

## ДИНАМИКА ПРЯМОЙ ТРЕХТЕЛЬНОЙ РЕКОМБИНАЦИИ ИОНОВ ЦЕЗИЯ И ФТОРА, А ТАКЖЕ ЦЕЗИЯ И ЙОДА В ПРИСУТСТВИИ АТОМА КРИПТОНА

© 2022 г. В. М. Азиель<sup>1</sup>, В. М. Акимов<sup>1</sup>, Е. В. Ермолова<sup>1</sup>, Д. Б. Кабанов<sup>1</sup>,  
Л. И. Колесникова<sup>1</sup>, Л. Ю. Русин<sup>1\*</sup>, М. Б. Севрюк<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Федеральный исследовательский центр химической физики им. Н.Н. Семёнова Российской академии наук,  
Москва, Россия

\*E-mail: rusin@chph.ras.ru

Поступила в редакцию 28.02.2022;  
после доработки 16.03.2022;  
принята в печать 21.03.2022

В рамках метода квазиклассических траекторий с использованием полуэмпирических диабатических поверхностей потенциальной энергии исследована статистическая динамика двух реакций прямой трехтельной рекомбинации  $Cs^+ + X^- + Kr \rightarrow CsX + Kr$  ( $X^- = F^-, I^-$ ) с нецентральными соударениями ионов. Энергии столкновения изменяются между 1 и 10 эВ, а так называемый параметр запаздывания, характеризующий задержку в прибытии атома криптона относительно момента времени, когда расстояние между рекомбинирующими ионами цезия и галогена достигает минимума, равен 0 или 0.2. Найдены функции возбуждения рекомбинации, функции прозрачности, распределения колебательной энергии продукта  $CsX$  (которые оказываются сильно неравновесными) и распределения вращательной энергии  $CsX$  (которые являются почти равновесными). Сравнение с результатами расчетов для реакций  $Cs^+ + X^- + Ar$  и  $Cs^+ + X^- + Xe$ , опубликованными ранее, показывает, что в целом, для обеих рекомбинирующих пар ионов  $Cs^+ + F^-$  и  $Cs^+ + I^-$ , чем тяжелее третье тело, тем оно эффективнее как акцептор избыточной энергии ионной пары.

**Ключевые слова:** статистическая динамика элементарных процессов, прямая трехтельная рекомбинация ионов, траекторное моделирование, катион цезия, анионы фтора и йода, криpton.

**DOI:** 10.31857/S0207401X22120020

### 1. ВВЕДЕНИЕ

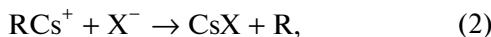
Реакции рекомбинации атомов, ионов или радикалов и обратные реакции столкновительно-индукционной диссоциации (СИД) представляют собой два класса процессов, ключевых для описания очень многих высокотемпературных газовых и плазменных сред как естественного, так и искусственного происхождения. Например, из 196 реакций, определенных как важные для химии горения в работе [1], около половины являются реакциями рекомбинации или СИД [2, 3]. Примерами недавних исследований влияния рекомбинационных процессов на скорость горения и структуру пламен могут служить статьи [4, 5]. Реакции рекомбинации и СИД во многом ответственны за концентрацию ионов в плазменных средах, в особенности в плазме электроотрицательных газов (частицы которых способны захватывать свободные электроны и превращаться в устойчивые отрицательные ионы) [6, 7], а процессы трехтельной рекомбинации активных центров приводят к квадратичному обрыву цепных превращений [8–10] (недавние исследования в

этой области обсуждаются, например, в обзоре [11]). Рекомбинация ионов в низкотемпературной плазме (НТП) играет существенную роль в решении различных практически важных задач, например, в технологиях получения новых материалов или в обработке поверхностей твердых тел с целью придания им необходимых свойств [12]. Реакции атом-атомной и ион-ионной рекомбинации в атмосфере Земли и других планет рассматривались, например, в недавних статьях [13–15]. Трехтельная ион-ионная рекомбинация является одним из наиболее важных процессов в кинетике активных сред эксимерных лазеров на моногалоидах инертных газов [16–18].

Начиная с середины 2000-х годов, в лаборатории динамики элементарных процессов Института энергетических проблем химической физики им. В.Л. Тальрозе РАН (одно из подразделений ФИЦ химической физики им. Н.Н. Семёнова РАН с 2019 г.) проводятся систематические исследования динамики прямой трехтельной рекомбинации однозарядных тяжелых ионов

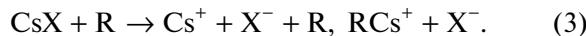


где  $\text{X}^-$  – ион галогена  $\text{F}^-$ ,  $\text{Br}^-$  или  $\text{I}^-$ , а  $\text{R}$  – атом инертного газа  $\text{Ar}$ ,  $\text{Kr}$ ,  $\text{Xe}$  или ртути  $\text{Hg}$ , уносящий избыточную энергию рекомбинирующей ионной пары  $\text{Cs}^+ + \text{X}^-$  [19–34]. Какие-либо методы для экспериментального определения динамических характеристик прямой трехтельной рекомбинации в настоящее время отсутствуют, главным образом потому, что экспериментально осуществить пересечение трех достаточно интенсивных пучков или двух пучков и плотной газовой мишени чрезвычайно сложно. Кроме того, неясно, как различить продукты трехтельных столкновений и попарного рассеяния частиц, в частности (если речь идет о рекомбинации (1)), продукты бимолекулярной рекомбинации



которая также изучалась в лаборатории динамики элементарных процессов [32, 35]. Наконец, очень большую трудность представляет идентификация возбужденных парных комплексов и возбужденных продуктов трехтельной рекомбинации, равно как и учет значительного числа побочных реакций, протекающих в разрядах, особенно в электроотрицательных газах [6]. Поэтому единственным путем исследования динамики реакций прямой трехтельной рекомбинации является квантовомеханическое, полуклассическое или квазиклассическое моделирование (а также, в ряде случаев, использование импульсных моделей).

Реакции (1) и (2) в работах [19–28, 30–34] изучались в рамках метода квазиклассических траекторий на полуэмпирических диабатических поверхностях потенциальной энергии (ППЭ). Адекватность этих ППЭ подтверждается тем, что они обеспечивают, опять-таки при квазиклассическом траекторном моделировании, количественное воспроизведение многих динамических характеристик (полученных в экспериментах со скрещенными молекулярными пучками) обратных реакций СИД



Как вытекает из принципа микроскопической обратимости, реакции рекомбинации (1), (2) и реакции СИД (3) управляются одними и теми же ППЭ. Отметим, что канал СИД  $\text{CsX} + \text{R} \rightarrow \text{RX}^- + \text{Cs}^+$  наблюдался в экспериментах со скрещенными молекулярными пучками только для системы  $\text{CsI} + \text{Xe}$  [36, 37]. В статьях [29, 35] были предложены импульсные модели реакций (1) и (2). В работах [19–32, 35] в качестве иона галогена  $\text{X}^-$  рассматривался только ион брома  $\text{Br}^-$ . В недавних статьях [33, 34] исследовалась динамика четырех реакций (1) с  $\text{X}^- = \text{F}^-$ ,  $\text{I}^-$  и  $\text{R} = \text{Ar}$ ,  $\text{Xe}$ .

При моделировании элементарного процесса методом квазиклассических траекторий каждая траектория задается определенными значениями кинематических параметров, составляющих набор начальных условий. Обычно некоторые из этих параметров (например, энергии столкновения) в рамках данного расчета полагаются фиксированными, в то время как другие параметры разыгрываются случайным образом с усреднением различных величин, вычисляемых в конце интегрирования траектории. Такой подход Монте-Карло позволяет изучать *статистическую* динамику процесса и найти его основные динамические характеристики (результаты усреднений), которые можно сравнить с экспериментальными данными (если последние доступны) и оценить адекватность используемой ППЭ. С другой стороны, при исследовании *детальной* динамики процесса усреднение по траекториям отсутствует (или же сведено к минимуму) и проводится пошаговый анализ отдельных траекторий. Наиболее эффективным средством изучения динамики системы в пределах одной траектории является визуализация последней. Результаты визуализации траекторий, описывающих прямую трехтельную рекомбинацию (1), представлены в работах [19, 21–24, 26–28, 34]. Визуализация траекторий, описывающих реакции СИД (3), проводилась, например, в статьях [38, 39] (в работе [39] рассматривались оба канала СИД).

В статье [33] была подробно исследована статистическая динамика прямой трехтельной рекомбинации (1) с  $\text{X}^- = \text{F}^-$ ,  $\text{I}^-$  и  $\text{R} = \text{Ar}$ ,  $\text{Xe}$  в области энергий столкновения от 1 до 10 эВ (значения, типичные для НТП [6, 7]). В настоящей статье, являющейся непосредственным продолжением работы [33], изучается статистическая динамика прямой трехтельной рекомбинации (1) с  $\text{X}^- = \text{F}^-$ ,  $\text{I}^-$  и  $\text{R} = \text{Kr}$ , также в области энергий столкновения от 1 до 10 эВ. Как и в [33], мы определяем функции возбуждения рекомбинации, функции прозрачности и распределения колебательной и вращательной энергий молекул  $\text{CsF}$  и  $\text{CsI}$ . Полученные результаты подтверждают отмеченные в [33] общие закономерности зависимостей динамических характеристик рекомбинации (1) от иона галогена и третьего тела.

Статья построена следующим образом. В разд. 2 мы кратко характеризуем используемые ППЭ системы  $\text{Cs}^+ + \text{F}^- + \text{Kr}$  и  $\text{Cs}^+ + \text{I}^- + \text{Kr}$  и особенности разыгрывания кинематических параметров траекторий. Результаты расчетов представлены в разд. 3 и 4. Замечания разд. 5 завершают работу.

## 2. ПОВЕРХНОСТИ ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ ЭНЕРГИИ И КИНЕМАТИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ

В настоящей статье, как и во всех наших предыдущих работах, посвященных траекторному моделированию реакций рекомбинации (1), (2) и СИД (3) (см., например, [19–28, 30–34, 39]), использовались полуэмпирические диабатические ППЭ, представляющие собой сумму трех парных потенциалов и перекрестного члена, отвечающего поляризационному взаимодействию в системе атома R и диполя  $\text{Cs}^+ - \text{X}^-$ . При этом ионный потенциал взаимодействия  $\text{Cs}^+ - \text{X}^-$  задавался стандартной усеченной моделью Риттнера [40, 41]

$$U(r) = Ae^{-r/\rho} - 1/r - (\alpha_{\text{Cs}^+} + \alpha_{\text{X}^-})/(2r^4) - C/r^6 \quad (4)$$

(в атомной системе единиц), а потенциалы взаимодействий  $\text{Cs}^+ - \text{R}$  и  $\text{X}^- - \text{R}$  для  $\text{R} = \text{Ar}, \text{Kr}, \text{Xe}$  задавались моделью [38]

$$U(r) = Ae^{-r/\rho} - \alpha_{\text{R}}/(2r^4) - C/r^6. \quad (5)$$

В выражениях (4) и (5)  $r$  – межъядерное расстояние,  $A$  и  $\rho$  – отталкивательные параметры Борна–Майера,  $C$  – дисперсионная постоянная взаимодействия Ван-дер-Ваальса в приближении Лондона, а  $\alpha_{\text{Cs}^+}$ ,  $\alpha_{\text{X}^-}$ ,  $\alpha_{\text{R}}$  – поляризуемости частиц. Выражение для перекрестного члена включает только попарные межъядерные расстояния и поляризуемости частиц. Полное выражение для ППЭ, использованных в настоящей статье, приведено, например, в работах [20–26, 28, 30, 33].

Мы использовали те же значения поляризуемостей  $\alpha_{\text{Cs}^+}$ ,  $\alpha_{\text{F}^-}$ ,  $\alpha_{\text{I}^-}$  и те же значения параметров  $A$ ,  $\rho$ ,  $C$  для потенциалов взаимодействий  $\text{Cs}^+ - \text{F}^-$  и  $\text{Cs}^+ - \text{I}^-$ , что и в работах [33, 34] (эти значения приведены в статье [33]). Поляризуемость  $\alpha_{\text{Kr}}$  атома криптона мы полагали равной 16.8 а.е. [36, 42–44]. Использованные нами значения параметров  $A$ ,  $\rho$ ,  $C$  для потенциалов взаимодействий  $\text{Cs}^+ - \text{Kr}$ ,  $\text{F}^- - \text{Kr}$  и  $\text{I}^- - \text{Kr}$  приведены в табл. 1. Эти значения получены на основе различных источников [36, 42–49]. Некоторые параметры приведены в этих работах в явном виде, в то время как другие рассчитаны с тем, чтобы обеспечить воспроизведение спектроскопических данных, т.е. положения  $R_m$  и глубины  $D$  потенциальной ямы. Отметим, что подробная аннотированная библиография работ (вплоть до 2016 г.) по потенциалам взаимодействий во всех двухчастичных системах  $\text{M}^+ - \text{X}^-$ ,  $\text{M}^+ - \text{R}$ ,  $\text{X}^- - \text{R}$  и  $\text{R} - \text{Hg}$  ( $\text{M}^+$  – ион щелочного металла,  $\text{X}^-$  – ион галогена, а  $\text{R}$  – атом инертного газа) приведена в отчете [50].

Прямая трехтельная рекомбинация (1) с нецентральными соударениями ионов рассматривалась в работах [22, 26, 27, 29, 30, 33, 34]. Из этих

*Таблица 1. Параметры потенциалов взаимодействий  $\text{Cs}^+ - \text{Kr}$ ,  $\text{F}^- - \text{Kr}$  и  $\text{I}^- - \text{Kr}$  (в атомной системе единиц)*

Пара частиц	<i>A</i>	$\rho$	<i>C</i>	Ссылки
$\text{Cs}^+ - \text{Kr}$	796	0.5281	247.1	[36, 42, 44–48]
$\text{F}^- - \text{Kr}$	77.1	0.55	69.6	[43–45, 49]
$\text{I}^- - \text{Kr}$	332.5	0.633	322.4	[43–45]

работ исследованию статистической динамики рекомбинации (1) в рамках метода квазиклассических траекторий посвящены статьи [22, 26, 30, 33]. Процедура розыгрыша начальных условий траекторий и организация вычислений в этих статьях мало отличались друг от друга. В настоящей работе мы использовали в точности те же процедуры розыгрыша начальных условий, интегрирования траекторий и расчета динамических характеристик рекомбинации, что и в статье [33]. Здесь мы лишь отметим, что при моделировании прямой трехтельной рекомбинации (1) с нецентральными соударениями ионов для задания начальных условий траекторий требуется восемь кинематических параметров (см. подробное обсуждение в [34]):

энергия соударения (или сближения) ионов  $E_i$ , т.е. начальная кинетическая энергия относительного движения ионов,

энергия третьего тела  $E_R$ , т.е. начальная кинетическая энергия относительного движения атома R и ионной пары  $\text{Cs}^+ - \text{X}^-$ ,

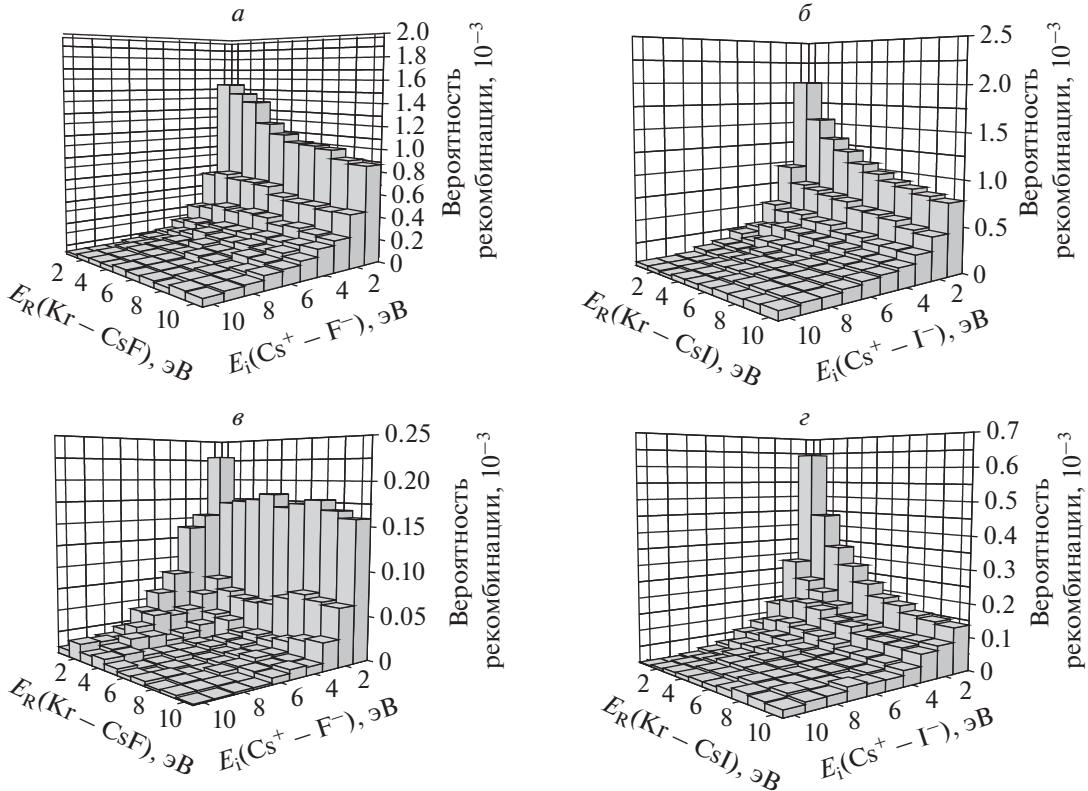
прицельный параметр  $b_i$  соударения ионов,

прицельный параметр  $b_R$  третьего тела R относительно центра масс ионной пары,

три ориентационных угла  $\Theta$ ,  $\Phi$ ,  $\gamma$  (описывающих, наряду с  $E_i$  и  $b_i$ , начальные положения и скорости ионов),

параметр запаздывания  $T_{del}$  [26, 30, 33, 34]. Безразмерная величина  $T_{del} \geq -1$  является мерой задержки (при  $T_{del} > 0$ ) или опережения (при  $T_{del} < 0$ ) прибытия третьего тела относительно сближения ионов (точнее, относительно момента времени, когда расстояние между ионами достигает минимума). В большинстве расчетов параметр запаздывания полагается равным нулю. Начальное межъядерное расстояние  $d_i$  между ионами мы всегда полагали равным 250 а.е.

Наличие двух энергий столкновения  $E_i$  и  $E_R$  и двух прицельных параметров  $b_i$  и  $b_R$  является характерной особенностью моделирования прямой трехтельной рекомбинации методом квазиклассических траекторий. Равенство  $b_i = 0$  соответствует случаю центральных (или лобовых) соударений рекомбинирующих ионов. Начальные конфигурации



**Рис. 1.** *a* – Функция возбуждения рекомбинации  $\text{Cs}^+ + \text{F}^- + \text{Kr}$  при  $T_{\text{del}} = 0$ ; *б* – функция возбуждения рекомбинации  $\text{Cs}^+ + \text{I}^- + \text{Kr}$  при  $T_{\text{del}} = 0$ ; *в* – функция возбуждения рекомбинации  $\text{Cs}^+ + \text{F}^- + \text{Kr}$  при  $T_{\text{del}} = 0.2$ ; *г* – функция возбуждения рекомбинации  $\text{Cs}^+ + \text{I}^- + \text{Kr}$  при  $T_{\text{del}} = 0.2$ . Вероятности рекомбинации представлены в единицах  $10^{-3}$ , т.е. значения вероятностей в  $10^3$  раз меньше чисел, указанных на осях аппликат.

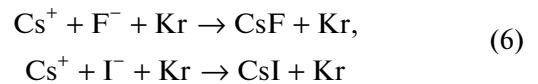
частиц для прямой трехтельной рекомбинации (1) с нецентральными соударениями ионов схематически показаны в статьях [22, 26]. При анализе статистической динамики прямой трехтельной рекомбинации (1) фиксируются те или иные значения параметра запаздывания  $T_{\text{del}}$  и энергий столкновения  $E_i$  и  $E_R$ , после чего интегрируется достаточно много (несколько сотен тысяч) траекторий с варьируемыми параметрами  $b_i$ ,  $b_R$ ,  $\Theta$ ,  $\Phi$ ,  $\gamma$ .

Максимальные разыгрываемые значения прицельных параметров  $b_i$  и  $b_R$  во всех вычислениях в работе [33] и в настоящей статье полагались равными  $b_{i,\text{max}} = 40$  а.е. и  $b_{R,\text{max}} = 100$  а.е. соответственно, а параметр запаздывания  $T_{\text{del}}$  считался равным 0 или 0.2. Ряд тестовых расчетов показали, что при больших прицельных параметрах рекомбинация в изучаемых системах для таких значений  $T_{\text{del}}$  и для энергий столкновения  $E_i$ ,  $E_R$  между 1 и 10 эВ не происходит. Величины  $(b_i/b_{i,\text{max}})^2$  и  $(b_R/b_{R,\text{max}})^2$  разыгрываются равномерно между 0 и 1. Максимальные значения прицельных параметров  $b_i$  и  $b_R$ , для которых мы *действительно* наблюдали рекомбинацию (в данной си-

стеме при данных фиксированных параметрах  $T_{\text{del}}$ ,  $E_i$ ,  $E_R$ ), в разд. 4 ниже обозначены, как в работе [33], через  $b_{i,\text{lim}}$  и  $b_{R,\text{lim}}$  соответственно. Эти значения могут быть существенно меньше значений  $b_{i,\text{max}}$  и  $b_{R,\text{max}}$  (так как последние были выбраны “с запасом”).

### 3. ФУНКЦИИ ВОЗБУЖДЕНИЯ

Как и в работе [33], зависимость  $P(E_i, E_R)$  вероятности рекомбинации от энергий столкновения  $E_i$  и  $E_R$  при фиксированном значении параметра запаздывания  $T_{\text{del}}$  мы будем называть в настоящей статье функцией возбуждения, хотя для бимолекулярных реакций функция возбуждения определяется как зависимость сечения реакции (а не вероятности реакции) от энергии столкновения. На рис. 1*a*, *б* изображены функции возбуждения  $P(E_i, E_R)$  реакций прямой трехтельной рекомбинации



**Таблица 2. Вероятности рекомбинации в системах (1) с  $X^- = F^-$ ,  $I^-$  и  $R = Ar, Kr, Xe$  при  $T_{del} = 0$ , усредненные по энергиям столкновения и представленные в единицах  $10^{-7}$  (реальные значения вероятностей в  $10^7$  раз меньше чисел, приведенных в таблице)**

Система	$Cs^+ + F^- + R$		$Cs^+ + I^- + R$	
Усреднение по всем 100 парам ( $E_i, E_R$ )				
$R = Ar$	2482		1832	
$R = Kr$	2746		3181	
$R = Xe$	3054		3565	
Усреднение по $1 \leq E_i \leq 5$ эВ, $1 \leq E_R \leq 10$ эВ и по $6 \leq E_i \leq 10$ эВ, $1 \leq E_R \leq 10$ эВ				
$E_i$ , эВ	1–5	6–10	1–5	6–10
$R = Ar$	4034	930	3411	253
$R = Kr$	4714	778	5350	1013
$R = Xe$	5444	665	5910	1221
Усреднение по $1 \leq E_i \leq 10$ эВ, $1 \leq E_R \leq 5$ эВ и по $1 \leq E_i \leq 10$ эВ, $6 \leq E_R \leq 10$ эВ				
$E_R$ , эВ	1–5	6–10	1–5	6–10
$R = Ar$	2912	2051	1808	1856
$R = Kr$	2910	2581	3583	2779
$R = Xe$	3056	3052	4336	2795
Коэффициенты корреляции между вероятностью рекомбинации и энергией $E_R$ при $E_i = 1, 2$ и $3$ эВ				
$R = Ar$	–0.87; –0.82; –0.86		–0.95; –0.47; 0.79	
$R = Kr$	–0.96; –0.94; –0.45		–0.92; –0.96; –0.98	
$R = Xe$	–0.92; –0.14; 0.76		–0.92; –0.95; –0.94	

при  $T_{del} = 0$ . Как и в работе [33], для обеих реакций каждая из энергий столкновения изменялась от 1 до 10 эВ с шагом в 1 эВ, так что функции возбуждения представлены в виде двумерных диаграмм, состоящих из 100 элементов.

В табл. 2 для шести реакций (1) с  $X^- = F^-$ ,  $I^-$  и  $R = Ar, Kr, Xe$  приведены вероятности рекомбинации при  $T_{del} = 0$ , усредненные пятью различными способами:

по всем 100 парам ( $E_i, E_R$ ),

по 50 парам ( $E_i, E_R$ ) с  $1 \leq E_i \leq 5$  эВ и по 50 парам ( $E_i, E_R$ ) с  $6 \leq E_i \leq 10$  эВ,

по 50 парам ( $E_i, E_R$ ) с  $1 \leq E_R \leq 5$  эВ и по 50 парам ( $E_i, E_R$ ) с  $6 \leq E_R \leq 10$  эВ.

Кроме того, в табл. 2 для всех шести реакций указаны коэффициенты корреляции между вероятностью рекомбинации  $P(E_i, E_R)$  и энергией третьего тела  $E_R$  при низких фиксированных энергиях соударения ионов  $E_i = 1, 2$  и  $3$  эВ. Эти коэффициенты корреляции показывают, насколько зависимость вероятности рекомбинации от  $E_R$  близка к своей “линейной компоненте” [51, 52]. Все данные табл. 2, относящиеся к реакциям (1) с  $X^- = F^-$ ,  $I^-$  и  $R = Ar, Xe$ , приведены в работе [33], мы повторяем их в настоящей статье для удобства читателя. Отметим опечатку в [33]: для реакции

$Cs^+ + I^- + Xe$  коэффициент корреляции между  $P(1$  эВ,  $E_R)$  и  $E_R$  равен –0.92, а не –0.95, как указано в табл. 2 из [33].

На основе рис. 1 $a$ ,  $b$  настоящей статьи, рис. 3 и 4 из работы [33] (эти два рисунка относятся к реакциям (1) с  $X^- = F^-$ ,  $I^-$  и  $R = Ar, Xe$ ) и данных табл. 2 можно сделать следующие выводы о поведении функций возбуждения  $P(E_i, E_R)$  рассматриваемых шести реакций прямой трехтельной рекомбинации (1) с нецентральными соударениями ионов при  $T_{del} = 0$ .

Во-первых, чем тяжелее нейтральный атом  $R$ , тем он в целом эффективнее как акцептор избыточной энергии рекомбинирующей ионной пары  $Cs^+ + X^-$  с  $X^- = F^-$ ,  $I^-$ . То же наблюдение имеет место и для реакций (1) с  $X^- = Br^-$  [30]. Для обоих ионов галогенов  $F^-$  и  $I^-$  вероятность рекомбинации, усредненная по всем 100 парам ( $E_i, E_R$ ), монотонно возрастает при переходе от  $R = Ar$  к  $R = Kr$  и далее к  $R = Xe$  (см. табл. 2). То же справедливо для вероятности рекомбинации, усредненной по 50 парам ( $E_i, E_R$ ) с  $1 \leq E_i \leq 5$  эВ (для обоих ионов галогенов), с  $6 \leq E_i \leq 10$  эВ (для  $X^- = I^-$ ), с  $1 \leq E_R \leq 5$  эВ (для  $X^- = I^-$ ) и с  $6 \leq E_R \leq 10$  эВ (для обоих ионов галогенов). Интересно, что вероятность рекомбинации, усредненная по 50 парам ( $E_i, E_R$ ) с

$6 \leq E_i \leq 10$  эВ для  $X^- = F^-$ , наоборот, максимальна при  $R = Ar$  и минимальна при  $R = Xe$ .

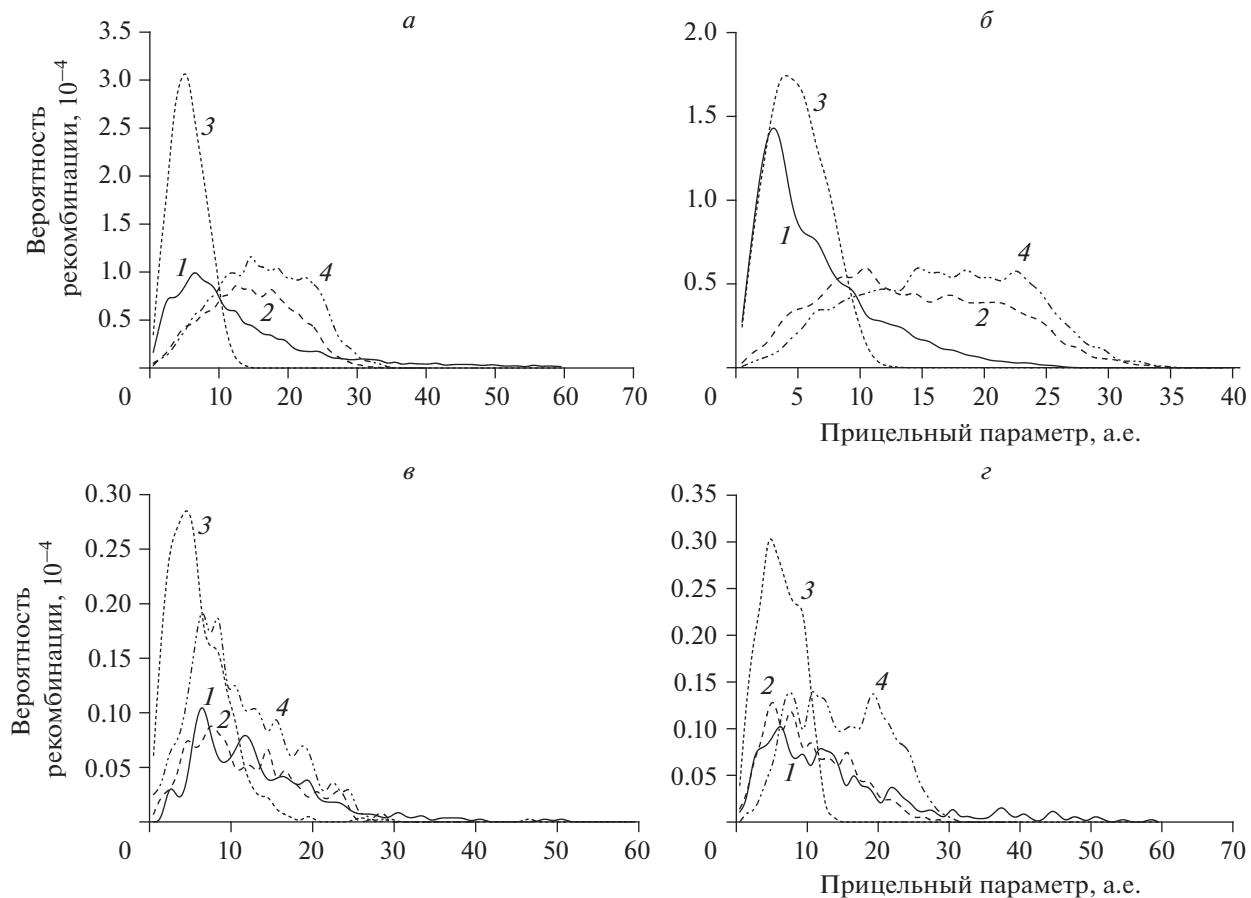
Может возникнуть предположение, что рост эффективности третьего тела  $R$  в ряду  $Ar \rightarrow Kr \rightarrow Xe$  связан не только с увеличением массы атома, но и с повышением энергий связи в системах  $Cs^+ - R$  и  $X^- - R$ . Однако ряд аргументов свидетельствует против такого предположения. Глубина  $D$  потенциальной ямы равна соответственно 0.1201, 0.2506, 0.4442 эВ в использованных нами потенциалах взаимодействий  $F^- - Ar$ ,  $F^- - Kr$ ,  $F^- - Xe$  и равна 0.0587, 0.0605, 0.0929 эВ в потенциалах взаимодействий  $I^- - Ar$ ,  $I^- - Kr$ ,  $I^- - Xe$  (см. табл. 1 и статью [33]). Таким образом, в системах  $X^- - R$  энергия связи действительно монотонно возрастает с увеличением массы атома  $R$ . С другой стороны, в потенциалах взаимодействий  $Cs^+ - Ar$ ,  $Cs^+ - Kr$ ,  $Cs^+ - Xe$  глубина  $D$  потенциальной ямы равна 0.0735, 0.121, 0.1085 эВ соответственно, т.е. в системе  $Cs^+ - Kr$  энергия связи больше, чем в системе  $Cs^+ - Xe$  (это согласуется с данными работ [44, 46, 48]). Кроме того, для любого из трех атомов  $R$  глубина  $D$  потенциальной ямы в потенциале взаимодействия  $F^- - R$  существенно больше, чем в потенциале взаимодействия  $I^- - R$  (а глубина  $D$  потенциальной ямы в потенциалах взаимодействий  $Cs^+ - F^-$  и  $Cs^+ - I^-$  равна 5.768 и 4.251 эВ соответственно). В то же время при переходе от реакции  $Cs^+ + F^- + R$  к реакции  $Cs^+ + I^- + R$  при  $R = Kr$  и  $R = Xe$  вероятность рекомбинации, усредненная по всем 100 парам  $(E_i, E_R)$ , увеличивается, и лишь при  $R = Ar$  она уменьшается (см. табл. 2). Стойт отметить, что такое направление изменения вероятности рекомбинации при переходе от реакции  $Cs^+ + F^- + R$  к реакции  $Cs^+ + I^- + R$  сохраняется, если рассматривать вероятности, усредненные по любому из указанных выше четырех множеств из 50 пар  $(E_i, E_R)$ . Единственное исключение состоит в том, что для  $R = Xe$  вероятность рекомбинации, усредненная по 50 парам  $(E_i, E_R)$  с  $6 \leq E_R \leq 10$  эВ, уменьшается.

Во-вторых, вероятность рекомбинации  $P(E_i, E_R)$  зависит от энергии соударения ионов  $E_i$  в гораздо большей степени, чем от энергии третьего тела  $E_R$ , и почти всегда уменьшается с ростом  $E_i$  (все немногочисленные исключения относятся к энергиям  $E_i \geq 9$  эВ, когда относительные статистические погрешности становятся слишком значительными). То же наблюдение имеет место и для реакций (1) с  $X^- = Br^-$  [26, 30]. На диаграмме рис. 2b из [22] для реакции  $Cs^+ + Br^- + Xe$  представлена противоположная ситуация, но это противоречие кажущееся и вызвано опечаткой: надписи “ $E_{rel}(Xe - CsBr)$ , eV” и “ $E_{ini}(Cs^+ - Br^-)$ , eV” на осях диаграммы перестав-

лены. Как видно из табл. 2, вероятность рекомбинации  $P(E_i, E_R)$ , усредненная по 50 парам  $(E_i, E_R)$  с  $1 \leq E_i \leq 5$  эВ, для всех шести рассматриваемых систем намного больше вероятности рекомбинации, усредненной по 50 парам  $(E_i, E_R)$  с  $6 \leq E_i \leq 10$  эВ. При этом для обоих ионов галогенов  $F^-$  и  $I^-$  атом  $Ar$  с ростом энергии соударения ионов  $E_i$  обнаруживает минимальное падение эффективности, а атом  $Xe$  – максимальное. Разность между вероятностями рекомбинации, усредненными по 50 парам  $(E_i, E_R)$  с  $1 \leq E_R \leq 5$  эВ и по 50 парам  $(E_i, E_R)$  с  $6 \leq E_R \leq 10$  эВ, для всех шести систем несопоставимо меньше, чем при разделении элементов диаграммы по энергии  $E_i$  (а для реакции  $Cs^+ + I^- + Ar$  эта разность даже отрицательна).

Для реакций (6) рассмотрим более подробно зависимость вероятности рекомбинации  $P(E_i, E_R)$  от энергии третьего тела  $E_R$  при низких фиксированных энергиях соударения ионов  $E_i = 1, 2$  и  $3$  эВ, когда относительные статистические погрешности малы (см. рис. 1a, б). Вероятность  $P(1 \text{ эВ}, E_R)$  для обеих реакций и вероятность  $P(2 \text{ эВ}, E_R)$  для реакции  $Cs^+ + I^- + Kr$  монотонно убывают с ростом  $E_R$ . То же справедливо в отношении вероятности  $P(3 \text{ эВ}, E_R)$  для реакции  $Cs^+ + I^- + Kr$ , за единственным исключением:  $P(3 \text{ эВ}, 2 \text{ эВ}) < P(3 \text{ эВ}, 3 \text{ эВ})$ . Вероятности  $P(2 \text{ эВ}, E_R)$  и  $P(3 \text{ эВ}, E_R)$  для реакции  $Cs^+ + F^- + Kr$  не являются монотонно убывающими функциями энергии  $E_R$ . Более того, максимум  $P(2 \text{ эВ}, E_R)$  для этой реакции достигается при  $E_R = 2$  эВ, а максимум  $P(3 \text{ эВ}, E_R)$  – при  $E_R = 3$  эВ и  $E_R = 5$  эВ (и коэффициент корреляции между  $P(3 \text{ эВ}, E_R)$  и  $E_R$  по модулю меньше 0.5, см. табл. 2).

Переход от нулевого параметра запаздывания к  $T_{del} = 0.2$  приводит к резкому уменьшению вероятностей рекомбинации и к изменению всей структуры функций возбуждения  $P(E_i, E_R)$ , различному для разных реакций (1) с  $X^- = F^-$ ,  $I^-$  и  $R = Ar$ ,  $Kr$ ,  $Xe$ , см. рис. 5 и 6 из работы [33] и рис. 1в, г настоящей статьи. В целом трансформация структуры функций возбуждения реакций (6) оказывается примерно такой же, как в случае реакций (1) с  $R = Xe$  и  $X^- = F^-$ ,  $I^-$ , соответственно, но не как в случае реакций (1) с  $R = Ar$  и  $X^- = F^-$ ,  $I^-$ . В частности, на диаграмме рис. 1в ( $R = Kr$ ,  $X^- = F^-$ ) “абсолютно доминируют” вероятности рекомбинации при  $E_i = 1$  эВ, а на диаграмме рис. 1г ( $R = Kr$ ,  $X^- = I^-$ ) – вероятность рекомбинации при  $E_i = E_R = 1$  эВ. Сильное падение вероятностей рекомбинации при переходе от  $T_{del} = 0$  к положи-



**Рис. 2.** Функции прозрачности реакции рекомбинации  $\text{Cs}^+ + \text{F}^- + \text{Kr}$  по  $b_R$  (кривые 1) и по  $b_i$  (кривые 2) и реакции рекомбинации  $\text{Cs}^+ + \text{I}^- + \text{Kr}$  по  $b_R$  (кривые 3) и по  $b_i$  (кривые 4) при  $E_i = E_R = 1$  эВ (панель а),  $E_i = 1$  эВ и  $E_R = 5$  эВ (панель б),  $E_i = 5$  эВ и  $E_R = 1$  эВ (панель в),  $E_i = E_R = 5$  эВ (панель г). Все функции прозрачности относятся к случаю  $T_{del} = 0$ . Вероятности рекомбинации представлены в единицах  $10^{-4}$ , т.е. значения вероятностей в  $10^4$  раз меньше чисел, указанных на осях ординат.

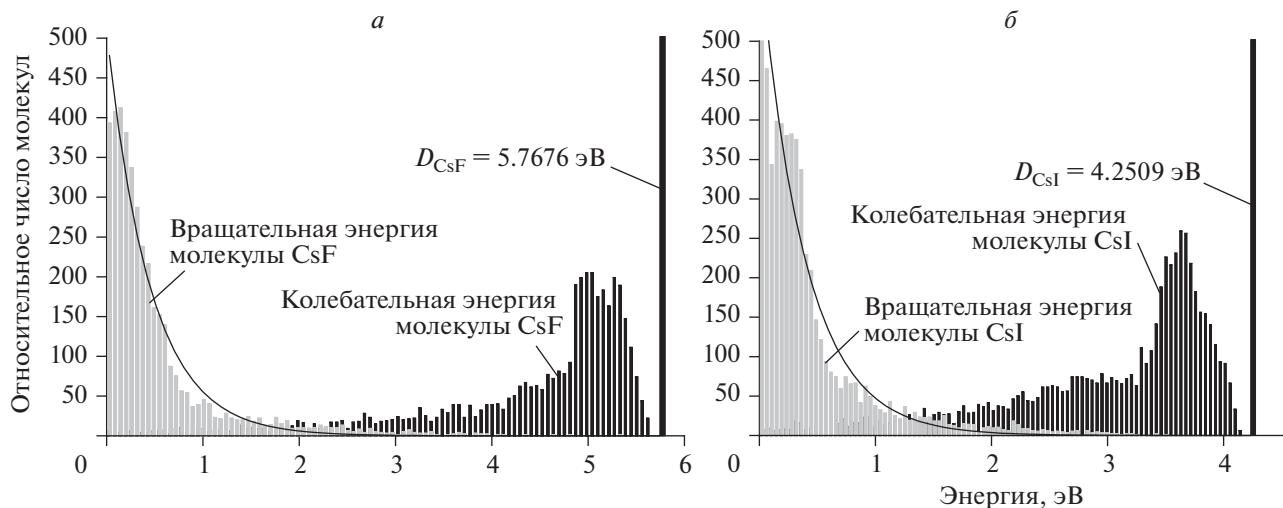
тельным значениям  $T_{del}$  мы наблюдали и для реакций (1) с  $\text{X}^- = \text{Br}^-$  [26, 30].

#### 4. ФУНКЦИИ ПРОЗРАЧНОСТИ И РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВНУТРЕННЕЙ ЭНЕРГИИ ПРОДУКТОВ РЕКОМБИНАЦИИ

В табл. 3 приведены максимальные значения  $b_{R,lim}$  и  $b_{i,lim}$  прицельного параметра  $b_R$  третьего тела и прицельного параметра  $b_i$  соударения ионов, для которых мы наблюдали реакции прямой трехтельной рекомбинации (6) при  $T_{del} = 0$  для четырех комбинаций энергий (в эВ) столкновения ( $E_i, E_R$ ) = (1, 1), (1, 5), (5, 1), (5, 5). На рис. 2 представлены функции прозрачности реакций рекомбинации (6), т.е. зависимости вероятности рекомбинации от  $b_R$  или от  $b_i$ , при  $T_{del} = 0$  для этих четырех комбинаций энергий столкновения. В работе [33] при  $T_{del} = 0$  для тех же четырех ком-

бинаций энергий столкновения приведены функции прозрачности реакций (1) с  $\text{X}^- = \text{F}^-$ ,  $\text{I}^-$  и  $\text{R} = \text{Ar}$ ,  $\text{Xe}$ . Анализ всех рисунков показывает, что для каждого иона галогена  $\text{X}^-$  и для каждой комбинации энергий столкновения ( $E_i, E_R$ ) функции прозрачности, соответствующие всем трем атомам  $\text{R} = \text{Ar}$ ,  $\text{Kr}$  и  $\text{Xe}$ , в целом довольно сходны, и для  $\text{R} = \text{Kr}$  сохраняются все закономерности поведения функций прозрачности, отмеченные в работе [33] для  $\text{R} = \text{Ar}$  и  $\text{Xe}$ . Эти закономерности состоят в следующем.

Во-первых, графики функций прозрачности реакций (6) по  $b_i$ , как правило, более симметричны относительно положения максимума, чем графики функций прозрачности по  $b_R$ , и при этом максимум функции прозрачности по  $b_R$  выше максимума функции прозрачности по  $b_i$  имещен “влево”, т.е. в сторону меньших значений прицельного параметра (см. рис. 2). Исключениями



**Рис. 3.** Распределения колебательной (черные столбики) и вращательной (серые столбики) энергий продукта  $\text{CsF}$  рекомбинации  $\text{Cs}^+ + \text{F}^- + \text{Kr}$  (панель *а*) и продукта  $\text{CsI}$  рекомбинации  $\text{Cs}^+ + \text{I}^- + \text{Kr}$  (панель *б*) при  $E_i = E_R = 1$  эВ и  $T_{del} = 0$ . Сплошные кривые представляют больцмановские вращательные распределения при температурах 5885 (*а*) и 5115 К (*б*). Указана также глубина  $D$  потенциальной ямы ионных потенциалов взаимодействий в молекулах солей  $\text{CsF}$  и  $\text{CsI}$ .

из этого правила являются функции прозрачности реакции  $\text{Cs}^+ + \text{F}^- + \text{Kr}$  для энергий (в эВ) столкновения  $(E_i, E_R) = (5, 1)$  и  $(5, 5)$ .

Во-вторых, для реакции  $\text{Cs}^+ + \text{F}^- + \text{Kr}$  значение  $b_{R,lim}$ , как правило, существенно больше значения  $b_{i,lim}$ , а для реакции  $\text{Cs}^+ + \text{I}^- + \text{Kr}$  характерно обратное неравенство (см. табл. 3). Потенциал (4) взаимодействия между ионами благодаря наличию кулоновского слагаемого  $-1/r$  является намного более дальнодействующим, чем потенциалы (5) взаимодействий между третьим телом и каждым из ионов, так что неравенство  $b_{R,lim} > b_{i,lim}$  может показаться парадоксальным. Однако, как мы отметили в работе [33], в то время как прицельный параметр  $b_i$  соударения ионов связан с расстоянием между ионами, прицельный параметр  $b_R$  третьего тела связан с расстоянием между

нейтральным атомом R и центром масс ионной пары, а не с расстояниями между атомом R и самими ионами. Межъядерное расстояние между атомом R и одним из ионов может быть значительно меньше расстояния между атомом R и центром масс ионной пары. Этот эффект сильнее выражен, если центр масс ионной пары смещен к одному из ионов (т.е. если массы ионов заметно различаются), а атом R подходит к ионной паре со стороны более легкого иона, от которого центр масс ионной пары находится далеко. Именно поэтому неравенство  $b_{R,lim} > b_{i,lim}$  характерно для реакций (1) с  $X^- = \text{F}^-$  и  $R = \text{Ar}, \text{Kr}, \text{Xe}$ , но не для реакций (1) с  $X^- = \text{I}^-$ . Кроме того, из табл. 3 видно, что значение  $b_{R,lim}$  меняется в гораздо более широких пределах, чем значение  $b_{i,lim}$ .

Во всех наших предыдущих работах, в которых рассматривалась статистическая динамика реак-

**Таблица 3. Максимальные значения  $b_{R,lim}$ ,  $b_{i,lim}$  (округленные до минимального превосходящего целого в а.е.) прицельных параметров  $b_R$ ,  $b_i$ , для которых наблюдалась реакции рекомбинации (6) при  $T_{del} = 0$**

Энергии столкновения $(E_i, E_R)$ , эВ	Реакция $\text{Cs}^+ + \text{F}^- + \text{Kr}$		Реакция $\text{Cs}^+ + \text{I}^- + \text{Kr}$	
	$b_{R,lim}$	$b_{i,lim}$	$b_{R,lim}$	$b_{i,lim}$
(1, 1)	60	34	15	35
(1, 5)	27	34	13	35
(5, 1)	51	29	47	29
(5, 5)	59	29	14	31

*Примечание.* Процедура округления положительного числа до минимального превосходящего целого состоит в том, что отбрасывается дробная часть и к получившемуся целому числу прибавляется единица (например, 28.137 округляется до 29).

ций прямой трехтельной рекомбинации (1) для разных ионов галогена  $X^-$  и нейтральных атомов R, распределения колебательной энергии молекул солей CsX оказывались сильно неравновесными (как правило, с высокой заселенностью колебательных уровней с энергиями, близкими к энергии связи), а распределения вращательной энергии – почти равновесными [19–22, 26, 27, 30–33]. Это справедливо для расчетов как с центральными ( $b_i = 0$ ), так и с нецентральными соударениями ионов. Реакции рекомбинации (6) с нецентральными соударениями ионов не явились исключением. Для примера на рис. 3 приведены распределения колебательной и вращательной энергий продуктов реакций (6) при  $E_i = E_R = 1$  эВ и  $T_{del} = 0$ .

Температуры  $T$ , отвечающие больцмановским вращательным распределениям, которые наилучшим образом приближают распределения вращательной энергии продуктов реакций (6), при  $T_{del} = 0$  и  $(E_i, E_R) = (1, 1), (1, 5), (5, 1), (5, 5)$  (в эВ) равны соответственно 5885, 5004, 6202, 6579 К для реакции  $Cs^+ + F^- + Kr$  и 5115, 4763, 6553, 5777 К для реакции  $Cs^+ + I^- + Kr$ . Таким образом, для реакции  $Cs^+ + F^- + Kr$  температуры  $T$  располагаются в порядке  $T_{5,5} > T_{5,1} > T_{1,1} > T_{1,5}$ , а для реакции  $Cs^+ + I^- + Kr$  – в порядке  $T_{5,1} > T_{5,5} > T_{1,1} > T_{1,5}$  (таком же, как и для реакции  $Cs^+ + F^- + Xe$  [33]).

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Результаты настоящей статьи показывают, что на реакции прямой трехтельной рекомбинации (6) распространяются практически все основные особенности статистической динамики реакций (1) с  $X^- = F^-, I^-$ , выявленные в работе [33] для того случая, когда третье тело R является атомом аргона или ксенона. С другой стороны, каждая из шести реакций (1), изученных в статье [33] и в настоящей работе, обладает своими собственными динамическими характеристиками, и многие черты динамики реакций (1) с  $X^- = F^-, I^-$  и R = Kr невозможно предсказать, зная динамику реакций (1) с  $X^- = F^-, I^-$  и R = Ar, Xe. К таким динамическим свойствам реакций (1) можно отнести, например, детали структуры функций возбуждения при  $T_{del} = 0$ , общий вид функции возбуждения при  $T_{del} = 0.2$  (при этом значении  $T_{del}$  структура функций возбуждения четырех реакций (1) с  $X^- = F^-, I^-$  и R = Ar, Xe очень сильно различается [33]), детали поведения функций прозрачности и распределений колебательной и вращательной энергий продуктов CsX (в частности, температуру  $T$  больцмановского вращательного распределения, наилучшим образом аппроксимирующего распределение вращательной энергии молекул CsX).

Сложные черты динамики реакций прямой трехтельной рекомбинации (1) обусловливают необходимость изучения детальной динамики этих реакций. В недавней статье [34] мы привели результаты визуализации и подробного пошагового анализа девяти траекторий, описывающих рекомбинацию (1) с  $X^- = F^-, I^-$  и R = Ar, Xe при  $T_{del} = 0$ ,  $E_R = 1$  эВ и  $E_i = 1$  или 5 эВ. Эти траектории демонстрируют разные механизмы передачи энергии от ионной пары третьему телу. В частности, передача энергии может осуществляться через соударение атома R с ионом  $Cs^+$ , через соударение атома R с ионом  $X^-$ , через последовательные соударения атома R с обоими ионами и через “внедрение” атома R между ионами. В то же время для объяснения особенностей структуры функций возбуждения и функций прозрачности реакций (1) или распределений колебательной и вращательной энергий продуктов (и даже того факта, что распределения колебательной энергии сильно неравновесные, а распределения вращательной энергии близки к равновесным) нужны дальнейшие исследования.

Работа выполнена в рамках темы “Физико-химические проблемы энергетики и экологии” Программы фундаментальных научных исследований государственных академий наук.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Baulch D.L., Cobos C.J., Cox R.A. et al. // J. Phys. Chem. Ref. Data. 1992. V. 21. № 3. P. 411; <https://doi.org/10.1063/1.555908>
2. Pack R.T., Walker R.B., Kendrick B.K. // J. Chem. Phys. 1998. V. 109. № 16. P. 6701; <https://doi.org/10.1063/1.477348>
3. Parker G.A., Walker R.B., Kendrick B.K., Pack R.T. // Ibid. 2002. V. 117. № 13. P. 6083; <https://doi.org/10.1063/1.1503313>
4. Коробейничев О.П., Шмаков А.Г., Шварцберг В.М. и др. // Хим. физика. 2021. Т. 40. № 5. С. 22; <https://doi.org/10.31857/S0207401X21050071>
5. Yin G., Li J., Zhou M. et al. // Combust. and Flame. 2022. V. 238. P. 111915; <https://doi.org/10.1016/j.combustflame.2021.111915>
6. Князев Б.А. Низкотемпературная плазма и газовый разряд. Новосибирск: Изд-во НГУ, 2003.
7. Голант В.Е., Жилинский А.П., Сахаров И.Е. Основы физики плазмы. СПб: Изд-во “Лань”, 2011.
8. Кондратьев В.Н., Никитин Е.Е. Кинетика и механизм газофазных реакций. М.: Наука, 1974.
9. Семиохин И.А., Страхов Б.В., Осипов А.И. Кинетика химических реакций. М.: Изд-во МГУ, 1995.
10. Денисов Е.Т., Саркисов О.М., Лихтенштейн Г.И. Химическая кинетика. М.: Химия, 2000.
11. Перкель А.Л., Воронина С.Г. // Изв. АН. Сер. хим. 2020. № 11. С. 2031.
12. Ефремов А.М., Светцов В.И., Рыбкин В.В. Вакуумно-плазменные процессы и технологии. Иваново:

- Изд-во Ивановского государственного химико-технологического ун-та, 2006.
13. Голубков Г.В., Бычков В.Л., Готовцев В.О. и др. // Хим. физика. 2020. Т. 39. № 4. С. 51; <https://doi.org/10.31857/S0207401X2004007X>
  14. Голубков Г.В., Маслов Т.А., Бычков В.Л. и др. // Хим. физика. 2020. Т. 39. № 10. С. 47; <https://doi.org/10.31857/S0207401X20100052>
  15. Roth A., Drummond B., Hébrard E. et al. // Monthly Notices Roy. Astron. Soc. 2021. V. 505. № 3. P. 4515; <https://doi.org/10.1093/mnras/stab1256>
  16. Елецкий А.В. // Успехи физ. наук. 1978. Т. 125. № 2. С. 279; <https://doi.org/10.3367/UFN.0125.197806d.0279>
  17. Тарасенко В.Ф., Яковленко С.И. // Кvantовая электрон. 1997. Т. 24. № 12. С. 1145.
  18. Boichenko A.M., Tarasenko V.F., Yakovlenko S.I. // Laser Physics. 2000. V. 10. № 6. P. 1159.
  19. Азриель В.М., Кабанов Д.Б., Колесникова Л.И., Русин Л.Ю. // Изв. АН. Энергетика. 2007. № 5. С. 50.
  20. Азриель В.М., Русин Л.Ю. // Хим. физика. 2008. Т. 27. № 7. С. 5.
  21. Азриель В.М. Дис. ... д-ра физ.-мат. наук. М.: ИНЭПХФ РАН, 2008.
  22. Azriel V.M., Kolesnikova E.V., Rusin L.Yu., Sevryuk M.B. // J. Phys. Chem. A. 2011. V. 115. № 25. P. 7055; <https://doi.org/10.1021/jp112344j>
  23. Kabanov D.B., Rusin L.Yu. // Chem. Phys. 2012. V. 392. № 1. P. 149; <https://doi.org/10.1016/j.chemphys.2011.11.009>
  24. Кабанов Д.Б., Русин Л.Ю. // Хим. физика. 2012. Т. 31. № 7. С. 16.
  25. Колесникова Е.В., Русин Л.Ю. // Хим. физика. 2012. Т. 31. № 9. С. 3.
  26. Azriel V.M., Rusin L.Yu., Sevryuk M.B. // Chem. Phys. 2013. V. 411. P. 26; <https://doi.org/10.1016/j.chemphys.2012.11.016>
  27. Ермолрова Е.В. Дис. ... канд. физ.-мат. наук. М.: ИНЭПХФ РАН им. В.Л. Тальрозе, 2013.
  28. Ермолрова Е.В., Русин Л.Ю. // Хим. физика. 2014. Т. 33. № 5. С. 3; <https://doi.org/10.7868/S0207401X14050045>
  29. Ермолрова Е.В., Русин Л.Ю., Севрюк М.Б. // Хим. физика. 2014. Т. 33. № 11. С. 12; <https://doi.org/10.7868/S0207401X1411003X>
  30. Азриель В.М., Колесникова Л.И., Русин Л.Ю. // Хим. физика. 2016. Т. 35. № 8. С. 3; <https://doi.org/10.7868/S0207401X16080045>
  31. Азриель В.М., Акимов В.М., Ермолрова Е.В. и др. // Прикл. физика и математика. 2018. № 2. С. 30.
  32. Азриель В.М., Акимов В.М., Ермолрова Е.В. и др. // Хим. физика. 2018. Т. 37. № 12. С. 11; <https://doi.org/10.1134/S0207401X18120038>
  33. Akimov V.M., Azriel V.M., Ermolova E.V. et al. // Phys. Chem. Chem. Phys. 2021. V. 23. № 13. P. 7783; <https://doi.org/10.1039/d0cp04183a>
  34. Akimov V.M., Azriel V.M., Ermolova E.V. et al. // Ibid. 2022. V. 24. № 5. P. 3129; <https://doi.org/10.1039/d1cp04362e>
  35. Азриель В.М., Акимов В.М., Ермолова Е.В. и др. // Хим. физика. 2021. Т. 40. № 12. С. 3; <https://doi.org/10.31857/S0207401X21120049>
  36. Parks E.K., Inoue M., Wexler S. // J. Chem. Phys. 1982. V. 76. № 3. P. 1357; <https://doi.org/10.1063/1.443129>
  37. Parks E.K., Pobo L.G., Wexler S. // Ibid. 1984. V. 80. № 10. P. 5003; <https://doi.org/10.1063/1.446523>
  38. Tully F.P., Cheung N.H., Haberland H., Lee Y.T. // Ibid. 1980. V. 73. № 9. P. 4460; <https://doi.org/10.1063/1.440683>
  39. Азриель В.М., Кабанов Д.Б., Русин Л.Ю. // Хим. физика. 2011. Т. 30. № 3. С. 3.
  40. Brumer P., Karplus M. // J. Chem. Phys. 1973. V. 58. № 9. P. 3903; <https://doi.org/10.1063/1.1679747>
  41. Brumer P. // Phys. Rev. A. 1974. V. 10. № 1. P. 1; <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.10.1>
  42. Patil S.H. // J. Chem. Phys. 1987. V. 86. № 12. P. 7000; <https://doi.org/10.1063/1.452348>
  43. Patil S.H. // Ibid. 1988. V. 89. № 10. P. 6357; <https://doi.org/10.1063/1.455403>
  44. Koutselos A.D., Mason E.A., Viehland L.A. // Ibid. 1990. V. 93. № 10. P. 7125; <https://doi.org/10.1063/1.459436>
  45. Gilbert T.L., Simpson O.C., Williamson M.A. // Ibid. 1975. V. 63. № 9. P. 4061; <https://doi.org/10.1063/1.431848>
  46. Gatland I.R., Thackston M.G., Pope W.M. et al. // Ibid. 1978. V. 68. № 6. P. 2775; <https://doi.org/10.1063/1.436069>
  47. Inouye H., Noda K., Kita S. // Ibid. 1979. V. 71. № 5. P. 2135; <https://doi.org/10.1063/1.438586>
  48. Viehland L.A. // Chem. Phys. 1984. V. 85. № 2. P. 291; [https://doi.org/10.1016/0301-0104\(84\)85040-5](https://doi.org/10.1016/0301-0104(84)85040-5)
  49. Kirkpatrick C.C., Viehland L.A. // Ibid. 1985. V. 98. № 2. P. 221; [https://doi.org/10.1016/0301-0104\(85\)80135-X](https://doi.org/10.1016/0301-0104(85)80135-X)
  50. Русин Л.Ю., Севрюк М.Б. Отчет в ЦИТИС. Рег. номер АААА-Б16-216092340017-7. М.: ИНЭПХФ РАН им. В.Л. Тальрозе, 2016.
  51. Благовещенский Ю.Н. Тайны корреляционных связей в статистике. М.: Научная книга, ИНФРА-М, 2009.
  52. Лагутин М.Б. Наглядная математическая статистика. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2011.