

УДК 537.311.322

## ОЦЕНКА ЭМПИРИЧЕСКОЙ ФОРМУЛЫ МЭЗОНА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЦЕПОЧЕЧНОЙ МОДЕЛИ ПОЛИКРИСТАЛЛИЧЕСКОГО ГРАФИТА

© 2023 г. А. А. Ершов<sup>1,2,\*</sup>, А. В. Дмитриев<sup>3,\*\*</sup>, А. А. Ершова<sup>2,\*\*\*</sup>

<sup>1</sup>ФГБУН Институт математики и механики им. Н.Н. Красовского УрО РАН, 620108 Екатеринбург, Россия

<sup>2</sup>ФГАОУ ВО “Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина”,  
620002 Екатеринбург, Россия

<sup>3</sup>ФГБОУ ВО “Челябинский государственный университет”, 454001 Челябинск, Россия

\*e-mail: ale10919@yandex.ru

\*\*e-mail: avdm@yandex.ru

\*\*\*e-mail: anya.erygina@yandex.ru

Поступила в редакцию 19.03.2023 г.

После доработки 12.04.2023 г.

Принята к публикации 07.06.2023 г.

Проведен расчет зависимости температуры минимума удельного электрического сопротивления от размеров блоков мозаики искусственного графита марки ГМЗ на основе изотропного кокса. Использована цепочечная модель электрического подключения ламелярных структурных элементов (графитовых чешуек). Показано соответствие расчетных результатов с эмпирической формулой Мэзона. Рассмотрены два случая: случай независимости размеров блоков мозаики и анизотрии ламелярных структурных элементов и случай, когда размеры блоков мозаики пропорциональны анизотрии ламелярных структурных элементов.

Ключевые слова: *цепочечная модель, поликристаллический графит, удельное электрическое сопротивление, изотропный кокс, формула Мэзона, ламелярный структурный элемент*

DOI: 10.31857/S0023117723050031, EDN: GTKNEG

### ВВЕДЕНИЕ

Искусственный графит представляет собой поликристаллический графит со специально спроектированными характеристиками. Широкое применение искусственных графитов в электротермических промышленных агрегатах, а также в качестве легкого и прочного конструкционного материала (в том числе в виде основного компонента композитного материала) обуславливает необходимость современных исследований их свойств и структуры [1–6].

Одна из важнейших характеристик микроструктуры поликристаллического графита – средний диаметр кристаллитов  $L_a$  в базисной плоскости [7] или, иначе говоря, размер блоков мозаики. В случае, когда чувствительность рентгенографических методов оказывается недостаточной (для  $L_a > 1000$  А), целесообразно применять оценки  $L_a$  по экстремальным точкам теплопроводности и удельного электрического сопротивления (УЭС). Как отмечается в [8], эти методы удовлетворительно согласуются с друг другом. Кроме того, средний диаметр кристалли-

тов (размер блоков мозаики) можно определить по магнетосопротивлению [9, 10].

В статье рассмотрен метод определения  $L_a$  по температуре, при которой достигается минимум УЭС искусственного графита. Этот метод заключается в том, что средний диаметр кристаллитов можно рассчитать по формуле, предложенной Мэзоном [11, 12]:

$$L_a = \frac{1}{aT_{\min}^2}, \quad (1)$$

где  $T_{\min}$  – температура минимума температурной зависимости УЭС,  $a = 0.143 \times 10^{-4}$  мкм<sup>-1</sup> К<sup>-2</sup> – коэффициент пропорциональности.

Кинчин [13] экспериментально подтвердил формулу (1) для образцов, изготовленных из американского кокса Кендалла. Исследованиями Луткова [14, с. 70] установлено, что формула (1) является универсальной, т.е. она справедлива как для графитов на основе композиций нефтяной кокс – каменноугольный пек, так и для пиролитического графита.

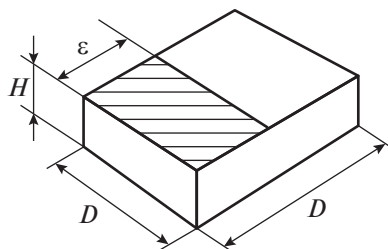


Рис. 1. Чешуйка графита в форме параллелепипеда.

Отметим также, что в монографии [15, с. 144] формула (1) записана в несколько ином, но полностью эквивалентном виде:

$$L_a = \frac{\alpha}{T_{\min}^2}, \quad (2)$$

где  $\alpha = 7 \times 10^4$  мк·К<sup>2</sup> – коэффициент пропорциональности. В дальнейшем, в силу более удобного “круглого” значения коэффициента пропорциональности, будет использован именно этот вид.

Цель статьи – проверка цепочечной модели проводимости поликристаллического графита [16, 17]. Формула Мэсона получена до разработки цепочечной модели пластинчатого поликристалла графита, поэтому важно ее вывести на основе математического моделирования в рамках этой модели. Данная модель представляет поликристалл графита в виде агрегации ламелярных структурных элементов (в ряде случаев, графитовых чешуек), состоящих, в свою очередь, из блоков мозаики (кристаллитов) меньшего масштаба. Для таких структур важно получить математические зависимости между интегральными свойствами и параметрами унимодальных элементов микроструктуры. С этой целью ранее был произведен расчет размеров блоков мозаики [17] и анизотропии графитовых чешуек [10]. Настоящее исследование открывает перспективы теоретического выражения эмпирического коэффициента  $\alpha$  в формуле (2) через параметры микроструктуры поликристаллического графита, такие как анизотропия, анизотропия чешуек и средний эффективный диаметр кристаллитов в базисной плоскости.

Отметим, что в данной работе не рассматривались крупночешуйчатые графиты с существенным температурным растрескиванием, так как оно меняет температурную зависимость УЭС поликристаллического графита [18]. Напротив, для калибровки расчетов по модели пластинчатого поликристалла графита использован искусственный графит на основе кокса КНПС. Этот кокс относят к изотропным, и температурная зависимость УЭС у искусственного графита на основе кокса КНПС остается неизменной при вариации плотности исследуемых образцов, поэтому для таких материалов возможно определение разме-

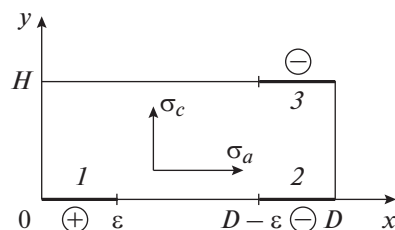


Рис. 2. Возможные расположения пятен контактов на структурных элементах цепочечной модели.

ров блоков с использованием эмпирической формулы Мэсона.

### ЦЕПОЧЕЧНАЯ МОДЕЛЬ ПРОВОДИМОСТИ ПОЛИКРИСТАЛЛИЧЕСКОГО ГРАФИТА

Представление о протекании электрического тока в поликристалле графита в соответствии с цепочечной моделью приведено в [11, рис. 3.20], математическое описание цепочечной модели было изложено в [16]. В дальнейшем данная модель была применена для усовершенствования методики определения размеров кристаллитов по магнетосопротивлению [10] и моделирования температурного растрескивания искусственного графита [18]. В [17] данная модель была дополнена важной поправкой на УЭС параллельно графитовой плоскости, учитывающей размер блоков мозаики. Без этой поправки размер кристаллитов никак не сказывался бы на общем УЭС модели поликристалла графита и настоящее моделирование формулы Мэсона было бы невозможно.

Кратко напомним описание цепочечной модели электрической проводимости поликристалла графита. Согласно этой модели, пластинчатый поликристалл графита представляется в виде множества проводящих цепочек. Звеньями этих цепочек будем считать графитовые чешуйки (ламели) в форме параллелепипедов (рис. 1) с эффективными средними размерами  $D \times D \times H$ . Для них выделяют два основных вида подключения: подключение контактов по одну сторону основания 1–2 и подключение по противоположным сторонам оснований 1–3 (рис. 2).

Через  $P_3$  обозначим вероятность того, что случайно взятая чешуйка имеет подключение вида 1–3. Иначе говоря, это доля графитовых чешуек в материале, подключенных с протеканием электрического тока наискосок от направления слоев графита. Тогда среднее сопротивление одной чешуйки

$$\bar{r} = (1 - P_3) \cdot r_1 + P_3 \cdot r_2, \quad (3)$$

где  $r_1$  – электрическое сопротивление чешуйки при подключении контактов с одной стороны,

$r_2$  – электрическое сопротивление чешуйки при подключении контактов наискосок.

Благодаря унимодальной форме модельных чешуек в виде параллелепипедов величины  $r_1$  и  $r_2$  можно вычислить в виде сумм рядов, решив для этого краевую задачу Неймана в прямоугольнике методом Фурье, что и было осуществлено в [16]. Далее, в [17, 18] с помощью аккуратных аппроксимаций сумм рядов из формулы (3) была получена следующая теоретическая формула для УЭС поликристаллического графита:

$$\rho^* = K \cdot S(\epsilon) \cdot$$

$$\cdot \rho_a \left( \chi(v^{-1} \eta^{-0.5}) + v^{-1} \eta^{-0.5} \ln \left( \frac{D}{\epsilon} \right) + v^{-2} \eta^{-1} \cdot P_3 \right), \quad (4)$$

где  $\rho^*$  – УЭС поликристаллического графита, Ом мк;  $K$  – коэффициент на текстуру;  $S(\epsilon)$  – коэффициент на плотность;  $\chi(\mu) = \frac{1}{2} \left( 1 + \operatorname{th} \left( \frac{1.2}{\mu} - \frac{\mu^2}{9} \right) \right)$  –

срезающая функция;  $\eta = \rho_a / \rho_c$  – анизотропия чешуек;  $\rho_a$  – УЭС графитовых чешуек параллельно графитовой плоскости, Ом мк;  $\rho_c$  – УЭС графитовых чешуек перпендикулярно графитовой плоскости, Ом·мк;  $v = D/H$  – анизотропия чешуек,  $D$  – эффективный средний размер чешуек, мк;  $H$  – эффективная средняя толщина чешуек, мк;  $\epsilon$  – эффективный линейный размер электрических контактов между чешуйками, мк;  $P_3$  – доля чешуек, подключенных по противоположным сторонам оснований.

Теоретическая оценка коэффициентов  $K$  и  $S(\epsilon)$  была проведена в [17]. В качестве значений  $\rho_a = \rho_a(T)$  и  $\rho_c = \rho_c(T)$ , зависящих от температуры  $T$ , в работах [16] и [17] использовались данные для квазимонокристалла пирографита [19, табл. IV–24] с поправкой на размер блоков мозаики  $L_a$ .

В соответствии с оценкой  $L_a = 2$  мк для квазимонокристалла пирографита, оценкой  $L_p = 0.07$  мк при температуре  $T = 300$  К [20, 21] и формулой Маттисена [22–24]

$$\rho_a = C \cdot (L_p^{-1} + L_a^{-1}),$$

где  $L_p$  и  $L_a$  – длина свободного пробега при рассеянии носителей заряда на фонах и на границах мозаики,  $C$  – некоторый коэффициент пропорциональности, в работе [17] была приведена следующая формула для УЭС кристаллитов в базисной плоскости:

$$\begin{aligned} \rho_a(T, L_a) &= 0.04 \cdot (0.025 \cdot T + L_a^{-1}) = \\ &= 0.001 \cdot T + 0.04 \cdot L_a^{-1}. \end{aligned} \quad (5)$$

С учетом последней формулы зависимость УЭС поликристаллического графита от температуры имеет следующий вид:

**Таблица 1.** Удельное электрическое сопротивление отожженного пирографита (квазимонокристалла) УПВ-1Т параллельно и перпендикулярно графитовой плоскости

$T$ , К	УЭС параллельно графитовой плоскости для УПВ-1Т, Ом·мк	УЭС перпендикулярно графитовой плоскости для УПВ-1Т, Ом·мк
300	0.6	2100
400	0.7	1650
500	0.8	1300
600	0.9	1050
700	1.0	850
800	1.1	700
900	1.2	570
1000	1.3	470
1500	1.8	180
2000	2.3	120
2500	2.8	80

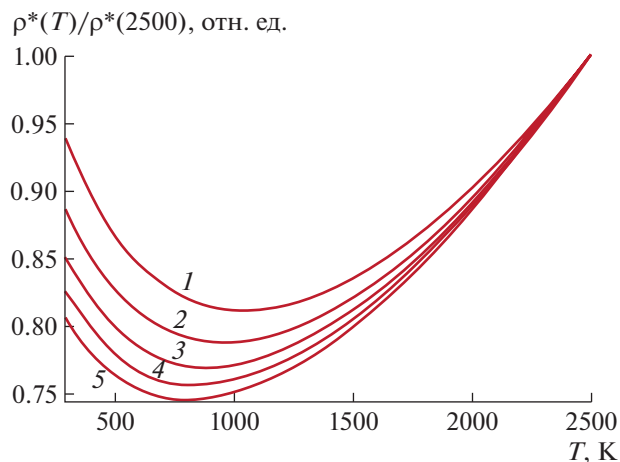
$$\begin{aligned} \rho^*(T) &= K \cdot S(\epsilon) \cdot \rho_a(T, L_a) \cdot \left( \chi \left( v^{-1} \sqrt{\frac{\rho_c(T)}{\rho_a(T, L_a)}} \right) + \right. \\ &\left. + v^{-1} \sqrt{\frac{\rho_c(T)}{\rho_a(T, L_a)}} \ln \left( \frac{D}{\epsilon} \right) + v^{-2} \frac{\rho_c(T)}{\rho_a(T, L_a)} \cdot P_3 \right), \end{aligned} \quad (6)$$

где  $\rho_a(T, L_a)$  определяется формулой (5), а  $\rho_c(T)$  – по табл. 1 [19, табл. IV–24].

Кроме того, при описании цепочечной модели необходимо обозначить два случая, которые будут рассмотрены ниже. Первый заключается в том, что в графитовом коксе, на основе которого создается исследуемый материал, анизотропия образующихся графитовых чешуек  $v$  никак не зависит от размера кристаллитов  $L_a$ . Второй случай предполагает, что условия, снижающие анизотропию чешуек  $v$ , также уменьшают средний размер кристаллитов  $L_a$  в той же базисной плоскости. Оба условия являются лишь предположением. Более того, в следующем разделе мы рассмотрим обратную задачу: какой должна быть зависимость  $v = v(L_a)$  для наиболее точного выполнения формулы Мэзона (2).

#### ПРОВЕРКА СООТВЕТСТВИЯ ЦЕПОЧЕЧНОЙ МОДЕЛИ ФОРМУЛЕ МЭЗОНА ДЛЯ КОНСТРУКЦИОННОГО ГРАФИТА МАРКИ ГМЗ НА ОСНОВЕ ИЗОТРОПНОГО КОКСА КНПС

В качестве параметров микроструктуры поликристаллического графита использовали значе-



**Рис. 3.** Зависимость  $\rho^*(T)$  при различных эффективных средних размерах кристаллитов: 1 –  $L_a = 0.06$  мк; 2 –  $L_a = 0.08$  мк; 3 –  $L_a = 0.10$  мк; 4 –  $L_a = 0.12$  мк; 5 –  $L_a = 0.14$  мк.

ния, ранее подобранные для графита марки ГМЗ в работе [11], а именно:  $P_3 = 0.25$ ,  $\nu = 26.2$ ,  $\varepsilon/D = 1/4$ .

При изменении параметра  $L_a$  у температурной зависимости  $\rho^*(T)$ , определяемой формулой (6), изменяется точка минимума  $T_{\min}$  (рис. 3).

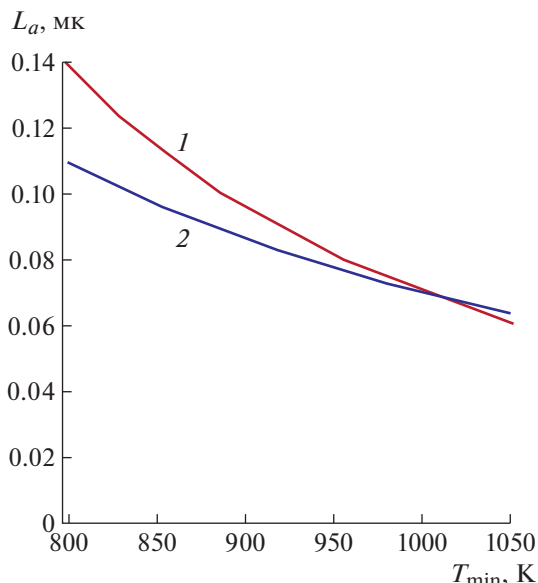
В результате можно построить зависимость  $L_a = L_a(T_{\min})$  и сравнить ее с эмпирической формулой Мэзона (рис. 4).

При этом расхождение зависимостей  $L_a(T_{\min})$ , вычисленных с помощью цепочечной модели и формулы Мэзона, вполне укладывается в наблюдаемое. Например, по данным работы [11] средний диаметр кристаллитов кокса КНПС составляет 0.127 мк, а по формуле Мэзона можно вычислить  $L_a = 7 \times 10^4 / 700^2 = 0.143$  мк. Степень погрешности формулы Мэзона также можно оценить по [8, рис. 2]. Для ГМЗ – типичного представителя искусственных графитов на основе изотропных коксов теоретическая зависимость  $T_{\min} = T_{\min}(L_a)$ , вычисленная с применением цепочечной модели, хорошо согласуется с эмпирической формулой Мэзона.

Тем не менее можно добиться большего соответствия, если, например, заменить анизометрию  $\nu = 26.2$  на  $\nu = 28$  (рис. 5).

Отметим, что соответствия, изображенные на рис. 4 и рис. 5, были получены при условии  $\nu = \text{const}$ . А если решить обратную задачу по максимальному совпадению температурных зависимостей УЭС для графита ГМЗ и цепочечной модели, то ее приблизительным решением будет являться

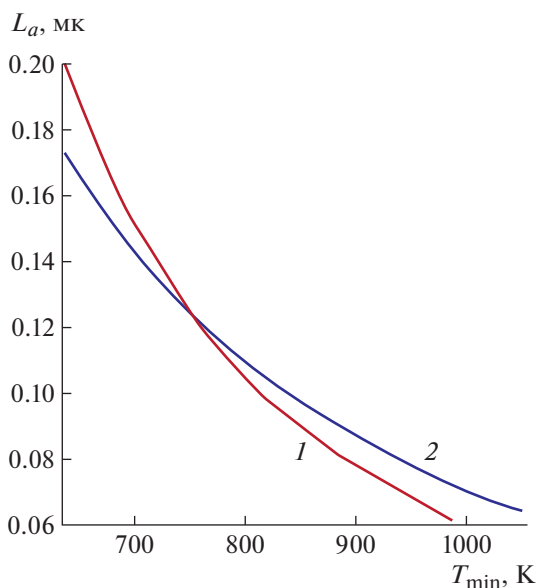
$$\nu(L_a) = 28 + 15 \cdot (L_a - 0.12). \quad (7)$$



**Рис. 4.** Сравнение зависимости  $T_{\min}(L_a)$ , вычисленной по цепочечной модели, с эмпирической формулой Мэзона: 1 – по цепочечной модели (6); 2 – по формуле (2).

При выполнении зависимости (7) получаем практически точное совпадение зависимостей  $T_{\min}(L_a)$ , вычисленных по цепочечной модели и по эмпирической формуле Мэзона (рис. 6).

Отметим, что качественный характер зависимости (8) совпадает с результатами работы [10] о вычислении размеров блоков мозаики по магне-



**Рис. 5.** Сравнение зависимости  $T_{\min}(L_a)$ , вычисленной по цепочечной модели, с эмпирической формулой Мэзона при анизометрии  $\nu = 28$ : 1 – по цепочечной модели (6); 2 – по формуле (2).

тосопротивлению: анизометрия  $\nu$  растет вместе с ростом размеров блоков мозаики. Хотя количественные результаты вычисления анизометрии по магнетосопротивлению [10, табл. 1] существенно отличаются от оценки  $\nu = 26.2$ , полученной в [17, табл. 3].

### СЛОЖНОСТЬ АНАЛИТИЧЕСКОГО ВЫЧИСЛЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ПРОПОРЦИОНАЛЬНОСТИ В ФОРМУЛЕ МЭЗОНА

Интересной теоретической задачей представляется выражение константы  $\alpha$  из формулы Мэзона (2) через параметры микроструктуры поликристалла графита, участвующие в описании цепочечной модели. Такое выражение может позволить объяснить или хотя бы оценить устойчивость значения  $\alpha$  к изменениям этих параметров. Кроме того, поскольку известно, что  $\alpha(\nu, P_3, \varepsilon) \approx 7 \times 10^4 \text{ мк} \cdot \text{К}^2$ , то это уравнение можно будет использовать для выражения неизвестных параметров микроструктуры через известные.

Выражение  $\alpha$  через параметры микроструктуры поликристалла можно произвести по формуле  $\alpha = L_a \cdot T_{\min}^2(L_a, \nu, P_3, \varepsilon)$ , в которой  $T_{\min}$  вычисляется из уравнения (необходимого условия экстремума функции)

$$\frac{d\rho^*(T)}{dT} = 0, \quad (8)$$

где  $\rho^*(T)$  определяется формулой (6). Однако такое выражение будет не только крайне громоздко, но и, скорее всего, неявным, поэтому рассмотрено приближенное выражение  $\alpha$  через  $\nu, P_3$  и  $\varepsilon$ , после отбрасывания несущественных слагаемых из уравнения (8).

Для этого формула (7) для УЭС будет записана как

$$\rho^*(T) = K \cdot S(\varepsilon) \cdot (\varepsilon_1(T) + \varepsilon_2(T) + \varepsilon_3(T)), \quad (9)$$

где  $\varepsilon_1(T) = \rho_a(T, L_a) \chi \left( \nu^{-1} \sqrt{\frac{\rho_c(T)}{\rho_a(T, L_a)}} \right)$ ,  $\varepsilon_2(T) = \nu^{-1} \sqrt{\rho_a(T, L_a) \rho_c(T)} \cdot \ln \left( \frac{D}{\varepsilon} \right)$ ,  $\varepsilon_3(T) = \nu^{-2} P_3 \rho_c(T)$ .

Соответственно, уравнение (8) примет вид

$$\varepsilon'_1(T) + \varepsilon'_2(T) + \varepsilon'_3(T) = 0. \quad (10)$$

Далее можно максимально упростить уравнение (10).

Во-первых, при температурах минимума УЭС (при  $T > 700 \text{ К}$ ) срезающая функция

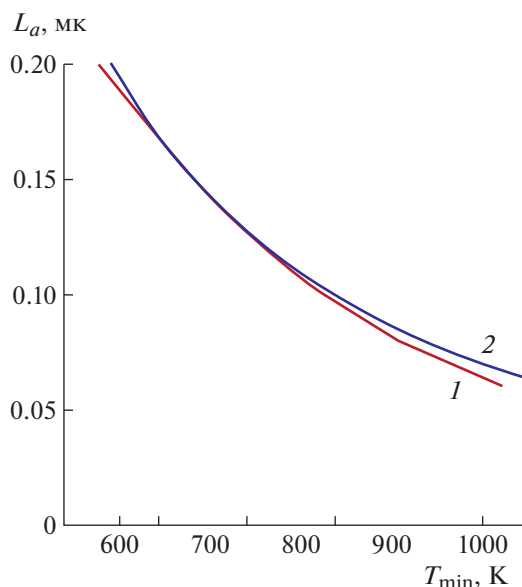


Рис. 6. Сравнение зависимости  $T_{\min}(L_a)$ , вычисленной по цепочечной модели при выполнении зависимости (7) с эмпирической формулой Мэзона: 1 — по цепочечной модели (6) с учетом (7); 2 — по формуле (2).

$$\chi \left( \nu^{-1} \sqrt{\frac{\rho_c(T)}{\rho_a(T, L_a)}} \right) \approx 1,$$

а

$$\varepsilon_1(T) = \rho_a(T, L_a) = k \cdot T + b \cdot L_a^{-1}, \quad (11)$$

где  $k = 10^{-3} \frac{\text{Ом} \cdot \text{мк}}{\text{К}}$ ,  $b = 0.04 \text{ Ом} \cdot \text{мк}^2$ . Соответственно,  $\varepsilon'_1(T) = k$ .

Во-вторых, зависимость  $\rho_c(T)$ , заданную табл. 1, можно аппроксимировать функцией

$$\hat{\rho}_c(T) = 2100 \exp(-0.00244(T - 300)) + 4.35 \times 10^{-7} (T - 300)^2.$$

Однако поскольку такая функция имеет относительно громоздкую производную, то зависимость  $\rho_c(T)$  приближена с помощью более “простой” экспоненты:

$$\rho_c(T) \approx 850 \cdot \exp(-0.002 \cdot (T - 700)) = c_0 \cdot e^{-\lambda T}, \quad (12)$$

где  $c_0 \approx 3447 \text{ Ом} \cdot \text{мк}$ ;  $\lambda \approx 2 \times 10^{-3} \text{ К}^{-1}$ . Такое приближение хорошо аппроксимирует зависимость  $\rho_c(T)$  только в районе температур 700 К, т.е. в области минимума УЭС, но для решения уравнения (10) этого достаточно. Тогда

$$\varepsilon'_3(T) = -\lambda \nu^{-2} P_3 c_0 \cdot e^{-\lambda T}.$$

В-третьих, несмотря на то что вклад от контактного сопротивления относительно мало меняется при изменении температуры [16, раздел 3], слагаемое  $\varepsilon'_2(T)$  из уравнения (10) как несущее

ственное отбросить нельзя, поскольку это единственное слагаемое, зависящее от  $L_a$ .

Используя формулы (11) и (12), можно вычислить:

$$\begin{aligned} \varepsilon'_2(T) &= v^{-1} \cdot \ln\left(\frac{D}{\varepsilon}\right) \times \\ &\times \frac{(\rho_a(T, L_a))'_T \rho_c(T) + \rho_a(T, L_a) \rho'_c(T)}{2\sqrt{\rho_a(T, L_a) \rho_c(T)}} = \\ &= v^{-1} \cdot \ln\left(\frac{D}{\varepsilon}\right) \cdot \sqrt{c_0} \cdot \exp\left(-\frac{\lambda}{2} T\right) \times \\ &\times \left( \frac{k}{\sqrt{kT - bL_a^{-1}}} - \lambda \sqrt{kT - bL_a^{-1}} \right). \end{aligned}$$

Суммированием производных  $\varepsilon'_1(T)$ ,  $\varepsilon'_2(T)$  и  $\varepsilon'_3(T)$ , из (10) получено уравнение относительно температуры  $T = T_{\min}$ :

$$\begin{aligned} &k - \lambda v^{-2} P_3 c_0 \cdot e^{-\lambda T} + v^{-1} \cdot \ln\left(\frac{D}{\varepsilon}\right) \cdot \sqrt{c_0} \times \\ &\times \exp\left(-\frac{\lambda}{2} T\right) \cdot \left( \frac{k}{\sqrt{kT - bL_a^{-1}}} - \lambda \sqrt{kT - bL_a^{-1}} \right) = 0. \end{aligned} \quad (13)$$

Данное уравнение фактически является квадратным уравнением относительно  $\sqrt{kT - bL_a^{-1}}$ , один из корней которого соответствует температуре  $T = T_{\min}$ , а второй легко отбрасывается, так как является отрицательным. В итоге из уравнения (13) получено, что

$$\sqrt{kT_{\min} - bL_a^{-1}} = \frac{k - \lambda v^{-2} P_3 c_0 \cdot e^{-\lambda T_{\min}} + \sqrt{(k - \lambda v^{-2} P_3 c_0 \cdot e^{-\lambda T_{\min}})^2 + 4\lambda k v^{-2} \cdot \ln^2\left(\frac{D}{\varepsilon}\right) \cdot c_0 \cdot e^{-\lambda T_{\min}/2}}}{2\lambda v^{-1} \cdot \ln\left(\frac{D}{\varepsilon}\right) \cdot \sqrt{c_0} \cdot e^{-\lambda T_{\min}/2}}.$$

Отсюда легко выразить

$$L_a = b \left( kT_{\min} - \frac{\left( k - \lambda v^{-2} P_3 c_0 \cdot e^{-\lambda T_{\min}} + \sqrt{(k - \lambda v^{-2} P_3 c_0 \cdot e^{-\lambda T_{\min}})^2 + 4\lambda k v^{-2} \cdot \ln^2\left(\frac{D}{\varepsilon}\right) \cdot c_0 \cdot e^{-\lambda T_{\min}/2}} \right)^2}{2\lambda v^{-1} \cdot \ln\left(\frac{D}{\varepsilon}\right) \cdot \sqrt{c_0} \cdot e^{-\lambda T_{\min}/2}} \right)^{-1}. \quad (14)$$

Очевидно, что аппроксимация выражения (14) и сопоставление результата с формулой Мэзона (2) для аналитического выражения постоянной  $\alpha$  являются непростой математической задачей, требующей отдельного исследования.

## ВЫВОДЫ

Использование математического моделирования позволяет через задание параметров микроструктуры описать такое свойство, как температурная зависимость УЭС и ее изменение при вариации размера блоков мозаики как параметра. Математически также подтверждается эмпирическая формула Мэзона, устанавливающая связь между размером блоков мозаики и температурой минимума на температурной зависимости УЭС поликристалла графита.

Наилучших результатов моделирования можно добиться, если принять естественное предположение, что с увеличением анизотрии графитовых чешуек размеры кристаллитов, их составляющих, в среднем также растут. Возможно, анизотрия кристаллитов коррелирует с анизотрией более крупных структурных элементов, таких как графитовые чешуйки.

Получение аналитического выражения эмпирической постоянной  $\alpha = 7 \times 10^4$  мк·К<sup>2</sup> через параметры микроструктуры поликристалла графита затруднено, но дальнейшие исследования теоретической зависимости  $T_{\min} = T_{\min}(L_a)$  и сравнения ее с формулой Мэзона могут решить этот вопрос.

## ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена в рамках исследований, проводимых в Уральском математическом центре при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (номер соглашения 075-02-2023-913).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Веселовский В.С.* Угольные и графитовые конструкционные материалы. М.: Наука, 1966. 228 с.
2. *Pedraza D.F., Klements P.G.* // Carbon. 1993. V. 31. № 6. P. 951. [https://doi.org/10.1016/0008-6223\(93\)90197-I](https://doi.org/10.1016/0008-6223(93)90197-I)
3. *Iwashita N., Imagawa H., Nishiumi W.* // Carbon. 2013. V. 61. P. 602. <https://doi.org/10.1016/j.carbon.2013.05.042>

4. *Kyaw S.T., Tanner D.W.J., Becker A.A., Sun W., Tsang D.K.L.* // Proc. Mater. Sci. 2014. V. 3. P. 39. <https://doi.org/10.1016/j.mspro.2014.06.009>
5. *Freeman H., Jones A., Ward M., Hage F., Tzelepi N., Ramasse Q., Scott A., Brydson R.* // Carbon. 2016. V. 103. P. 45. <https://doi.org/10.1016/j.carbon.2016.03.011>
6. *Shen K., Cao X., Huang Z., Shen W., Kang F.* // Carbon. 2021. V. 177. P. 90. <https://doi.org/10.1016/j.carbon.2021.02.055>
7. *Лутков А.И., Волга В.И., Дымов Б.К.* // Заводск. лаб. 1973. № 10. С. 1201.
8. *Лутков А.И., Волга В.И., Дымов Б.К.* // Конструкционные материалы на основе графита: сборник научных трудов НИИГрафит. М.: Metallurgy, 1969. № 4. С. 59.
9. *Дмитриев А.В.* // ХТТ. 2012. № 5. С. 34. [Solid Fuel Chemistry, 2012, vol. 46, no. 5, p. 310. <https://doi.org/10.3103/S0361521912050035>]
10. *Дмитриев А.В., Ершов А.А.* // Математическое моделирование. 2020. Т. 32. № 1. С. 100. [Mathematical Models and Computer Simulations, 2020, vol. 12, iss. 5, p. 740. <https://doi.org/10.1134/S2070048220050051> <https://doi.org/10.20948/mm-2020-01-07>]
11. *Mason I.B.* // Proceeding of the fourth conference on carbon (Edited by S. Mrozowski). Oxford: Pergamon Press, 1960. P. 60. [https://doi.org/10.1016/0022-3697\(61\)90228-1](https://doi.org/10.1016/0022-3697(61)90228-1)
12. *Лутков А.И., Вяткин С.Е., Дымов Б.К., Волга В.И., Лукина Э.Ю.* // Конструкционные материалы на основе графита: сборник научных трудов НИИГрафит. М.: Metallurgy, 1965. № 2. С. 88.
13. *Kinchin G.H.* // Proc. Roy. Soc. Lond. A. 1953. V. 217. № 1128. P. 9. <https://doi.org/10.1098/rspa.1953.0043>
14. *Лутков А.И.* Тепловые и электрические свойства углеродных материалов. М.: Metallurgy, 1990. 175 с.
15. *Дмитриев А.В.* Научные основы разработки способов снижения удельного электрического сопротивления графитированных электродов: монография. Челябинск: ЧГПУ, 2005. 198 с.
16. *Дмитриев А.В., Ершов А.А.* // Математическое моделирование. 2016. Т. 26. № 10. С. 125. [Mathematical Models and Computer Simulations, 2017, vol. 9, p. 318. <https://doi.org/10.1134/S2070048217030061>]
17. *Ершов А.А., Дмитриев А.В., Давлетов Д.Б.* // ХТТ. 2021. № 6. С. 41. [Solid Fuel Chemistry, 2021, vol. 55, no. 6, p. 391. <https://doi.org/10.3103/S0361521921060069> <https://doi.org/10.31857/S0023117721060062>]
18. *Дмитриев А.В., Ершов А.А.* // ХТТ. 2018. № 4. С. 52. [Solid Fuel Chemistry, 2018, vol. 52, no. 4, p. 260. <https://doi.org/10.3103/S036152191804002X> <https://doi.org/10.1134/S0023117718040023>]
19. *Соседов В.П.* Свойства конструкционных материалов на основе углерода (справочник). М.: Metallurgy, 1975. 336 с.
20. *Klein C.A.* // Rev. Modern Phys. 1962. V. 34. № 1. P. 56. <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.34.56>
21. *Spain I.L.* // Chem. Phys. Carbon. 1973. V. 8. P. 1. URL: [https://www.google.ru/books/edition/Chemistry\\_Physics\\_of\\_Carbon/YLVP50Lxv3gC?hl=ru&gbpv=1&dq=isbn:0824717554&printsec=frontcover](https://www.google.ru/books/edition/Chemistry_Physics_of_Carbon/YLVP50Lxv3gC?hl=ru&gbpv=1&dq=isbn:0824717554&printsec=frontcover)
22. *Matthiessen A., Vogt C.* // Philos. Trans. R. Soc. London. 1864. V. 154. P. 167. <https://doi.org/10.1098/rstl.1864.0004>
23. *Reif-Acherman S.* // Proc. IEEE. 2015. V. 103. № 4. P. 713. <https://doi.org/10.1109/JPROC.2015.2414487>
24. *Klein C.A.* // J. Appl. phys. 1962. V. 33. № 11. P. 3338. <https://doi.org/10.1063/1.1931167>