ГОРЕНИЕ, ВЗРЫВ И УДАРНЫЕ ВОЛНЫ

УДК 536.46

КОЛЕБАТЕЛЬНАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ РЕАКТОРА ВЫТЕСНЕНИЯ. ГЕТЕРОГЕННАЯ СИСТЕМА ЖИДКОСТЬ-ЖИДКОСТЬ

© 2019 г. Е. Н. Шатунова¹, К. Г. Шкадинский¹, Н. Г. Самойленко¹, Б. Л. Корсунский^{1–3*}

¹Институт проблем химической физики Российской академии наук, Черноголовка, Россия ²Институт химической физики им. Н.Н. Семёнова Российской академии наук, Москва, Россия ³Национальный исследовательский ядерный университет "МИФИ", Москва, Россия

**E-mail: kors@polymer.chph.ras.ru* Поступила в редакцию 29.06.2018; после доработки 31.08.2018; принята в печать 20.09.2018

Сформулирована математическая модель динамического поведения гетерогенной реагирующей системы жидкость – жидкость в проточном реакторе вытеснения. Проведено численное исследование колебательной неустойчивости реактора. Выделена область колебательных режимов в параметрическом пространстве (параметр Семёнова – температура на входе в реактор). Обнаружено "жесткое" рождение низкочастотных колебаний большой амплитуды, означающее скачкообразный переход от "безопасного" режима процесса к "опасному". Проведен анализ гибели этих колебаний и возникновения высокочастотных колебаний малой амплитуды. Предложена модель этого явления, основанная на классической теории устойчивости систем, описываемых обыкновенными дифференциальными уравнениями.

Ключевые слова: реактор вытеснения, гетерогенная система, тепловой режим, термокинетические колебания, устойчивость, математическое моделирование.

DOI: 10.1134/S0207401X19030099

введение

Экстракционные процессы широко распространены в химической промышленности и осуществляются как в периодических реакторах смешения, так и в реакторах непрерывного действия. работа которых основана на использовании противотока растворов двух несмешивающихся жидкостей. Основы экстракционных процессов, не осложненных экзотермическими реакциями, изложены в работе [1]. Если же в системе протекают экзотермические реакции, то при определенных условиях они могут сопровождаться тепловым воспламенением и выходом технологического процесса из-под контроля. Такая ситуация, например, возможна при переработке отработанного ядерного топлива. Поэтому исследование периодических и проточных реакторов с гетерогенными системами в условиях протекания экзотермических реакций представляет практический интерес.

С физической точки зрения поведение реакторов, в которых протекают экзотермические реакции, тесно связано (и во многом подобно) с закономерностями горения газовых и конденсированных систем (фронтальный характер, режимы, их устойчивость, динамика развития). Эти закономерности могут быть эффективно использованы для анализа работы гетерогенных реакторов вытеснения с фиксированной подачей реакционной смеси.

В работе [2] путем введения сдвига возмущенного решения получено условие устойчивости стационарного плоского фронта пламени. В результате строго доказана устойчивость фронта, распространяющегося по неподвижной горючей смеси (при равенстве коэффициентов диффузии и температуропроводности). Однако, как показано в работе [3], при горении безгазовых систем (предельный случай горения конденсированных систем) возможна неустойчивость плоского фронта горения, связанная с появлением избытка энтальпии перед фронтом.

Тепловые режимы реактора вытеснения при непрерывной подаче горючей смеси проанализированы в работах [4, 5]. Показано, что в зависимости от скорости подачи возможны три тепловых режима: 1) режим горения, когда скорость подачи меньше скорости движения фронта, зона горения находится у входа в реактор; 2) индукционный режим, когда скорость подачи больше скорости движения фронта, зона максимальной температуры расположена у выхода из реактора и определяется условиями самовоспламенения смеси; 3) промежуточный режим, когда скорость подачи равна скорости движения фронта, фронт располагается внутри реактора.

В работе [6] авторы выделили в пространстве параметров Пекле (Ре) – Дамкелер (Da) пять областей существования тепловых режимов проточного реактора вытеснения. В работе [7] изложены экспериментальные результаты исследований тепловых режимов реактора вытеснения с неподвижным слоем катализатора. Авторы исследовали окисление изобутана кислородом, а в качестве катализатора использовали хромит меди, нанесенный на Al₂O₃. При этом было установлено, что в зависимости от величин управляющих параметров процесс осуществляется в двух режимах – низкотемпературном и высокотемпературном. Эти режимы авторы назвали соответственно режимом "слабой реакции" и режимом горения. В работе [8] теоретически изучены тепловые режимы адиабатического реактора вытеснения с гетерогенной системой жидкость – жидкость, а в работе [9] исследованы стационарные состояния такого реактора и продемонстрирована множественность стационарных состояний.

В то же время проблема устойчивости этих состояний не рассматривалась. Поэтому настоящая работа посвящена исследованию тепловой устойчивости прямоточного реактора вытеснения с гетерогенной системой жидкость — жидкость и анализу области существования колебательных режимов.

ФИЗИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Анализируется реактор вытеснения с теплоотводом в окружающую среду через стенки реактора, в который поступает смесь двух несмешивающихся жидкостей. Одна из жидкостей (раствор реагента А) образует непрерывную дисперсионную фазу, а вторая (раствор реагента В) при перемешивании образует совокупность капель (дисперсную фазу). Реагент В из дисперсной фазы экстрагируется в дисперсионную фазу, где и вступает с реагентом А в экзотермическую бимолекулярную реакцию.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Введем следующие обозначения: [A] — текущая концентрация реагента A, $[A]_0$ — концентрация реагента A в дисперсионной фазе на входе в реактор, $[A]_{IN}$ — начальная концентрация реагента A в реакторе, [B] — текущая концентрация реагента B, $[B]_0$ — концентрация реагента B на входе в реактор, $[B]_A$ — текущая концентрация реагента B в растворе реагента A, V_A — объем раствора реагента A, V_B — объем раствора реагента B, k_0 предэкспоненциальный множитель, E — энергия активации, R – универсальная газовая постоянная, О – тепловой эффект реакции, U – линейная скорость потока, L – длина реактора, λ – коэффициент теплопроводности, с и р – соответственно удельная теплоемкость и плотность реакционной смеси, d_m – максимальный диаметр капель дисперсной фазы, D_{ef} – эффективный коэффициент диффузии, T – температура реакционной смеси, T₀ – температура окружающей среды, T_{IN} – начальная температура реакционной смеси в реакторе, T_{EN} — температура реакционной смеси на входе в реактор, α – коэффициент теплообмена реактора с окружающей средой, δ – коэффициент массоотдачи, є – коэффициент распределения, характеризующий распределение реагента В на границе раздела фаз, Σ – межфазная поверхность, *х* – текущая координата по длине реактора. ϑ – количественная мера полидисперсности дисперсной фазы [8], t – время.

Перейдем к безразмерным переменным:

$$\begin{split} \eta_{A} &= \frac{[A]}{[A]_{0}}, \ \eta_{B}^{A} = \frac{[B_{A}]}{[A]_{0}}, \ \eta_{B} = \frac{[B]}{[B]_{0}}, \\ \theta &= \frac{E}{RT_{0}^{2}}(T - T_{0}), \ \xi = \frac{x}{L}, \ \tau = \frac{Ut}{L}, \ \beta = \frac{RT_{0}}{E}, \\ \gamma &= \frac{c\rho}{Q[A]_{0}}\frac{RT_{0}^{2}}{E}, \ Le = \frac{D_{ef}}{\lambda/c\rho}, \ Pe &= \frac{UL}{\lambda/c\rho}, \\ Da &= \frac{L}{U}k_{0}[A]_{0}\exp\left(-\frac{E}{RT_{0}}\right), \ P &= \delta\frac{L}{\lambda}\frac{6}{U}\frac{6}{d_{m}}, \\ P_{1} &= \frac{V_{B}}{V_{A}}, \ P_{2} &= \frac{[B]_{0}}{[A]_{0}}, \\ Se &= \frac{1}{\alpha S/V}\frac{Q[A]_{0}E}{RT_{0}^{2}}k_{0}[A]_{0}\exp\left(-\frac{E}{RT_{0}}\right), \ \eta_{A_{IN}} &= \frac{[A]_{IN}}{[A]_{0}}. \end{split}$$

Здесь Le — критерий Льюиса, определяющий соотношение между диффузией и теплопередачей; Pe — критерий Пекле, устанавливающий соотношение между подачей реагирующей смеси в реактор и теплопередачей, Da — критерий Дамкелера, определяющий соотношение между характерными временами подачи реагирующей смеси в реактор и химической реакции; Se — критерий Семёнова, характеризующий соотношение между скоростями теплоприхода и теплоотвода. Параметр Pопределяет соотношение между подачей реагирующей смеси в реактор и экстракцией реагента B, P_1 — отношение объемов фаз, P_2 — соотношение между начальными концентрациями реагентов в фазах,

$$\theta_{EN} = \frac{E}{RT_0^2} (T_{EN} - T_0)$$

- безразмерная величина.

Модель, описывающая тепловые режимы реактора вытеснения с гетерогенной системой жидкость — жидкость (применительно к адиабатическим условиям), рассмотрена в работах [8, 9]. Соответственно этой модели система дифференциальных уравнений, описывающая процесс с учетом теплопотерь, может быть записана в виде

$$\frac{\partial \eta_{A}}{\partial \tau} = \frac{\text{Le}}{\text{Pe}} \frac{\partial^{2} \eta_{A}}{\partial \xi^{2}} - \frac{\partial \eta_{A}}{\partial \xi} - \text{Da} \exp\left(\frac{\theta}{1 + \beta \theta}\right) \eta_{A} \eta_{B}^{A}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \eta_{B}^{A}}{\partial \tau} = \frac{\text{Le}}{\text{Pe}} \frac{\partial^{2} \eta_{B}^{A}}{\partial \xi^{2}} - \frac{\partial \eta_{B}^{A}}{\partial \xi} - \text{Da} \exp\left(\frac{\theta}{1+\beta\theta}\right) \eta_{A} \eta_{B}^{A} + PP_{1} (1+\vartheta) \left(\epsilon P_{2} \eta_{B} - \eta_{B}^{A}\right),$$
(2)

$$\frac{\partial \eta_{\rm B}}{\partial \tau} = -\frac{\partial \eta_{\rm B}}{\partial \xi} - P\left(1 + \vartheta\right) \left(\varepsilon \eta_{\rm B} - \frac{1}{P_2} \eta_{\rm B}^{\rm A}\right),\tag{3}$$

 $\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{1}{Pe} \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} - \frac{\partial \theta}{\partial \xi} + \frac{Da}{\gamma} \left[exp \left(\frac{\theta}{1 + \beta \theta} \right) \eta_A \eta_B^A - \frac{\theta}{Se} \right].$ (4)

Начальные условия:

$$\eta_{A} = \eta_{A_{IN}}, \quad \eta_{B}^{A} = 0, \quad \eta_{B} = 1, \quad \theta = \theta_{IN}$$

$$\Pi p_{II} \tau = 0.$$
(5)

Граничные условия:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \xi} = \operatorname{Pe}(\theta - \theta_{EN}), \quad -\frac{\partial \eta_{A}}{\partial \xi} = \frac{\operatorname{Pe}}{\operatorname{Le}}(1 - \eta_{A}), \quad (6)$$
$$\eta_{B}^{A} = 0, \quad \eta_{B} = 1 \text{ при } \tau > 0, \quad \xi = 1.$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \xi} = 0, \quad \frac{\partial \eta_{A}}{\partial \xi} = 0, \quad \frac{\partial \eta_{B}^{A}}{\partial \xi} = 0, \quad \frac{\partial \eta_{B}}{\partial \xi} = 0$$
(7)
$$\Pi p_{H} \quad \tau > 0, \quad \xi = 1.$$

Здесь (1)–(3) – уравнения химической кинетики, (4) – уравнение теплового баланса.

Исследование модели проводилось численно. Алгоритм решения системы уравнений основан на использовании линейной неявной двухслойной разностной схемы. Аппроксимация строится на подвижной, адаптирующейся к решению разностной сетке. Полученные разностные уравнения решались методом прогонки.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Исследования тепловых режимов реактора вытеснения (в том числе колебательных) проводили, варьируя параметры Se и θ_{EN} в широком диапазоне значений. Остальные параметры были постоянными: $\beta = 0.05$, $\gamma = 0.04$, P = 10, $P_1 = 1$, $P_2 = 1$, Le = 0 (для простоты мы пренебрегаем диффузионными эффектами), Pe = 10, Da = 1, $\eta_{A_{IN}} = 0, \theta = 1, \epsilon = 1.$

По ходу реакции в реакторе по его длине формируется некоторое температурное распределение, изменяющееся во времени. Как будет показано ниже, это распределение описывается кривой с максимумом. Обозначим максимальную температуру через θ_{max} (далее — горячая точка), а соответствующую ей координату — через ξ_{max} .

Решение приведенной выше системы дифференциальных уравнений с начальными и граничными условиями позволяет в параметрическом пространстве (Se, θ_{EN}) выделить области различного динамического поведения реактора. На рис. 1 эти области обозначены римскими цифрами, а границы между ними – арабскими. Рассмотрим поведение реактора в этих областях, увеличивая параметр Se при $\theta_{EN} = -6$.

Область I. Это область низкотемпературных режимов, она ограничена осью абсцисс и линией *I*. Поскольку здесь значение параметра Se мало́ (хороший теплообмен реактора с окружающей средой, большая скорость теплоотвода), значение θ_{max} , как следует из расчетов, также мало́ и не превышает величины 2.5, которая достигается вблизи верхней границы области (прямая *I*). Вблизи этой границы величина θ_{max} изменяется колебательно (рис. 2*a*), а на фазовой плоскости (θ_{max}, ξ_{max}) режим процесса выглядит как устойчивый фокус (рис. 2*б*). При приближении к нижней границе области I режим перестает быть колебательным, а устойчивый фокус переходит в устойчивый узел.

Область II. При незначительном увеличении параметра Se (до 1.94) переходим в область II, и в реакторе жестко возникают релаксационные низкочастотные колебания большой амплитуды (рис. 3a). На рис. 3b эти же данные представлены на фазовой плоскости; они образуют устойчивый предельный цикл. Отметим характерную особенность возникающих колебаний: максимальная температура изменяется колебательно, но одновременно колеблется координата по длине реактора, соответствующая этим колебаниям. Следует отметить, что резкое возрастание амплитуды колебаний максимальной температуры при переходе из области I в область II характеризует скачкообразный переход от "безопасного" режима к "опасному".

Проследим структуру колебания вблизи нижней границы этой области. Устойчивый цикл (рис. 36) можно условно разделить на три части. Первая часть (θ_{max} меньше температуры в точке A) – депрессия, вторая (правая часть от точки A до точки B) – воспламенение, третья (левая часть от точки B до точки A) – погасание. Замедление в развитии вос-



Рис. 1. Области динамического поведения реактора вытеснения на фазовой плоскости Se – θ_{EN} (римские цифры – номера областей, арабские – номера границ).

пламенения, по-видимому, связано с возрастанием роли боковых теплопотерь (рис. 36, точки 2, 3, 4), а замедление в развитии погасания — с тем, что температурный фронт "садится" на вход в реактор (рис. 36, точки 7, 8, 9).

На рис. Зв показано распределение температуры по длине реактора в разные моменты времени (точки рис. 3δ). Дальнейшее увеличение параметра Se внутри области II приводит к тому, что при воспламенении исчезает участок замедления (рис. 4a), который остается на участке погасания (рис. 4δ).

При дальнейшем увеличении параметра Se внутри области II вблизи ее верхней границы (Se = 3.78) характер колебательной неустойчивости сильно меняется (рис. 5): на участке погасания дополнительно возникают колебания малой амплитуды (рис. 5*a*), которые представлены "петлей" на фазовой плоскости (рис. 5*b*). В этой ситуации, когда температурный фронт "сидит" на входе реактора (рис. 5*b*, кривые 2 и 3), и при теплоотводе, определяемом параметром Se = 3.78, тепловыделения уже достаточно для разогрева системы. В дальнейшем температурный фронт сглаживается, горячая точка удаляется от входа, и реактор переходит в депрессивный режим.

Область III ограничена кривыми 2 и 3 (рис. 1). Это область высокочастотных колебаний малой амплитуды. Динамика горячей точки представлена на рис. 6*a* и 6*б*. На вставке рис. 6*б* изображен предельный цикл высокочастотных колебаний. Из данных этих рисунков следует, что реактор после воспламенения переходит в устойчивый колебательный режим. На рис. 6e приведены распределения температуры, соответствующие характерным временным точкам рис. 6a. Кривые 1-5относятся к колебательному режиму. Расчеты показали, что с увеличением параметра Se (вблизи границы 4) устойчивый колебательный режим сменяется затухающими колебаниями (устойчивый фокус).

Эта область интересна тем, что при переходе в нее из области II через границу 2 (рис. 1) при малом изменении параметра Se "жестко" исчезают низкочастотные колебания с большой амплитудой (см. рис. 5). По-видимому, малые колебания, возникающие на стадии охлаждения низкочастотных колебаний (рис. 5), и являются источником этих высокочастотных колебаний.

Область IV. При дальнейшем увеличении параметра Se попадаем в область IV, ограниченную кривыми 3 и 4. Результаты расчета динамики выхода реактора в высокотемпературный стационарный режим вблизи нижней границы области, около линии 3 (Se = 5.5), представлены на рис. 7. Рисунок 7а иллюстрирует поведение горячей точки во времени, а на рис. 76 показано ее поведение на фазовой плоскости (θ_{max}, ξ_{max}). Пространственные распределения температуры в реакторе для нескольких характерных значений времени τ (отмечены точками на рис. 7*a*) приведены на рис. 7в. Выход реактора в стационарное состояние, показанное на рис. 7a, происходит следующим образом. Горячая точка зарождается внутри реактора при $\xi_{max} \approx 0.58$ (рис. 76), а затем, возрас-



Рис. 2. Динамическое поведение реактора вблизи верхней границы области I; $\theta_{EN} = -6$, Se = 1.92.

тая, перемещается к выходу из реактора и стабилизируется при $\xi_{max} \approx 0.7$. Рост ее продолжается до $\tau \approx 0.62$ (кривая 2 рис. 7*в*). Далее формируется температурный фронт, перемещающийся к входу в реактор (кривая 3 рис. 7*в*), где он стабилизируется (кривые 3, 4, 5 рис. 7*в*).

Динамика выхода реактора на режим в верхней части области IV, вблизи границы 4 (рис. 1), происходит аналогично, за исключением того, что горячая точка зарождается на выходе из реактора и здесь стабилизируется до начала формирования температурного фронта.

Область V. Это область низкотемпературных режимов с максимальной температурой на выходе из реактора. Большого интереса она не представляет, и мы ее здесь не рассматриваем.

В терминах теории устойчивости проточных сосредоточенных систем [10] можно предложить гипотетическую схему, которая, возможно, позволяет объяснить динамическое поведение реактора вытеснения при изменении внешнего теплообмена, характеризуемого параметром Se. Поскольку такое поведение ранее подробно исследовалось применительно к реакторам идеального смешения (а для реакторов вытеснения, которые представляют собой распределенные системы, подобный анализ не проводился), дальнейшие рассуждения мы проведем по аналогии с реакторами идеального смешения, являющимися сосредоточенными системами.

Предположим, что горячая точка характеризует динамическое поведение проточного реактора идеального смешения. Выше было показано, что низкочастотные колебания большой амплитуды вблизи нижней границы области их существования (рис. 3) возникают "жестко". "Жесткое" возникновение колебаний возможно по двум причинам:



Рис. 3. Динамическое поведение реактора вблизи нижней границы области II; $\theta_{EN} = -6$, Se = 1.94; $a - \theta_{max}$ как функция времени, $\delta - \theta_{max}$ как функция координаты, e – распределение температуры по длине реактора в разные моменты времени т: 1 - 2.28, 2 - 3.00, 3 - 3.20, 4 - 3.40, 5 - 3.60, 6 - 3.76, 7 - 3.79; 8 - 3.81, 9 - 3.83, 10 - 3.85, 11 - 4.26.



Рис. 4. Динамическое поведение реактора в области II; $\theta_{EN} = -6$, Se = 3.00.

 пара циклов (внешний устойчивый предельный цикл, внутренний неустойчивый) рождается из сгущения траекторий медленно затухающего устойчивого фокуса;

2) устойчивый предельный цикл рождается из петли сепаратрис седла.

Найти устойчивый фокус с возможным сгущением траекторий не удалось, мы всегда получали быстро затухающий устойчивый фокус (рис. 2). Этот "отрицательный" результат позволяет предположить, что наиболее вероятна вторая причина рождения цикла. Отсюда следует, что вблизи нижней границы области существования низкочастотных колебаний существует несколько стационарных состояний, как минимум три. Среднее стационарное состояние — седло и в трехмерном фазовом пространстве.

В принятой математической модели отсутствует параметр, влияющий на устойчивость стационарного состояния, не изменяя его положения в фазовом пространстве. Каждому значению параметра Se при θ_{EN} = const (рис. 1) соответствует свой набор стационарных состояний. При значениях параметра Se вблизи верхней границы области существования низкочастотных колеба-

34



Рис. 5. Динамическое поведение реактора вблизи верхней границы области II; $\theta_{EN} = -6$, Se = 3.78; τ : *1* – 2.83, *2* – 3.37, *3* – 3.56.



Рис. 6. Динамическое поведение реактора в области III; $\theta_{EN} = -6$, Se = 5.5; τ : 1 - 0.80, 2 - 0.88, 3 - 0.97, 4 - 1.15, 5 - 2.0.



Рис. 7. Динамическое поведение реактора вблизи нижней границы области IV; $\theta_{EN} = -6$, Se = 3.82; τ : 1 - 0.89, 2 - 1.36, 3 - 1.46, 4 - 1.53, 5 - 1.78.

ний возникающее высокотемпературное стационарное состояние, по-видимому, оказывает влияние на устойчивый предельный цикл, поскольку на нем появляется "петля" (рис. 5).

При переходе через границу предельный цикл, соответствующий низкочастотным колебаниям, резко трансформируется в устойчивый предельный цикл, соответствующий высокочастотным колебаниям с малой амплитудой вокруг высокотемпературного стационарного состояния. Это, повидимому, связано с одновременной эволюцией низкотемпературного стационарного состояния, которое сливается с седлом, образуя седло-фокус, который затем погибает. Остается только стационарное состояние типа неустойчивого фокуса.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенные теоретические исследования колебательной неустойчивости проточного реактора вытеснения позволили выделить в параметрическом пространстве (Se, θ_{EN}) область низкочастотных колебательных режимов большой амплитуды. Показано, что колебания возникают "жестко" и резко переходят в высокочастотные колебания малой амплитуды. Предложена гипотетическая модель этого явления, основанная на классической теории устойчивости систем, описываемых обыкновенными дифференциальными уравнениями.

Естественно, модель носит дискуссионный характер и требует дальнейших исследований.

Работа выполнена по темам государственного задания (номера государственной регистрации: 0089-2014-0032, 0089-2015-0224, 0089-2014-0017, 0082-2016-0011).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Касаткин А.Г.* Основные процессы и аппараты химической технологии. М.: Химия, 1973.
- 2. Баренблатт Г.И., Зельдович Я.Б. // Прикл. математика и механика. 1959. Т. 21 № 36. С. 856.
- 3. Шкадинский К.Г., Хайкин Б.И., Мержанов А.Г. // Физика горения и взрыва. 1971. Т. 7. № 1. С. 19.
- Зайдель Р.М. Зельдович Я.Б. // ЖПМТФ. 1962. № 4. С. 27.
- 5. *Мержанов А.Г., Филоненко А.К. //* Докл. АН СССР. 1963. Т. 152. № 1. С. 143.
- 6. Бутаков А.А., Максимов Э.И., Шкадинский К.Г. // Физика горения и взрыва. 1978. Т. 14. № 1. С. 62.
- Бутаков А.А., Шкадинский К.Г., Мержанов А.Г. // Седьмая Всесоюз. конф. по химическим реакторам "Химреактор–7". Баку: Б. и., 1980. С. 26.
- Самойленко Н.Г., Шатунова Е.Н., Бостанджиян В.А., Корсунский Б.Л. // Хим. физика. 2017. Т. 36. № 9. С. 32.
- 9. Самойленко Н.Г., Шатунова Е.Н., Бостанджиян В.А., Корсунский Б.Л. // Хим. физика. 2018. № 3. С. 8.
- 10. Рабинович М.И., Трубецков Д.И. Введение в теорию колебаний и волн. М.: Наука, 1984.