# СТРОЕНИЕ ХИМИЧЕСКИХ СОЕДИНЕНИЙ, КВАНТОВАЯ ХИМИЯ, СПЕКТРОСКОПИЯ

УДК 539.194

# ВИБРОННОЕ И СПИН-ОРБИТАЛЬНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЭЛЕКТРОННЫХ СОСТОЯНИЙ <sup>3</sup>П И <sup>3</sup>Σ<sup>+</sup> В ЛИНЕЙНЫХ ТРЕХАТОМНЫХ МОЛЕКУЛАХ

# © 2020 г. В. М. Волохов<sup>1\*</sup>, Л. В. Полуянов<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Институт проблем химической физики Российской академии наук, Черноголовка, Россия

\**E-mail: vvm@icp.ac.ru* Поступила в редакцию 06.02.2019; после доработки 06.02.2019; принята в печать 20.05.2019

В работе предложена двухэлектронная модель, описывающая вибронное и спин-орбитальное взаимодействия электронных состояний <sup>3</sup>П и <sup>3</sup>Σ<sup>+</sup> в линейных трехатомных молекулах. Анализ основан на использовании *ab initio* оператора Брейта–Паули для спин-орбитального взаимодействия. Показано, что операторы симметрии электронного гамильтониана включают как пространственные операции (которые действуют на электронные координаты), так и матричные операции (которые действуют на спины электронов). В нашем анализе принимаются в расчет только деформационные  $\pi$ -моды, и результирующая вибронная матрица 9 × 9 фактически описывает релятивистский псевдо-эффект Реннера типа (<sup>3</sup>П + <sup>3</sup>Σ<sup>+</sup>) ×  $\pi$ . Собственные значения вибронной матрицы (т.е. поверхности потенциальной энергии) имеют аксиальную симметрию, однако не могут быть представлены аналитическими выражениями. Рассчитанный вибронный гамильтониан включает шесть электростатических и 16 спин-орбитальных вещественных параметров.

*Ключевые слова:* спин-орбитальное взаимодействие, релятивистский псевдо-эффект Реннера, группы симметрии, пространственно-матричные операторы симметрии, вибронная матрица. **DOI:** 10.31857/S0207401X20030140

#### введение

В нерелятивистской теории электронные состояния <sup>3</sup>П и <sup>3</sup>Σ<sup>+</sup> линейной трехатомной молекулы взаимодействуют посредством деформационных  $\pi$ -мод, что выражается вибронной матрицей 3 × 3 [1]. При учете спин-орбитального взаимодействия число базисных электронных состояний, формирующих вибронную матрицу, возрастает в три раза. В результате вибронное и спин-орбитальное взаимодействия электронных состояний <sup>3</sup>П и <sup>3</sup>Σ<sup>+</sup> описываются вибронной матрицей 9 × 9, зависящей от деформационных  $\pi$ -мод и содержащей как электростатические (нерелятивистские), так и спин-орбитальные (релятивисткие) вещественные параметры.

В данной работе мы предлагаем двухэлектронную модель взаимодействия  ${}^{3}\Pi$  и  ${}^{3}\Sigma^{+}$  с учетом только деформационных  $\pi$ -мод и спин-орбитального взаимодействия в электронном гамильтониане в форме *ab initio* оператора Брейта–Паули [2]. Поскольку функциональный вид результирующей вибронной матрицы определяется только свойствами симметрии системы и соответствующими квантовыми числами [3], то двухэлектронная модель взаимодействия состояний  ${}^{3}\Pi$  и  ${}^{3}\Sigma^{+}$ может быть применена и к многоэлектронным линейным трехатомным молекулам с четным числом электронов и тремя различными атомами. От числа электронов будут зависеть только значения постоянных вещественных параметров вибронной матрицы [4].

Взаимодействие состояний <sup>3</sup>П и <sup>3</sup>Σ<sup>+</sup> проявляется наиболее существенно, когда в молекулярном спектре электронные состояния <sup>3</sup>П и <sup>3</sup>Σ<sup>+</sup> являются соседними и разделены сравнительно небольшим энергетическим интервалом. В этом случае взаимодействие <sup>3</sup>П и <sup>3</sup>Σ<sup>+</sup> фактически представляет собой релятивистский псевдо-эффект Реннера типа (<sup>3</sup>П + <sup>3</sup>Σ<sup>+</sup>) ×  $\pi$ . Эффект взаимодействия становится наиболее сильным в окрестности возможного пересечения электронных термов <sup>3</sup>П и <sup>3</sup>Σ<sup>+</sup> линейной трехатомной молекулы.

# СИММЕТРИЯ ДВУХЭЛЕКТРОННОГО ГАМИЛЬТОНИАНА

Основным релятивистским эффектом в реннеровских системах является спин-орбитальное взаимодействие. С учетом последнего электронный гамильтониан представлен в виде суммы двух операторов — электростатического гамильтониана  $\hat{H}_{es}$  и спин-орбитального оператора Брейта—Паули  $\hat{H}_{ss}$ :

$$\hat{H} = \hat{H}_{es} + \hat{H}_{so}.$$
 (1)

Мы не приводим здесь детальный вид операторов  $\hat{H}_{es}$  и  $\hat{H}_{so}$ ; последние представлены во многих публикациях и хорошо известны [2–6].

Если молекула имеет линейную форму, то электронный гамильтониан (1) характеризуется группой симметрии  $C_{\infty y}$ . Операторы этой группы, коммутирующие с гамильтонианом  $\hat{H}$ , имеют вид

 $\hat{G}_{z}^{\varepsilon} = \hat{C}_{1}(\varepsilon)\hat{C}_{2}(\varepsilon) \begin{pmatrix} e^{i\varepsilon/2} & 0\\ 0 & e^{-i\varepsilon/2} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} e^{i\varepsilon/2} & 0\\ 0 & e^{-i\varepsilon/2} \end{pmatrix}, \quad (2)$ 

$$\hat{Z}_{\sigma} = \hat{\sigma}_{xz}^{(1)} \hat{\sigma}_{xz}^{(2)} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \qquad (3)$$

где индексы "1" и "2" в правых частях (2) и (3) указывают, на какой электрон воздействует тот или иной оператор.

Пространственно-матричные двухэлектронные операторы  $\hat{G}_z^{\varepsilon}$  и  $\hat{Z}_{\sigma}$  соответствуют повороту на угол  $\varepsilon$  вокруг молекулярной оси  $z(\hat{G}_z^{\varepsilon})$  и отражению в вертикальной плоскости  $xz(\hat{Z}_{\sigma})$ . Они действуют как на координаты электронов, так и на операторы электронных спинов (матрицы Паули) в электронном гамильтониане  $\hat{H}$ .

Помимо этих пространственно-матричных операторов симметрии, электронный гамильтониан  $\hat{H}$  характеризуется еще одним оператором симметрии – оператором обращения времени [7]; в частности,  $\hat{H}$  коммутирует с оператором

$$\hat{T} = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}_1 \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}_2 \widehat{\mathbf{c.c.}}, \tag{4}$$

где с.с. – оператор комплексного сопряжения.

Отметим, что оператор обращения времени  $\hat{T}$  является антиунитарным [7]. Для рассматриваемой модели с четным числом электронов имеет место равенство  $T^2 = +1$ .

#### РАЗЛОЖЕНИЕ ЭЛЕКТРОННОГО ГАМИЛЬТОНИАНА В РЯД ТЕЙЛОРА

Разложение электронного гамильтониана в ряд Тейлора по  $\pi$ -модам удобно вести в терминах величин, принадлежащих неприводимым представлениям группы симметрии  $C_{\infty v}$ . В табл. 1 мы приводим соответствующие симметризованные комбинации вплоть до вкладов второго порядка по  $\pi$ -модам.

Разложение электростатического гамильтониана в ряд Тейлора имеет вид

$$\hat{H}_{es} = \hat{H}_0 + \hat{H}_1 + \hat{H}_2 + \dots, \tag{5}$$

где  $\hat{H}_0$  — нерелятивистский (электростатический) гамильтониан линейной молекулы,

$$\hat{H}_{1} = \hat{H}_{+}(\pi_{-})q_{+} + \hat{H}_{-}(\pi_{+})q_{-}, \qquad (6)$$

(8)

$$\hat{H}_{2} = \hat{H}_{++}(\delta_{-})q_{+}^{2} + \hat{H}_{--}(\delta_{+})q_{-}^{2} + \hat{H}_{+-}(\sigma^{+})q_{+}q_{-}.$$
 (7)

В терминах симметризованных комбинаций из табл. 1 ряд Тейлора для спин-орбитального взаимодействия выглядит следующим образом:

 $\hat{H}_{so} = \hat{h}_0 + \hat{h}_1 + \hat{h}_2 + \dots,$ 

$$\hat{h}_{0} = \sum_{k=1,2} \left[ {}^{k} \hat{h}_{+} (\pi_{-}) \hat{\sigma}_{+}^{(k)} + {}^{k} \hat{h}_{-} (\pi_{+}) \hat{\sigma}_{-}^{(k)} + {}^{k} \hat{h}_{z} (\sigma^{-}) \hat{\sigma}_{z}^{(k)} \right], \tag{9}$$

$$\hat{h}_{l} = \sum_{k=l,2} \left[ {}^{k} \hat{h}_{+}^{+} (\delta_{-}) q_{+} \hat{\sigma}_{+}^{(k)} + {}^{k} \hat{h}_{-}^{-} (\delta_{+}) q_{-} \hat{\sigma}_{-}^{(k)} + {}^{k} \hat{h}_{+}^{+} (\sigma^{+}) (q_{-} \hat{\sigma}_{+}^{(k)} + q_{+} \hat{\sigma}_{-}^{(k)}) + \right. \\ \left. + {}^{k} \hat{h}_{-}^{-} (\sigma^{-}) (q_{-} \hat{\sigma}_{+}^{(k)} - q_{+} \hat{\sigma}_{-}^{(k)}) + {}^{k} \hat{h}_{z}^{+} (\pi_{-}) q_{+} \hat{\sigma}_{z}^{(k)} - {}^{k} \hat{h}_{z}^{-} (\pi_{+}) q_{-} \hat{\sigma}_{z}^{(k)} \right] ,$$

$$\hat{h}_{2} = \sum_{k=l,2} \left\{ \left[ {}^{k} \hat{h}_{+}^{++} (\Phi_{-}) q_{+}^{2} + {}^{k} \hat{h}_{+}^{--} (\pi_{+}) q_{-}^{2} + {}^{k} \hat{h}_{+}^{+-} (\pi_{-}) q_{+} q_{-} \right] \hat{\sigma}_{+}^{(k)} + \right. \\ \left. + \left[ {}^{k} \hat{h}_{-}^{++} (\pi_{-}) q_{+}^{2} + {}^{k} \hat{h}_{-}^{--} (\Phi_{+}) q_{-}^{2} + {}^{k} \hat{h}_{-}^{+-} (\sigma^{-}) q_{+} q_{-} \right] \hat{\sigma}_{-}^{(k)} + \right. \\ \left. + \left[ {}^{k} \hat{h}_{z}^{++} (\delta_{-}) q_{+}^{2} - {}^{k} \hat{h}_{z}^{--} (\delta_{+}) q_{-}^{2} + {}^{k} \hat{h}_{z}^{+-} (\sigma^{-}) q_{+} q_{-} \right] \hat{\sigma}_{z}^{(k)} \right\}.$$

$$(10)$$

Каждый операторный коэффициент рядов Тейлора (5)—(11) преобразуется по неприводимому представлению и его строчке, указанных в качестве аргумента этого оператора. Подчеркнем, что все операторные коэффициенты рядов Тейлора (5)–(11) преобразуются по неприводимым

Порядок	Номер комбинации	Симметрия	Тип	Симметризованные комбинации		
1-й орбитальный	1	π	q	$q_+ = q_x + iq_y, \ q = q_x - iq_y$		
2 й орбитов и и й	2	$\sigma^+$	qq	$q_+q$		
2-и оронтальный	3	δ	qq	$q_{+}^2, q_{-}^2$		
0-й спин-орбитальный	4, 5	σ-	σ	$\hat{\sigma}_z^{(1)},  \hat{\sigma}_z^{(2)}$		
	6	π	σ	$\hat{\sigma}_{+}^{(1)} = \frac{\hat{\sigma}_{y}^{(1)} - i\hat{\sigma}_{x}^{(1)}}{2}, \ \hat{\sigma}_{-}^{(1)} = \frac{\hat{\sigma}_{y}^{(1)} + i\hat{\sigma}_{x}^{(1)}}{2}$		
	7	<i>.</i>		$\hat{\sigma}_{+}^{(2)} = \frac{\hat{\sigma}_{y}^{(2)} - i\hat{\sigma}_{x}^{(2)}}{2}, \ \hat{\sigma}_{-}^{(2)} = \frac{\hat{\sigma}_{y}^{(2)} + i\hat{\sigma}_{x}^{(2)}}{2}$		
1-й спин-орбитальный	8,9 k = 1,2	$\sigma^+$	qσ	$q_{-}\hat{\mathbf{\sigma}}_{+}^{(k)}+q_{+}\hat{\mathbf{\sigma}}_{-}^{(k)}$		
	10, 11 k = 1, 2	σ-	qσ	$q_{-}\hat{\mathbf{\sigma}}_{+}^{(k)}-q_{+}\hat{\mathbf{\sigma}}_{-}^{(k)}$		
	12, 13 k = 1, 2	π	qσ	$q_+ \hat{\mathbf{\sigma}}_z^{(k)}, - q \hat{\mathbf{\sigma}}_z^{(k)}$		
	14, 15 k = 1, 2	δ	qσ	$q_+ \widehat{\mathbf{\sigma}}^{(k)}_+, \ q \widehat{\mathbf{\sigma}}^{(k)}$		
2-й спин-орбитальный	16, 17 k = 1, 2	σ-	$q^2 \sigma$	$q_+q\hat{\mathbf{\sigma}}_z^{(k)}$		
	18, 19 k = 1, 2	π	$q^2 \sigma$	$q_+q\hat{lpha}^{(k)}_+,  q_+q\hat{lpha}^{(k)}$		
	20, 21 k = 1, 2	π	$q^2 \sigma$	$q_{+}^{2}\hat{\mathbf{\sigma}}_{-}^{(k)},\;q_{-}^{2}\hat{\mathbf{\sigma}}_{+}^{(k)}$		
	22, 23 k = 1, 2	δ	$q^2 \sigma$	$q_{+}^2\hat{\sigma}_z^{(k)}, -q_{-}^2\hat{\sigma}_z^{(k)}$		
	24, 25 k = 1, 2	φ	$q^2 \sigma$	$q_+^2 {\widehat{\mathbf{\sigma}}}_+^{(k)},  q^2 {\widehat{\mathbf{\sigma}}}^{(k)}$		

Таблица 1. Симметризованные комбинации нормальных мод и матриц Паули

представлениям, которые комплексно сопряжены неприводимым представлениям соответствующих симметризованных комбинаций. Данная симметрия операторных коэффициентов обеспечивает инвариантность в группе  $C_{\infty v}$  операторов  $\hat{H}_i$  (*i* = 1, 2) и  $\hat{h}_i$  (*j* = 0, 1, 2).

# электронные молекулярные орбитали с симметрией $\Sigma^+$ —

$$Q(k) = Q(r_k, z_k),$$
  

$$S(k) = S(r_k, z_k), \quad k = 1, 2,$$
(12)

и две молекулярные орбитали с симметрией П –

$$P(k)e^{\pm i\varphi_{k}} = P(r_{k}, z_{k})e^{i\varphi_{k}}, \quad k = 1, 2.$$
(13)

С использованием введенных молекулярных орбиталей мы можем сконструировать следующие двухэлектронные диабатические состояния с симметриями  ${}^{3}\Pi$  и  ${}^{3}\Sigma^{+}$ :

# ДИАБАТИЧЕСКИЙ БАЗИС ЭЛЕКТРОННЫХ СОСТОЯНИЙ

Ниже мы используем цилиндрические координаты, в которых ось *z* совпадает с осью симметрии линейной молекулы, r — цилиндрический радиус и  $\varphi$  — угол поворота вокруг оси *z*. Введем далее две

ХИМИЧЕСКАЯ ФИЗИКА том 39 № 3 2020

Введенные диабатические электронные базисные состояния характеризуются следующими типами симметрии:

$$\begin{split} \psi_{\pm 2} \in \ ^{3}\Pi_{\pm 2}, \ \ \psi_{\pm 1} \in \ ^{3}\Pi_{\pm 1}, \ \ \psi^{\pm 1} \in \ ^{3}\Sigma_{\pm 1}^{*}, \\ \psi_{0}, \tilde{\psi}_{0} \in \ ^{3}\Pi_{0}, \ \ \psi^{0} \in \ ^{3}\Sigma_{0}^{*}, \end{split}$$

где нижними индексами в правых частях обозначена суммарная проекция углового момента ( $j_z = l_z + s_z$ ) на молекулярную ось *z*.

Отметим, что введенные молекулярные орбитали (12) и (13) позволяют "сконструировать" еще шесть диабатических состояний типа  ${}^{3}\Pi_{\pm 2}$ ,  ${}^{3}\Pi_{\pm 1}$ ,  ${}^{2}\Pi_{0}$ , в которых вместо  $\Sigma^{+}$ -орбитали *S* фигурирует  $\Sigma^{+}$ -орбиталь *Q*. Мы, однако, не включаем эти состояния в базис, полагая, что они существенно выше по энергии, чем базисные состояния (14). В представлении диабатического электронного базиса (14) оператор обращения времени (4) приобретает следующий вид:



Мы приводим здесь также вид вибронных операторов симметрии [8] — операторов, с которыми

вибронная матрица электронного гамильтониана должна коммутировать, как и с оператором  $\hat{T}$ :



где операторы  $\hat{C}_q(\varepsilon)$  и  $\hat{\sigma}_q$  действуют на  $\pi$ -моды согласно следующим соотношениям:

$$\hat{C}_q(\varepsilon) q_{\pm} = e^{\pm i\varepsilon} q_{\pm},$$
  
 $\hat{\sigma}_a q_{\pm} = q_{\pm}.$ 

Матричные факторы операторов симметрии (15)-(17) являются операторами симметрии (4),

ХИМИЧЕСКАЯ ФИЗИКА том 39 № 3 2020

(2), (3) гамильтониана линейной молекулы в представлении диабатического электронного базиса (14). Вибронные операторы симметрии (16), (17) являются математическим выражением того факта, что электронный гамильтониан деформированной молекулы (вибронная матрица) инвариантен по отношению к одновременным преобразованиям симметрии электронных переменных и нормальных мод [9].

# ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКАЯ (НЕРЕЛЯТИВИСТСКАЯ) ЧАСТЬ ВИБРОННОЙ МАТРИЦЫ

В этом разделе мы найдем матричное представление электростатического гамильтониана

(5)—(7) в базисе электронных состояний (14). Учитывая тот факт, что электростатический гамильтониан не действует на спиновые состояния базисных функций и потому не смешивает их, отличные от нуля матричные элементы возникают только между базисными функциями с одинаковыми спиновыми состояниями.

Отличные от нуля недиагональные матричные элементы описывают два типа эффектов: квадратичное (реннеровское) вибронное взаимодействие орбитальных компонент П-состояний и линейное вибронное взаимодействие орбитальных компонент П-состояний с  $\Sigma^+$ -состояниями. В результате вычислений получаем следующую электростатическую часть вибронной матрицы 9 × 9:

$$\hat{H}_{es} = ({}^{3}\Pi_{e} + c_{1}\rho^{2})\operatorname{diag}(1,1,0,1,0,1,0,1,1) + ({}^{3}\Sigma_{e}^{+} + c_{0}\rho^{2})\operatorname{diag}(0,0,1,0,1,0,1,0,0) + 
+ \begin{vmatrix} bq_{-} & aq_{-}^{2} \\ bq_{+} & bq_{-} & aq_{-}^{2} \\ bq_{+} & bq_{-} & aq_{-}^{2} \\ \psi_{+1} \\ \psi^{+1} \\ \psi^{+1} \\ \psi^{0} \\ \psi^{-1} \\ \psi_{-1} \\ \psi_{-2} \\ \psi_{+2} \\ \psi_{+1} \\ \psi^{+1} \\ \psi^{0} \\ \psi^{0} \\ \psi^{0} \\ \psi^{0} \\ \psi^{0} \\ \psi^{-1} \\ \psi_{-2} \\ \psi_{+2} \\ \psi_{+1} \\ \psi^{+1} \\ \psi^{0} \\ \psi^{0} \\ \psi^{0} \\ \psi^{0} \\ \psi^{0} \\ \psi^{-1} \\ \psi_{-2} \\ \psi_{+2} \\ \psi_{+1} \\ \psi^{+1} \\ \psi^{0} \\$$

где  $q_{\pm} = pe^{\pm ix}$  и *a*, *b*, *c*<sub>0</sub>, *c*<sub>1</sub>,  ${}^{3}\prod_{e}$ ,  ${}^{3}\sum_{e}^{+}$  – вещественные постоянные. В гамильтониане (18) символами  ${}^{3}\prod_{e}$  и  ${}^{3}\sum_{e}^{+}$  обозначены энергии электронных состояний  ${}^{3}\prod$  и  ${}^{3}\sum_{e}^{+}$  линейной трехатомной молекулы.

### СПИН-ОРБИТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ ВИБРОННОЙ МАТРИЦЫ

Вычисляя матричные элементы оператора постоянных спинорбитальных вкладов  $\hat{h}_0$  (см. (9)), мы прежде всего учитываем правила отбора в группе  $C_{\infty v}$  по проекции полного углового момента ( $j_z = l_z + s_z$ ) на молекулярную ось симметрии z; а именно, отличные от нуля матричные элементы  $\hat{h}_0$  соответствуют базисным функциям с одинаковой проекцией полного углового момента на ось z. Эти правила отбора позволяют получить эрмитову 9 × 9-матрицу  $\hat{h}_0$ , содержащую четыре комплексных

постоянных. Дальнейшее применение к этой матрице требований коммутации с операторами симметрии (15)–(17) сокращает число постоянных до

ХИМИЧЕСКАЯ ФИЗИКА том 39 № 3 2020

двух вещественных параметров. В итоге мы получаем следующее матричное представление  $\hat{h}_0$ :



где α, β – вещественные спин-орбитальные параметры.

При вычислении матрицы  $\hat{h}_{l}$  отличными от нуля будут матричные элементы между базисными функциями с разницей проекции полного углового момента на ось *z*, равной единице. Эти правила отбора в группе  $C_{\infty v}$  позволяют получить эрмитову матрицу 9 × 9, зависящую от  $q_+$ ,  $q_-$  и содержащую

16 комплексных параметров. Требования коммутации этой матрицы с операторами симметрии (15)—(17) сокращают число независимых параметров до восьми вещественных постоянных. В результате мы приходим к матрице  $\hat{h}_1$  следующего вида:

где  $\gamma_k$  (k = 1, ..., 8) — вещественные спин-орбитальные параметры.

Расчет матрицы  $\hat{h}_2$  аналогичен расчетам  $\hat{h}_0$  и  $\hat{h}_1$ . Отличные от нуля матричные элементы  $\hat{h}_2$  соответствуют базисным функциям с разницей проекции полного углового момента на ось *z*, равной двум. Это правило отбора по проекции полного углового момента позволяет получить  $\hat{h}_2$  в виде эрмитовой матрицы  $9 \times 9$ , содержащей десять комплексных параметров. Требования коммутации этой матрицы с операторами обращения времени (15), поворота (16) и отражения (17) сокращают число параметров до шести вещественных постоянных. В результате получаем следующее матричное представление оператора квадратичных вкладов  $\hat{h}_{5}$ :

$$\hat{h}_{2} = \begin{vmatrix} \delta_{1}q_{-}^{2} & \delta_{2}q_{-}^{2} & \delta_{3}q_{-}^{2} & & & & & & \\ & & & \delta_{4}q_{-}^{2} & \delta_{5}q_{-}^{2} & & & & & \\ & & & & \delta_{6}q_{-}^{2} & -\delta_{4}q_{-}^{2} & & & & \\ & & & \delta_{6}q_{-}^{2} & -\delta_{4}q_{-}^{2} & & & & \\ & & \delta_{2}q_{+}^{2} & & & & & \delta_{3}q_{-}^{2} & & \\ & \delta_{2}q_{+}^{2} & & & & & & \delta_{3}q_{-}^{2} & & \\ & \delta_{3}q_{+}^{2} & & & & & & \delta_{1}q_{-}^{2} & & \\ & & \delta_{4}q_{+}^{2} & \delta_{6}q_{+}^{2} & & & & & & \delta_{1}q_{-}^{2} & & \\ & & \delta_{5}q_{+}^{2} & -\delta_{4}q_{+}^{2} & & & & & & & \\ & & & \delta_{3}q_{+}^{2} & -\delta_{2}q_{+}^{2} & \delta_{1}q_{+}^{2} & & & & & & \\ & & & & & & \delta_{3}q_{+}^{2} & -\delta_{2}q_{+}^{2} & \delta_{1}q_{+}^{2} & & & & & \\ & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & & \\ & &$$

где  $\delta_k$  (k = 1, ..., 6) – вещественные спин-орбитальные параметры.

#### ВИБРОННОЕ И СПИН-ОРБИТАЛЬНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

	$^{3}\Pi_{e}+c_{1}\rho^{2}$	$\gamma_1 q$	$(b+\gamma_2)q$	$\delta_1 q^2$	$\delta_2 q^2$	$(a+\delta_3)q^2$				$\psi_{+2}$
	$\gamma_1 q_+$	$^{3}\Pi_{e}+c_{1}\rho^{2}$	α	$\gamma_3 q$	$(b + \gamma_4)q$	$\gamma_5 q$	$\delta_4 q^2$	$(a+\delta_5)q^2$		$\psi_{+1}$
	$(b + \gamma_2)q_+$	α	$^{3}\Sigma_{e}^{+}+c_{0}\rho^{2}$	<i>γ</i> 6 <i>9</i> _	$\gamma_7 q$	$\gamma_8 q$	$\delta_6 q^2$	$-\delta_4 q^2$		$\psi^{+1}$
	$\delta_1 q_+^2$	$\gamma_3 q_+$	$\gamma_6 q_+$	$^{3}\Pi_{e}+c_{1}\rho^{2}$	β		$(b+\gamma_8)q$	$-\gamma_5 q$	$(a+\delta_3)q^2$	$ \Psi_0 $
$\hat{H}=$	$\delta_2 q_+^2$	$(b + \gamma_4)q_+$	$\gamma_7 q_+$	β	$^{3}\Sigma_{e}^{+}+c_{0}\rho^{2}$	$-\beta$	$-\gamma_7 q$	$(b + \gamma_4)q$	$-\delta_2 q_{-}^2$	$ \Psi^0 $
	$(a+\delta_3)q_+^2$	$\gamma_5 q_+$	$\gamma_8 q_+$		$-\beta$	$^{3}\Pi_{e}+c_{1}\rho^{2}$	γ6 <b>9</b> _	$-\gamma_3 q$	$\delta_1 q^2$	$\widetilde{\Psi}_0$
		$\delta_4 q_+^2$	$\delta_6 q_+^2$	$(b+\gamma_8)q_+$	$-\gamma_7 q_+$	$\gamma_6 q_+$	${}^3\Sigma_e^+ + c_0 \rho^2$	-α	$(b + \gamma_2)q$	$ \Psi^{-1}$
		$(a + \delta_5)q_+^2$	$-\delta_4 q_+^2$	$-\gamma_5 q_+$	$(b+\gamma_4)q_+$	$-\gamma_3 q_+$	$-\alpha$	$^{3}\Pi_{e} + c_{1}\rho^{2}$	$-\gamma_1 q$	$\Psi_{-1}$
				$(a+\delta_3)q_+^2$	$-\delta_2 q_+^2$	$\delta_1 q_+^2$	$(b+\gamma_2)q_+$	$-\gamma_1 q_+$	$^{3}\Pi_{e} + c_{1}\rho^{2}$	$\psi^{-2}$
	$\psi_{+2}$	$\psi_{\pm 1}$	$\psi^{+1}$	$\overline{\psi}_0$	$\overline{\Psi}^0$	$\widetilde{\psi}_0$	$\psi^{-1}$	$\Psi_{-1}$	$\Psi_{-2}$	-

**Рис. 1.** Полная вибронная матрица релятивистского псевдо-эффекта Реннера  $({}^{3}\Pi + {}^{3}\Sigma^{+}) \times \pi$ .

#### ПОЛНАЯ ВИБРОННАЯ МАТРИЦА. ПОВЕРХНОСТИ ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ ЭНЕРГИИ

Полная вибронная матрица релятивистского псевдо-эффекта Реннера ( ${}^{3}\Pi + {}^{3}\Sigma^{+}$ ) ×  $\pi$  является суммой четырех составляющих матриц (18)–(21). Полная вибронная матрица включает в себя шесть электростатических и 16 спин-орбитальных вещественных постоянных параметров и имеет весьма сложную структуру. Детальный вид этой матрицы представлен на рис. 1.

Поверхности потенциальной энергии (ППЭ) являются собственными значениями вибронной матрицы  $\hat{H}$  (см. табл. 2). В силу свойств симметрии вибронной матрицы (15)–(17) ППЭ являются инвариантами группы симметрии  $C_{\infty y}$  и в рассматриваемом случае зависят только от р (т.е. являются аксиально-симметричными над плоскостью нормальных  $\pi$ -мод ( $q_x, q_y$ )). Сложная структура эрмитовой вибронной 9  $\times$  9-матрицы  $\hat{H}$  не позволяет получить аналитические выражения для потенциальных поверхностей. На рис. 2 представлены зависимости ППЭ от р для некоторого частного набора параметров. С учетом того, что вибронная матрица  $\hat{H}$  включает в себя 22 постоянных вещественных параметра, зависимости ППЭ от р могут быть самыми различными даже при условии, что спин-орбитальные константы, как правило, в несколько раз меньше электростатических (той же размерности).

При  $q_{\pm} \neq 0$  молекулярной группой симметрии является группа  $C_s$ , содержащая тождественную операцию и отражение в плоскости изогнутой молекулы и характеризующаяся неприводимыми представлениями *A*' и *A*''. В силу этого девяти потенциальным поверхностям, представленным на рис. 2, соответствуют электронные состояния *A*'и *A*''-симметрии. Детальный анализ собственных векторов вибронной матрицы  $\hat{H}$  (см. рис. 1) позволяет заключить, что пять из девяти электронных состояний изогнутой молекулы (1, 2, 5, 8, 9) имеют симметрию A" и четыре состояния (3, 4, 6, 7) – симметрию A, как показано на рис. 2.

Следует подчеркнуть, что числа состояний А'и А"-симметрии не зависят от численных значений параметров, выбранных для иллюстрации потенциальных поверхностей, и определяются свойствами симметрии диабатических базисных состояний (14). От численных значений параметров вибронной матрицы зависит, однако, порядок следования (по энергии) электронных состояний А'- и А"-симметрии.

#### ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Как следует из рис. 1, при  $\rho = 0$  имеется пять различных энергетических уровней: один трехкратно вырожденный уровень, два двукратных и два простых уровня. Вибронная матрица  $\hat{H}$ , представленная на рис. 1, позволяет найти аналитический вид этих уровней линейной молекулы, выразив их через энергетические параметры. В частности, имеется трехкратно вырожденный уровень –

$$U_4 = U_5 = U_6 = {}^3\Pi_e,$$

пара двукратно вырожденных уровней –

$$U_{2,7} = U_{3,8} = \frac{{}^{3}\Pi_{e} + {}^{3}\Sigma_{e}^{+}}{2} \pm \left[ \left( \frac{{}^{3}\Pi_{e} - {}^{3}\Sigma_{e}^{+}}{2} \right) + \alpha^{2} \right]^{1/2},$$

и пара простых уровней –

$$U_{1,9} = \frac{{}^{3}\Pi_{e} + {}^{3}\Sigma_{e}^{+}}{2} \pm \left[ \left( \frac{{}^{3}\Pi_{e} - {}^{3}\Sigma_{e}^{+}}{2} \right) + 2\beta^{2} \right]^{1/2}.$$

При деформации молекулы  $\pi$ -модами зависимости этих девяти потенциальных поверхностей от  $\rho$  определяются девятью силовыми и девятью



**Рис. 2.** Зависимости ППЭ от р для частного набора параметров. Симметрии электронных состояний:  $U_1$ ,  $U_2$ ,  $U_5$ ,  $U_8$ ,  $U_9 \in A^*$ ,  $U_3$ ,  $U_4$ ,  $U_6$ ,  $U_7 \in A^*$ . Параметры вибронной матрицы  $\hat{H}$ , использованные при расчете потенциальных поверхностей: энергетические постоянные (эВ) –  ${}^{3}\Sigma_{e}^{+} = 0$ ,  ${}^{3}\Pi_{e} = 1.0$ ,  $\alpha = 1.5$ ,  $\beta = 1.2$ ; силовые постоянные (эВÅ) – b = 3.0,  $\gamma_1 = 0.8$ ,  $\gamma_2 = -0.7$ ,  $\gamma_3 = 0.6$ ,  $\gamma_4 = -0.6$ ,  $\gamma_5 = 0.5$ ,  $\gamma_6 = -0.5$ ,  $\gamma_7 = 0.4$ ,  $\gamma_8 = 0.2$ ; частотные постоянные (эВÅ<sup>2</sup>) –  $c_0 = 0.8$ ,  $c_1 = 0.6$ , a = 0.4,  $\delta_1 = 0.2$ ,  $\delta_2 = -0.15$ ,  $\delta_3 = 0.15$ ,  $\delta_4 = -0.12$ ,  $\delta_5 = 0.1$ ,  $\delta_6 = -0.1$ .

частотными параметрами. Каких-либо общих закономерностей для этих зависимостей сформулировать невозможно. При  $\rho \neq 0$  все поверхности потенциальной энергии, как правило, невырождены. Следует, однако, допустить возможность пересечения потенциальных поверхностей электронных состояний различной симметрии (*A*' и *A*") и квазипересечений для состояний одинаковой симметрии. Для каждой молекулярной системы форма потенциальных поверхностей  $U_1(\rho), ..., U_9(\rho)$ будет специфической.

Рассчитанная в работе вибронная 9 × 9-матрица  $\hat{H}$  описывает релятивистский псевдо-эффект Реннера ( ${}^{3}\Pi + {}^{3}\Sigma^{+}$ ) ×  $\pi$  в линейных трехатомных молекулах с чётным числом электронов и имеющих в электронном спектре два соседних состояний  ${}^{3}\Pi$  и  ${}^{3}\Sigma^{+}$ . Энергетические, силовые и частотные параметры вибронной матрицы могут быть определены по *ab initio* точкам потенциальных поверхностей, рассчитанных с учетом спин-орбитального взаимодействия [10].

Полученные в работе результаты применимы для линейных молекул, структурно подобных моле-

кулам HCN и COS [11], в которых составляющие атомы замещены более тяжелыми, но с эквивалентными химическими свойствами (т.е. с похожим строением внешних электронных оболочек).

# ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом отметим, что расчет вибронной матрицы в базисе (14), но с более высокой точностью (с включением третьих и четвертых степеней  $\pi$ -мод) позволил бы дополнительно получить несколько ненулевых матричных элементов вида

$$\int \psi_{+2}^{*} \hat{H} \psi^{-1} d\tau \sim \int \psi_{+2}^{*} \hat{H} \psi_{-1} d\tau \sim q_{-}^{3},$$

$$\int \psi_{+2}^{*} \hat{H} \psi_{-2} d\tau \sim q_{-}^{4},$$

$$\int \psi_{+1}^{*} \hat{H} \psi_{-2} d\tau \sim \int \psi^{+1} \hat{H} \psi_{-2} d\tau \sim q_{-}^{3},$$
(22)

где  $d\tau$  означает интегрирование по пространственным и спиновым переменным двух электронов. При этом аналогично с (22) расположенные матричные элементы будут пропорциональны тем же степеням  $q_+$ .

Авторы выражают благодарность доктору физико-математических наук В.Г. Ушакову за плодотворные дискуссии по теме данной работы.

Работа выполнена в рамках госзаданий (регистрационные номера 012 013 618 60 и 0089-2019-0017).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Köppel H., Domcke D., Cederbaum L.S.* // J. Chem. Phys. 1981. V. 74. № 5. P. 2945.
- 2. Банкер Ф. Симметрия молекул и молекулярная спектроскопия. М.: Мир, 1981.
- Mishra S., Poluyanov L.V., Domcke W. // J. Chem. Phys. 2007. V. 126. 134312.
- Poluyanov L.V., Domcke W. // Adv. Ser. Phys. Chem. 2011. V. 17. P. 117.
- Mishra S., Poluyanov L.V., Domcke W. // Chem. Phys. Lett. 2007. V. 446. P. 256.
- Poluyanov L.V., Domcke W. // Springer Ser. Chem. Phys. 2009. V. 97. P. 77.
- 7. Вигнер Е. Теория групп. М.: Изд-во иностр. лит., 1961.
- Poluyanov L.V., Domcke W. // J. Chem. Phys. 2012. V. 137. 114101.
- 9. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Квантовая механика. М.: Наука, 1974.
- 10. *Dyall K.G., Faegry K.* Inroduction to relativistic quantum chemistry. Oxford University Press, 2007.
- 11. Герцберг Г. Электронные спектры и строение многоатомных молекул. М.: Мир, 1969.