

# МОДЕЛЬ СПИНОВОГО СТЕКЛА ДЛЯ КВАНТОВЫХ ЯМ GaAs/AlGaAs, ЛЕГИРОВАННЫХ НЕМАГНИТНЫМИ ПРИМЕСЯМИ, ВБЛИЗИ ПЕРЕХОДА МЕТАЛЛ–ИЗОЛЯТОР

Н. В. Агринская\*, В. И. Козуб

Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе Российской академии наук  
194021, Санкт-Петербург, Россия

Поступила в редакцию 6 апреля 2023 г.,  
после переработки 23 мая 2023 г.  
Принята к публикации 25 мая 2023 г.

В предыдущей работе мы представили эксперименты, которые предполагали, что может наблюдаться ферромагнитное упорядочивание спинов локализованных дырок в квантовых ямах GaAs/AlGaAs при легировании мелкими акцепторами (Be) в концентрации, близкой к переходу металл–изолятор. Компенсирующая примесь (Si) вводилась в узкую область в центре барьеров [А. В. Шумилин, В. И. Козуб, Н. В. Агринская, Н. Ю. Михайлин, Д. В. Шамшур, ЖЭТФ 159, 915 (2021)]. В этой работе мы представляем результаты магнитотранспортных экспериментов, выполненных на аналогичных структурах без компенсирующей примеси (Si). В данных образцах степень компенсации контролируется фоновыми примесями, расположенными на краях квантовых ям и в барьерах. При низких температурах,  $T \leq 10$  К, мы наблюдали изотропное, линейное магнитосопротивление, аномальное поведение эффекта Холла в зависимости от магнитного поля, а также медленные релаксации сопротивления после приложения магнитного поля. Мы объясняем такой аномальный магнитотранспорт как проявление ферромагнитного перехода или спинового стекла, возникающего вследствие непрямого спинового обмена между дырками, локализованными на примесях, вблизи перехода металл–изолятор. Однако совершенный беспорядок, включающий знаки интерспиновых взаимодействий, приводит к нестабильным конфигурациям. Далее мы представляем модель, в которой, стартуя с совершенного беспорядка, мы предлагаем метод получения стабильной конфигурации. Показано, что результирующая спиновая структура, «плотно упакованная» структура «кластеров», способна объяснить особенности, наблюдающиеся в эксперименте, в частности изотропное линейное магнитосопротивление.

DOI: 10.31857/S004445102311010X  
EDN: PKCREZ

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Исследования, направленные на создание систем, обладающих одновременно полупроводниковыми и магнитными свойствами, продолжают в течение длительного времени. Обычно это достигается введением магнитных примесей, таких как Mn, в структуры GaAs [1]. Тем не менее даже без магнитных примесей полупроводники содержат нескомпенсированные спины, поскольку у электрона, локализованного на доноре или у дырки, локализованной на акцепторе, есть спин 1/2. В работе [2] было показано, что обобщенная разупорядоченная модель

Хаббарда может давать ферромагнитное основное состояние при концентрации примеси меньше чем  $N_c$  для перехода металл–изолятор (МИ), по крайней мере для нанометровых масштабов. Такой ферромагнетизм оказывается невозможным для объемных систем, но достижим в квантовых точках и 2D-гетероструктурах. Если бы он наблюдался, это была бы первая экспериментальная реализация ферромагнетизма этого типа. Однако, насколько нам известно, такое ферромагнитное основное состояние не наблюдалось ни в каких типах материалов.

В том случае, если концентрация легирующей примеси  $N$  и длина локализации  $a$  достаточно велики ( $N > N_c \simeq 0.15/a^2 \simeq 3 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-2}$  для примеси Be [3]), примесные состояния сливаются с краем зоны проводимости или валентной зоны и локализованные электроны в системе, фактически, исчезают,

\* E-mail: nina.agrins@mail.ioffe.ru

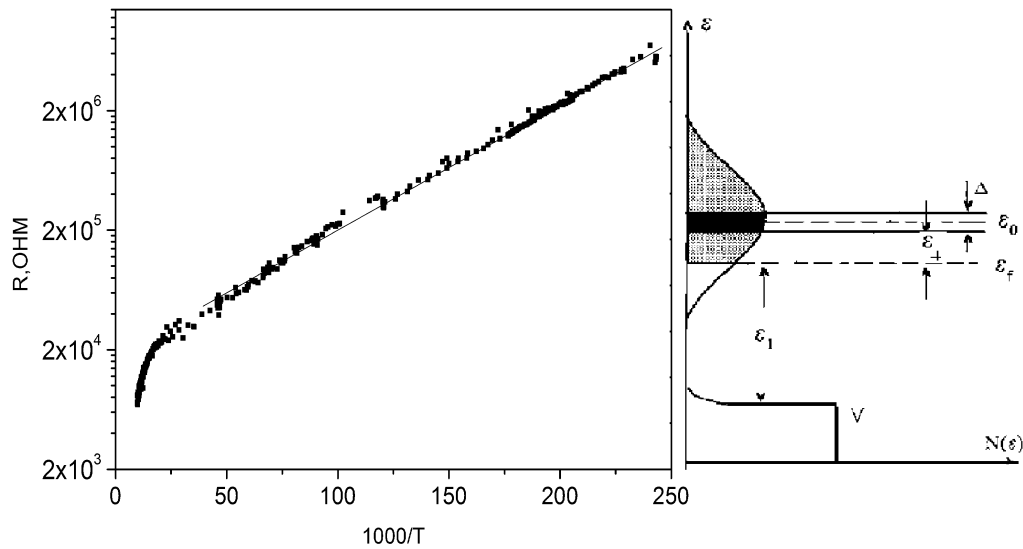


Рис. 1. Температурная зависимость сопротивления, вставка — структура примесной зоны (зависимость плотности состояний  $N$  от энергии дырок  $\varepsilon$ )

происходит переход металл–изолятор (МИ). В противоположном случае малого легирования,  $N < N_c$ , локализованные электроны связаны антиферромагнитным взаимодействием, экспоненциально убывающим на расстояниях порядка  $a$ . Тем не менее не существует однозначных предсказаний, каким будет магнитное состояние электронов на примесях вблизи перехода металл–диэлектрик ( $N \leq N_c$ ). Строгой теории для этого случая не существует, и особый интерес представляют экспериментальные исследования.

В предыдущей работе были приведены эксперименты, которые предполагают, что ферромагнитное упорядочивание спинов локализованных дырок в квантовых ямах GaAs/AlGaAs возможно наблюдать при легировании мелкими акцепторными примесями (Be) в концентрации близкой к переходу МИ. Компенсирующая примесь (Si) вводилась в узкую область центра барьеров [4]. В настоящей работе мы представляем результаты магнитотранспортных экспериментов, выполненных на аналогичных структурах, но без компенсирующей примеси (Si). Это означает, что данное поведение скорее связано не со способом компенсации, а с концентрацией Be,  $N \sim N_c$ . Мы объясняем аномальный магнитотранспорт проявлением ферромагнитного перехода или спинового стекла, возникающего вследствие непрямого спинового обмена между дырками, локализованными на примесях вблизи перехода МИ [4]. В данной работе мы также представили модель, в которой результирующая спиновая структура представляет собой плотно упакованную систему кластеров. Эта модель оказалась способна воспроизвести

особенности, наблюдаемые в эксперименте, в частности изотропное линейное магнитосопротивление.

## 2. ЭКСПЕРИМЕНТ

В нашей предыдущей работе [4] мы сообщали об экспериментах, выполненных на легированных бериллием квантовых ямах GaAs/AlGaAs. Центры ям (5 нм от 15 нм) были легированы акцепторами (Be), в то время как компенсирующая примесь (Si) вводилась в узкую область центра барьеров (25 нм).

В настоящей статье мы представляем результаты магнитотранспортных экспериментов, выполненных на аналогичных структурах, при этом компенсация осуществлялась фоновыми дефектами, расположенными на краях квантовых ям и внутри барьеров. Степень компенсации  $K$  была мала,  $K = N_D/N_A < 0.01$ . Концентрация акцепторной примеси в ямах составляла приблизительно  $N_A \sim 10^{12} \text{ см}^{-2}$ , что в 2–3 раза меньше критерия Мотта  $N_c$ .

Температурная зависимость сопротивления показана на рис. 1. Для температур ниже 20 К сопротивление следует закону Аррениуса с аномально низкой энергией активации  $\epsilon_4 \simeq (2\text{--}3) \text{ мэВ}$ . Это связано с активацией носителей с уровня Ферми в зону делокализованных состояний в центральной части примесной зоны  $\Delta$ , показанной на рис. 1. При температуре ниже 4 К и токах 1–10 нА, наблюдался провал, типичный для систем с виртуальным переходом Андерсона [5]. Мы обнаружили, что результаты для двух различных типов образцов (с легированием Si и без) аналогичны, что показывает универсальность

модели виртуального перехода Андерсона для  $d$ -ных легированных систем с низкой степенью компенсации.

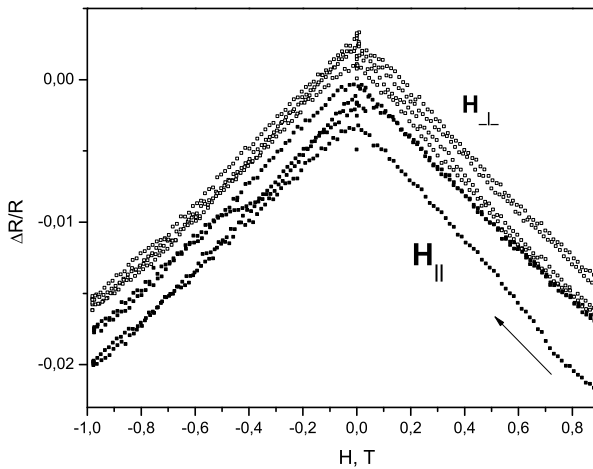


Рис. 2. Магнитосопротивление, измеренное при 4.2 К, двух направлений магнитного поля: параллельно и перпендикулярно поверхности. Стрелка показывает направление изменения магнитного поля

Магнитосопротивление при низких температурах ( $T \leq 10$  К) в достаточно сильных магнитных полях,  $H \geq 2$  Тл, было положительным и сильно анизотропным, что является типичным для 2D-структур с квантовыми ямами. Магнитосопротивление в более слабых полях (см. рис. 2) оказалось изотропным, отрицательным и строго линейным в зависимости от поля. Такое поведение аналогично описанному в работе [6]. Отрицательное магнитосопротивление было чувствительно к температуре, возрастая при уменьшении температуры (см. рис. 3). Изотропное поведение этого магнитосопротивления в структурах может указывать на его спиновую природу.

Зависимости  $R(T)$  для FC-ZFC-режимов, показанные на рис. 4, демонстрируют существенную разницу при низких температурах, что может означать наличие магнитного взаимодействия в образце. В случае ZFC образец охлаждался от 50 К до 4 К в нулевом магнитном поле, далее было приложено магнитное поле  $H \sim 0.5$  Тл, и сопротивление измерялось при увеличении температуры.

Рисунок 5 показывает anomalous поведение эффекта Холла: при температурах  $T \leq 10$  К и полях  $H \leq 0.4$  Тл наклон холловского сопротивления меняет знак, затем достигает насыщения или противоположного наклона. Это предполагает, что anomalous компонента эффекта Холла, связанная с магнитизацией  $M$ , доминирует и даже приводит к смене

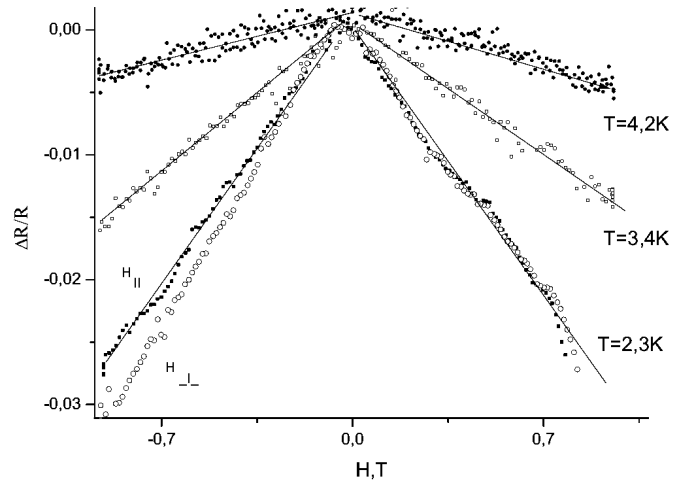


Рис. 3. Температурная зависимость магнитосопротивления при 2.3 К снята для двух направлений магнитного поля: параллельно и перпендикулярно поверхности

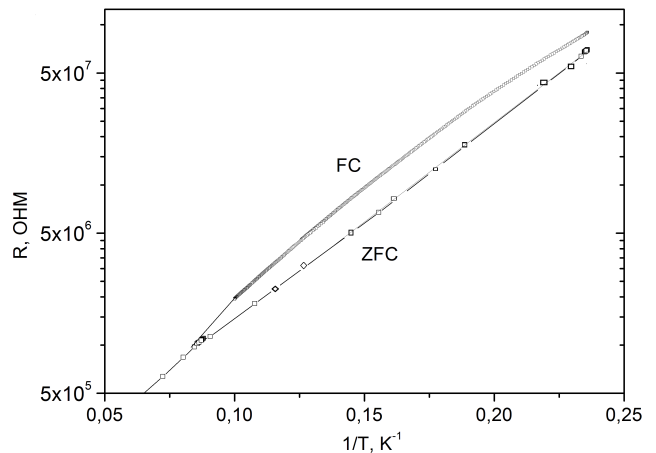


Рис. 4. Температурная зависимость сопротивления с магнитным полем (FC) и без магнитного поля (ZFC)

знака. В таких случаях вклад нормального эффекта Холла не учитывается [7]. Поэтому сопротивление образца  $R_H$  может быть выражено как  $R_H \simeq R_s M$ , где  $R_s$  — сопротивление образца. Похожее поведение наблюдалось раньше в пленках Ge, легированных магнитной примесью Mn [8], и описывалось вкладом anomalous эффекта Холла вследствие спонтанной магнитизации.

Мы также проводили непосредственное измерение намагниченности образцов при температуре 5 К [4]. Общий диамагнитный ход намагниченности связан со свойствами подложки. Тем не менее на его фоне явно виден вклад от дырок в квантовых ямах, у которого наблюдается гистерезис в полях меньше 0.3 Тл, связанный, вероятно, с переходом в упорядоченное спиновое состояние.

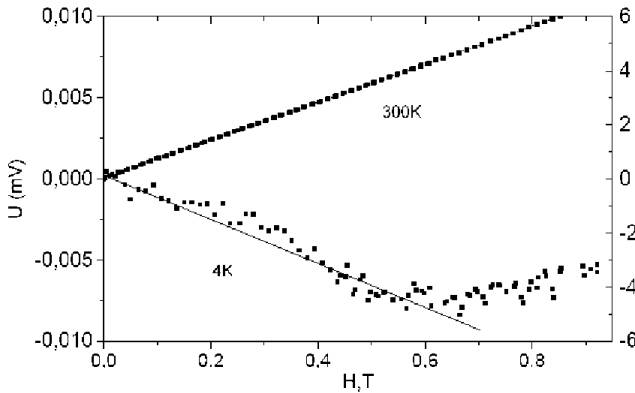


Рис. 5. Зависимость от магнитного поля холловского сопротивления для двух температур

Наши исследования предполагают, что фаза спинового стекла (SG) реализуется в обоих типах образцов. SG характеризуется присутствием магнитных моментов, распределенных хаотическим образом со сложным обменным взаимодействием с различными знаками, величинами и пространственными распределениями. Свойства, которые отличают SG от других магнитных фаз, — это отсутствие равновесия физических свойств во времени и наличие гистерезиса, при котором физические свойства зависят от магнитной и термической истории системы. На энергию беспорядка образца влияют изменения в магнитизации. Заметим, что небольшие изменения беспорядка вблизи перехода МИ могут приводить к значительным изменениям проводимости, что приводит к влиянию магнитного поля на транспортные явления, такие как магнитосопротивление.

### 3. ТЕОРИЯ

Вопрос о спиновой структуре легированных полупроводников остается открытым, при этом модель спинового стекла рассматривается как возможный сценарий для таких систем [9]. Однако не существует решающих доказательств, ни теоретических, ни экспериментальных, в пользу этого заключения. Кроме того, пространственный беспорядок в положении примесей может приводить к беспорядку в обменных энергиях. Однако антиферромагнитный характер межузельного обмена может приводить к хаотическому характеру локальной обменной энергии, знак будет зависеть от окружения. Тенденция к формированию стекольной структуры кажется наиболее вероятной в образцах вблизи перехода МИ, где ожидается заметное перекрытие электронных волновых функций. Наши эксперименты с образца-

ми, близкими к переходу МИ, демонстрируют сосуществование локализованных и делокализованных состояний. Примешивание непрямого обмена между локализованными спинами, который проявляет осциллирующее поведение в зависимости от межузельного расстояния, также подтверждает сценарий спинового стекла. Однако мы не уверены, что для легированных полупроводников будут воспроизводиться все детали «классического» спинового стекла и ожидаем хаотический характер обменных энергий в присутствии взаимодействий с различным знаком.

Тем не менее совершенный беспорядок, включающий знаки межузельных взаимодействий, приводит к нестабильным конфигурациям. Поэтому мы предлагаем модель, где, начиная от совершенного беспорядка, мы применяем процедуру, приводящую к стабильной конфигурации. С помощью этой модели мы показываем, что результирующая спиновая структура может воспроизвести особенности, наблюдаемые в наших экспериментах.

### 4. МАГНИТОСОПРОТИВЛЕНИЕ ВСЛЕДСТВИЕ МАГНИТИЗАЦИИ КЛАСТЕРОВ

Основной идеей нашего исследования является анализ структуры локализованных спинов, связанных с акцепторами Ве, которые формируют своего рода спиновое стекло благодаря обменным взаимодействиям между спинами. В этой модели мы исследуем присутствие островов или кластеров внутри спинового стекла, которые относительно слабо связаны со своим окружением. Концепция кластеров в классическом спиновом стекле на основе модели Изинга была предложена ранее в [10]. В нашем исследовании было обнаружено, что связь кластеров с их окружением уменьшается при увеличении размера кластера  $m$ , как было отмечено в [11], в результате численной симуляции, основанной на кластерной модели.

В нашей работе представляем различные качественные оценки в рамках векторной модели (модель Гейзенберга). Наши оценки показывают, что пограничная энергия описывается выражением

$$E_b \sim \frac{tJ_0}{m}, \tag{1}$$

где  $J_0$  — типичная обменная энергия, а параметр  $t$  для нашей модели есть численный параметр порядка единицы. Отметим, что на основе оценок данных в [11], получается  $E_b \propto 1/m^{0.3}$ . В то же время,

кластеры имеют некоторый флуктуирующий магнитный момент и поэтому внешнее магнитное поле приводит к ориентации этих магнитных моментов. Данный эффект контролируется с помощью конкуренции между пограничной энергией кластеров (которая возрастает с размером) и зеемановской энергией (которая уменьшается с размером). Выравнивание магнитизаций кластеров приводит к уменьшению флуктуаций межспиновой обменной энергии и, в конечном счете, к уменьшению потенциала беспорядка. Это, в свою очередь, приводит к уменьшению сопротивления. Мы можем грубо оценить среднюю магнитизацию кластера  $M_d$  как

$$M_d \sim M_0 m, \quad (2)$$

где  $M_0$  — магнитизация, связанная с элементарным дырочным спином. Зеемановская энергия, соответственно, есть  $E \sim M_d H$ . Таким образом, магнитное поле может выстраивать кластеры с

$$M_d H \geq E_b \quad (3)$$

и мы получаем, что пороговая величина  $m$  связана с  $H$  как  $m \propto H^{-1/2}$ . Средняя концентрация выстроенных спинов оценивается как

$$\sim \frac{N_A}{m} \propto H^{1/2}, \quad (4)$$

где  $N_A$  — концентрация акцепторов.

Флуктуации обменной энергии для подвижных электронов, движущихся через рассматриваемую структуру, как ожидается, дают стандартный эффект беспорядка, приводящий, в частности, к электронной локализации. Поэтому частичное упорядочивание внутри этой системы приводит к уменьшению сопротивления образца. Чтобы оценить это, мы должны рассмотреть среднеквадратичную флуктуацию обменного потенциала  $U_{ex}$ . Согласно стандартной процедуре, она выражается как

$$\overline{(\delta U_{ex})^2} = \left( \overline{U_{ex}^2} - (\overline{U_{ex}})^2 \right), \quad (5)$$

где  $\overline{U_{ex}}$  — средняя обменная энергия, связанная со средним спином, оцененным выше.

Чтобы исключить влияние магнитного поля на сопротивление, необходимо иметь в виду, что для любого механизма сопротивления оно является некой возрастающей функцией от среднеквадратичной флуктуации потенциала беспорядка  $(U_d)^2$ ,  $R = f((U_d)^2)$ , хотя обменный вклад в беспорядок является добавочным к вкладу кулоновских флуктуаций при условии, что зарядовые и спиновые флуктуации некоррелированы. Итак, в линейном

приближении, считая что магнитное поле дает малый вклад в  $(\overline{U_{ex}})^2$ , мы имеем

$$\delta R(H) \propto -(\overline{U_{ex}})^2 \propto (-H). \quad (6)$$

На самом деле эксперимент [6] демонстрирует скейлинг сопротивления как  $H/T$ , т. е. магнитосопротивление уменьшается с ростом температуры (рис. 3). Такое поведение можно легко объяснить, если мы имеем дело со сдвигом края подвижности  $\varepsilon_m$ . Поскольку проводимость в этом случае имеет активационный характер (как реально наблюдается), она пропорциональна  $\exp[-(\varepsilon_m - \mu)/T]$  (где  $\mu$  — химический потенциал). Если край подвижности сдвигается,  $\delta\varepsilon_m \propto (-H)$ , и  $\delta\varepsilon_m < T$ , тогда, рассуждая в терминах малых сдвигов  $\delta\varepsilon_m$ , мы получим наблюдаемое поведение. Заметим, что эффективный край подвижности может быть чувствителен к большим скалкам потенциала из-за порога перколяции. Однако сдвиг края подвижности может быть меньше, чем среднеквадратичная флуктуация потенциала.

## 5. ГРАНИЧНАЯ ЭНЕРГИЯ КЛАСТЕРА

Чтобы определить типичную граничную энергию кластера, мы начнем с «чисто случайной» конфигурации, т. е. с хаотических некоррелированных направлений всех спинов. Естественно такая конфигурация нестабильна ниже температуры стеклования.

Чтобы увидеть это, возьмем некий блок взаимодействующих спинов (кластер), который связан с окружением. Для простоты предположим, что взаимодействие между кластером и окружением включает только спины на границе блока, которые связаны с соседними спинами в окружении. Для чисто случайной конфигурации можно ожидать, что граничная энергия (в результате связи блока с окружением) может быть отрицательной. Инверсия всех спинов внутри кластера (включая пограничные спины) не влияет на спин-спиновое связывание внутри кластера, но меняет знак связывающей энергии блока с окружением, делая его положительным. Поэтому, если по каким-то причинам блок и окружение стабильны (или метастабильны), такая инверсия приводит к метастабильному состоянию всей системы.

Теперь мы предложим рецепт, который позволяет стабилизировать начальную случайную конфигурацию локализованных спинов, расположенных на некой плоскости. Выберем точку на плоскости. Затем выберем некую замкнутую кривую (наиболее близкую к кругу), проходящую через ближайшие

состояния в окружении выбранного центра. Круговой рисунок выбран, поскольку он обеспечивает наименьшую длину границы для заданной площади, что приводит к меньшему разбросу энергии границы.

Если соответствующая «граница» имеет отрицательную энергию связи с окружением, мы делаем упомянутую выше операцию инверсии спина. После этого мы ищем следующую «границу», окружающую реконструируемую область. На каждом шаге мы считаем состояния внутри предыдущей границы устойчивыми, поэтому ищем новую границу вне стабилизировавшейся капли (кластера). Если энергия новой границы отрицательна, мы инвертируем спины в новом блоке, определяемом этой границей. Такую операцию можно повторять до тех пор, пока не будет достигнуто метастабильное состояние всего спинового стекла.

Важный фактор здесь связан с тем, что, согласно методике, на каждом шаге границы формируются из ближайших соседей вне ранее сформированной стабильной капли. Тем самым мы исключаем возможное пересечение границ.

После описанной процедуры мы получаем состояние спинового стекла, состоящего из макроспиновых капель. При нулевом поле энергия каждой капли положительна, что делает состояние стабильным. Однако конечное поле может привести к перевороту макроскопических капель, как обсуждалось выше.

Для оценки эффективной энергии границы начнем с функции распределения безразмерных энергий  $x = \varepsilon/tJ_0$  для некоторой границы радиусом  $m$ . При большом размере  $m$  спин кластеров становится классическим. Поэтому есть три независимые энергии, связанные с декартовыми координатами. Поскольку эти энергии содержат большое количество членов, относящихся к почти независимым частям границы, они описываются нормальными распределениями. Совместное распределение для безразмерных энергий  $x_x$ ,  $x_y$  и  $x_z$  выглядит следующим образом:

$$f_{x_x, x_y, x_z} = \frac{1}{(2\pi\sigma)^{3/2}} \times \exp\left[-\frac{(x_x - \bar{x})^2 + (x_y - \bar{x})^2 + (x_z - \bar{x})^2}{2\sigma}\right]. \quad (7)$$

Здесь  $\bar{x}$  — средняя энергия для одной оси. Она положительна из-за описанного выше процесса инверсии спина,  $\sigma$  — безразмерная энергетическая дисперсия для каждой декартовой координаты  $\sigma \sim \pi m(1 - \gamma)$ ,

где  $\pi m$  — число спинов, составляющих границу, которую мы выбираем близкой к окружности. Средняя энергия равна  $\bar{x} = \gamma\pi m$ , где  $\gamma$  описывает отношение нескомпенсированных положительных вкладов в граничную энергию, относящихся к разным узлам. Именно это среднее значение учитывает основную часть эффекта стабилизирующих перестроек изначально случайного распределения спинов.

Важно, что существует множество способов определения границы капли. Уравнение (7) описывает распределение энергии для одной границы. Однако спин капли будет перевернут, если ее энергия во внешнем поле отрицательна и больше по абсолютной величине, чем хотя бы одна из возможных граничных энергий. Рассмотрим все границы в круглой полоске радиусом  $m$  и шириной 2. Такой выбор ширины полоски существенно не влияет на наши результаты. Число всевозможных границ в выбранной полоске равно

$$N_{bou} = \exp(\ln 2)\pi m. \quad (8)$$

Уравнение (8) позволяет оценить распределение минимальной граничной энергии в поясе (для малых энергий) следующим образом:

$$\tilde{f}(x) = \frac{1}{(2\pi\sigma)^{1/2}} \times \exp\left(-\frac{(x - \bar{x})^2}{2\sigma} + (1/3)(\ln 2)\pi m\right). \quad (9)$$

Это распределение описывает  $x_x$ ,  $x_y$  и  $x_z$ . Множитель  $1/3$  соответствует трем декартовым координатам.

Из уравнения (9) для распределения энергии  $\tilde{f}(x)$  следует, что существует конечная вероятность того, что  $x < 0$ . Это, по-видимому, противоречит предположению, что мы описываем метастабильное состояние спинового стекла. Из-за быстрого экспоненциального убывания  $\tilde{f}(x)$  при малых  $x$  эта вероятность пропорциональна  $\tilde{f}(0)$ . С учетом зависимости как  $\bar{x}$ , так и  $\sigma$  от  $m$  величина  $\tilde{f}(0)$  равна

$$\tilde{f}(0) = e^{\pi m\delta}, \quad \delta = \frac{\ln 2}{3} - \frac{\gamma^2}{2}(1 - \gamma). \quad (10)$$

Число спинов на границе считаем большим,  $m \gg 1$ . В этом случае возможны две ситуации. Когда  $\delta$  положителен, имеется большое количество отрицательных энергий и уравнение (9) нельзя использовать для описания метастабильного состояния спинового стекла, по крайней мере, при заданных значениях  $\bar{x}$  и  $\sigma$ . Однако, когда  $\delta < 0$ ,  $\exp(\pi m\delta)$  стремится к нулю при  $m \rightarrow \infty$ . Это означает, что вероятностью отрицательной энергии можно пренебречь

и уравнение (9) действительно соответствует устойчивому состоянию (можно предположить, что очень малая вероятность получения  $x < 0$  связана с очень разреженными каплями, которые все еще должны быть перевернуты по спине для достижения стабильности, но соответствующие перевороты спина не оказывают существенного влияния на статистику энергий капель). Это позволяет самосогласованно найти  $\gamma$  из условия  $\delta = 0$ . Решение соответствующего уравнения дает  $\gamma \approx 0.55$ .

Из-за очень большого количества возможных границ типичная минимальная энергия границы  $x_{min}$  может быть оценена следующим образом:

$$x_{min} \approx \frac{1}{\partial \tilde{f} / \partial x|_{x=0}}. \quad (11)$$

При условии  $\delta = 0$  это приводит к  $x_{min} \propto m^{-1/2}$  или к энергии переворота спина для обсуждаемой полоски

$$\varepsilon \sim tJ_0 m^{-1/2}. \quad (12)$$

В области диаметром примерно  $m$  можно найти порядка  $m^{1/2}$  независимых полосок. Энергии полосок случайны, что приводит к следующей оценке минимальной граничной энергии в капле шириной  $\sim m$ :

$$E_b \sim tJ_0 m^{-1}. \quad (13)$$

Зависимость  $E_b \propto m$  является основным результатом этого раздела, приводящим к линейному магнитосопротивлению.

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы привели экспериментальные результаты, показывающие, что легированные бериллием квантовые ямы GaAs/AlGaAs обнаруживают свойства, характерные для спинового стекла. Аномальный магнитотранспорт объясняется как проявление ферромагнитного перехода или спинового стекла, возникающего вследствие непрямого спинового обменного взаимодействия примесей вблизи перехода МИ. Для такого типа спинового стекла мы предложили модель, в которой, начиная с совершенно разупорядоченных спинов и применив процедуру обращения спинов, было получено некое метастабильное состояние. Мы рассмотрели сценарий с одним кластером, но идентификация разных кластеров несколько искусственна. Только степени свободы, связанные с кластером, позволяют идентифицировать его. До приложения внешнего магнитного поля мы можем только обсуждать доступные «граничные траектории» с некоторыми «граничными энергиями»,

окружающими виртуальными кластерами, которые могут перемагничиваться под действием соответствующих магнитных полей. Мы делаем вывод, что наибольший размер, который еще позволяет идентифицировать отдельные кластеры, определяется температурой и внешним магнитным полем и диктуется равенством между температурой и граничной энергией. Повышение температуры или внешнего магнитного поля приводит к перестройке конфигураций кластеров. Поскольку для размера кластеров не существует другого пространственного масштаба, кроме связанного с граничной энергией, можно сделать вывод, что картину можно рассматривать как плотно упакованную структуру кластеров с периодом и реализацией, зависящими от магнитного поля, температуры и предыстории.

## ПРИЛОЖЕНИЕ ЗНАЧЕНИЕ $\delta$

1. Увеличение  $\delta$  по сравнению с его значением  $\delta = 0$  приводит к увеличению беспорядка. Действительно, дисперсия граничной энергии  $\sigma$  максимальна для чисто случайной ситуации. Увеличение среднего значения, описываемого  $\gamma$ , соответствует подавлению беспорядка, а уменьшение  $\gamma$  (приводящее к увеличению  $\delta$ ) соответствует увеличению беспорядка. На самом деле  $\sigma \propto m(1 - \gamma)$  и обращается в нуль при  $\gamma = 1$ . Поскольку увеличение энтропии (т.е. беспорядка) предпочтительнее при условии, что нет другого ограничения, связанного с минимальной энергией. Последнее диктуется критерием устойчивости. Таким образом, мы заключаем, что существуют две противоположные тенденции: увеличение беспорядка происходит предпочтительно за счет увеличения энтропии, а уменьшение беспорядка позволяет поддерживать стабильность. Таким образом, предпочтительная ситуация соответствует максимальному беспорядку (наибольшая  $\delta$ ), еще позволяющему поддерживать устойчивость.

2. Зависимость  $\delta$  от  $m$ . Можно ожидать, что дисперсия граничной энергии для данного пограничного участка зависит от количества доступных соседних участков в окружении. Последнее зависит от фазового объема, доступного для этих соседних узлов. Этот фазовый объем, естественно, зависит от кривизны границы. Соответствующий угол задается как

$$\pi + 2 \arcsin(a/R),$$

где  $a$  — расстояние между узлами (которое мы считали единицей), а  $R = m/2$  — радиус границы. Таким образом, мы заключаем, что дисперсия

граничной энергии имеет добавку, уменьшающуюся с ростом  $m \propto 1/m$ . Поскольку уменьшение дисперсии означает уменьшение беспорядка, мы заключаем, что оно приводит к уменьшению положительной  $\delta$ , так как положительная  $\delta$  означает уменьшение среднего значения, заданного  $\gamma$ .

**Благодарности.** Авторы благодарны А. В. Шумилину за полезное обсуждение результатов данной работы.

## ЛИТЕРАТУРА

1. T. Dietl and H. Ohno, *Rev. Mod. Phys.* **86**, 187 (2014).
2. E. Nielsen and R. N. Bhatt, *Phys. Rev. B* **82**, 195117 (2010).
3. J. Kundrotas and A. Cerskus, *J. Appl. Phys.* **103**, 123108 (2008).
4. А. В. Шумилин, В. И. Козуб, Н. В. Агринская, Н. Ю. Михайлин, Д. В. Шамшур, *ЖЭТФ* **159**, 915 (2021).
5. N. V. Agrinskaya, V. I. Kozub, Yu. M. Galperin, and D. V. Shamshur, *J. Phys.: Cond. Matt.* **20**, 395216 (2008).
6. N. V. Agrinskaya, V. I. Kozub, N. Y. Mikhailin, and D. V. Shamshur, *JETP Lett.* **105**, 484 (2017).
7. Н. В. Агринская, Н. Ю. Михайлин, Д. В. Шамшур, *ЖЭТФ* **162**, 127 (2022).
8. A. P. Li, J. F. Wendelken, J. Shen, L. C. Feldman, J. R. Thompson, and H. H. Weitering, *Phys. Rev. B* **72**, 195205 (2005).
9. Hui Lin Zhao, B. Z. Spivak, M. P. Gelfand, and Shechao Feng, *Phys. Rev. B* **44**, 10760 (1991).
10. D. S. Fisher and D. A. Huse, *Phys. Rev. Lett.* **56**, 1601 (1986).
11. F. Liers and O. C. Martin, *Phys. Rev. B* **76**, 060405 (R) (2007).