УДК 541.182+537.84

ДИФРАКЦИОННОЕ РАССЕЯНИЕ СВЕТА В МАГНИТНЫХ ЭМУЛЬСИЯХ С ВЫСОКИМ МЕЖФАЗНЫМ НАТЯЖЕНИЕМ

© 2020 г. К. В. Ерин^{1,} *, С. С. Белых¹

¹Северо-Кавказский федеральный университет, Институт математики и естественных наук, ул. Пушкина, 1, Ставрополь, 355017 Россия *e-mail: exiton@inbox.ru

Поступила в редакцию 09.05.2020 г. После доработки 16.06.2020 г. Принята к публикации 19.06.2020 г.

Исследованы особенности малоуглового рассеяния света магнитными эмульсиями на водной основе при воздействии магнитного поля и гидродинамического поля вращающейся жидкости. Показано, что наблюдаемые экспериментально дифракционные полосы, не имеющие выраженных максимумов и минимумов, объясняются дифракцией на нерегулярной системе цепочек капель, возникающих в магнитном поле. При совместном действии магнитного и гидродинамического полей наблюдается поворот дифракционной полосы. Проведена интерпретация этого эффекта с учетом известных моделей ориентации вытянутых частиц сложной формы. Показано, что нелинейность экспериментальной зависимости угла поворота цепочки капель от угловой скорости вращения жидкости может быть объяснена S-образными деформациями цепочки.

DOI: 10.31857/S002329122006004X

ВВЕДЕНИЕ

Дисперсные системы в виде капель магнитной жидкости микронного и субмикронного размера, взвешенных в других несмешивающихся и немагнитных жидких средах, известны как магнитные эмульсии [1]. Эти системы весьма интересны, так как демонстрируют ряд реологических, оптических и электрофизических эффектов, связанных как с деформацией микрокапель в поле, так и с образованием различных самоорганизованных структур [2-4]. Выделяют два типа магнитных эмульсий исходя из величины межфазного натяжения между каплей и окружающей дисперсионной средой. При низком межфазном натяжении, что обычно бывает при диспергировании магнитной жидкости на углеводородной основе в различных маслах, капли легко могут изменять форму в поле даже небольшой величины. Деформированные капли создают в дисперсной системе анизотропию, приводящую, в том числе, и к оптическим эффектам [5]. В магнитных эмульсиях на водной основе межфазное натяжение гораздо выше, и деформация капель в поле затруднена, но при этом легко образуются различного рода агрегативные структуры. Ранее нами были исследованы изменения прозрачности магнитных эмульсий с высоким межфазным натяжением при воздействии магнитного поля [6]. Эффекты дифракционного рассеяния в магнитных коллоидах (в зарубежной литературе используют термин дифракция) изучаются с 70-х годов XX века. Впервые эффект появления яркой полосы рассеянного света, ориентированной перпендикулярно приложенному полю, был показан в [7]. В дальнейшем исследования получили развитие в работах [8–12] применительно к агрегативным структурам, возникающим в концентрированных магнитных жидкостях. В структурированных магнитных жидкостях в сдвиговом течении эффект дифракционного рассеяния изучался в [13].

В настоящей работе мы приводим результаты исследования малоуглового рассеяния света на цепочечных структурах капель магнитных эмульсий на водной основе, ориентированных под действием магнитного поля и гидродинамического поля движущейся жидкости.

ЭКСПЕРИМЕНТ

Для создания магнитных эмульсий мы использовали магнетитовую магнитную жидкость на керосиновой основе с объемной концентрацией магнитной фазы 10%, начальной магнитной восприимчивостью $\chi_{mf} \approx 4$ и средним размером частиц 8—12 нм (производитель — НИПИ Газпереработки, г. Краснодар). Эмульсию с большим межфазным натяжением синтезировали путем ультразвукового диспергирования магнитной жид-



Рис. 1. Схема экспериментальной установки и фотография магнитной эмульсии, находящейся в магнитном поле.

кости в воде с добавлением небольшого количества поверхностно-активного вещества – лаурилсульфата натрия для увеличения агрегативной устойчивости. Для лучшей седиментационной устойчивости эмульсию подвергали кратковременному воздействию неоднородного магнитного поля, что позволяло отделить большую часть крупных капель. Полученная эмульсия имела достаточную для измерений агрегативную и седиментационную устойчивость, концентрация магнитных капель в воде составляла 5-8%. Исследования методом динамического рассеяния света [6] показывают существенную полидисперсность полученной таким способом эмульсии, в которой обнаруживаются две фракции магнитных капель: в основном мелкие – диаметром 100-200 нм и меньшее количество более крупных (1-5 мкм).

Для исследования эффекта дифракционного рассеяния света использовалась оптическая установка, состоящая из гелий-неонового лазера с длиной волны излучения 633 нм, кюветы цилиндрической формы и экрана для наблюдения дифракционной картины, которая регистрировалась КМОП-матрицей фотоаппарата с разрешением 4272 × 2848 пикселей (рис. 1). Обработка изображений производилась с помощью специализированного программного обеспечения ImageJ. Кювета для образца представляла собой стеклянный цилиндр с внутренним диаметром 35 мм и толщиной стенки 1 мм, закрепленный на фторопластовой трубке, приводимой во вращение электродвигателем постоянного тока с помощью ременной передачи. Диапазон частот вращения составлял 10–200 об./мин. Луч лазера направлялся строго по оси вращения кюветы. Магнитное поле создавалось катушками Гельмгольца, установленными так, чтобы вся кювета находилась в области однородного поля. Ток в цепи катушек создавался источником питания АКТАКОМ АТН-2335 с компьютерным управлением, что позволяло создавать поля с напряженностью до 9 кА/м.

На рис. 2 представлены фотографии дифракционной картины, возникающей при прохождении света через образец магнитной эмульсии при различных значениях напряженности магнитного поля и скорости вращения кюветы.

На рис. 3 и 4 представлены индикатрисы малоуглового рассеяния света, измеренные вдоль и поперек дифракционной полосы. На рис. 2 видно, что при увеличении напряженности магнитного поля анизотропия в рассеянии света возрастает и полоса становится более выраженной.

Приведение кюветы во вращение приводит к отклонению полосы относительно первоначального направления. На рис. 5 и 6 показаны зависимости угла поворота от частоты вращения при постоянной напряженности магнитного поля и от напряженности поля при постоянной скорости вращения.



Рис. 2. Дифракционные картины при различной напряженности магнитного поля и частотах вращения кюветы (магнитное поле направлено горизонтально).

Качественная интерпретация эффекта дифракционного рассеяния в магнитных коллоидах традиционно строится на представлении системы в магнитном поле как нерегулярной дифракционной решетки, которая формируется из вытянутых в магнитном поле агрегатов коллоидных частиц [14]. Отталкиваясь от этого предположения, рассмотрим угловую зависимость интенсивности в дифракции Фраунгофера на щели [15]:

$$I(\varphi, a) = I_0 \left(\frac{\sin u}{u}\right)^2,\tag{1}$$



Рис. 3. Индикатриса малоуглового рассеяния вдоль дифракционной полосы (в направлении перпендикулярном магнитному полю).

где $u = \frac{\pi a n_0}{\lambda} \sin \varphi$, n_0 — показатель преломления дисперсионной среды, λ — длина волны света. Под шириной щели *а* мы в данном случае понимаем расстояние между соседними цепочками капель, вытянутыми вдоль направления поля. При дифракции на нерегулярной системе щелей можно использовать известные принципы лазерной дифракции [16]: при дифракции света на ансамбле случайно расположенных частиц средняя интенсивность света в данной точке экрана равна сумме интенсивностей света, дифрагированного отдельными частицами; угловое распределение интенсивности пропорционально распределению рассеяния от отдельной частицы, усредненному по всем размерам частиц. Полоса дифракционного рассеяния в магнитных эмульсиях не имеет максимумов и минимумов, характерных для дифракции на регулярной полосовой структуре, вследствие существенного разброса в расстояниях между соседними цепочками.

$$I(\varphi) = \int_{0}^{\infty} I(\varphi, a) f(a) da.$$
 (2)

Здесь f(a) — функция распределения щелей по размерам. В магнитных полях малой напряженности расстояние между возникшими цепочками капель достаточно велико, что не приводит к выраженному оптическому эффекту. По мере роста напряженности поля число цепей увеличивается, расстояние между ними сокращается, а дифракционный эффект становится более выраженным. На рис. 7 показано сопоставление профилей рассеянного света вдоль дифракционной полосы с учетом разброса расстояний между цепочками по закону логнормального распределения. В поле напряженностью 1.5 кА/м наблюдается достаточно хорошее количественное совпадение результатов при среднем расстоянии между цепочками около 10 мкм, а при увеличении поля до 4.5 кА/м уже при 3 мкм. Величина расстояний между цепями согласуется с фотографиями структуры в магнитном поле (рис. 1).

Дополнительным подтверждением того, что в качестве дифракционного параметра необходимо учитывать именно расстояние между цепями, а не их размер, является рис. 46, на котором показано, что индикатрисы в параллельном полю направлении практически не изменяются при увеличении напряженности поля. Если бы эффект был обу-



Рис. 4. Индикатриса малоуглового рассеяния поперек дифракционной полосы (в направлении параллельном магнитному полю): (а) при различной напряженности поля (при n = 30 об./мин) и (б) при различной скорости вращения (при H = 3 кА/м).



Рис. 5. Зависимость угла поворота дифракционной картины от частоты вращения кюветы.

словлен дифракцией на самих цепочках (а не на щелях между ними), то с ростом размера наблюдалось бы изменение картины дифракции (ее сжатие) в этом направлении, т.к. в поле длина цепочек увеличивается.

ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Рассмотрим поведение достаточно длинной цепочки из *N* капель магнитной эмульсии во вращающейся жидкости при воздействии магнитного поля (рис. 8). В магнитном поле капля магнитной жидкости диаметром *d* приобретает магнитный момент $m = \pi/6 d^3 \chi_p H$, ориентированный вдоль направления поля. Магнитная восприимчивость χ_p сферической капли связана с магнитной восприимчивостью магнитной жидкости χ_{mf} известным соотношением $\chi_p = \frac{3\chi_{mf}}{3 + \chi_{mf}}$.

В данном случае мы предполагаем, что магнитное поле достаточно слабое и при этом выполняется линейный закон намагничивания магнитной жидкости, а также, что действие поля не приводит к изменению сферической формы капли. Диполь-дипольное взаимодействие намагниченных капель приводит к образованию вдоль направления поля цепочек. Энергия взаимодействия двух магнитных диполей определяется их взаимной ориентацией и расстоянием:

$$U = \frac{\mu_0 m^2}{4\pi} \frac{\left(1 - 3\cos^2\alpha\right)}{r^3},$$
 (3)

где r — расстояние между центрами капель, α — угол между направлением магнитного поля и линией, соединяющей центры сфер. В неподвижной жидкости цепочка вытянута вдоль направления поля и угол $\alpha = 0$. При вращении жидкости цепочка отклоняется от направления поля на не-

КОЛЛОИДНЫЙ ЖУРНАЛ том 82 № 6 2020



Рис. 6. Зависимость угла поворота от напряженности магнитного поля при частоте вращения 100 об./мин.

который угол, при этом направление намагниченности капель не меняется (остается параллельным полю). В этом случае силу магнитного взаимодействия капель можно разложить на две составляющие: радиальную — вдоль оси цепочки и тангенциальную — перпендикулярно ей [17, 18]:

$$F^{r} = \frac{3\mu_{0}m^{2}}{4\pi} \frac{\left(1 - 3\cos^{2}\alpha\right)}{r^{4}},$$
 (4)

$$F^{\theta} = \frac{3\mu_0 m^2}{4\pi} \frac{\sin 2\alpha}{r^4}.$$
 (5)

При отклонении цепочки от направления поля тангенциальная составляющая создает момент, который определяется как сумма моментов, действующих на каждую каплю (моменты, действующие на правую и левую половины цепи относительно центра вращения, считаем одинаковыми) [18]:

$$T_{\rm m} = 2\sum_{i=1}^{N/2} F_i^{\theta} r_i.$$
 (6)

В [17, 18] исходя из этой формулы получено следующее выражение для механического момента, создаваемого магнитным полем:

$$T_{\rm m} = \frac{3\mu_0 m^2}{4\pi} \frac{N^2}{2d^3} \sin 2\alpha.$$
 (7)

В [19] показано, что данная формула может быть уточнена за счет учета сил, действующих только на краевые частицы в цепочке. Как показано на рис. 8, для некраевых частиц тангенциальные компоненты силы диполь-дипольного взаимодействия, создаваемые частицами слева и



Рис. 7. Индикатрисы рассеяния света вдоль дифракционной полосы: 1 -эксперимент, 2 -расчет без учета распределения расстояний между цепочками по размерам, 3 -с учетом логнормального распределения расстояний по размерам. (а) H = 4.5 кА/м, параметры расчета a = 3 мкм, $\sigma = 0.8$; (б) H = 1.5 кА/м, параметры расчета a = 10 мкм, $\sigma = 0.8$.

справа от данной, компенсируют друг друга (если считать существенным влияние только ближайших частиц, а также принять цепочку линейной). Уточненная формула момента имеет линейную, а не квадратичную, как в (7), зависимость от числа частиц в цепочке:

$$T_{\rm m} = \frac{3\mu_0 m^2}{4\pi} \frac{(N-1)}{d^3} \sin 2\alpha.$$
 (8)

Равновесное положение цепочки реализуется, когда вращающий момент сил компенсируется моментом гидродинамических сил, возникающих в жидкости с градиентом скорости течения, определяемым угловой скоростью вращения $\omega = 2\pi n [17, 20]$,

$$T_{\rm h} = \zeta_{\rm r} \omega, \tag{9}$$



Рис. 8. Силы диполь-дипольного взаимодействия в цепочке магнитных капель.

где ζ_r — коэффициент вращательного трения цепочки. В литературе [17—27] известно несколько выражений для гидродинамического момента цепочки сферических частиц. Наиболее простым выражением является предложенное в рамках так называемой модели отдельных частиц [21], которое получено путем суммирования гидродинамических сил, действующих на каждую частицу цепочки с учетом градиента скорости потока. Для жидкости с вязкостью η гидродинамический момент определяется [21] как

$$T_{\rm h} = \frac{\pi \eta d^3}{4} N \left(N^2 - 1 \right) \omega. \tag{10}$$

В некоторых работах (см., например, [22]) для описания коэффициента вращательного трения цепочки используют формулу для сфероцилиндров, с учетом которой выражение для момента имеет следующий вид:

$$T_{\rm h} = \frac{\pi \eta d^3}{3} \frac{N^3}{(\ln N + \delta)} \omega, \tag{11}$$

где $\delta = -0.662 + 0.917 N^{-1} - 0.05 N^{-2}$ — коэффициент коррекции краевых эффектов. Популярно также выражение для тонкого цилиндра, предложенное Губановым для палочкообразных молекул [23]. Для длинной цепочки одинаковых сферических частиц оно может быть записано в виде

$$T_{\rm h} = \frac{\pi \eta d^3}{3} \frac{N^3}{(\ln 2N - 0.8)} \,\omega. \tag{12}$$

В последнее время [17, 19, 20, 24, 25] для описания вращательного трения цепочечных структур применяется модель "шиш-кебаб", которая была

КОЛЛОИДНЫЙ ЖУРНАЛ том 82 № 6 2020

предложена для описания структур кристаллизующихся полимеров. В [20] используется выражение этой модели, модифицированное для возможности учета коротких цепей:

$$T_{\rm h} = \frac{\pi \eta d^3}{3} \frac{N^3}{\left(\ln \frac{N}{2} + \frac{2.4}{N}\right)} \omega$$
(13)

Наиболее точным выражением принято считать формулу, полученную на основе расчетов по теории тонких тел [26]. Выражение для цепочки сферических частиц в этом приближении получено Подоляк и соавт. [27]:

$$T_{\rm h} = \frac{\pi \eta d^3}{3} \frac{N^3 \left(1 - \frac{1 - N^{-1}}{3 \ln 2N}\right)}{(\ln 2N - 0.5)} \omega.$$
(14)

С учетом поправок Адамара—Рыбчинского для вязкости среды, содержащей жидкие капли, сравнение расчетов в различных приближениях показывает, что приближение отдельных частиц существенно завышает значения коэффициента вращательного трения и соответственно гидродинамического момента для длинной цепочки. Остальные приближения дают довольно близкие результаты. Наиболее близким к расчету по теории тонкого тела является формула Губанова (12).

В целом динамика вращающейся цепочки магнитных частиц характеризуется числом Мейсона [19, 28, 29]

$$Mn = \frac{16\eta\omega}{\mu_0 \chi_p^2 H^2}.$$
 (15)

Этот безразмерный параметр определяется как отношение гидродинамических и магнитных сил для конфигурации с двумя частицами в контакте. Для угловых скоростей вращения, которые позволяла создавать наша установка, и с учетом параметров эмульсии число Мейсона не превышало 0.01. Приравнивая моменты магнитных (8) и гидродинамических сил (14), получим выражение для угла отклонения цепочки от направления поля:

$$\sin 2\alpha = Mn \frac{N^3}{N-1} \frac{\left(1 - \frac{1 - N^{-1}}{3 \ln 2N}\right)}{(\ln 2N - 0.5)}.$$
 (16)

Из формулы (16) следует, что для цепочки постоянной длины и в отсутствие деформаций sin $2\alpha \sim \omega$ и sin $2\alpha \sim H^{-2}$. Для достаточно длинных цепочек $N^3/(N-1) \approx N^2$, т.е. sin $2\alpha \sim N^2$. Зависимости на рис. 5 и 6 качественно подтверждают эти выводы, но только при малых скоростях вращения кюветы. Расчеты показывают, что такой диапазон углов поворота соответствует достаточно длинным цепочкам, состоящим из двухтрех десятков капель. При повышении скорости зависимость sin $2\alpha = f(\omega)$ проявляет очевидную нелинейность. Ранее подобные зависимости принято было интерпретировать как результат разрушения цепочек по мере роста скорости вращения [30, 31]. Однако сопоставление данной зависимости с индикатрисами малоуглового рассеяния света при различных скоростях вращения (рис. 4б) показывает, что существенного изменения углового распределения интенсивности при повышении скорости вращения не происходит. Это может свидетельствовать об отсутствии разрушения цепочек в исследованном нами диапазоне угловых скоростей. Из формулы (8) видно, что момент магнитных сил достигает максимального значения при угле $\alpha = 45^{\circ}$, а момент гидродинамических сил от угла ориентации цепочки не зависит. Отметим, что диполь-дипольное взаимодействие частиц в цепочке может иметь характер как притяжения, так и отталкивания. Смена притяжения на отталкивание в цепочке капель произойдет при угле ориентации $\cos \alpha > \sqrt{1/3}$, т.е. при α > 54.7°, что приведет к разрушению цепочки. В [19] показано, что в диапазоне углов отклонения цепочки $45^\circ < \alpha < 54.7^\circ$ она является неустойчивой. Наблюдаемые в эксперименте углы отставания не превышают 20-25 градусов, т.е. существенно меньше значений из этого диапазона. Экспериментальное значение Mn ≪ 1, что также свидетельствует о преобладании магнитных сил над гидродинамическими и малой вероятности разрушения цепочек [32]. Поэтому нелинейность зависимости sin $2\alpha = f(\omega)$ можно объяснить S-образными деформациями цепочки капель по мере роста скорости врашения. Подобный механизм предложен в [25] для описания поведения цепочечных агрегатов суперпарамагнитных наночастиц во вращающемся магнитном поле.

Подтверждением такого механизма может быть анализ дифракционной картины (рис. 9), на которой можно выделить две полосы: вблизи центрального максимума и на периферии, ориентированные под несколько различающимися углами. При малых скоростях вращения цепочка капель сохраняет линейную форму, но по мере роста угловой скорости на концевые капли цепочки действует большая сила со стороны движущейся жидкости, что приводит к небольшой изгибной деформации.

выводы

Исследования малоуглового рассеяния света являются хорошим инструментом не только для определения оптических и геометрических параметров частиц в магнитных эмульсиях, но и для анализа межчастичных взаимодействий и процессов агрегации в таких системах. Наиболее эф-

ЕРИН, БЕЛЫХ



Рис. 9. Механизм S-образной деформации цепочки капель и его проявление в различных скоростях вращения и углах поворота дифракционной полосы.

фектным представляется сочетание различных факторов, определяющих образование агрегатов и их преимущественную ориентацию. Это может быть реализовано путем воздействия на систему магнитного поля и гидродинамического поля вращающейся жидкости. При больших скоростях вращения можно добиться разрушения цепочечных агрегатов, возникших под действием магнитного поля, и оценить из этих данных силы диполь-дипольного взаимодействия в цепочке частиц. Для достаточно длинных цепочек при средних скоростях вращения можно наблюдать их S-образные деформации. Такого рода деформации могут быть удачным объяснением нелинейностей, наблюдаемых в зависимостях угла поворота дифракционной полосы от угловой скорости вращения.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена при поддержке государственного задания Минобрнауки РФ на выполнение научноисследовательских работ (проект № 0795-2020-007).

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Ivanov A.O., Kuznetsova O.B. // Phys. Rev. E. 2012. V. 85. 041405.
- Zakinyan A.R., Dikansky Y.I. // J. Magn. Magn. Mater. 2017. V. 431. P. 103.
- Subbotin I.M., Ivanov A.O. // Magnetohydrodynamics. 2016. V. 52. P. 269.

КОЛЛОИДНЫЙ ЖУРНАЛ том 82 № 6 2020

- Wu K. T., Yao Y.D., Huang H.K. // J. Magn. Magn. Mater. 2000. V. 209. P. 246.
- 5. *Ерин К.В., Куникин С.А.* // Оптика и спектр. 2008. Т. 104. С. 319.
- Belykh S.S., Yerin C.V. // Magnetohydrodynamics. 2018. T. 54. C. 5.
- Haas W.E.L., Adams J.E. // Appl. Phys. Lett. 1975.
 V. 27. P. 571.
- 8. Bacri J.-C., Salin D. // J. Phys. Lett. 1982. V. 43. P. 771.
- 9. *Усанов Д.А., Скрипаль А.В., Ермолаев С.А.* // Письма в ЖТФ. 1997. Т. 23. № 3. С. 64.
- Усанов Д.А., Скрипаль А.В. // Письма в ЖТФ. 1997. Т. 23. № 17. С. 7.
- Усанов Д.А., Постельга А.Э., Бочкова Т.С., Гаврилин В.Н. // ЖТФ. 2016. Т. 86. № 3. С. 146.
- Davies P., Popplewell J., Liewellyn J.P., Grady K.O. // J. Phys. C: Solid State Phys. 2000. V. 18. № 21. P. L661.
- Диканский Ю.И., Ачкасова Е.А., Полихрониди Н.Г. // Коллоид. журн. 1995. Т. 57. С. 113.
- 14. Philip J., Laskar J.M. // J. Nanofluids. 2012. V. 1. P. 3.
- Лопатин В.Н., Приезжев А.В. Апонасенко А.Д. и др. Методы светорассеяния в анализе водных дисперсных биологических сред. М.: Физматлит, 2004.
- 16. *Никитин С.Ю., Луговцов А.Е., Приезжев А.В. //* Квантовая электроника. 2010. Т. 40. С. 1074.
- 17. Biswal S.L., Gast A.P. // Phys. Rev. E. 2004. V. 69. 041406.
- Melle S., Fuller G.G., Rubio M.A. // Phys. Rev. E. 2000. V. 61. P. 4111.

- 19. Petousis I., Homburg E., Derks R., Dietzel A. // Lab Chip. 2007. V. 7. P. 1746.
- Wilhelm C., Browaeys J., Ponton A., Bacri J.-C. // Phys. Rev. E. 2003. V. 67. 011504.
- Lüsebrink D., Cerda J.J., Sanchez P.A., Kantorovich S.S., Sintes T. // J. Chem. Phys. 2016. V. 145. 234902.
- 22. Löwen H. // Phys. Rev. E. 1994. V. 50. P. 1232.
- 23. Губанов А. // УФН. 1939. Т. 22. С. 32.
- 24. *Pei L., Xuan S., Wu J., Bai L., Gong X. //* Langmuir. 2019. V. 35. P. 12158.
- Vazquez-Quesada A., Franke T., Ellero M. // Phys. Fluids. 2017. V. 29. 032006.
- 26. Batchelor G.K. // J. Fluid Mech. 1970. V. 44. P. 419.
- 27. Podoliak N., Richardson G., Hovorka O. // Book of Abstracts of 15-th International Conference of Magnetic Fluids (ICMF-19). Paris, 2019. P. 235.
- Klingenberg D., Ulicny J.G. // J. Rheol. 2007. V. 51. P. 883.
- Gao Y., Hulsen M., Kang T.G., Toonder J. // Phys. Rev. E. 2012. V. 86. 041503.
- 30. *Скибин Ю.Н., Чеканов В.В.* // Магнитная гидродинамика. 1979. № 1. С. 19.
- Диканский Ю.И. Эффекты взаимодействия частиц и структурно-кинетические процессы в магнитных коллоидах: Дис. ... д-ра физ.-мат. наук. Ставрополь, 1999.
- Melle S., Caldero O.G., Rubio M.A., Fuller G.G. // Phys. Rev. E. 2003. V. 68. 041503.