

ДИСПЕРСИЯ ПОЛЯРИЗУЕМОСТИ И ПОВЕРХНОСТНАЯ ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТЬ ЧАСТИЦ ГЕТИТА В ВОДНОМ ЭЛЕКТРОЛИТЕ KCl

© 2019 г. В. В. Войтылов¹, *, А. В. Войтылов¹, А. В. Волкова¹,
С. А. Клемешев¹, М. П. Петров¹, А. А. Трусов¹

¹Санкт-Петербургский государственный университет, физический факультет
198504 Санкт-Петербург, Петродворец, Ульяновская ул., 1, Россия

*e-mail: vojtylov@gmail.com

Поступила в редакцию 17.04.2018 г.

Представлены результаты изучения электрических поляризуемости и поверхностной проводимости частиц гетита в водных полидисперсных системах. Для экспериментального исследования поляризуемости частиц использован электрооптический метод. Найдены функции распределения частиц по значениям их анизотропии поляризуемости и размерам. Для суспензий, содержащих добавки электролита KCl, экспериментально определены зависимости анизотропии поляризуемости частиц от частоты электрического поля в области частот от 500 Гц до 2.5 МГц. Определены также зависимости анизотропии поляризуемости и поверхностной проводимости частиц от концентрации KCl в суспензиях. Согласно этим зависимостям поляризуемость частиц уменьшается, а поверхностная проводимость увеличивается с ростом концентрации KCl. Поверхностная проводимость частиц изменяется пропорционально концентрации KCl.

DOI: 10.1134/S0023291219010154

ВВЕДЕНИЕ

Поляризуемость – это важная характеристика коллоидных частиц, величина которой обусловлена поверхностной проводимостью, представленной диффузной обкладкой двойного электрического слоя (ДЭС) [1–3]. Экспериментальное изучение поляризуемости частиц в сочетании с ее теоретическим описанием позволяет определить поверхностную проводимость частиц и влияние на нее ионного состава дисперсионной среды. Первая теория поляризуемости частиц сферической [2, 3] и сфероидальной [4, 5] формы, связанная с поляризацией диффузной части ДЭС, хорошо себя оправдала при электрооптическом и кондуктометрическом исследовании дисперсных систем в области частот 5–50 кГц [6, 7]. Эта теория была переработана, границы ее применимости расширены [8], однако степень применимости теории к реальным дисперсным системам требует экспериментальной проверки. Важной особенностью данной теории является возможность ее использования в широкой области частот приложенного к частицам электрического поля, что позволяет исследовать как низкочастотную α -дисперсию, так и высокочастотную (максвелл-вагнеровскую) дисперсию поляризуемости частиц.

Для исследований были выбраны водные суспензии частиц гетита, имеющих иглообразную форму. Этот выбор был также обусловлен практической применимостью частиц гетита в качестве адсорбента тяжелых металлов [8–12], а также пигмента [13].

В работе проведены электрооптические исследования дисперсии поляризуемости частиц в области радиочастот с целью определения применимости теории, учитывающей поляризуемость коллоидной частицы на высоких и низких частотах, к описанию электрооптических эффектов в реальных полидисперсных суспензиях гетита. С целью изучения влияния добавок электролитов на поляризуемость и поверхностную проводимость частиц исследовались суспензии с разными концентрациями KCl.

ПРИГОТОВЛЕНИЕ И СВОЙСТВА СУСПЕНЗИЙ ГЕТИТА

Для получения водных суспензий был использован желтый порошок гетита с иглообразными частицами длиной менее 2 мкм и толщиной менее 0.15 мкм. Перед получением исследованных водных суспензий проводилась дополнительная очистка дисперсной фазы, включающая многократное отстаивание, ультразвуковую обработку

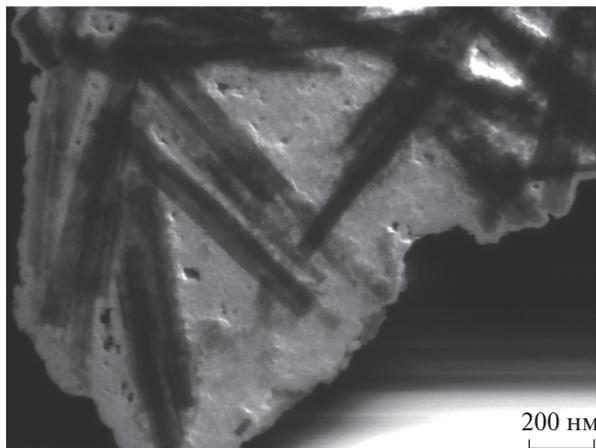


Рис. 1. Электронно-микроскопическое изображение частиц гетита.

и центрифугирование. Центрифугирование также использовалось для понижения доли частиц с размерами менее 100 нм и более 2 мкм. Полученная таким методом дисперсная фаза состава α -FeOОН добавлялась к дистиллированной воде, встряхивалась и подвергалась ультразвуковой обработке. Для определения концентрации частиц в полученных суспензиях и оценки расстояния между частицами определяли значения плотности полученной суспензии ρ и дисперсионной среды ρ_0 при заданной температуре. Плотность частиц гетита ρ_C была равна 4.3 г/см³. Объемную долю дисперсной фазы в суспензиях $\Delta V/V$, необходимую для определения концентрации частиц, рассчитывали по формуле

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{\rho - \rho_0}{\rho_C - \rho_0}. \quad (1)$$

В проводимых электрооптических методах исследования она не превышала 10^{-5} , что позволяет полагать, что среднее расстояние между частицами существенно превышало их размеры. Суспензии периодически встряхивали и подвергали ультразвуковой обработке с целью предотвращения образования агрегатов. Электронно-микроскопические наблюдения, выполненные в процессе подготовки проб, показали, что частицы при высыхании капель суспензий на кварцевой подложке образуют неупорядоченные агрегаты. В исследованных дисперсных системах гетита после их встряхивания и ультразвуковой обработки такие агрегаты не наблюдаются. На рис. 1 представлен снимок частиц гетита, полученный в сканирующем электронном микроскопе. Видно, что частицы сильно вытянуты, и их форму можно аппроксимировать как цилиндрами, так и эллипсоидами вращения.

ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ И ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

Поляризуемость частиц

Ранее [8] была построена теория поляризуемости в широкой области частот, применяемая к диэлектрическим частицам сфероидальной формы в электролитах. Рассмотрены два механизма, связанные с влиянием ионов на поляризацию частиц и имеющие времена релаксации в радиочастотной области.

Первый механизм связан с низкочастотной дисперсией поляризуемости (α -дисперсией) ДЭС [3, 14]. Это — механизм концентрационной поляризации ДЭС. Время релаксации τ_α такой поляризации близко к времени перемещения ионов за счет диффузии на расстояние, равное размеру частицы l , и определяется соотношением

$$\tau_\alpha \approx \frac{l^2}{2D_e}, \quad (2)$$

где константа

$$D_e = \frac{D^+ D^- (z^+ + z^-)}{z^+ D^+ + z^- D^-}$$

определяется константами диффузии анионов D^- и катионов D^+ , а также их валентностями z^- и z^+ соответственно [2].

Второй механизм связан с максвелл-вагнеровской дисперсией поляризации, которая обусловлена формированием под действием внешнего поля заряда свободными ионами электролита у поверхности частиц. Этот заряд локализован в области диффузной части их ДЭС, а время его формирования τ_{MW} определяется соотношением

$$\tau_{MW} = \frac{1}{D_e \kappa^2}. \quad (3)$$

Здесь κ — обратный дебаевский радиус экранирования ДЭС.

Теория поляризуемости коллоидной частицы, пригодная для исследования реальных полидисперсных систем в электрических полях радиодиапазона, должна учитывать оба механизма поляризации частиц. Такая теория, как уже сказано выше, была построена в [8]. Она учитывает образование диполя частицы в поле за счет поляризации как вещества частицы, так и ее ДЭС. Ниже представлены основные соотношения этой теории для поляризуемости диэлектрической сфероидальной частицы в электролите. Эти соотношения были использованы в данной работе.

Поляризуемости сфероидальной частицы вдоль и перпендикулярно оси симметрии можно характеризовать двумя компонентами, $\gamma_{||}$ и γ_{\perp} соответственно. Они учитывают задержку по фазе

между полем и поляризацией частиц в рамках теорий Максвелла–Вагнера и α -дисперсии и могут быть представлены в комплексном виде. Анизотропия поляризуемости γ , обуславливающая момент сил, вращающих несферическую частицу в электрическом поле, определяется действительными частями γ_{\parallel} и γ_{\perp} . Ее можно представить соотношением

$$\gamma = \text{Re}(\gamma_{\parallel}) - \text{Re}(\gamma_{\perp}). \quad (4)$$

Обобщенные формулы, учитывающие влияние круговой частоты поля $\omega = 2\pi\nu$ на поляризуемость частицы, имеют вид [8]

$$\gamma_{\parallel,\perp} = \gamma_{\parallel,\perp}^{(\infty)} + (\gamma_{\parallel,\perp}^{(i)} - \gamma_{\parallel,\perp}^{(\infty)})F(\omega, \tau_{\text{MW}\parallel,\perp}) + (\gamma_{\parallel,\perp}^{(0)} - \gamma_{\parallel,\perp}^{(i)})F(\omega, \tau_{\alpha\parallel,\perp}), \quad (5)$$

где

$$\gamma_{\parallel,\perp}^{(0,i,\infty)} = \frac{ab^2}{3} \frac{\chi_{\parallel,\perp}^{(0,i,\infty)} - 1}{1 + (\chi_{\parallel,\perp}^{(0,i,\infty)} - 1)A_{\parallel,\perp}}, \quad (6)$$

a, b – длины полуосей сфероида, и a направлена вдоль оси его вращения. Для вытянутых сфероидов ($a > b$) факторы деполаризации равны:

$$A_{\parallel} = \frac{ab^2}{h^3} \left[\arctg \frac{h}{a} - \frac{h}{a} \right], \quad A_{\perp} = (1 - A_{\parallel})/2, \quad (7)$$

$$h = \sqrt{a^2 - b^2}.$$

Безразмерные параметры $\chi_{\parallel,\perp}^{(0,i,\infty)}$ определяются, соответственно, диэлектрическими проницаемостями частиц и дисперсионной среды ϵ_p и ϵ_m , значениями их электропроводности K_p и K_m и поверхностной проводимости K^{σ} . Эти параметры можно представить отношениями

$$\chi_{\parallel,\perp}^{(\infty)} = \frac{\epsilon_p}{\epsilon_m}, \quad \chi_{\parallel,\perp}^{(0)} = \frac{K_p}{K_m} \quad \text{и} \quad \chi_{\parallel,\perp}^{(i)} = \frac{K_p + P_{\parallel,\perp} K^{\sigma}}{K_m}. \quad (8)$$

При подстановке значений $\chi_{\parallel,\perp}^{(0,i,\infty)}$ из формулы (8) в формулу (6) можно получить соответствующие значения для $\gamma_{\parallel,\perp}^{(\infty)}$, $\gamma_{\parallel,\perp}^{(0)}$ и $\gamma_{\parallel,\perp}^{(i)}$. Коэффициенты P_{\parallel} и P_{\perp} зависят только от длин полуосей эллипсоидов, которыми аппроксимируются частицы:

$$P_{\parallel} = \frac{3a}{2bh} \left[\frac{a^2 - 2b^2}{h^2} \arctg \frac{h}{b} + \frac{b}{h} \right], \quad (9)$$

$$P_{\perp} = \frac{3a}{2bh} \left[\frac{a^2}{2h^2} \text{arcctg} \frac{b}{h} + \frac{b(a^2 - 2b^2)}{2a^2 h} \right].$$

Множители $F(\omega, \tau)$ во втором и третьем слагаемых (5) в случае синусоидального поля определяются соотношением

$$F(\omega, \tau) = \frac{1}{1 + i\omega\tau}, \quad (10)$$

в котором характерное время релаксации τ в разных областях дисперсии разное. В области максвелл-вагнеровской дисперсии оно определяется соотношением

$$\tau_{\text{MW}\parallel,\perp} = \epsilon_0 \frac{\epsilon_m + (\epsilon_p - \epsilon_m)A_{\parallel,\perp}}{K_m + (K_p - K_m)A_{\parallel,\perp}}, \quad (11)$$

а в области α -дисперсии соотношением

$$\tau_{\alpha\parallel,\perp} = \tau_{\text{MW}\parallel,\perp} (l\kappa)^2. \quad (12)$$

Размер частицы l , определяющий величину $\tau_{\alpha\parallel}$, принадлежит интервалу $l \in [2a, 2b]$, и при хаотической ориентации эллипсоидов можно использовать соотношение

$$l \approx 2\sqrt{\frac{1}{3}a^2 + \frac{2}{3}b^2}.$$

Формулы для строгого определения времени релаксации $\tau_{\alpha\parallel,\perp}$ поляризуемости в области α -дисперсии приведены в работе [8].

В случае поля несинусоидальной формы следует использовать разложение его в ряд Фурье. Влияние частот этих гармоник на анизотропию поляризуемости частиц, согласно соотношениям (4) и (5), определяется множителем $F(\omega, \tau)$, который может быть рассчитан при использовании формул (11) и (12) для каждой из гармоник. Для описания $F(\omega, \tau)$ при использовании меандра с частотой ω формулу (10) следует заменить формулой

$$F(\omega, \tau) = 1 - \frac{4i\omega\tau}{\pi^2} \left(H_{\frac{i+\omega\tau}{2\omega\tau}} + \ln(4) \right). \quad (13)$$

Здесь i – мнимая единица, H_n – гармоническое число [15] (H_n определяется для целых чисел, а в формуле (13) индекс непрерывный).

При сопоставлении экспериментально определенных и рассчитанных с помощью формул (5)–(13) дисперсионных зависимостей γ_{\parallel} , γ_{\perp} и γ следует учитывать, что (5) строго выполняется для одновалентного электролита, когда константы диффузии катионов D^+ и анионов D^- равны. К таким электролитам относится раствор KCl в воде, для которого $D^+ \approx D^-$. В случае электролитов, для которых D^+ и D^- существенно различны, соотношение (5) справедливо только приближенно.

Электрооптический эффект

В электрическом поле константа мутности суспензии гетита становится зависящей от поляризации проходящего сквозь нее света. В проведенных электрооптических экспериментах узкий пучок неполяризованного белого света проходил сквозь ячейку Керра, заполненную исследуемой суспензией. Прошедший луч разбивался на два

луча, которые были линейно поляризованы вдоль и перпендикулярно вектору напряженности поля в ячейке и имели интенсивности J_{\parallel} и J_{\perp} , соответственно. При хаотической ориентации частиц в ячейке $J_{\parallel} = J_{\perp}$, а при их упорядоченной ориентации под действием поля $J_{\parallel} \neq J_{\perp}$, так как у суспензии появляется консервативный дихроизм. После измерения интенсивностей J_{\parallel} и J_{\perp} величина дихроизма определялась соотношением

$$N = \ln(J_{\perp}/J_{\parallel}). \quad (14)$$

При возрастании напряженности поля E в ячейке ориентация частиц меняется от хаотической до полной вдоль поля, а величина N — от 0 до N_{\max} . При стационарной ориентации частиц в электрическом поле достаточно высокой частоты ($\omega/2\pi > 1$ кГц) справедливо соотношение [6, 7]

$$N(E^2) = \int_{\gamma_1}^{\gamma_2} \Phi_{st}(\gamma, E^2) \Delta K \varphi_p(\gamma) d\gamma, \quad (15)$$

в котором

$$\Phi_{st}(\gamma, E^2) = \frac{3}{2} \int_0^1 x^2 \exp\left(\frac{\gamma E^2 x^2}{2k_B T}\right) dx \bigg/ \int_0^1 \exp\left(\frac{\gamma E^2 x^2}{2k_B T}\right) dx - \frac{1}{2}, \quad (16)$$

$\varphi_p(\gamma)$ — функция распределения частиц по γ , ΔK — дихроический вес частиц, который меняется пропорционально их длинам L , если они имеют форму сильно вытянутых эллипсоидов. В случае релаксации дихроизма справедливо соотношение

$$N(t) = \int_{L_1}^{L_2} \exp(-6Dt) \Delta K \varphi_r(L) dL, \quad (17)$$

в котором $\varphi_r(L)$ — функция распределения частиц по их длинам, D — константа вращательной диффузии частицы [16], которая для сильно вытянутой частицы равна

$$D = \frac{3kT}{\pi\eta L^3} (\ln 2p - 0.5). \quad (18)$$

Здесь η — константа вязкости дисперсионной среды. Если экспериментально определить зависимости $N(E^2)$ и $N(t)$, то функции распределения частиц с дихроическим весом, а именно $f_p(\gamma) = \Delta K \varphi_p(\gamma)$ и $f_r(L) = \Delta K \varphi_r(L)$, могут быть рассчитаны [17] как решения уравнений (15) и (17). Нормировка этих функций распределения равна:

$$N_{\max} = \int_{\gamma_1}^{\gamma_2} f_p(\gamma) d\gamma = \int_{L_1}^{L_2} f_r(L) dL. \quad (19)$$

Среднее значение анизотропии поляризуемости частиц, определенное как

$$\langle \gamma \rangle = \int_{\gamma_1}^{\gamma_2} \gamma f_p(\gamma) d\gamma, \quad (20)$$

может быть также рассчитано по формуле [17]

$$\langle \gamma \rangle = \frac{15k_B T}{N_{\max}} \left(\frac{dN}{dE^2} \right)_{E=0} \quad (21)$$

после определения зависимости $N(E^2)$ в области слабых полей и значения N_{\max} в области сильных полей.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Были определены размеры частиц в предположении, что они имеют форму сфероидов с длинной полуосью a и короткой b . Корреляции между длинами полуосей и их отношением $p = a/b$ не наблюдалось. Длина частицы L полагалась равной $2a$. Гистограммы распределения частиц по размерам представлены на рис. 2.

Длины частиц гетита и световых волн близки, что приводит к существенному рассеянию света суспензиями гетита и позволяет наблюдать электрооптические эффекты при низких значениях объемной доли дисперсионной фазы, а именно, при

$$1 \times 10^{-5} < \frac{\Delta V}{V} < 1 \times 10^{-4}.$$

При концентрациях частиц, отвечающих таким их объемным долям, величина дихроизма N пропорциональна концентрации частиц. Это свидетельствовало о том, что расстояние между частицами велико, рассеяние ими света — однократное, а варьирование концентрации частиц не приводит к дополнительному образованию агрегатов. Значения электропроводности полученных дисперсных систем гетита в отсутствие электролита были близки к электропроводности дистиллированной воды и не превышали 4 мкСм/см.

Экспериментальная зависимость $N(E^2)$ в поле частотой 10 кГц и определенная по ней как решение уравнения (15) функция $f_p(\gamma)$ представлены на рис. 3.

Значение $\langle \gamma \rangle = 2.7 \times 10^{-13}$ см³ было рассчитано по формуле (20) при использовании функции $f_p(\gamma)$, изображенной на рис. 3, а значение $\langle \gamma \rangle = 2.6 \times 10^{-13}$ см³ было рассчитано из наклона зависимости $N(E^2)$ по формуле (21). Эти значения близки, что подтверждает применимость формул (20) и (21) для определения $\langle \gamma \rangle$ и надежность рассмотренной электрооптической методики исследования поляризуемости частиц.

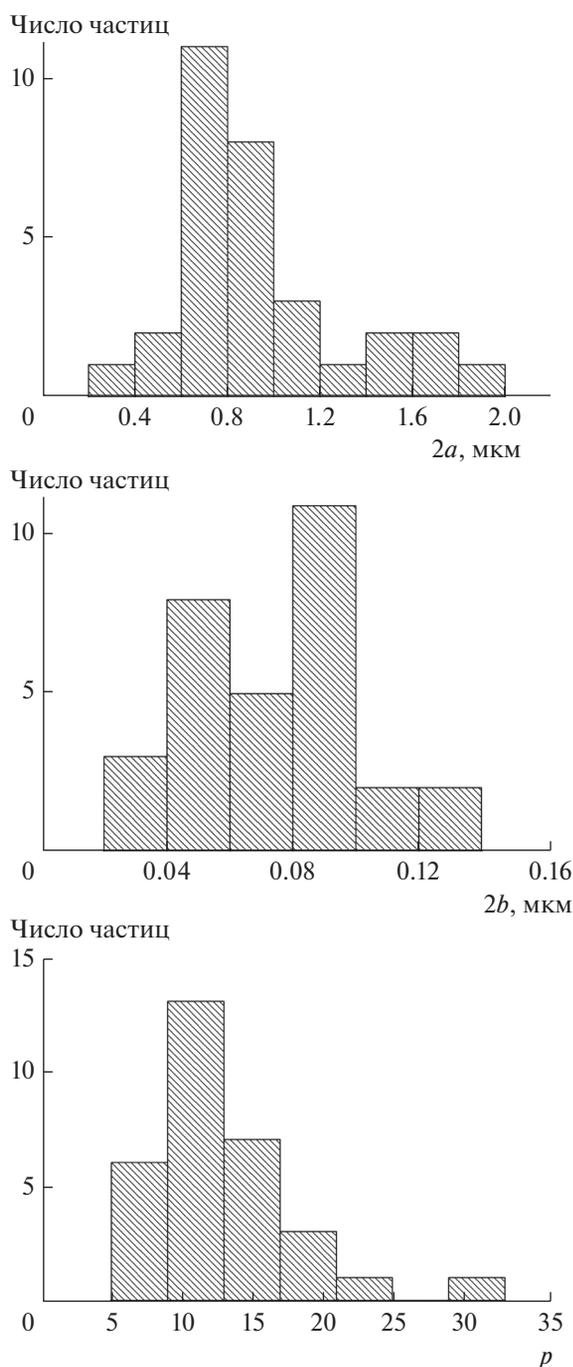


Рис. 2. Гистограммы распределения частиц гетита по длинам полуосей a , b и значениям отношения $p = a/b$ при их аппроксимации эллипсоидами вращения.

Зависимость $N(t)$, определенная экспериментально, и соответствующая ей функция $f_i(L)$, рассчитанная как решение уравнения (17), представлены на рис. 4.

Функция распределения $f(L)$ содержит дихроический вес, который пропорционален L . Ис-

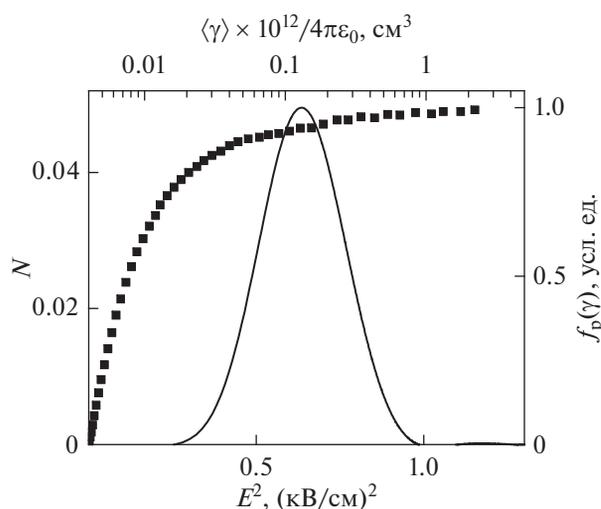


Рис. 3. Зависимости $N(E^2)$ (точки) и $f_p(\gamma)$ (сплошная кривая), определенные при поляризации частиц гетита на частоте 10 кГц.

тинная функция распределения частиц по длинам может быть рассчитана по формуле

$$\varphi(L) = f(L)L^{-1} / \int_{L_1}^{L_2} f(L)L^{-1} dL. \quad (22)$$

Она представлена на рис. 5.

Изображенная на рис. 5 зависимость $\varphi(L)$ согласуется с гистограммой, представленной на рис. 2 ($L = 2a$). Это показывает, что в суспензиях гетита агрегирование незначительно и слабо влияет на наблюдаемый электрооптический эффект.

Были экспериментально определены зависимости анизотропии поляризуемости частиц гетита от частоты поля ν , приложенного к суспензиям, как не содержащим электролита, так и содержащим добавки KCl. Величина поляризуемости частиц гетита (как α -FeOОН, так и β -FeOОН) существенно зависит от pH среды [18]. Изменение концентрации KCl практически не влияет на значение pH суспензий, которое было равно 7.2. Зависимости $\langle \gamma \rangle$ от ν также были рассчитаны теоретически. При расчетах были использованы формулы (4)–(12) теории поляризуемости частиц, гистограммы, представленные на рис. 2 и позволяющие учесть полидисперсность суспензий, электропроводность суспензий K_m , измеренная экспериментально, и поверхностная проводимость частиц K^σ , варьируемая как свободный параметр. За правильное значение K^σ принималось то, которое обеспечивало наилучшее соответствие (в рамках метода наименьших квадратов) теоретической и экспериментальной зависимостей $\langle \gamma \rangle$ от ν . Для четырех суспензий (C_0 – C_3), три

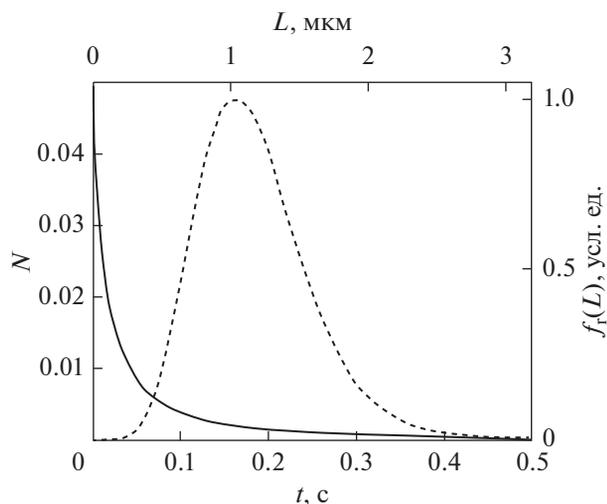


Рис. 4. Релаксационная зависимость $N(t)$ (спадающая сплошная кривая) и функция распределения $f(L)$ (пунктир).

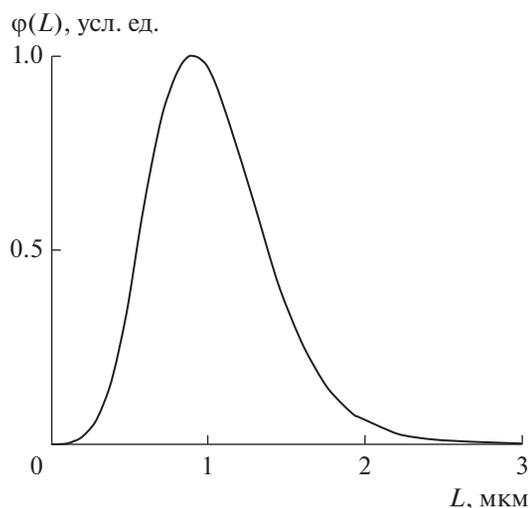


Рис. 5. Зависимость $\phi(L)$ для водного коллоида гетита.

из которых содержат добавки KCl, значения K_m и K^σ приведены в табл. 1.

На рис. 6 представлены дисперсионные зависимости $\langle \gamma \rangle$ в области частот ν прямоугольных импульсов от 500 Гц до 2.5 МГц, определенные экспериментально и рассчитанные при значениях K_m и K^σ , приведенных в табл. 1.

Области частот 1–500 кГц соответствует спад $\langle \gamma \rangle$. Аналогичный спад поляризуемости ранее наблюдался при исследовании суспензий как β -FeOОН [19], так и иного состава [20, 21].

Как можно видеть на рис. 6, экспериментально определенные и теоретически рассчитанные дисперсионные зависимости согласуются. Это свидетельствует о применимости теории поляризуемости коллоидных частиц к суспензиям иглообразных частиц гетита. В случае синусоидальных полей теоретические и экспериментальные зависимости $\langle \gamma \rangle$ от ν также близки. Исследования зависимости $\langle \gamma \rangle$ от C_{KCl} позволяют заключить, что при частотах менее 100 кГц поляризуемость ча-

стиц гетита уменьшается с увеличением концентрации KCl в дисперсионной среде. Поверхностная проводимость частиц, напротив, возрастает при увеличении концентрации KCl. Зависимость поверхностной проводимости частиц гетита от концентрации KCl в суспензиях представлена на рис. 7. Видно, что в области низких концентраций KCl поверхностная проводимость частиц гетита K^σ линейно зависит от концентрации электролита, что согласуется с законом Генри. Аналогичные зависимости $\langle \gamma \rangle$ и K^σ от концентрации KCl наблюдаются и в случае водных коллоидов алмаза [22].

ВЫВОДЫ

1. Исследования электрического дихроизма в водных суспензиях гетита позволяют получить надежные данные о степени полидисперсности суспензий и распределении частиц по значениям их анизотропии поляризуемости.

2. Сопоставление экспериментально исследованных и теоретически рассчитанных дисперсионных зависимостей поляризуемости частиц показало, что теоретическая модель, учитывающая их концентрационную поляризуемость и максвелл-вагнеровскую дисперсию, вполне применима при описании поляризуемости частиц гетита в электролитах. Это позволяет определять поверхностную электрическую проводимость частиц и влияние на нее электролитов.

3. Добавление одновалентного электролита KCl к водной суспензии гетита понижает поляризуемость частиц и повышает их поверхностную проводимость. Зависимость поверхностной про-

Таблица 1. Зависимость поверхностной проводимости частиц от концентрации электролита

Суспензия	C_{KCl} , ммоль/л	$K^\sigma \times 10^{11}$, Ом ⁻¹	K_m , мкСм/см
C_0	0	1.3	3.7
C_1	0.024	7.7	20
C_2	0.036	11	30
C_3	0.06	18	50

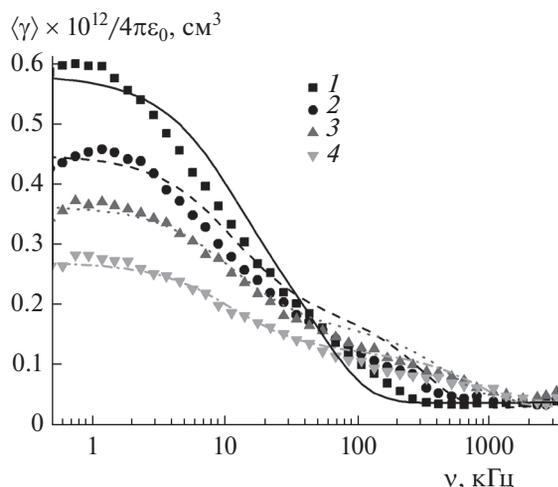


Рис. 6. Зависимости $\langle \gamma \rangle$ от частоты поля ν . Точки – экспериментальные данные, сплошные кривые – результаты теоретического расчета. Концентрация KCl (ммоль/л): 1 – 0, 2 – 0.025, 3 – 0.035, 4 – 0.06.

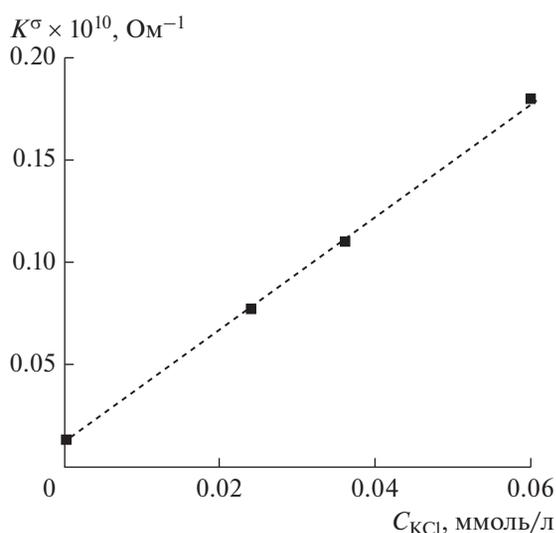


Рис. 7. Зависимость поверхностной проводимости частиц гетита K^σ от концентрации электролита KCl в суспензии.

проводимости от концентрации KCl носит линейный характер в области малых концентраций.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, грант 16-03-00495а.

Часть исследований проведена в Междисциплинарном ресурсном центре по направлению “Нанотехнологии” Научного парка Санкт-Петербургского государственного университета.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. O’Konski C.T. // J. Phys. Chem. 1960. V. 64. P. 605.
2. Духин С.С. Электропроводность и электрокинетические свойства дисперсных систем. Киев: Наукова думка, 1975.
3. Духин С.С., Шилов В.Н. Диэлектрические явления и двойной электрический слой в дисперсных системах и полиэлектролитах. Киев: Наукова думка, 1972.
4. Еремова Ю.Я., Шилов В.Н. // Коллоид. журн. 1975. Т. 37. С. 635.
5. Еремова Ю.Я., Шилов В.Н. // Коллоид. журн. 1975. Т. 37. С. 1090.
6. Войтылов В.В., Толстой Н.А., Трусов А.А. // Коллоид. журн. 1980. Т. 42. С. 1051.
7. Trusov A., Voitylov V. Electrooptics and Conductometry of Polydisperse Systems. New York: CRC Press, 1993.
8. Shilov V.N., Borkovskaja Yu.B., Budankova S.N. // Molecular and Colloidal Electro-Optics. Surfactant Science Series. V. 134 / Ed. by Stoylov S.P., Stoimenova M.V. Boca Raton: CRC Press, 2007. P. 39.
9. Антонова А.С., Кропачева Т.Н., Дидик М.В., Корнев В.И. // Вестник Казанского технологического университета. 2014. Т. 17. № 4. С. 48.
10. Антонова А.С., Кропачева Т.Н., Новикова Н.В., Корнев В.И. // Вестник технологического университета. 2016. Т. 19. № 2. С. 17.
11. Cornell R.M., Schwertman U. The Iron Oxides: Structure, Properties, Reactions, Occurrences and Uses. Weinheim: Wiley-VCH, 2003.
12. Семушин В.В., Печенюк С.И. // Сорбционные и хроматографические процессы. 2008. Т. 8. С. 106.
13. Ермилов П.И., Индейкин Е.А., Толмачев И.А. Пигменты и пигментированные лакокрасочные материалы. Учебное пособие для вузов. Л.: Химия, 1987.
14. Шилов В.Н., Духин С.С. // Коллоид. журн. 1970. Т. 32. С. 393.
15. Conway J.H., Guy R.K. The Book of Numbers. New York: Springer-Verlag, 1996.
16. Цветков В.Н., Эскин В.Е., Френкель С.Я. Структура макромолекул в растворах. М.: Наука, 1964.
17. Spartakov A.A., Trusov A.A., Voitylov A.V., Voitylov V.V. // Molecular and Colloidal Electro-Optics. Surfactant Science Series. V. 134 / Ed. by Stoylov S.P., Stoimenova M.V. Boca Raton: CRC Press, 2007. P. 193.
18. Miteva S., Stoimenova M. // J. Colloid Interface Sci. 2004. V. 273. P. 490.
19. Milkova V., Radeva Ts., Stoimenova M. // J. Colloid Interface Sci. 2008. V. 319. P. 435.
20. Zhivkov A.M., Hristov R.P. // RSC Adv. 2014. V. 4. P. 2715.
21. Zhivkov A.M., Gyurova A.Y. // J. Phys. Chem. B. 2009. V. 113. P. 8375.
22. Petrov M.P., Shilov V.N., Trusov A.A., Voitylov A.V., Voitylov V.V. // Colloids Surf. A. 2016. V. 456. P. 114.