

ФАНТОМНАЯ ВОЛОКОННАЯ ЭНДОСКОПИЯ С НЕСКОЛЬКИМИ ОДНОПИКСЕЛЬНЫМИ ДАТЧИКАМИ В ОБЪЕКТНОМ КАНАЛЕ

Д. А. Балакин^{*}, А. В. Белинский^{**}

*Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет
119991, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 14 июня 2023 г.,
после переработки 10 июля 2023 г.
Принята к публикации 12 сентября 2023 г.

Описан новый способ формирования оптических фантомных изображений, в котором используется регистрация излучения в объектном канале несколькими датчиками. Показано преимущество предлагаемого метода в числе шаблонов освещения, требуемом для восстановления изображения объекта исследования, по сравнению с традиционными схемами формирования фантомных изображений. Предложены варианты алгоритмов редукции измерений к виду, свойственному формированию изображения объекта исследования, направленные на увеличение быстродействия вычислительной компоненты эндоскопа. Рассмотренный волоконно-оптический вариант формирования фантомных изображений пригоден для исследования труднодоступных полостей и органов человеческого организма, допускающих введения туда тонкого оптоволоконного жгута, что расширяет его применимость по сравнению с классическими методами оптической эндоскопии.

DOI: 10.31857/S0044451023120064

EDN: МУВРРУ

1. ВВЕДЕНИЕ

Обычная методика построения изображений предполагает наличие оптической системы, направленной на освещенный объект и формирующей дошедшее до нее излучение в удобном для наблюдателя виде. Научно-технический прогресс дает новые возможности как формирования и регистрации различных видов изображений, так и их обработки. Здесь мы рассмотрим на первый взгляд весьма экзотические возможности построения фантомных изображений, которые находят все более живой интерес и широкий круг приложений за счет их явных преимуществ по сравнению с традиционными методиками [1]. Для их формирования необходим источник коррелированных световых пучков, один из которых взаимодействует с объектом, а

другой — нет. Детектор в том канале, который содержит один из пучков и исследуемый объект (в объектном канале), дает информацию только о полной интенсивности прошедшего излучения. Сопряженный пучок (в восстанавливающем канале) не взаимодействует с объектом, но регистрируется ПЗС-матрицей.

Первым и традиционным способом формирования фантомного изображения по показаниям однопиксельного датчика в объектном канале и показаниям матрицы датчиков или одиночного сканирующего детектора [2] в восстанавливающем канале стало вычисление корреляционной функции второго порядка сигнала однопиксельного датчика в объектном канале и сигнала, соответствующего каждому отдельному пикселю в восстанавливающем канале. Иными словами, если обозначить показания однопиксельного датчика $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$, где индекс соответствует номеру измерения, а соответствующие показания матрицы датчиков суть $a_{111}, a_{121}, \dots, a_{km1}, a_{112}, \dots, a_{lmn}$, где первые два индекса соответствуют положению элемента матрицы датчиков или положению сканирующего датчика в восстанавливающем канале, а последний — номеру измерения, то восстанавливаемое фантомное изоб-

^{*} E-mail: balakin_d_a@physics.msu.ru

^{**} E-mail: belinsky@physics.msu.ru

ражение f вычисляется по формуле

$$f_{ik} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \left(\xi_j - \frac{1}{n} \sum_{j'=1}^n \xi_{j'} \right) \left(a_{ikj} - \frac{1}{n} \sum_{j''=1}^n a_{ikj''} \right). \quad (1)$$

Исторически первыми появились так называемые квантовые фантомные изображения. Само это название пришло гораздо позже, но и сейчас в энциклопедиях и научных статьях встречается название «двухфотонная оптика», как, например, в названии статьи [3]. Почему? Дело в том, что обычные оптические системы не нуждаются в квантовом двухфотонном свете, а могут строить изображения при каком угодно освещении. Но открытие параметрического рассеяния света [4] привело к целому ряду новых направлений квантовой оптики за счет гарантированной генерации жестко коррелированных в пространстве и во времени пар фотонов в так называемом квантовом запутанном состоянии. Тем не менее, для формирования фантомных изображений достаточно получить коррелированные световые пучки, а природа этой корреляции не столь важна, хотя и влияет на характеристики получаемых изображений.

Позднее появился вычислительный вариант формирования фантомных изображений. В нем объект освещается случайными шаблонами [5], формируемыми пространственным модулятором света или цифровым микрозеркальным устройством. Регистрация фотонов в восстанавливающем канале заменяется ее численным моделированием, что позволяет обойтись без многопиксельной камеры, а восстанавливающий канал, таким образом, может быть сделан виртуальным. Понятно, что чем больше различных шаблонов освещения используется за время регистрации фантомного изображения, тем более точное изображение может быть построено, см., например, [6]. В самом деле, каждый новый шаблон позволяет оценить проекцию изображения объекта как вектора f на этот шаблон как вектор a того же евклидова пространства и, следовательно, извлечь новую информацию об объекте, если шаблон освещения не коллинеарен предыдущим. Примеры изменения формируемого изображения при увеличении числа шаблонов освещения приведены ниже в разд. 4.

Для математической обработки данных измерений — преобразования их в изображение — кроме традиционного корреляционного метода применимы и другие методы, в частности, метод сжатых измерений [6–11], метод редукции измерения [12–15] и

методы, основанные на нейронных сетях [16–18]. В настоящей работе использован метод редукции измерения, поскольку он хорошо себя показал в сравнении с методом сжатых измерений в близкой к предлагаемой ниже схеме в [15]. Кроме того, для биологических приложений важно, что используется заранее сформулированная математическая модель объекта исследования, а не она восстанавливается обучением по тестовым данным, так как в этом случае необходима схожесть с объектом исследования тестовых объектов, поскольку ее отсутствие способно привести к появлению артефактов в восстановленном изображении.

Рассмотрим некоторые работы, в которых при формировании фантомных изображений также рассмотрена регистрация излучения в объектном канале не единственным однопиксельным датчиком.

В статьях [14, 19, 20] рассмотрено формирование квантового фантомного изображения вместе с обычным и задача их последующей редукции к виду, свойственному измерениям единственного изображения объекта исследования. При этом используется режим фотоотсчетов, поэтому появление дополнительной информации связано не с регистрацией излучения в объектном канале многопиксельным датчиком как таковым, а с различием влияния дифракции и неединичной квантовой эффективности датчиков на формируемое фантомное изображение и формируемое обычное изображение. В отличие от указанных статей, в настоящей работе не используется режим фотоотсчетов, а также не восстанавливается обычное изображение. Поэтому количество и положение (однопиксельных) датчиков в объектном канале может быть произвольным (но, разумеется, и то, и другое влияет на свойства восстанавливаемого изображения, см. далее).

В статье [21], как и в настоящей работе, используется несколько однопиксельных датчиков, одновременно регистрирующих излучение, взаимодействовавшее с объектом, и по их показаниям восстанавливается единая модель объекта. Отличие настоящей работы как в использовании оптических волокон для передачи излучения, так и в том, что восстанавливается не трехмерная поверхность объекта, а его изображение. Иными словами, не используется получение дополнительной информации об объекте за счет его наблюдения с разных ракурсов, а сам объект считается плоским.

2. КОМПОНОВКА ОПТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Предлагаемая компоновка оптической системы аналогична ранее предложенной в [15]. Лазерное излучение модулируется пространственным модулятором света, в дальней зоне которого профиль интенсивности пучка представляет из себя спекл-картину. С помощью микрообъектива излучение заводится в многомодовое волокно. После распространения в волокне свет облучает объект исследования. Если выходной торец волоконного жгута невозможно совместить с объектом, между ними можно поставить проекционную оптическую систему, особенности расчета которой приведены далее. Отличие от [15] состоит в том, что излучение, взаимодействовавшее с объектом исследования, не собирается одним оптическим волокном и направляется в единственный однопиксельный датчик, а собирается несколькими оптическими волокнами, каждое из которых направляет собранное излучение в соответствующий ему однопиксельный датчик, см. рис. 1. Модулируемое лазерное излучение заводится в многомодовое волокно. После распространения в волокне свет облучает объект исследования. При необходимости оптическое сопряжение выходного торца многомодового волокна и объекта может быть осуществлено проекционным объективом, например, асферической линзой, см. Приложение. Излучение, взаимодействовавшее с объектом, собирается несколькими однопиксельными датчиками. Их сигналы поступают на персональный компьютер (ПК), формирующий изображение. Для наглядности участок оптической системы, по которому подается освещение, и участок, по которому передается регистрируемое излучение, показаны по разные стороны объекта.

Отметим следующие соображения о выборе положений торцов оптических волокон, проводящих излучение от объекта к однопиксельным датчикам. С одной стороны, желательно, чтобы объединение полей зрения датчиков не имело пропусков. Излучение от точек объекта, лежащих в пропусках, не регистрируется ни одним датчиком, поэтому при формировании изображения информация непосредственно об этих точках отсутствует и для восстановления изображения приходится использовать дополнительную информацию об объекте. С другой стороны, перекрытие полей зрения отдельных датчиков также нежелательно, поскольку увеличивает зависимость показаний датчиков друг от друга. В предельном случае, когда все поля зрения совпадают,

сигналы датчиков совпадают с точностью до погрешности измерений и, следовательно, не позволяют извлечь дополнительную информацию по сравнению с одним однопиксельным датчиком с тем же совокупным полем зрения.

3. МЕТОД РЕДУКЦИИ В ЗАДАЧЕ ФОРМИРОВАНИЯ ФАНТОМНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

В связи со существенной ролью методов обработки сигналов датчиков для формирования изображения вначале рассмотрим задачу редукции показаний датчиков к виду, свойственному прямому измерению изображения объекта исследования, в общем виде.

Измерения, выполняемые для формирования фантомных изображений, в частности — волоконных фантомных изображений (ВФИ), как правило, могут быть описаны схемой измерения

$$\xi = A\mathbf{f} + \nu, \quad (2)$$

где вектор $\xi \in \mathcal{X}$ — последовательность $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{\dim \mathcal{X}}$ показаний однопиксельного датчика, неизвестный вектор $\mathbf{f} \in \mathcal{F}$ характеризует изучаемое распределение оптических характеристик объекта исследования, $\nu \in \mathcal{X}$ — погрешность измерений, математическое ожидание которой равно нулю, а ковариационный оператор — Σ_ν , $\mathcal{F}, \mathcal{X}$ — конечномерные евклидовы пространства. При использовании структурированного освещения и однопиксельного датчика строки $\mathbf{a}_j^*$, $j = 1, 2, \dots, \dim \mathcal{X}$ матрицы оператора A суть развернутые в строки шаблоны освещения. Измерение на идеальном измерительном преобразователе, результат которого интересует исследователя, моделируется линейным оператором $U: \mathcal{F} \rightarrow \mathcal{U}$. В рассматриваемом случае, когда процесс измерения не возмущает объект и восстанавливается именно изображение объекта, $U = I$. Примером ситуации, когда это не так, служит восстановление изображения отдельного слоя трехмерного объекта.

В статье [15] для формирования ВФИ был предложен следующий вариант метода редукции измерения.

1. Вычисление оценки

$$\hat{\mathbf{u}} = U(\Sigma_\nu^{-1/2}A)^{-1}\Sigma_\nu^{-1/2}\xi = R_*\xi \quad (3)$$

линейной несмещенной редукции [12]. Ей соответствует минимальная погрешность

$$h(R_*, U) = \text{tr} \left(U(A^*\Sigma_\nu^{-1}A)^{-1}U^* \right). \quad (4)$$

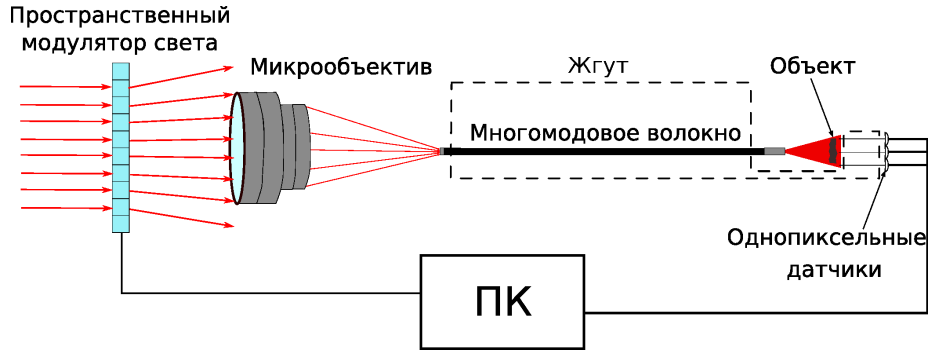


Рис. 1. Схема регистрации фантомных изображений при освещении объекта посредством многомодового волокна и регистрации излучения несколькими однопиксельными датчиками

2. Переход к собственному базису модели интерпретации измерения [12, §8.1], в котором искомое значение $TU\mathbf{f}$ интересующей исследователя характеристики ОБИ считается разреженным, то есть содержит много нулевых компонент по сравнению с его размерностью. Обозначим соответствующее преобразование T , а его результат — $T\hat{\mathbf{u}}$.

3. Формирование оценки $T\hat{\mathbf{u}}_{\text{thr}}$ по правилу: $(T\hat{\mathbf{u}}_{\text{thr}})_i = 0$, если гипотеза « $(T\hat{\mathbf{u}})_i = 0$ » принимается, а именно, если выполнено условие

$$(T\hat{\mathbf{u}})_i^2 < \tau(T\Sigma_{R_*}\xi T^*)_{ii}, \quad (5)$$

иначе

$$(T\hat{\mathbf{u}}_{\text{thr}})_i = (T\hat{\mathbf{u}})_i, \quad i = 1, \dots, \dim \mathcal{U},$$

где

$$\Sigma_{R_*}\xi = U(A^*\Sigma_\nu^{-1}A)^-U^*$$

— ковариационный оператор оценки $R_*\xi$, $\tau \geq 0$ — параметр критерия (5).

4. Возвращение к исходному базису:

$$\hat{\mathbf{u}}_{\text{thr}} = T^{-1}T\hat{\mathbf{u}}_{\text{thr}}.$$

5. Вычисление наиболее соответствующей дополнительной информации версии составляющей $U(I - A^-A)\mathbf{f}$ при помощи (любого) решения задачи минимизации

$$\Omega(\hat{\mathbf{u}}_{\text{thr}} + U(I - A^-A)\mathbf{g}) \sim \min_{\mathbf{g} \in \mathcal{F}}, \quad (6)$$

где функционал Ω задан исследователем, который считает, что восстанавливаемое изображение тем более правдоподобно, чем меньше значение этого функционала. Обозначим результат действия оператора $U(I - A^-A)$ на ее решение $\hat{\mathbf{v}}_{\text{thr}}$.

6. Восстановление изображения как суммы $\hat{\mathbf{u}}_{\text{thr}} + \hat{\mathbf{v}}_{\text{thr}}$.

В часто встречающемся случае $U = I$ задача (6) упрощается до

$$\Omega(\hat{\mathbf{u}}_{\text{thr}} + \mathbf{v}) \sim \min_{\mathbf{v} \in \mathcal{F}: A\mathbf{v}=0}. \quad (7)$$

В методе сжатых измерений [6, 10, 11], который, как правило, используется для формирования вычислительных фантомных изображений, оценка вектора $\mathbf{f}$ определена решением задачи минимизации по $\mathbf{g}$ функционала

$$\|A\mathbf{g} - \xi\|^2 + \alpha\Omega(\mathbf{g}) \sim \min_{\mathbf{g} \in \mathcal{F}}, \quad (8)$$

где функционал Ω характеризует регулярность объекта (обычно — гладкость его изображения как функции координат). Численное моделирование в [15] показало, что лучшие результаты восстановления фантомного изображения получаются, если использовать в (6) и (7) в качестве функционала Ω функционал анизотропной полной вариации

$$\Omega(\mathbf{g}) = \sum_{i=1}^{\dim \mathbf{g}} (|D_x^1 \mathbf{g}|_i + |D_y^1 \mathbf{g}|_i) = \|D_x^1 \mathbf{g}\|_1 + \|D_y^1 \mathbf{g}\|_1, \quad (9)$$

где $\|\cdot\|_1$ — норма L^1 , а среди вариантов метода сжатых измерений лучшие результаты получаются, если взять в качестве регуляризирующего функционала (9) [6] или альтернативный вариант функционала анизотропной полной вариации

$$\Omega(\mathbf{g}) = \|D_x^1 \mathbf{g}\| + \|D_y^1 \mathbf{g}\|.$$

Более того, вариант выбора регуляризирующего функционала (9) также положительно влияет на быстрое действие [22]. В связи с этим на рисунках ниже рассмотрен именно этот вариант.

Для применения фантомных изображений в эндоскопии важно приемлемое для целей исследования быстродействие интеллектуальной системы формирования изображений и, в частности, ее части, отвечающей за оптимальное преобразование измерений собирающего детектора в формируемое изображение. Поэтому далее в этом разделе рассмотрены некоторые приемы повышения быстродействия вышеописанного варианта метода редукции измерения для формирования ВФИ. Заметим, что как использование нескольких датчиков в объектном канале, так и восстановление пространственного распределения оптических характеристик трехмерного, а не двумерного объекта требует обработки большего объема данных измерений, во втором случае — для восстановления оптических характеристик в большем числе вокселей, что увеличивает требования к быстродействию.

Основное время вычислений в вышеописанном варианте метода редукции приходится на два этапа: решение системы линейных уравнений при вычислении результата редукции (3) и численная оптимизация (6) или (7). В последующих формулах для упрощения выкладок считается, что $\Sigma_\nu = \sigma^2 I$. Если это не так, перейти к этой ситуации можно заменой ξ на $\Sigma_\nu^{-1/2} \xi$ и A на $\Sigma_\nu^{-1/2} A$ («выбеливание» шума).

3.1. Рекуррентное восстановление фантомных изображений

Ускорение выполнения алгоритма редукции может быть получено при вычислении оценки линейной редукции (3) не прямым методом, а итерационным методом Качмажа [23, § 12.4]. В этом случае начальное приближение (им может быть и нулевой вектор) на каждой итерации последовательно уточняется сдвигом на

$$\lambda(\xi_k - \mathbf{a}_k^* \hat{\mathbf{f}}^{(k-1)}) \frac{\mathbf{a}_k}{\|\mathbf{a}_k\|^2},$$

где k — номер итерации, при $k > \dim \mathcal{X}$ считается, что $\mathbf{a}_k = \mathbf{a}_{k \bmod \dim \mathcal{X}}$, $\hat{\mathbf{f}}^{(k-1)}$ — оценка, полученная на предыдущей итерации, $0 < \lambda < 2$ — параметр алгоритма, влияющий на скорость сходимости. Затем, чтобы учесть неотрицательность значений прозрачности, полученное значение опционально ортогонально проецируется на неотрицательный конус. Заметим, что получающийся алгоритм, с одной стороны, сходен с рекуррентной версией метода редук-

ции измерения [12, §5.5], в которой шаг линейного уточнения имеет более сложный вид сдвига на

$$(\xi_j - \mathbf{a}_j^* \hat{\mathbf{f}}^{(j-1)}) \frac{(A^{(j-1)*} A^{(j-1)})^{-1} \mathbf{a}_j}{1 + \mathbf{a}_j^* (A^{(j-1)*} A^{(j-1)})^{-1} \mathbf{a}_j},$$

где

$$(A^{(j)*} A^{(j)})^{-1} = (A^{(j-1)*} A^{(j-1)})^{-1} - \frac{(A^{(j-1)*} A^{(j-1)})^{-1} \mathbf{a}_j \mathbf{a}_j^* (A^{(j-1)*} A^{(j-1)})^{-1}}{1 + \mathbf{a}_j^* (A^{(j-1)*} A^{(j-1)})^{-1} \mathbf{a}_j},$$

а $A^{(j)}$ — часть матрицы A , состоящая из строк до j -й включительно, причем процесс счета завершается после $\dim \mathcal{X}$ итераций (метод Качмажа требует как минимум этого числа итераций, в противном случае оказываются использованными не все результаты измерений). Указанный вид шага линейного уточнения, однако, относится к ситуации, когда ковариационный оператор начального приближения уже невырожден, и имеет существенно более громоздкий вид в общем случае. С другой стороны, использование метода Качмажа делает вычисление результата линейной редукции измерения похожим на традиционный метод формирования фантомных изображений (1), где шаг линейного уточнения имел бы вид сдвига на

$$\left(\xi_j - \frac{1}{\dim \mathcal{X}} \sum_{k=1}^{\dim \mathcal{X}} \xi_k \right) \left(\mathbf{a}_j - \frac{1}{\dim \mathcal{X}} \sum_{l=1}^{\dim \mathcal{X}} \mathbf{a}_l \right),$$

также с конечным числом итераций, но в этом случае линейное уточнение не зависит от ранее полученной оценки, см. также [24], где предложена асимптотически эквивалентная традиционному методу, но более удобная для вычисления оценка с шагом линейного уточнения

$$\frac{1}{2 \dim \mathcal{X}} (\xi_j - \xi_{j-1}) (\mathbf{a}_j - \mathbf{a}_{j-1}), j = 2, \dots$$

Первое преимущество метода Качмажа перед прямыми методами вычисления результата линейной редукции состоит в возможности остановки вычислений в произвольный момент времени. В этом случае достигается ускорение процесса вычислений ценой увеличения погрешности: полученная на последней выполненной итерации оценка будет иметь худшее качество, чем та, что была бы получена при всех итерациях, см. рис. 2.

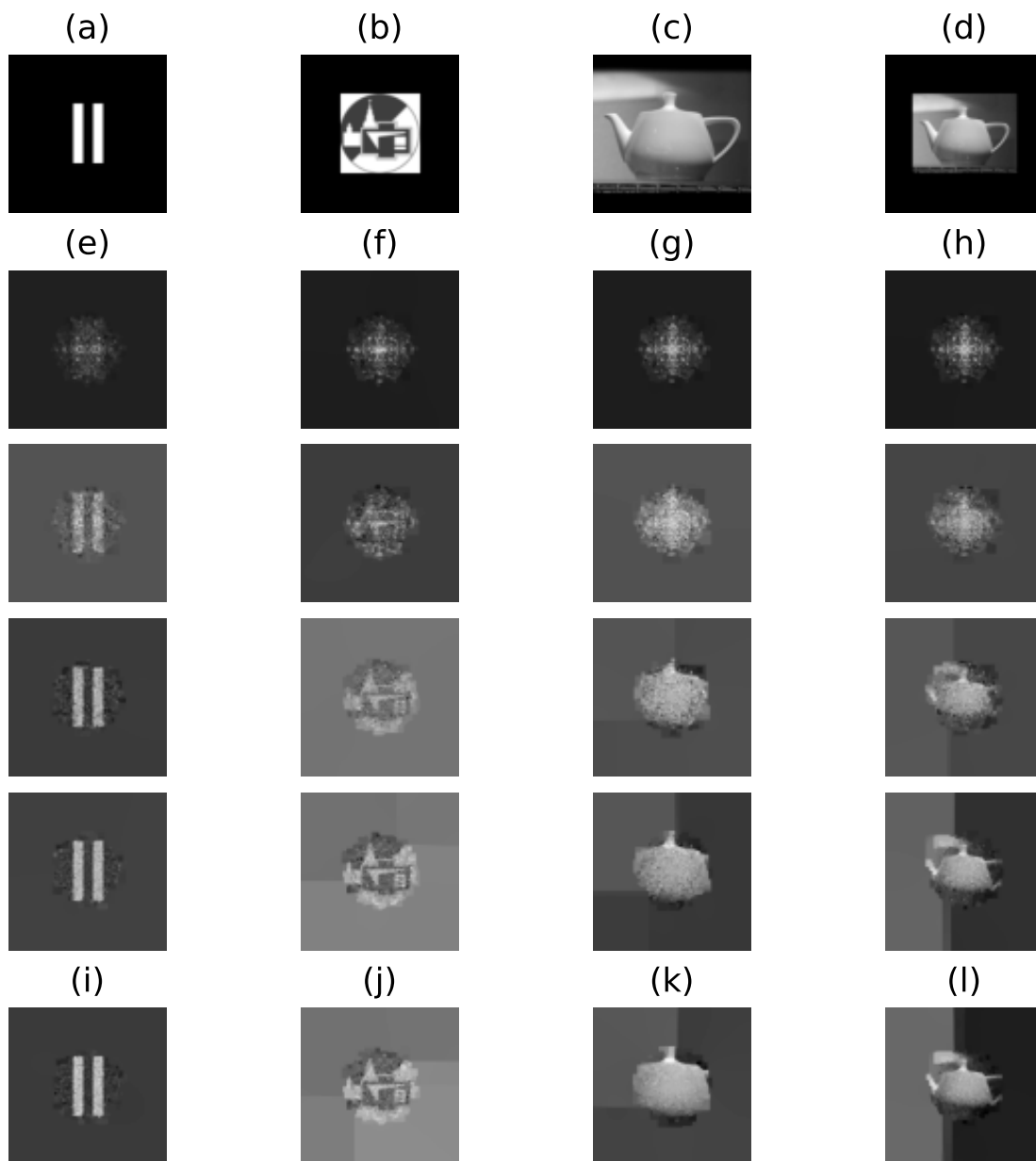


Рис. 2. Объекты (a–d), результаты (e–h) восстановления фантомных изображений этих объектов методом редукции измерений, получающиеся при остановке итерационного алгоритма после 2^{12} , 2^{15} , 2^{18} и 2^{20} итераций (сверху вниз) и аналогичные результаты при использовании нерекуррентной версии алгоритма (i–l). Видно, что для более сложных изображений (b–d) требуется большее число итераций, чем для (a). Здесь и далее в этом разделе при численном моделировании использованы 1024 шаблона освещения

Второе преимущество метода Качмажа состоит в возможности использования произвольного начального приближения и более быстрой сходимости к результату при использовании более точного приближения. Более того, если на некоторых номерах итераций при вычислениях, начавшихся с начального приближения нулевым вектором, и при вычислениях

начавшихся с какого-либо другого начального приближения, промежуточные оценки совпали, то совпадут и все последующие промежуточные оценки, и конечные результаты. Тем самым, во-первых, возможна «приостановка» вычислений в произвольный момент времени, определение пригодности качества сформированного изображения для его ис-

пользования в соответствии с целью исследования и, если качество недостаточно, продолжение вычислений «с того же места», причем — без дополнительных вычислений. Возможна также организация вычислений, когда параллельно продолжается формирование фантомного изображения и делаются заключения по сформированному промежуточному изображению.

Третье преимущество метода Качмажа состоит в допустимости произвольной одновременной перестановки результатов измерений и соответствующих им шаблонов освещения «по ходу» вычислений. Иными словами, если на момент начала вычислений выполнены еще не все измерения, до их получения можно итерировать по имеющимся результатам, а по мере получения добавлять их. В отличие от предыдущего абзаца, в этом случае дополнительные вычисления присутствуют, поскольку по наиболее старым результатам измерений производится больше итераций, чем по недавним.

3.2. Промежуточное восстановление изображения низкого разрешения

Другой способ быстрого получения фантомного изображения низкого разрешения также основан на возможности использовать произвольное начальное приближение при реализации линейной редукции измерений методом Качмажа. В этом случае вначале использованные шаблоны освещения передискретизируются с понижением разрешения и, как следствие, с уменьшением числа пикселей. Затем за счет уменьшения размера изображения в пикселях сравнительно быстро формируется фантомное изображение. После этого делаются те заключения об изображении, для которых это разрешение достаточно (например, принимается решение, подходит ли образец для последующего изучения). Если изображение подходит для дальнейшего изучения, то изображение низкого разрешения передискретизируется с повышением разрешения. Получившийся результат затем используется как начальное приближение при линейной редукции с использованием метода Качмажа, см. рис. 3. Поскольку по сравнению с непосредственным восстановлением изображения высокого разрешения при этом выполняются «лишние» вычисления (каждое показание собирающего датчика используется, по крайней мере, дважды: при формировании изображения низкого разрешения и при формировании изображения высокого разрешения), такие действия целесообразны только тогда, когда

не во всех случаях требуется построение изображений высокого разрешения. Отметим, что по мере работы метода Качмажа вначале также формируется изображение невысокого разрешения (см. рис. 2e–h, количество итераций увеличивается сверху вниз), но с двумя отличиями: во-первых, разрешение формируемого изображения непосредственно не регулируется исследователем, во-вторых, разрешение на фиксированной итерации зависит от самого объекта (изображение «более простого» объекта на рис. 2a восстанавливается быстрее).

Заметим также, что разрешение формируемых изображений необязательно должно быть постоянным во всей плоскости изображения, т. е. исследователь может, посмотрев изображение низкого разрешения, выбрать интересующую его область с последующим формированием изображения высокого разрешения только этой области. Такого рода ситуация возникает, в частности, когда поле зрения однопиксельного датчика выходит за границы сердцевины оптического волокна. В этом случае можно рассматривать пиксели, относящиеся к сердцевине, а всю остальную часть изображения рассматривать как одну область без разрешения в ней каких-либо деталей. Поскольку оптические волокна обычно имеют круглое сечение, таким образом достижимо уменьшение числа пикселей как минимум в $4/\pi$ раза без существенного ухудшения разрешения, см. рис. 4. Более сложные схемы дискретизации позволяют плавно регулировать разрешение в поле зрения однопиксельного детектора. Другим примером такого рода служит ситуация, когда исследователь может априори указать критерий отличия интересующего его объекта от фона (например, что фон — черный и образует односвязную область, включающую границы изображения).

Задачи численной оптимизации (6) и (7) близки в математическом плане к задаче оптимизации (8), что позволяет при их решении использовать известные итерационные методы численной оптимизации. Примером такого метода служит FISTA [25]. Тем не менее, численное моделирование показало, что использование FISTA не дает выигрыша по времени вычислений, если ставится задача восстановления изображения такого же качества, что и формируемая при использовании алгоритма OSQP [26]. Несмотря на это, FISTA все же имеет ситуативное преимущество при вычислениях «с паузами», см. выше.

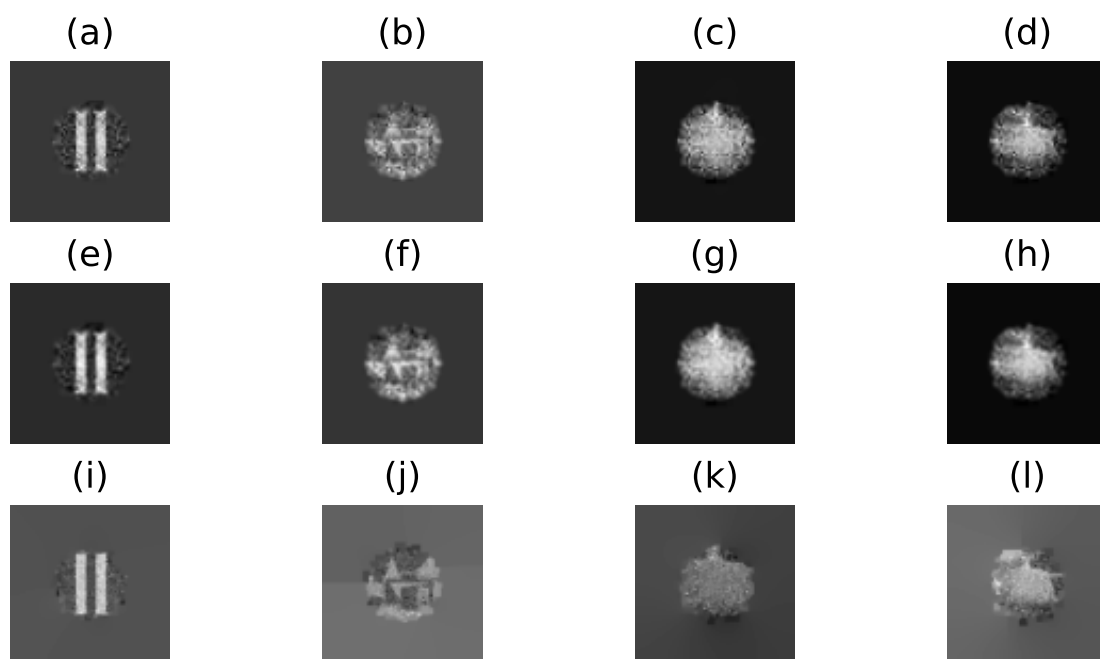


Рис. 3. Предварительно формируемые фантомные изображения низкого разрешения (a–d), 64×64 пикселя, их передискретизации методом линейной интерполяции (e–h) и восстановленные «итоговые» фантомные изображения (i–l), 128×128 пикселей, при использовании передискретизированного изображения как начального приближения при восстановлении «итогового» изображения. Моделируемые объекты и параметры моделирования те же, что на рис. 2. Более низкий контраст «итоговых» изображений (i–l) по сравнению с (e–h) связан с их большей зашумленностью

3.3. Выбор компромисса между подавлением шума и искажением изображения

На шаге 3 алгоритма выше требуется выбрать значение параметра алгоритма, отражающее приемлемый для исследователя компромисс между подавлением шума (чем больше τ , тем больше подавляется шум) и искажением изображений, компоненты которых близки к 0. Выбор значения τ путем моделирования регистрации тестового изображения, содержащего требуемые интересующие исследователя «тонкие» детали, и использования максимального значения параметра, при котором эти детали сохраняются, или, аналогично [27], путем минимизации средней погрешности восстановления по набору тестовых данных, в известном смысле оптимален, ибо, с одной стороны, позволяет учесть априорные представления исследователя об исследуемом объекте, а с другой стороны, не требует формулировать эти представления в явном виде. В то же время такой подход «более требователен» к математической модели формирования результатов измерений, поскольку модель измерения (2) не содержит достаточно информации для аналитического выбора зна-

чения τ и требует значительного объема вычислений для численного моделирования (например, для многократного моделирования регистрации результатов измерений и их обработки при использовании метода Монте-Карло). В связи с этим возникает потребность в менее требовательном методе выбора значения τ .

Для указанной цели подходит метод, аналогичный методу L-кривой [28]. В нем используется тот факт, что график зависимости числа компонент формируемого изображения, для которых условие (5) выполнено, от параметра τ в логарифмическом масштабе имеет два характерных участка. На первом из них, соответствующем значениям τ , меньшим рекомендуемого, выполнение условия (5), как правило, обусловлено высоким уровнем шума (благодаря переходу к собственному базису модели интерпретации измерений шум преимущественно сосредоточен в небольшом числе компонент), вследствие чего число компонент, для которых условие выполнено, при увеличении τ быстро растет. На втором, соответствующем большим значениям τ , выполнение условия (5), как правило, обусловлено подавлением информативной составляющей измере-

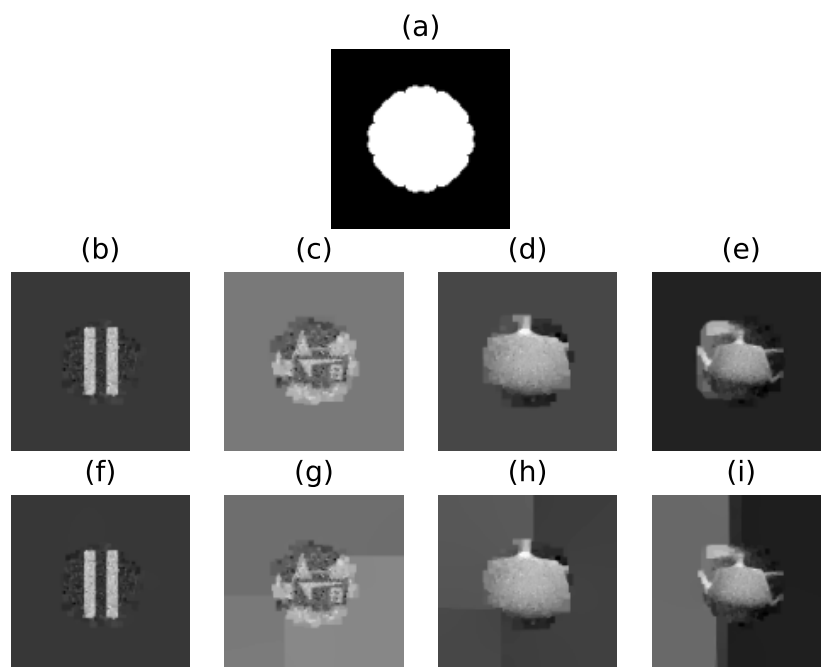


Рис. 4. Восстановление фантомного изображения в пределах области (a), излучение из которой проходит через оптическое волокно. Соответствующие результаты (b–e) лишь незначительно отличаются от результатов при восстановлении всего изображения (f–i) несмотря на значительное уменьшение размерности пространства изображений (4352 против 128^2 , что близко к уменьшению размерности при восстановлении изображений низкого разрешения на рис. 3). При этом, в отличие от рис. 3, последующее восстановление «итогового» изображения не необходимо. Моделируемые объекты и параметры моделирования те же, что на рис. 2

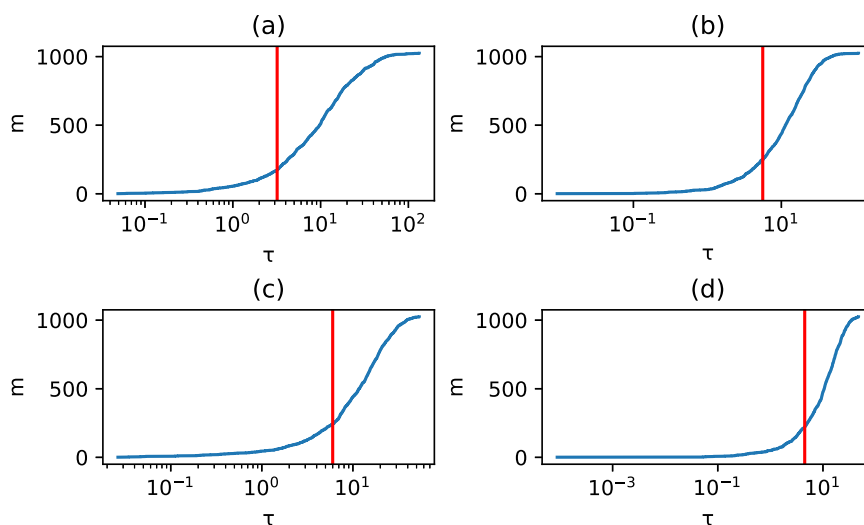


Рис. 5. Зависимости числа компонент m , для которых условие (5) выполнено, от параметра τ . Выделены значения τ , рассматриваемые как границы областей низких и высоких значений этого параметра и использованные на предыдущих рисунках. Изображения (a–d) соответствуют объектам, показанным на рис. 2a–d, соответственно

ний, и рост числа компонент, для которых условие выполнено, при увеличении τ замедляется. Рекомен-

дуемое значение τ , таким образом, оказывается лежащим на границе этих двух участков, см. рис. 5.

Заметим, что, в отличие от метода L-кривой как такового, в этом методе не требуется многократное решение задачи оптимизации, поскольку вся информация, необходимая для построения графика, содержится в отношениях

$$\frac{(T\hat{u}_i)^2}{(T\Sigma_{R_*\xi}T^*)_{ii}}, \quad i = 1, \dots, \dim \mathcal{X},$$

которые при необходимости могут быть получены до этапа оптимизации.

Разработанный метод делает полуавтоматическим необходимость выбора границы участков. Его дополнение критерием выбора (например, таким, при котором максимизируется кривизна графика зависимости, поскольку в логарифмическом масштабе соответствующие участки графика близки к линейным) делает метод автоматическим.

3.4. Изменения, обусловленные использованием нескольких датчиков в объектном канале

Использованием нескольких датчиков (далее их число обозначим m) в объектном канале приводит к следующим изменениям в алгоритме выше. Во-первых, теперь $\xi \in \mathcal{X}$ — последовательность показаний

$$\xi_{1,1}, \xi_{1,2}, \dots, \xi_{1,m}, \xi_{2,1}, \dots, \xi_{2,m}, \dots, \xi_{\dim \mathcal{X},1}, \dots, \xi_{\dim \mathcal{X},m}$$

всех однопиксельных датчиков, где $\xi_{k,l}$ — показания l -го датчика при использовании k -го шаблона освещения, порядок обхода датчиков произволен, но фиксирован. Во-вторых, a_j^* — строки матрицы оператора A — не развернутые в строки шаблоны освещения, а развернутые в строки поэлементные произведения шаблонов освещения и полей зрения датчиков. В изображении, описывающем поле зрения датчика, значение 0 отвечает тому, что излучение от соответствующего пикселя объекта не попадает на датчик, значение 1 — тому, что попадает полностью. Здесь $j = (k, l)$ — мультииндекс из двух компонент, первая отвечает за номер шаблона освещения, вторая — за номер датчика при том же порядке обхода. Поскольку о виде оператора A в предыдущих подразделах не делалось никаких предположений, другие изменения предложенных алгоритмов не требуются.

Из этой замены видно, что использование m однопиксельных датчиков увеличивает размерность ξ — «эффективное число использованных шаблонов

освещения» — в m раз. Это связано с тем, что использование нескольких датчиков можно рассматривать как комбинацию структурированного освещения (задаваемого шаблоном освещения) и структурированного детектирования (задаваемого полем зрения датчика как маской). Заметим, что чем меньше перекрытие полей зрения датчиков, тем более ортогональны друг другу $a_{(k,l)}^*$ и $a_{(k,l')}^*$ (при одном и том же k и разных l) и, следовательно, тем больше новой информации извлекается при очередном измерении. Поэтому при малой степени перекрытия полей зрения датчиков m может служить оценкой уменьшения числа шаблонов освещения, необходимых для построения фантомного изображения объекта заданного качества, по сравнению с регистрацией излучения единственным однопиксельным датчиком, если используются «однородные» шаблоны освещения, в которых в среднем освещение не сконцентрировано в какой-либо пространственной области. При увеличении степени перекрытия выигрыш будет ослабевать до его отсутствия при полном перекрытии всех полей зрения. Требование отсутствия концентрации освещения в какой-либо области вызвано тем, что если, например, i -й шаблон освещения соответствует максимальной яркости i -го пикселя и нулевой яркости остальных, т. е. выполняется последовательное сканирование объекта, то, очевидно, для каждого шаблона освещения при отсутствии шума срабатывать будет не более чем один датчик, в поле зрения которого входит i -й пиксель. Это требование выполнено для шаблонов освещения, в которых яркости пикселя выбираются случайно независимо друг от друга, для шаблонов Адамара и многих других.

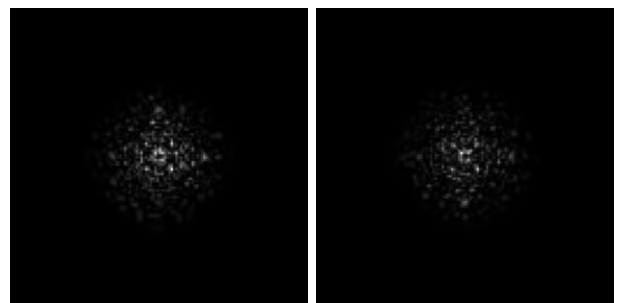


Рис. 6. Пример двух шаблонов освещения a_1 и a_2

Для более подробного анализа рассмотрим частный случай замены одного однопиксельного датчика в объектном канале на два, и ограничимся линейной оценкой (3) при одинаковой дисперсии σ^2 сигнала каждого датчика как наихудшим случаем.

Рассмотрим первые измерения. Как в схеме с одним датчиком два последовательных измерения с шаблонами освещения $\mathbf{a}_1$ и $\mathbf{a}_2$, см. рис. 6, так и в схеме с двумя датчиками два одновременных измерения с шаблоном освещения $\mathbf{a}_1$ и неколлинеарными произведениями этого шаблона и полей зрения датчиков $\mathbf{a}_{(1,1)}$ и $\mathbf{a}_{(1,2)}$ позволяют оценить проекцию изображения объекта на линейную оболочку векторов $\mathbf{a}_1$ и $\mathbf{a}_2$ и $\mathbf{a}_{(1,1)}$ и $\mathbf{a}_{(1,2)}$, соответственно. В первом случае ортонормальный базис линейного подпространства, может быть выбраны как $\mathbf{b}_1 = \mathbf{a}_1 / \|\mathbf{a}_1\|$ и $\mathbf{b}_2 = \mathbf{a}_2 - (\mathbf{a}_2, \mathbf{b}_1)\mathbf{b}_1 / (\|\mathbf{a}_2\|^2 - |(\mathbf{a}_2, \mathbf{b}_1)|^2)$. Подставляя сужение оператора A на это подпространство, задаваемое матрицей

$$\begin{pmatrix} \|\mathbf{a}_1\| & 0 \\ (\mathbf{a}_2, \mathbf{b}_1) & \|\mathbf{a}_2\|^2 - |(\mathbf{a}_2, \mathbf{b}_1)|^2 \end{pmatrix}$$

в (4), получаем, что погрешность оценивания равна

$$\sigma^2 \frac{\|\mathbf{a}_1\|^2 + \|\mathbf{a}_2\|^2}{\|\mathbf{a}_1\|^2 \|\mathbf{a}_2\|^2 - |(\mathbf{a}_2, \mathbf{a}_1)|^2}. \quad (10)$$

Аналогично, в схеме с двумя датчиками после двух одновременных измерений погрешность равна

$$\sigma^2 \frac{\|\mathbf{a}_{(1,1)}\|^2 + \|\mathbf{a}_{(1,2)}\|^2}{\|\mathbf{a}_{(1,1)}\|^2 \|\mathbf{a}_{(1,2)}\|^2 - |(\mathbf{a}_{(1,2)}, \mathbf{a}_{(1,1)})|^2}. \quad (11)$$

Сравнение (10) и (11) показывает, что в рассматриваемой ситуации, во-первых, использование двух датчиков и одного шаблона освещения всегда лучше использования одного датчика и одного шаблона освещения. В самом деле, в последнем случае возможно оценить с априори конечной погрешностью лишь одну (соответствующую базисному вектору $\mathbf{b}_1$), а не две линейные компоненты. Во-вторых, преимущество использования двух датчиков и одного шаблона освещения вместо одного датчика и двух шаблонов освещения определяется отношением выражений (11) и (10)

$$\frac{(\|\mathbf{a}_{(1,1)}\|^2 + \|\mathbf{a}_{(1,2)}\|^2) (\|\mathbf{a}_1\|^2 \|\mathbf{a}_2\|^2 - |(\mathbf{a}_2, \mathbf{a}_1)|^2)}{(\|\mathbf{a}_{(1,1)}\|^2 \|\mathbf{a}_{(1,2)}\|^2 - |(\mathbf{a}_{(1,2)}, \mathbf{a}_{(1,1)})|^2) (\|\mathbf{a}_1\|^2 + \|\mathbf{a}_2\|^2)}$$

и существенно зависит от «коэффициента корреляции» шаблонов освещения и произведений шаблонов и полей зрения датчиков. Если у произведений шаблона и полей зрения датчиков он не меньше, чем у последовательных шаблонов освещения, то использование двух датчиков позволит уменьшить число используемых шаблонов не меньше, чем вдвое.

Отметим, что увеличение числа датчиков в объектном канале до числа пикселей объекта не приводит к обычному изображению, а сохраняет присущие фантомным изображениям особенности. В частности, сохраняется подавление (по сравнению с обычными изображениями) шума, связанного с фоновой засветкой, и шума, связанного с темновыми токами фотодетекторов. Утверждение об уменьшении числа шаблонов освещения, требуемого для восстановления изображения объекта, в этом случае выполняется тривиально: достаточно одного измерения всеми датчиками в объектном канале, если (единственный) шаблон освещения таков, что все точки объекта освещены с ненулевой яркостью. В то же время при неединичной квантовой эффективности детекторов сохраняется, если восстанавливающий канал реален, а не виртуален, присущая фантомным изображениям зависимость погрешности восстановления от произведения квантовых эффективностей датчиков в объектном канале и в восстанавливающем канале, аналогично [14], поскольку без этого невозможно получить информацию об использованном шаблоне освещения. Эти утверждения согласуются со свойствами схемы формирования изображений, в которой, в отличие от фантомной оптики, в объектном канале расположен многопиксельный датчик, а в восстанавливающем — однопиксельный [29, 30] и также достигается высокое подавление шума.

3.5. Восстановление фантомных изображений, сформированных в квантовом свете

Измерения при формировании квантовых фантомных изображений также удовлетворяют схеме измерения (2), что позволяет применить для формирования метод редукции измерения, аналогично [13, 20, 31]. Можно указать следующие отличия, обусловленные различием квантовых и классических фантомных изображений.

Во-первых, при формировании квантовых фантомных изображений обычно отсутствует управляемый элемент (на рис. 1 им является пространственный модулятор света), а отличие шаблонов освещения обеспечивается процессом (например, СПР) рождения коррелированных фотонов. Это не позволяет поставить задачу об оптимизации шаблонов освещения, то есть их подборе, минимизирующем погрешность (4), ср. с задачами оптимального синтеза модели измерения и оптимизации измерений в [32, гл. 3].

Во-вторых, восстанавливающий канал при квантовом освещении реален, а не виртуален, и изменения в восстанавливающем канале, как и в объектном, сопровождаются погрешностями. Поэтому удобно рассматривать как результат измерения сигналы на выходе коррелятора, схемы совпадений или аналогичного узла, как это сделано в [13]. Тогда элементы A_{ji} матрицы оператора A суть вклады в корреляционную функцию флуктуаций интенсивности, измеренной по корреляциям показаний детектора в объектном канале и j -го детектора (или j -й пары детекторов, если в объектном канале несколько детекторов) в восстанавливающем канале, от оптической характеристики i -го пикселя. Если все детекторы работают в режиме фотоотсчетов, то преимущество от использования нескольких детекторов в объектном канале, как это отмечено во введении, снижается. Тем не менее, преимущество при использовании нескольких детекторов вызывается и другими факторами, в частности, неединичной квантовой эффективностью детекторов, влиянием дифракции и т. д., ср. с [14].

Заметим здесь, что выбор именно схемы совпадений или коррелятора для комбинирования информации с детекторов в объектном канале и в восстанавливающем канале в общем случае не оптимален. Оптимальный выбор зависит как от статистических свойств освещения, так и от свойств детекторов и в общем случае вычислительно сложен и может не существовать в смысле *равномерной* оптимальности. Пусть погрешности связаны только с неединичными квантовыми эффективностями детекторов η_{obj} и η_{ref} и их дробовым шумом, весь объект состоит из одного пикселя, характеризуемого коэффициентом прозрачности u , а вероятность того, что число фотонов освещения равно n , равна p_n . Тогда совместное распределение вероятностей показаний ξ и ζ детекторов —

$$P(\xi = k, \zeta = m) = \sum_{n=\max(k,m)}^{\infty} C_n^k (u\eta_{obj})^k (1 - u\eta_{obj})^{n-k} \times p_n C_n^m \eta_{ref}^m (1 - \eta_{ref})^{n-m}, \quad (12)$$

где k и m — числа отсчетов детекторов в объектном канале и в восстанавливающем канале, соответственно. Отсюда оценка максимального правдоподобия определяется решением уравнения

$$\sum_{n=\max(k,m)}^{\infty} C_n^k C_n^m p_n (1 - u\eta_{obj})^n \times (nu\eta_{obj} - k)(1 - \eta_{ref})^n = 0$$

относительно u при наблюдаемых k и m . Если теперь мы рассмотрим объект, состоящий из большего числа пикселей, и потребуем независимую обработку показаний каждого детектора в восстанавливающем канале, то в распределении (12) случайная величина ζ будет иметь распределение, зависящее от прозрачностей всех остальных пикселей. В такой ситуации равномерно (по всем возможным распределениям прозрачности объекта) оптимального способа независимой обработки в общем (по распределению p_n) случае не существует. Постселекция устраняет эту проблему при достаточном временном разрешении датчиков, чтобы исключить неразличимые во времени регистрации фотонов в объектном канале: если это так, то по одновременному срабатыванию одного датчика в восстанавливающем канале и датчика в объектном канале можно исключить в ζ влияние остальных пикселей.

Третье, наиболее существенное отличие, состоит в том, что статистика фотоотсчетов излучения, прошедшего через исследуемый объект, зачастую существенно зависит от исследуемого объекта. Следовательно, ковариационный оператор погрешности Σ_{ν} оказывается зависящим от u . Использование знания этой зависимости приводит к требованию «самосогласованности», т. е. соответствующий полученной оценке $\hat{u}$ ковариационный оператор Σ_{ν} должен, будучи подставленным в алгоритмы редукции выше, приводить именно к этому значению $\hat{u}$. Иными словами, каждый из алгоритмов, рассмотренных в предыдущих разделах, вначале выполняется для ковариационного оператора, например, соответствующего однородному объекту. Затем вычисляется соответствующий полученной оценке $\hat{u}$ ковариационный оператор Σ_{ν} , после чего алгоритм повторяется при новом значении ковариационного оператора, и так далее. Это изменение увеличивает требуемое число итераций из-за уменьшения скорости сходимости (по меньшей мере, вдвое, за исключением рекуррентной версии алгоритма, в которой уточняемая на каждом шаге оценка может сразу же использоваться и для уточнения ковариационного оператора). Вместе с тем оно делает более привлекательным вариант алгоритма с промежуточным восстановлением изображения низкого разрешения, так как изображение низкого разрешения обычно подходит в качестве замены истинного при оценивании ковариационного оператора. Можно также использовать вариант алгоритма, в котором вместо ковариационного оператора используется лишь ограничение на его след, но соответствующая потеря информации способна значительно увеличить по-

грешность оценки [33]. Отметим также, что если $(\Sigma_{\nu}^{-1/2}A)^{-} = A^{-}\Sigma_{\nu}^{1/2}$ (например, если погрешности измерений некоррелированы) для значений Σ_{ν} , соответствующих всем возможным u , то результат линейной редукции не зависит от ковариационного оператора и, следовательно, влияние ковариационного оператора ограничивается шагами 2–4 алгоритма на с. 912.

Указанные отличия могут как быть, так и не быть актуальными для конкретной схемы формирования фантомных изображений. Если, например, в схеме, показанной на рис. 1, освещение ослабляется так, чтобы объект был освещен в среднем лишь малым числом фотонов, то восстанавливающий канал, тем не менее, виртуален, и поэтому измерения в восстанавливающем канале не сопровождаются погрешностями. Управляющий элемент при этом остается тем же. С другой стороны, если ослабление достаточно велико, шаблоны освещения будут отличаться и за счет случайности поглощения фотонов без управляющего элемента. В этом случае регистрация многопиксельным датчиком в (реальном) восстанавливающем канале необходима, но если излучение в восстанавливающем канале специально не ослаблять, сопровождается много меньшей погрешностью.

Таким образом, ответ на вопрос о целесообразности использования квантового источника освещения по сравнению с классическим не может быть получен в общем виде, поскольку определяется тремя факторами: погрешностью измерений в восстанавливающем канале (если он реален, а не виртуален), возможностью эффективной постселекции и статистикой фотоотсчетов. Первый фактор играет отрицательную роль, второй — положительную, третий — как правило, положительную (поскольку отсутствие информации о статистике фотоотсчетов в математическом плане близко к ситуации кратного единичному ковариационного оператора [12, §1.7]). В связи с этим можно отметить малофотонные схемы с ослаблением источника до малого среднего числа фотонов как позволяющие сочетать преимущества квантовых и классических фантомных изображений.

4. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

При моделировании как здесь, так и при получении иллюстраций, приведенных в предыдущем разделе, использованы следующие значения параметров: диаметр оптического волокна 50 мкм, длина

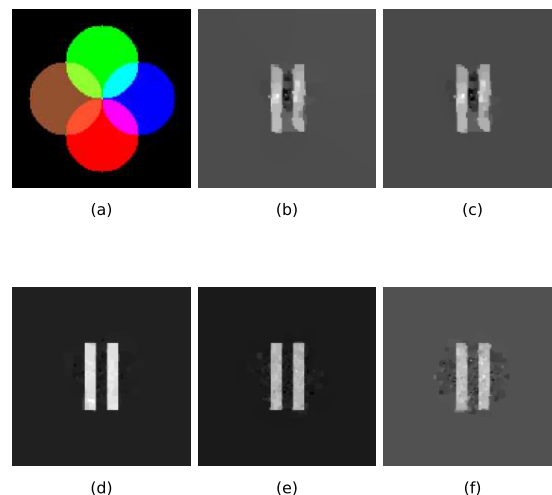


Рис. 7. Компьютерное моделирование восстановления фантомного изображения объекта исследования (рис. 2а) при использовании одного однопиксельного датчика, поле зрения которого охватывает весь объект, или четырех однопиксельных датчиков, поля зрения которых показаны на рис. (а): (b) восстановление всего изображения по показаниям одного датчика при 2^5 шаблонах освещения; (с, d, e) восстановление изображения в пределах области, излучение из которой проходит через оптическое волокно (рис. 4а), по показаниям одного датчика при 2^5 , 2^6 и 2^7 шаблонах освещения, соответственно; (f) восстановление изображения в пределах области, излучение из которой проходит через оптическое волокно (рис. 4а), по показаниям четырех датчиков при 2^5 шаблонах освещения

волокна 50 см, отсутствие изгиба, аппроксимация пространственного распределения показателя преломления параболическим профилем с $n_1 = 1.4613$ и $a = 31.25$ мкм, числовая апертура 0.275, длина волны 632.8 нм. Для освещения использованы шаблоны с псевдослучайной фазовой модуляцией, то есть на вход оптического волокна подается псевдослучайное изображение, каждый пиксель которого имеет единичную яркость, но вносится псевдослучайная фазовая задержка от 0 до 2π . Пример источника освещения, обладающего указанными свойствами, описан в статье [34]. Размер объекта, разбиваемого на 128×128 пикселей, равен 109.375×109.375 мкм. Положения четырех датчиков выбраны так, чтобы, с одной стороны, их поля зрения полностью покрывали область, в которую поступает освещение, а с другой стороны, их поля зрения минимально перекрывались. Результаты моделирования показаны на рис. 7–10.

По этим рисункам видно, что результат восстановления фантомного изображения по показаниям четырех датчиков не хуже, чем результат восста-

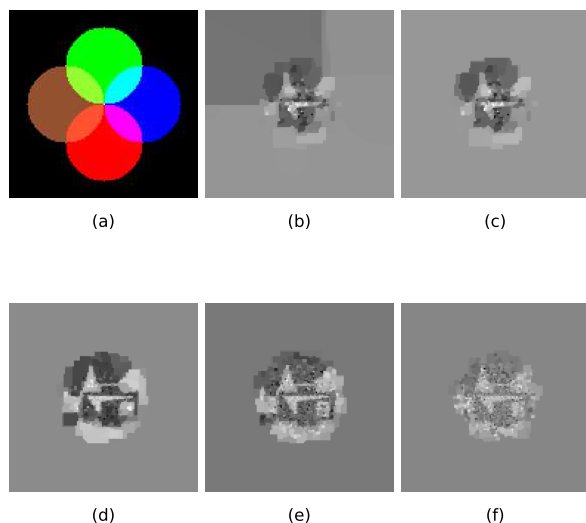


Рис. 8. Компьютерное моделирование восстановления фантомного изображения объекта исследования на рис. 2b при использовании одного или четырех однопиксельных датчиков. Смысл частей рисунка аналогичен рис. 7, но на подрисунке (b) использованы 2^6 шаблона освещения, на подрисунках (c, d, e) — 2^6 , 2^7 и 2^8 шаблона освещения, соответственно, на подрисунке (f) — 2^6 шаблона освещения

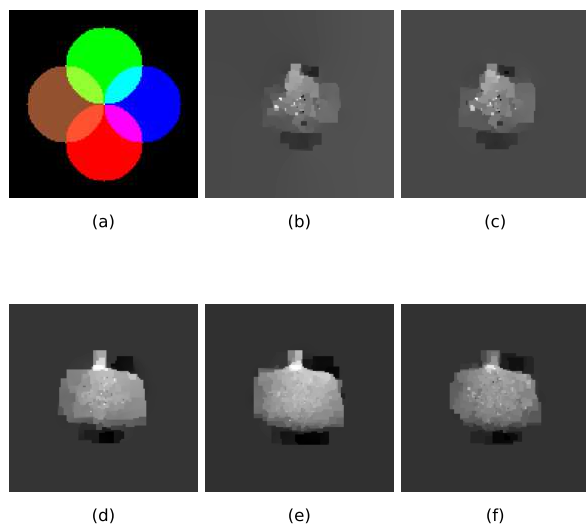


Рис. 9. Компьютерное моделирование восстановления фантомного изображения объекта исследования на рис. 2c при использовании одного или четырех однопиксельных датчиков. Смысл частей рисунка аналогичен рис. 7

новления по показаниям одного датчика при вдвое большем числе измерений, и сравним с результатом восстановления по показаниям одного датчика при вчетверо большем числе измерений. Это в особенности хорошо видно по мелким деталям на рис. 8 и 10. На рис. 8с не видна верхняя часть «!», раз-

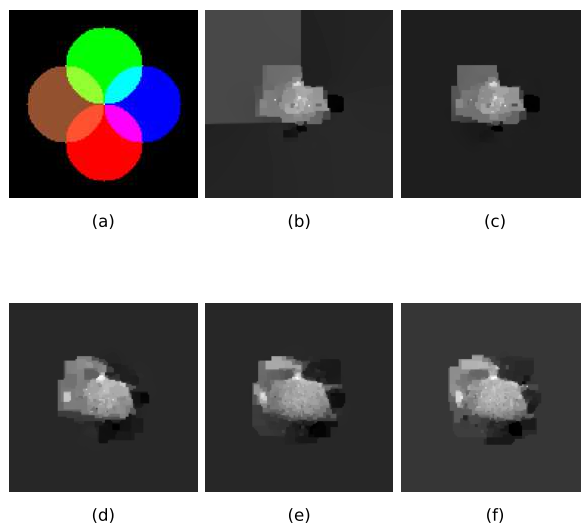


Рис. 10. Компьютерное моделирование восстановления фантомного изображения объекта исследования на рис. 2d при использовании одного или четырех однопиксельных датчиков. Смысл частей рисунка аналогичен рис. 7

личимая на рис. 8d–f, причем на рис. 8f наиболее хорошо видна равномерность ее окраски. На рис. 10 светлая область над чайником и его носик отчетливо различимы лишь на рис. e и f. На рис. 7 выигрыш от использования четырех датчиков меньше в силу большей простоты исследуемого объекта.

Можно указать два основных отличия от результата восстановления по показаниям одного датчика при вчетверо большем числе измерений: меньшую контрастности изображения, построенного по показаниям четырех датчиков, и больший уровень шума. Основная причина этого — в большей суммарной погрешности измерений для четырех датчиков: при моделировании считалось, что дисперсии погрешностей показаний датчиков одинаковы как при четырех датчиках, так и при одном, поэтому дисперсия суммарной погрешности вчетверо больше. Это соответствует поведению составляющей погрешности, связанной с тепловым шумом в датчиках и проводах.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотренный способ формирования изображений, интересен, как нам представляется, не только из-за необычного варианта его реализации, но и в силу его незаменимости в некоторых приложениях. Щадящий режим облучения объектов, переход в различные области спектра, повышенная помехо-

защищенность, предельная конфиденциальность передачи информации — вот далеко не полный перечень преимуществ фантомного метода.

По сравнению с более традиционными способами формирования фантомных изображений предложенный вариант позволяет использовать меньшее число шаблонов освещения при той же погрешности восстановления изображения, что позволяет уменьшить время, нужное для выполнения измерений, и общую энергию излучения, взаимодействующего с объектом за время измерений, ценой увеличения размера волоконного жгута. Представляется, что это увеличение незначительно, так как большую часть жгута занимает многомодовое волокно, ответственное за передачу освещения.

Можно ожидать, что предложенные в настоящей работе алгоритмы редукции измерений для восстановления фантомных изображений, направленные на увеличение быстродействия, будут полезными и в случае исследования не двумерного объекта и восстановления его изображения, а при трехмерном объекте и восстановлении пространственного распределения его оптических характеристик, поскольку в этой ситуации существенно возрастает количество измерений и, как следствие, объем вычислений.

Хотелось также бы обратить внимание на несомненные перспективы использования фантомных изображений в оптоволоконном варианте. Здесь их преимущества могут реализоваться в полном объеме, гарантируя как щадящий режим наблюдения исследуемых объектов, так и потенциальную возможность проникновения в труднодоступные для прямого наблюдения полости. Волоконные жгуты могут быть весьма небольшого диаметра, порядка 1 мм, что решает проблему.

Ультратонкие эндоскопы необходимы не только для выполнения диагностических процедур, но и при мониторинге в реальном времени во время оперативного вмешательства. Перспективным представляется также применение таких систем при эндоваскулярных процедурах, как диагностических, так и хирургических.

Благодарности. Авторы благодарны Н. А. Тимофееву за помощь в работе.

Финансирование. Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 21-12-00155).

ПРИЛОЖЕНИЕ. ОСОБЕННОСТИ РАСЧЕТА АСФЕРИЧЕСКОЙ ЛИНЗЫ В КАЧЕСТВЕ ПРОЕКЦИОННОЙ СИСТЕМЫ

В качестве проекционной оптической системы, переносящей изображение выходного торца волоконного жгута на исследуемый объект, в простейшем случае можно использовать симметричную двояковыпуклую асферическую линзу, работающую с минус единичным поперечным увеличением. Полная симметрия хода лучей обеспечивает отсутствие нечетных аберраций: комы и дисторсии в монохроматическом случае, см., например, [35, 36], а асферичность позволяет устранить сферическую аберрацию. Казалось бы, что может быть нового в расчете асферической линзы? Почему бы не воспользоваться готовым решением? Но проекционные широкоугольные системы с минус единичным увеличением вообще используются крайне редко. Обычно объективы и нужны для того, чтобы существенно увеличить изображение объекта, как в кинопроекторах или объективах микроскопов. И до использования в них асферических поверхностей как-то дело не доходило, по крайней мере, мы ничего не нашли похожего в литературе, за исключением, пожалуй, вращающихся зеркал высокоскоростных камер, см., например, [37].

Итак, рассмотрим некоторые особенности расчета такой линзы.

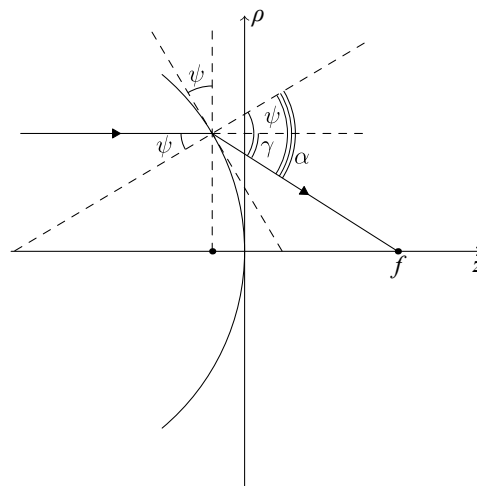


Рис. 11. Требуемый ход лучей в половине асферической линзы в приближении геометрической оптики

Найдем форму поверхности, обеспечивающей сходимость лучей осевой точки предмета в одну точку изображения при отсутствии дифракции. Поскольку сферическая аберрация равномерно

распределена по всему полю изображения, дополнительного критерия ее устранения не требуется.

Симметричность линзы позволяет рассматривать лишь одну ее поверхность — вторую по ходу лучей, фокусирующую коллимированный осевой пучок. Первая поверхность будет симметрична ей. Рассмотрим плоскость $\varphi = \text{const}$ в цилиндрических координатах, см. рис. 11. Луч $\rho = \text{const}$ в верхней среде с показателем преломления $n > 1$ испытывает преломление на границе сред в точке $(\rho, s(\rho))$, где функция $s(\cdot)$ характеризует поверхность линзы. После преломления, в нижней среде с единичным показателем преломления, луч проходит через точку $(0, f)$. Согласно закону Снеллиуса, $\sin \alpha = n \sin \psi$. Учитывая, что $\alpha = \gamma + \psi$, получаем $\sin \psi \cos \gamma + \cos \psi \sin \gamma = n \sin \psi$. Деля на $\cos \psi$, получаем $\tan \psi \cos \gamma + \sin \gamma = n \tan \psi$. Выразим функции углов через заданные параметры, ρ и $s(\rho)$:

$$\begin{aligned} \tan \psi &= s'(\rho), \\ \cos \gamma &= \frac{f - s(\rho)}{\sqrt{(f - s(\rho))^2 + \rho^2}}, \\ \sin \gamma &= \frac{\rho}{\sqrt{(f - s(\rho))^2 + \rho^2}}. \end{aligned}$$

Для определенности положим $s(0) = 0$, тогда f — вершинное фокусное расстояние симметричной половины линзы (подчеркнем, что оно никак не связано с вектором $\mathbf{f}$ в предыдущем разделе). В итоге получается задача Коши:

$$\begin{cases} \rho = \left(n \sqrt{(f - s(\rho))^2 + \rho^2} - f + s(\rho) \right) s'(\rho), \\ s(0) = 0. \end{cases} \quad (13)$$

Итак, в рамках геометрической оптики сферическая аберрация может быть полностью устранена. Однако при освещении плоского объекта исследования кома не оказывается нулевой, как это было бы в полностью симметричной оптической системе. Причина в том, что неустраняемая в одиночных линзах кривизна поля искажает симметрию лучей: если объект плоский, то изображение оказывается искривленным. Для восстановления симметрии надо одинаково искривить и пространство предметов, и пространство изображений. В этом случае поверхность освещающего волокна или жгута должна быть вогнутой. Соответственно, и поверхность изображения будет симметричной с такой же кривизной.

Единственной неисправленной монохроматической аберрацией остается астигматизм. Его принци-

пиально невозможно устранить в одиночных двояковыпуклых линзах. Что же делать? Если для освещения используется жгут волокон, то можно размещать волокна жгута на некотором расстоянии друг от друга, причем тем большим, чем удаленнее они от оптической оси, чтобы астигматические пятна рассеяния полевых пучков не перекрывались. В общем случае можно использовать более сложные объективы типа анастигматов, например, добавив с обеих сторон симметрично друг другу отрицательные линзы, расположенные на некотором расстоянии от асферической. Это позволит не только исключить астигматизм, но и скорректировать кривизну поля. Изображение при этом будет идеальным с точки зрения геометрической оптики, ограниченным лишь дифракцией на апертурной диафрагме, совпадающей с оправой асферической линзы.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Гатти, Э. Брамбилла, М. Баке и др., в *Квантовое изображение*, под ред. М. И. Колобова (ориг.), А. С. Чиркина (пер.), Физматлит, Москва (2009), с. 96 [A. Gatti, E. Brambilla, M. Bache et al., in *Quantum Imaging*, ed. by M. I. Kolobov, Springer (2007), p. 79].
2. T. B. Pittman, D. V. Strekalov, D. N. Klyshko et al., *Phys. Rev. A* **53**, 2804 (1996).
3. А. В. Белинский, Д. Н. Клышко, ЖЭТФ **105**, 487 (1994) [A. V. Belinskii, D. N. Klyshko, JETP **78**, 259 (1994)].
4. Д. Н. Клышко, *Фотоны и нелинейная оптика*, Наука, Москва (1980) [D. N. Klyshko, *Photons Nonlinear Optics*, Routledge, New York (1988)].
5. J. H. Shapiro, *Phys. Rev. A* **78**, 061802 (2008).
6. G. M. Gibson, S. D. Johnson, M. J. Padgett, *Optics Express* **28**, 28190 (2020).
7. D. L. Donoho, *IEEE Trans. Inf. Theory* **52**, 1289 (2006).
8. E. J. Candes, T. Tao, *IEEE Trans. Inf. Theory* **52**, 5406 (2006).
9. E. J. Candes, M. B. Wakin, *IEEE Signal Processing Magazine* **25**, 21 (2008).
10. M. F. Duarte, M. A. Davenport, D. Takhar et al., *IEEE Signal Processing Magazine* **25**, 83 (2008).
11. S. Han, H. Yu, X. Shen et al., *Applied Sciences* **8**, 1379 (2018).

12. Ю. П. Пытьев, *Методы математического моделирования измерительно-вычислительных систем*, Физматлит, Москва (2012), 3 изд.
13. D. A. Balakin, A. V. Belinsky, A. S. Chirkin, *Quantum Inf. Process.* **18**, 80 (2019).
14. Д. А. Балакин, А. В. Белинский, *Квантовая электроника* **49**, 967 (2019) [D. A. Balakin, A. V. Belinsky, *Quantum Electronics* **49**, 967 (2019)].
15. Д. А. Балакин, Д. П. Агапов, П. П. Гостев и др., *ЖЭТФ* **162**, 811 (2022) [D. A. Balakin, D. P. Agapov, P. P. Gostev et al., *JETP* **135**, 779 (2022)].
16. M. Lyu, W. Wang, H. Wang et al., *Sci. Rep.* **7**, 17865 (2017).
17. Y. He, G. Wang, G. Dong et al., *Sci. Rep.* **8**, 6469 (2018).
18. T. Shimobaba, Y. Endo, T. Nishitsuji et al., *Opt. Commun.* **413**, 147 (2018).
19. Д. А. Балакин, А. В. Белинский, *Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон.* **4**, 12 (2020) [D. A. Balakin and A. V. Belinsky, *Moscow University Physics Bulletin* **75**(4), 295 (2020)].
20. D. A. Balakin and A. V. Belinsky, *Quantum Inf. Process.* **19**, 316 (2020).
21. M. P. Edgar, B. Sun, R. Bowman et al., in *SPIE Proc. Vol. 8899, Emerging Technologies in Security and Defence; and Quantum Security II; and Unmanned Sensor Systems X*, Dresden (2013), SPIE (2013), 889902.
22. Y. Kang, Y.-P. Yao, Z.-H. Kang et al., *JOSA A* **32**, 1063 (2015).
23. E. K. P. Chong and S. H. Zak, *An Introduction to Optimization*, 4th ed., John Wiley and Sons, Hoboken, NJ (2013).
24. Z. Yang, W.-X. Zhang, Y.-P. Liu et al., *Opt. Express* **28**, 3607 (2020).
25. A. Beck and M. Teboulle, *SIAM Journal on Imaging Sciences* **2**, 183 (2009).
26. B. Stellato, G. Banjac, P. Goulart et al., *Mathematical Programming Computation* **12**(4), 637 (2020).
27. J. Chung, M. I. Espanol, *Inverse Problems* **33**(7), 074004 (2017).
28. P. C. Hansen and D. P. O'Leary, *SIAM Journal on Scientific Computing* **14**, 1487 (1993).
29. P. A. Morris, R. S. Aspden, J. E. C. Bell et al., *Nat. Commun.* **6**, 5913 (2015).
30. J. Kim, T. Jeong, S.-Y. Lee et al., *Appl. Phys. Lett.* **119**(24), 244002 (2021).
31. Д. А. Балакин, А. В. Белинский, *ЖЭТФ* **149**, 915 (2016) [D. A. Balakin, A. V. Belinsky, *JETP* **122**, 787 (2016)].
32. Ю. П. Пытьев, *Математические методы интерпретации эксперимента*, Высшая школа, Москва (1989).
33. Д. А. Балакин, Ю. П. Пытьев, *Ученые записки физического факультета Московского Университета* **5**, 1850301 (2018).
34. Д. П. Агапов, И. А. Беловолов, П. П. Гостев и др., *ЖЭТФ* **162**(2), 215 (2022) [D. P. Agapov, I. A. Belovolov, P. P. Gostev et al., *JETP* **135**, 188 (2022)].
35. Г. Г. Слюсарев, *Методы расчета оптических систем*, Машиностроение, Ленинград (1969) [G. G. Slyusarev, *Aberration and optical design theory*, A. Hilger, Bristol (1984)].
36. А. В. Белинский, *Журнал научной и прикладной фотографии и кинематографии* **3**, 198 (1983).
37. A. V. Belinsky and A. V. Plokhov, *Applied Optics* **34**, 174 (1995).