схема магнитной ловушки УХН, разработанной в лаборатории физики нейтрона НИЦ «Курчатовский институт»– ПИЯФ: четыре магнитные грани, соединенные в виде усеченной пирамиды, и ведущий магнит



Рис. 8. Сравнение двух магнитных схем: 1) схема новой магнитной ловушки ПИЯФ, 2) схема ловушки эксперимента LANL. Стрелками показаны ориентации магнитов на длине, равной периоду магнитной структуры

было найдено, что среднее значение отклонения косинуса угла  $\theta$  составляет  $0.5\langle 1 - \cos \theta \rangle = 2.3 \cdot 10^{-8}$ . В [20] проделано вычисление функции p(t) по формуле (17). Максимальное значение max(p) функции p(t), соответствующее вероятности деполяризации на одном отскоке, для ведущего поля 5 мТл составило  $10^{-8}$ . Эти значения вместе с рассчитанными в настоящей работе объединены в Табл. 1.

Полученная оценка  $P_{-1/2} = 4.4 \cdot 10^{-9}$  хорошо согласуется со средним значением функции p. Это означает, что для оценки вероятности деполяризации в рассматриваемой магнитной ловушке мож-



Рис. 9. Зависимость модуля индукции магнитного поля от координаты y при x=0 и h=0.5 мм

Таблица 1. равнение разных методик оценки вероятности деполяризации для эксперимента LANL

$0.5\left<1-\cos\theta\right>$	$\max(p)$	$0.5 \langle \nu/\omega \rangle^2$
$2.3 \cdot 10^{-8}$	$10^{-8}$	$4.4 \cdot 10^{-9}$

но использовать величину  $0.5 \langle \nu/\omega \rangle^2$ . Отличие значения вероятности p от среднего отклонения косинуса  $0.5 \langle 1 - \cos \theta \rangle$  можно объяснить недостаточным для достоверного определения среднего количеством статистических испытаний.



**Рис. 10.** Зависимость модуля индукции магнитного поля от координат x и y на расстоянии 1 мм от поверхности ведущего магнита

## 4.2. Сравнение классического и квантовомеханического подхода на примере новой магнитной ловушки проекта ПИЯФ

Условия, накладываемые на магнитное поле в [20], оказываются выполненными для новой магнитной ловушки ПИЯФ с хорошей точностью для z > 11 см, т. е. в той области, где преобладающим является ведущее магнитное поле. Было проведено сравнение вероятностей, вычисленных по изменению  $\cos \theta$  из (4), и с помощью квантовомеханического подхода по формуле (17). Компоненты начальной скорости нейтрона были взяты равными  $v_{x0} = 0.2$  м/с,  $v_{z0} = -3$  м/с. Результаты сравнения приведены на рис. 11. На рисунке синим цветом показан график величины  $0.5(1 - \cos \theta)$ , красным график функции p(t), определяемой по формуле (17). Нейтрон начал свое движение на высоте h = 15 см, закончил движение на высоте h = 10 см. Вероятность обнаружения нейтрона в состоянии с перевернутым спином оказалась величиной порядка  $10^{-10}$  и росла во время движения, что объясняется перемещением нейтрона за время наблюдения в область с более слабым магнитным полем. Из рис. 11 видно, что функции p(t) и  $(1 - \cos \theta)/2$ возрастают и имеют близкие средние значения в конечный момент времени. Следовательно, в области  $z > 11 \,\mathrm{cm}$  в новой магнитной ловушке проекта ПИЯФ для оценки вероятности деполяризации на одном отскоке применима формула (12).

Предварительные расчеты показывают, что функции p(t) и  $(1 - \cos \theta)/2$  имеют максимумы в

одни и те же моменты времени. Таким образом, в области высот  $h \ge 10$  см к описанию динамики нейтрона и его спина применим квантовомеханический подход, изложенный в [20]. Оценки вероятности деполяризации, даваемые классической и квантовомеханической методиками, в этой области дают результаты, близкие по порядку величины и по точкам экстремума функций.

# 4.3. Оценка вероятности деполяризации для ловушки проекта ПИЯФ по приближенной методике

С использованием описанного выше алгоритма было найдено среднее значение отношения частот для поля магнитной ловушки проекта ПИЯФ, показанной на рис. 7. Вычисления проводились для двух моделей ловушки. В первой модели не учитывалось влияние углов сочленения наклонных граней и магнитной подложки. Для такой конфигурации поля среднее значение отношения частот оказалось равным

$$\langle \nu/\omega \rangle = 1.4 \cdot 10^{-5},\tag{20}$$

вероятность деполяризации на одном отскоке составила, таким образом,  $10^{-10}$ .

#### Учет влияния углов сочленения наклонных плоскостей и подложки

Поясним более подробно разницу в использованных моделях магнитного поля. В упрощенном варианте поля рассматривались не все магниты наклонных магнитных плоскостей, а только магниты в форме прямоугольных параллелепипедов заданного размера 4×3×2 см. Магниты предполагались выполненными из сплава NdFeB. В плоскости z = constвсегда находилось целое число магнитных параллелепипедов, те магниты, которые выходили за линию пересечения двух соседних наклонных плоскостей, не учитывались. Во втором, более точном варианте область пространства в окрестности линии пересечения плоскостей заполнялась магнитами сплошь. После целого числа магнитов-параллепипедов в каждом *z* – слое располагались магниты той формы и размеров, которые требовались для полного задания всех наклонных магнитных плоскостей. Ориентация таких дополнительных магнитов задавалась согласованно с ориентацией остальных магнитов плоскости. Также было учтено поле магнитной подложки из стали марки АРМКО. Предполагалась, что подложка имеет толщину 1 см и находится строго под каждой из магнитных плоскостей. При этом все магниты горизонтальной магнитной плоскости задавались одинаково в первом и во втором случае.

Более точное вычисление магнитного поля, произведенное описанным выше способом, повысило сделанную оценку вероятности деполяризации на одном отскоке до  $7.2 \cdot 10^{-10}$ . Это значение получается меньше аналогичной величины для эксперимента LANL  $4.4 \cdot 10^{-9}$ .

Рассмотрим среднюю скорость деполяризации

$$\langle \tau_{dep}^{-1} \rangle,$$
 (21)

где  $\tau_{dep}$  — характерное время деполяризации, угловые скобки означают усреднение. Связь между вероятностью деполяризации p и средней скоростью деполяризации  $\tau_{dep}^{-1}$  дается формулой

$$p = T \langle \tau_{dep}^{-1} \rangle,$$

где *T* — период вертикальных колебаний нейтрона.

Величина  $\tau_{dep}$ входит в формулу для вычисления скорости потерь

$$\tau^{-1} = \tau_n^{-1} + \tau_{dep}^{-1}, \qquad (22)$$

где общая скорость потерь  $\tau^{-1}$  складывается из потерь нейтронов вследствие  $\beta$ -распада  $\tau_n^{-1}$  и потерь нейтронов из-за деполяризации  $\tau_{dep}^{-1}$ . Если домножить обе части (22) на время жизни нейтрона  $\tau_n$ , то можно получить, что относительная ошибка измерения времени жизни будет  $\sim \tau_n/\tau_{dep}$ .

Поэтому если, например, средняя скорость деполяризации (21) меньше  $10^{-6}$ , то относительная ошибка измерения  $\tau_n$  будет не превосходить

 $8.8 \cdot 10^{-4}$ . Поскольку максимальное отношение  $(\tau_n/\tau_{dep})_{max}$  на практике обычно примерно в 4 раза превосходит среднее  $\tau_n/\langle \tau_{dep} \rangle$ , то относительная ошибка измерения  $\tau_n$  будет меньше  $2.2 \cdot 10^{-4}$  при  $(\tau_n/\tau_{dep})_{max} < 10^{-6}$ .

Таким образом, проведенные расчеты дают основание полагать, что в эксперименте ПИЯФ с новой магнитной ловушкой будет обеспечена приемлемая систематическая погрешность, связанная с деполяризационными потерями УХН.

## 4.4. Примеры магнитных систем с большой деполяризацией

Приведем теперь два примера, когда вероятность деполяризации нейтронов в ловушках будет значительно выше, чем в рассмотренных примерах.

Пусть магнитное поле обладает той же конфигурацией, как в проекте новой магнитной ловушки ПИЯФ (усеченная пирамида вместе с ведущим магнитом), но в 10 раз слабее этого поля по модулю. Тогда направление поля в каждой точке будет тем же, что и ранее, а модуль магнитной индукции уменьшится в каждой точке магнитного хранения в 10 раз. Если прежде максимум индукции на высоте 0.5 мм над поверхностью горизонтальных магнитов был равен  $B_{max} = 1.2$  Тл, то теперь он будет 0.12 Тл. Ослабление поля повлечет уменьшение средней скорости нейтронов примерно в 3.2 раза. Исходя из этого задаваемая в расчете на деполяризацию скорость нейтронов была уменьшена с 1.5 до 0.5 м/с. Результат оценки вероятности деполяризации по приближенной методике дал в этом случае величину  $10^{-9}$ . Таким образом, ослабление магнитного поля в 10 раз дало увеличение деполяризации в 10 раз.

В качестве второго примера было рассмотрено аналитически заданное магнитное поле ловушки LANL с *плоской* системой магнитов

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_H + \mathbf{B}_1,\tag{23}$$

где

$$\mathbf{B}_H = B_0 e^{-Kz} (\cos(Kx), 0, -\sin(Kx))$$

магнитное поле массива Хальбаха,

$$\mathbf{B}_1 = (0, B_{10}\rho/(\rho - z), 0)$$

— ведущее магнитное поле,  $B_0 = 0.82$  Тл — индукция поля на поверхности магнитов, K = 121 м<sup>-1</sup>,  $B_{10} < 0.1$  Тл — параметр ведущего магнитного поля, равный магнитной индукции ведущего поля на поверхности магнитов,  $\rho = 1.5$  м [20]. В расчете нижняя граница  $B_{10}$  была принята равной  $4 \cdot 10^{-5}$  Тл.



Рис. 11. Сравнение вероятностей деполяризации, вычисленных по формуле (17) и через  $\cos \theta$  из уравнений (4)

Известно, что деполяризация нейтронов в такой ловушке уменьшается с усилением ведущего поля  $B_{10}$ . Это утверждение было проверено с помощью разработанной приближенной методики оценки деполяризации.

Для этого была исследована зависимость величины, равной половине квадрата максимального отношения частот

$$\frac{1}{2} \left(\frac{\nu}{\omega}\right)_{max}^2,\tag{24}$$

от параметра ведущего поля  $B_{10}$ . (24) отличается от оценки вероятности деполяризации

$$\frac{1}{2}\left\langle\frac{\nu}{\omega}\right\rangle^2\tag{25}$$

тем, что расчет отношения частот для нее производится не для всех z, а для фиксированного значения z = 4 см. Выбор z объясняется тем, что при z = 4 см для  $B_{10} = 50$  Гс наблюдается максимальная деполяризация. Модуль начальной скорости нейтронов полагается равным 3 м/с, пуск производится в наиболее опасном для деполяризации направлении оси x.

Результаты вычислений представлены на рис. 12. Из рисунка видно, что деполяризация нейтронов в поле (23) убывает с усилением ведущего поля. При  $B_{10} = 50$  Гс значение выражения (24) получается равным  $1.8 \cdot 10^{-8}$ .

Подставляя в (14)  $p_{max} = 1.67 \cdot 10^{-8}, T = 0.29$  с, мы получаем, что относительная погрешность измерения времени жизни меньше  $5 \cdot 10^{-5}$ . При  $B_{10} = 4 \cdot 10^{-5}$  Тл получается  $p_{max} = 4.7 \cdot 10^{-8}$  и погрешность менее  $1.38 \cdot 10^{-4}$ . Такой результат может свидетельствовать об излишне оптимистичной



Рис. 12. Зависимость десятичного логарифма максимальной вероятности деполяризации от параметра ведущего магнитного поля для модели «аналитическое поле массива Хальбаха+ведущее магнитное поле, плоская система магнитов»

оценке при малых значениях  $B_{10}$ . Как видно из графика на рис. 12, при  $B_{10} \rightarrow 0$  увеличение квадрата отношения (24) замедляется. В этой области значений  $B_{10}$  уменьшается минимум магнитного поля и перестает с хорошей точностью выполняться второе из условий (15) — условие медленного поворота поля **B**.

#### 4.5. Сравнение областей применимости разработанных методик

Как уже отмечалось ранее, квантовомеханическая методика оценки вероятности деполяризации может использоваться только в том случае, когда магнитное поле удовлетворяет определенным требованиям. Для произвольного неоднородного магнитного поля эта оценка, вообще говоря, не применима. Классическая методика работает хорошо, когда угловая скорость вращения вектора поля **B** в системе координат, движущейся вместе с нейтроном, может считаться постоянной по модулю и по направлению. Это будет иметь место при выполнении условий (15). Поэтому различие в результатах применения квантовомеханической и классической методик, обнаруживаемое на рис. 11, имеет две возможные причины:

1) нарушение требований, накладываемых на магнитное поле (для расчета берется реальное поле, а не аналитическое (23));

2) нарушение условий адиабатичности вследствие движения в области со слабым магнитным полем.

Вместе с тем, как показали расчеты, квантовомеханическая и классическая методики дают очень близкие результаты в аналитически заданном поле (23), где строго выполняются условия, накладываемые на поле, плавно изменяются все динамические характеристики и с высокой точностью выполняются условия (15).

Возможным путем развития классической методики оценки деполяризации может быть усреднение величины (12) по траекториям, полученным в результате анализа множественной динамики нейтронов на основе уравнений (4). Решение системы дифференциальных уравнений следует проводить для всех возможных значений начальных координат и скоростей. Если выбрать время наблюдения за одной частицей небольшим (несколько мкс), можно получить значение  $\cos \theta$ , близкое к мгновенному в рассматриваемой точке. Затем усреднение  $\langle 1 - \cos \theta \rangle$ нужно провести по найденным таким образом значениям.

Для применимости приближенной оценки вероятности деполяризации достаточно выполнения только второго условия (15), поскольку в этом случае важно лишь, чтобы магнитное поле вращалось медленнее, чем спин нейтрона вращается вокруг магнитного поля. Вследствие схожих условий применимости классическая и приближенная методики дают близкие результаты даже при существенной неоднородности поля **B**.

#### 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе дано обоснование трем методикам численной оценки вероятности деполяризации нейтронов на одном отскоке в объеме хранения магнитной ловушки. Классическая методика заключается в численном решении расширенной системы дифференциальных уравнений Блоха для различных начальных данных и вычислении среднего значения величины  $\sin^2(\theta/2)$ . Приближенная методика состоит в расчете среднего значения отношения частоты поворота магнитного поля к ларморовой частоте прецессии спина и взятии половины квадрата этого значения. Квантовомеханическая методика заключается в вычислении функции p(t), соответствующей вероятности деполяризации на одном отскоке, в той области, где магнитное поле удовлетворяет определенным условиям.

Для применения разработанных методик произведен независимый расчет магнитного поля экспериментальной установки по измерению времени жизни нейтрона в магнитной ловушке LANL. Обнаружены значительные отклонения действительного магнитного поля от аналитического, использовавшегося в [20]. Однако, как показал расчет, эти отклонения не оказывают существенного влияния на вероятность деполяризации. Для определения доли деполяризованных нейтронов в магнитных ловушках можно использовать оценку через квадрат отношения частот (16). Вероятно, оценка через  $\sin^2(\theta/2)$ также применима, но для ее использования необходим множественный расчет, который очень затратен по времени, и специальная процедура усреднения.

Выполнен расчет магнитного поля магнитной ловушки УХН, проект которой разработан в лаборатории физики нейтрона Петербургского института ядерной физики им. Б. П. Константинова. Для найденного поля была проделана оценка вероятности деполяризации на одном отскоке. Оценка дала значение  $7.2 \cdot 10^{-10}$ , что обеспечивает относительную ошибку измерения времени жизни нейтрона менее  $10^{-4}$ . Это означает, что применение новой ловушки в эксперименте по определению времени жизни нейтрона является принципиально возможным, а также более выгодным по характеристикам ловушки и простоте ее монтажа.

**Благодарности.** Авторы выражают благодарность А. Н. Мурашкину, Э. А. Коломенскому, С. Н. Иванову и А. К. Фомину за полезное обсуждение во время работы над статьей.

Финансирование. Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского научного фонда, грант № 23-22-00169, https://rscf.ru/project/23-22-00169/.

#### ЛИТЕРАТУРА

- C. Patrignani et al., Particle Data Group. Chin. Phys. C. 40, 100001 (2017).
- 2. Владимирский В. В., ЖЭТФ. 4, 39, 1062 (1960).
- Ю. Ю. Косвинцев, Ю. А. Кушнир, В. И. Морозов и др., Письма в ЖЭТФ. 70, 27 (1978).
- Ю. Г. Абов, В. В. Васильев, В. В. Владимирский и др., Письма в ЖЭТФ. 369, 44 (1986).
- **5**. В.Ф. Ежов и др., Письма в ЖТФ. **24**, 64. (2001).
- В. Ф. Ежов, В. Л. Рябов, Письма в ЖЭТФ. 117, 93 (2023).

- Ю.А. Мостовой, К.Н. Мухин, О.О. Патаракин, Нейтрон вчера, сегодня, завтра, УФН 166, 987 (1996).
- F. Wietfeldt and G.L. Greene, *The Neutron Lifetime*, Rev. of Mod. Phys. 83, 1173 (2011).
- W. Paul and F. Anton, Z. Phys. C Particles and Fields 45, 25 (1989).
- 10. J. M. Robson, Phys.Rev. 83, 349 (1951).
- 11. P. E. Spivak et al., JETP Lett. 67, 1735 (1988).
- A. T. Yue, M. S. Dewey, D. M. Gilliam et al., Phys. Rev. Lett. 111, 222501 (2013).
- R. W. Jr. Pattie, N. B. Callahan, C. Cude-Woods et al., Science 11; 360 (6389):627 (2018); DOI: 10.1126/science.aan8895. Epub 2018 May 6. PMID: 29731449.
- 14. A. P. Serebrov et al., Phys. Lett. B 605, 72 (2005).
- A. P. Serebrov and A. K. Fomin, Phys. Proc. 199, 17 (2011).
- 16. А.П. Серебров, УФН 185, 1179 (2015).

- 17. А. П. Серебров, УФН 189, 635 (2019).
- 18. E. Majorana, Il Nuovo Cimento 9, 43 (1932).
- P. L. Walstrom et al., Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A 82, 599 (2009).
- 20. A. Steyerl et al., Phys. Rev. C 86, 065501 (2012).
- Yu. N. Pokotilovski, JETP Lett. 76, 131 (2002); 78, 422(E) (2003).
- 22. H. Kuwabara, Y. Yamauchi, and A. Pratt, J. of the Kor. Phys. Soc. 62, 1286 (2013).
- 23. J. Schwinger, Phys. Rev. 51, 648 (1937).
- 24. I. I. Rabi, Phys. Rev. 51, 652 (1937).
- 25. I. I. Rabi, N. F. Ramsey, and J. Schwinger, Rev. Mod. Phys. 26, 167 (1954).
- 26. И. М. Матора, Ядерная физика 16, 624 (1972).
- 27. A. Saunders, D. Salvat, E. Adamek et al., UCNτ: Study of Lifetime Measurement in a Magneto-Gravitational Trap/Next Generation Experiments to Measure the Neutron Lifetime, (2014) p. 135.