УДК 661.185.4+541.18+536.7

# МОЛЕКУЛЯРНО-ТЕРМОДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СОЛЮБИЛИЗАЦИИ В ПРЯМЫХ СФЕРИЧЕСКИХ МИЦЕЛЛАХ НЕИОННЫХ ПАВ

© 2021 г. А. К. Щёкин<sup>1,</sup> \*, Н. А. Волков<sup>1</sup>, И. Н. Кольцов<sup>2</sup>, Н. Ю. Третьяков<sup>3</sup>, С. С. Волкова<sup>3</sup>, Е. А. Турнаева<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Санкт-Петербургский государственный университет, Университетская набережная, 7—9, Санкт-Петербург, 199034 Россия <sup>2</sup>ООО "ГАЗПРОМНЕФТЬ — Технологические Партнерства", ул. 50 лет Октября, 14, Тюмень, 625048 Россия <sup>3</sup>Тюменский государственный университет, ул. Володарского, 6, Тюмень, 625003 Россия \*e-mail: akshch@list.ru Поступила в редакцию 20.02.2021 г.

После доработки 01.03.2021 г. Принята к публикации 05.03.2021 г.

Построена термодинамическая модель работы образования молекулярного агрегата из молекул неионного ПАВ и солюбилизата в растворе углеводород—ПАВ—вода как функции температуры, концентраций ПАВ и углеводорода в растворе, чисел агрегации ПАВ и углеводорода в агрегате. Модель зависит от структурных параметров и физических характеристик молекул ПАВ и солюбилизата. Исследованы предсказания модели относительно минимума и седловой точки работы агрегации, построены распределения относительных концентраций агрегатов по числам агрегации ПАВ и солюбилизата при разных концентрациях мономеров ПАВ и углеводорода в растворе. Сделаны численные оценки долей ПАВ и солюбилизата в агрегатах по отношению к равновесным концентрациям мономеров ПАВ и солюбилизата, найдены средние числа агрегации ПАВ и солюбилизата в агрегатах. Показана возможность колоссального накопления молекул солюбилизата в молекулярных агрегатах. Рассмотрены агрегация и солюбилизация при равновесных концентрациях ПАВ существенно меньших, чем критическая концентрация мицеллообразования в чистом растворе ПАВ. Установлено, что предельные концентрации неионного ПАВ и солюбилизата, соответствующие формированию устойчивых наноэмульсий, лежат в достаточно узких интервалах, попасть в которые при их случайном поиске в лабораторных экспериментах маловероятно.

DOI: 10.31857/S0023291221040133

## введение

Накапливание малорастворимых в водных средах углеводородов при их добавлении в водные растворы поверхностно-активного вещества (ПАВ) в мицеллах из молекул ПАВ (явление солюбилизации в мицеллярном растворе) может приводить к формированию устойчивых или неустойчивых прямых микроэмульсий [1–6]. Установление связи между структурой и физико-химическими свойствами молекул ПАВ и углеводородов и их агрегационным поведением по-прежнему остается актуальной проблемой коллоидной науки и построенных на ней технологий создания микроэмульсий [2, 6]. Несмотря на активное развитие исследований в этом направлении за последние десятилетия, разработка аналитической прогностической молекулярно-термодинамической модели для дисперсных систем из самоорганизующихся мицелл в присутствии захваченных молекул гидрофобного солюбилизата остается первоочередной задачей, без решения которой нельзя построить термодинамику и кинетику прямых нано- и микроэмульсий. Известные термодинамические модели мицеллярных систем исходят из модели Танфорда [7]. Главная задача такой модели [5–16] состоит в нахождении минимальной работы образования неионных мицелл в зависимости от чисел агрегации молекул ПАВ в мицелле и молекул солюбилизата в мицеллярном ядре. Эта минимальная работа определяет совокупное равновесное распределение агрегатов по числам агрегации ПАВ и солюбилизата.

Конкретной задачей нашей работы является расширение капельной модели для сферических мицелл [5, 15–17] таким образом, чтобы включить

485

в нее зависимость минимальной работы агрегации и других термодинамических характеристик агрегации ПАВ в присутствии солюбилизата от количества молекул солюбилизата в сферическом мицеллярном ядре. Эта зависимость должна присутствовать через размер мицеллярного ядра, гидрофобный вклад за счет включенных молекул солюбилизата, влияния концентраций ПАВ и углеводорода, через поверхностное натяжение на границе ядро мицеллы-раствор и вклад свободной энергии двойного электрического слоя мицеллярной короны. В зависимости от физических параметров ПАВ и солюбилизата, их концентраций в растворе модель должна описывать стабильные и квазистабильные состояния соответствующей наноэмульсии и кинетику установления ее равновесия или распада.

## 1. ВКЛАДЫ В РАБОТУ АГРЕГАЦИИ ПРИ СОЛЮБИЛИЗАЦИИ В ПРЯМЫХ СФЕРИЧЕСКИХ МИЦЕЛЛАХ

Рассмотрим мицеллярный раствор неионного ПАВ в полярном растворителе (воде) при бруттоконцентрации ПАВ ниже и выше критической концентрации мицеллообразования (**ККМ**). Нас будут интересовать равновесные состояния такой системы в присутствии некоторого количества молекул такого неполярного углеводорода как гептан или декан. Будем считать, что добавляемый неполярный углеводород плохо растворим в воде, но может солюбилизироваться в молекулярных агрегатах рассматриваемого ПАВ. В дальнейшем для краткости будем называть неполярный углеводород солюбилизатом.

Обозначим через  $n_{\rm C}$  число атомов углерода в углеводородной цепи молекулы ПАВ. Концевая метильная группа CH<sub>3</sub> имеет характерный объем  $\upsilon_0$ , а метиленовые группы CH<sub>2</sub> – характерный объем  $\upsilon$ . При абсолютной температуре T = 293 K раствора имеем:  $\upsilon_0 = 54.3$  Å<sup>3</sup> и  $\upsilon = 26.9$  Å<sup>3</sup> [8]. Будем ниже приближенно полагать  $\upsilon_0/\upsilon \approx 2$ .

В капельной модели сферического молекулярного агрегата считается, что полное число углеводородных сегментов всех молекул ПАВ и солюбилизата, вошедших в молекулярный агрегат, упаковывается компактно (без пустот) внутри сферического ядра агрегата (ядра мицеллы). Через  $n_1$  обозначим число молекул ПАВ в агрегате, а через  $n_2$  — число молекул солюбилизата в ядре агрегата. Эти числа будем в дальнейшем называть числами агрегации.

Объем ядра молекулярного агрегата радиуса *r* положим равным

$$\frac{4\pi r^3}{3} = \upsilon (n_{\rm C} + 1) n_1 + \upsilon_2 n_2, \tag{1}$$

КОЛЛОИДНЫЙ ЖУРНАЛ том 83 № 4 2021

где учтено приближенное равенство

$$\upsilon_0 + \upsilon (n_{\rm C} - 1) \approx \upsilon (n_{\rm C} + 1) \tag{2}$$

(справедливое ввиду  $\upsilon_0/\upsilon \approx 2$ ). При  $n_1 \ge 1$  выражение (1) остается справедливым даже при  $n_2 = 0$ . Вводя обозначения

 $\lambda \equiv \left[\frac{3\upsilon(n_{\rm C}+1)}{4\pi}\right]^{1/3}, \quad \alpha \equiv \frac{\upsilon_2}{\upsilon(n_{\rm C}+1)}, \tag{3}$ 

из (1) получаем

$$r = \lambda \left( n_1 + \alpha n_2 \right)^{1/3}, \qquad (4)$$

где параметр  $\lambda$ , не зависящий от чисел агрегации  $n_1$  и  $n_2$ , представляет собой радиус воображаемой сферы, эквивалентной по объему одной углеводородной цепи молекулы ПАВ. Подчеркнем, что углеводородное ядро молекулярного агрегата не включает в себя выступающих из него гидрофильных частей молекул ПАВ.

Ключевой величиной, описывающей термодинамику и кинетику агрегации, а также различные квазиравновесные состояния дисперсных систем, служит минимальная работа образования молекулярного агрегата. Для краткости в дальнейшем будем называть ее работой агрегации. При фиксированной температуре в растворе, содержащем ПАВ и солюбилизат, работа агрегации будет функцией чисел агрегации  $n_1$  и  $n_2$ , а также химических потенциалов ПАВ и солюбилизата в растворе.

Обозначим безразмерную работу агрегации, выраженную в тепловых единицах  $k_{\rm B}T$ , где  $k_{\rm B}$  – постоянная Больцмана, как W. Рассмотрим различные термодинамические вклады в работу агрегации W. В общем случае можно представить  $W(n_{\rm I}, n_2)$  в виде

$$W = W_{\rm h} + W_{\rm s} + W_{\rm el} + W_{\rm conc},\tag{5}$$

где  $W_{\rm h}$  — гидрофобный вклад, учитывающий выигрыш свободной энергии при переносе углеводородного хвоста молекулы ПАВ и молекулы солюбилизата из водного раствора в ядро агрегата,  $W_{\rm s}$  — поверхностный вклад, учитывающий наличие поверхностного натяжения агрегата,  $W_{\rm el}$  электрический вклад, который учитывает электрические взаимодействия полярных головных групп молекул ПАВ на поверхности агрегата,  $W_{\rm conc}$  — концентрационный вклад, обусловленный различием концентраций ПАВ и солюбилизата в агрегате и в растворе.

Найдем явные термодинамические выражения для указанных вкладов. Начнем с гидрофобного вклада  $W_h$  в работу W, даваемого первым слагаемым в правой части (5). Для выраженной в единицах  $k_BT$  работы  $w_l$  переноса (через плоскую поверхность) из раствора в объемную углеводородную фазу всей гидрофобной части отдельной молекулы ПАВ, содержащей  $n_{\rm C}$  углеводородных групп, имеем эмпирическое выражение

$$w_1 = -B_1 n_C, \tag{6}$$

где  $B_1$  — положительная и безразмерная величина. Аналогично, для выраженной в единицах  $k_BT$  работы  $w_2$  переноса (через плоскую поверхность) из раствора в объемную углеводородную фазу одной молекулы солюбилизата, запишем

$$w_2 = -B_2. \tag{7}$$

Положительность величин  $B_1$  и  $B_2$  (т.е. отрицательность правых частей (6) и (7)) означает гидрофобность углеводородных групп молекул ПАВ и солюбилизата. Для разбавленного раствора величины  $B_1$  и  $B_2$  не зависят от концентраций ПАВ и солюбилизата в растворе, но, строго говоря, могут зависеть от концентраций углеводородных частей молекул ПАВ и солюбилизата в ядре агрегата. Если молекула солюбилизата также состоит из метильных групп CH<sub>3</sub> и метиленовых групп CH<sub>2</sub>, то величины  $B_1$  и  $B_2$  можно считать постоянными. Известно [8], что константа  $B_1$  равна примерно 1.4 при 20°С. Отличие работы переноса одногодвух ближайших к полярной группе сегментов углеводородной цепи и работы переноса концевой метильной группы от работы – В<sub>1</sub> практически не сказывается при  $n_{\rm C} \gg 1$  на применимости линейного по n<sub>C</sub> выражения (6). То, что в принятой нами модели молекулярного агрегата углеводородное ядро не является в действительности бесконечной объемной фазой, а окружено поверхностью радиуса r, будет учтено несколько ниже.

Полный вклад  $W_h$  в безразмерную работу W определяется суммированием и интегрированием по  $n_1$  и  $n_2$  выражений (5) и (7). В итоге получаем

$$W_{\rm h} = -B_{\rm l} n_{\rm C} n_{\rm l} - B_{\rm 2} n_{\rm 2}. \tag{8}$$

Отрицательность величины  $W_{\rm h}$  способствует образованию молекулярных агрегатов в растворе.

При упаковке в сферическое углеводородное ядро молекулярного агрегата гидрофобная часть молекулы ПАВ и молекула солюбилизата претерпевают определенную деформацию, и их конформация в среднем будет отличаться от конформации в растворе. Отличие конформаций порождает положительный вклад в работу образования молекулярного агрегата. Назовем его деформационным и обозначим через  $W_{def}$ . Вклад  $W_{def}$  для молекулы ПАВ описан в литературе [6, 8, 11–13] и обычно выступает как небольшая поправка к гидрофобному вкладу  $W_h$ . В присутствии солюбилизата роль вклада  $W_{def}$  с ростом числа агрегации  $n_2$  должна уменьшаться. На этом основании вклад  $W_{def}$  далее учитывать не будем.

Как уже отмечалось выше, углеводородное ядро не является в действительности бесконечной объемной фазой с плоской межфазной поверхностью. Сферическое искривление последней приводит к появлению лапласовой разности давлений и соответствующему поверхностному вкладу  $W_s$ , представленному вторым слагаемым в правой части (5). Этот вклад, выраженный в единицах  $k_BT$ , можно записать в виде

$$W_{\rm s} = \frac{4\pi\gamma_0 r^2}{k_{\rm B}T},\tag{9}$$

где  $\gamma_0$  — поверхностное натяжение на границе между углеводородным ядром и раствором, которое будем считать постоянным и равным своему значению для плоской поверхности. То, что поверхностное натяжение ядра агрегата в присутствии полярных групп молекул ПАВ отличается от  $\gamma_0$  и зависит от чисел агрегации, в дальнейшем автоматически учитывается через электрический вклад  $W_{\rm el}$  от взаимодействия полярных групп.

С учетом (4) перепишем (9) как

$$W_{\rm s} = \frac{4\pi\gamma_0\lambda^2}{k_{\rm B}T} (n_{\rm l} + \alpha n_2)^{2/3}.$$
 (10)

Это соотношение полностью определяет поверхностный вклад  $W_s$  как функцию чисел агрегации  $n_1$  и  $n_2$  и температуры *T*. Из (10) следует, что  $W_s > 0$ . Положительность поверхностного вклада  $W_s$  в работу  $W(n_1, n_2)$  препятствует образованию молекулярных агрегатов в мицеллярном растворе.

Найдем теперь явное выражение для электрического вклада  $W_{\rm el}$  от взаимодействия полярных групп молекул ПАВ. Насильственное сближение этих групп для малых агрегатов в процессе перехода углеводородных хвостов внутрь ядра молекулярного агрегата приводит к их взаимодействию, наиболее типичным видом которого является взаимное электростатическое отталкивание диполей. Рассмотрим случай, когда электростатическая компонента достаточно хорошо характеризует все взаимодействие полярных групп. Поскольку образование молекулярных агрегатов в растворе происходит при постоянстве температуры и внешнего давления, то  $W_{\rm el}$  представляет собой электрическую энергию Гиббса конденсатора, образуемого гидрофильными частями молекул ПАВ в молекулярном агрегате. При предполагаемой в капельной модели молекулярного агрегата сферической симметрии конденсатора (обкладки этого конденсатора формируются зарядами в диполях молекул ПАВ, выступающими радиально из ядра агрегата) имеем (в единицах  $k_{\rm B}T$  измерения энергии) следующее электростатическое выражение для  $W_{\rm el}$  [5, 15, 16]:

$$W_{\rm el} = \frac{(zen_{\rm l})^2 \,\delta}{8\pi k_{\rm B} T \varepsilon_0 \varepsilon (r + \Delta l) (r + \Delta l + \delta)}.$$
 (11)

Здесь *ze* — электрический заряд в диполе отдельной гидрофильной части молекулы ПАВ (*e* — элементарный заряд),  $\delta$  — длина диполя гидрофильной части, т.е. толщина конденсатора,  $\varepsilon$  — эффективная диэлектрическая проницаемость среды, в которой находится конденсатор,  $\varepsilon_0$  — электрическая постоянная,  $\Delta l$  — длина связи, соединяющей гидрофобную часть молекулы ПАВ с ее полярной гидрофильной частью.

Предполагая, что при  $n_{\rm C} \ge 1$ ,  $n_{\rm l} \ge 1$  и  $n_2 \ge 1$  справедливы неравенства  $r \ge \delta$  и  $r \ge \Delta l$ , получим из (11):

$$W_{\rm el} \approx \frac{(zen_{\rm l})^2 \delta}{8\pi k_{\rm B} T \varepsilon_0 \varepsilon r^2}.$$
 (12)

Подставляя (4) в (12), приходим к соотношению

$$W_{\rm el} = \frac{(ze)^2 \,\delta n_{\rm l}^2}{8\pi k_{\rm B} T \varepsilon_0 \varepsilon \lambda^2 \left(n_{\rm l} + \alpha n_2\right)^{2/3}}.$$
 (13)

Из (13) следует, что  $W_{\rm el} > 0$ . Положительность электрического вклада  $W_{\rm el}$  в работу  $W(n_{\rm l}, n_2)$  препятствует образованию молекулярных агрегатов в растворе. Заметим, что мы рассчитали полный вклад полярных взаимодействий в работу W, происходящий как от химических потенциалов молекул ПАВ и солюбилизата в агрегате, так и от поверхностного натяжения. Таким образом, мы оправдываем использование поверхностного натяжения  $\gamma_0$  в (9) и (10).

При очень близком расположении гидрофильных частей молекул ПАВ возможны, помимо электрических сил, еще и более мощные силы непосредственного отталкивания полярных групп при их контакте. Такая картина типична для случая, когда упаковка молекул в мицеллах диктуется размером полярных групп [8, 11]. Мы же концентрируем внимание на случае, когда упаковка определяется углеводородными цепями, а полярные группы участвуют в образовании мицелл лишь дальнодействующими электрическими силами отталкивания.

Рассмотрим теперь концентрационный вклад  $W_{conc}$ , который происходит от различия концентраций молекул ПАВ и солюбилизата в ядре агрегата и растворе. Поскольку искривление поверхности агрегата уже учтено во вкладе  $W_s$ , а взаимодействие полярных групп на поверхности ядра — во вкладе  $W_{el}$ , то для определения вклада  $W_{conc}$  рассмотрим только разности химических

потенциалов гидрофобных частей молекул ПАВ и молекул солюбилизата в углеводородной фазе и растворе.

Для разности химических потенциалов  $\mu_{1n} - \mu_1$  углеводородных частей молекул ПАВ в углеводородной фазе (соответствующей ядру агрегата, но без учета искривления его поверхности) с концентрацией  $c_{1n}$  и в растворе с концентрацией  $c_1$  можем написать

$$\mu_{1n} - \mu_1 = k_{\rm B} T w_1 + k_{\rm B} T \ln \left( c_{1n} / c_1 \right). \tag{14}$$

Аналогично для разности химического потенциала  $\mu_{2n} - \mu_2$  молекул солюбилизата в углеводородной фазе (соответствующей ядру агрегата, но без учета искривления его поверхности) с концентрацией  $c_{2n}$  и в растворе с концентрацией  $c_2$  имеем

$$\mu_{2n} - \mu_2 = k_{\rm B} T w_2 + k_{\rm B} T \ln \left( c_{2n} / c_2 \right). \tag{15}$$

Так как учет первых слагаемых в правых частях (14) и (15) уже был сделан в гидрофобном вкладе  $W_h$ , то концентрационный вклад  $W_{conc}$ в работу агрегации W равен

$$W_{\rm conc} = -n_1 \ln \frac{c_1}{c_{1n}} - n_2 \ln \frac{c_2}{c_{2n}}.$$
 (16)

При  $n_{\rm C} \ge 1$ ,  $n_{\rm l} \ge 1$  и  $n_2 \ge 1$  радиус *r* согласно (1) настолько велик, что намного превышает толщину гидрофильного слоя агрегата и расстояние до него от поверхности углеводородного ядра. Тогда среднее число гидрофобных частей молекул ПАВ и молекул солюбилизата внутри ядра агрегата на единицу объема равны

$$c_{1n} \approx 3n_1/4\pi r^3, \ c_{2n} \approx 3n_2/4\pi r^3.$$
 (17)

Используя (4), представим концентрации  $c_{1n}$  и  $c_{2n}$  в (17) как функции чисел агрегации в виде

$$c_{1n} \approx \frac{3n_1}{4\pi\lambda^3} (n_1 + \alpha n_2)^{-1}, \quad c_{2n} \approx \frac{3}{4\pi\lambda^3} \frac{n_2}{n_1 + \alpha n_2}.$$
 (18)

Подставляя (17) и (18) в (16), находим окончательное выражение для концентрационного вклада  $W_{\text{conc}}$  в работу агрегации W:

$$W_{\rm conc} = -n_1 \ln\left(\frac{4\pi\lambda^3 c_1 n_1 + \alpha n_2}{3 n_1}\right) - n_2 \ln\left(\frac{4\pi\lambda^3 c_2 n_1 + \alpha n_2}{3 n_2}\right).$$
(19)

Из (19) следует, что при  $\frac{4\pi\lambda^3 c_1}{3} \frac{n_1 + \alpha n_2}{n_1} > 1$  и

 $\frac{4\pi\lambda^{3}c_{2}}{3}\frac{n_{1}+\alpha n_{2}}{n_{2}} > 1$  имеем  $W_{\text{conc}} > 0$ , а в остальных

случаях знак  $W_{\text{conc}}$  может быть как положительным, так и отрицательным. Таким образом, концентрационный вклад  $W_{\rm conc}$  может как способствовать, так и препятствовать образованию молекулярных агрегатов в растворе.

Подведем промежуточный итог. С учетом соотношений (5), (8), (10), (13) и (19) выражение для безразмерной работы агрегации W при солюбилизации растворенного углеводорода в молекулярных агрегатах ПАВ как функции числа агрегации  $n_1$  ПАВ и числа агрегации  $n_2$  солюбилизата, концентрации  $c_1$  мономеров ПАВ и концентрации  $c_2$  мономеров углеводорода в растворе может быть представлено в виде

$$W \equiv W(n_{1}, n_{2}, c_{1}, c_{2}) = -n_{C}B_{1}n_{1} - B_{2}n_{2} + \frac{4\pi\gamma_{0}\lambda^{2}}{k_{B}T} \times (n_{1} + \alpha n_{2})^{2/3} - n_{1}\ln\left(\frac{4\pi\lambda^{3}c_{1}}{3}\frac{n_{1} + \alpha n_{2}}{n_{1}}\right) - (20) - n_{2}\ln\left(\frac{4\pi\lambda^{3}c_{2}}{3}\frac{n_{1} + \alpha n_{2}}{n_{2}}\right) + \frac{\delta(ze)^{2}n_{1}^{2}}{8\pi k_{B}T\varepsilon_{0}\varepsilon\lambda^{2}(n_{1} + \alpha n_{2})^{2/3}}.$$

При  $n_2 = 0$  формула (20) переходит в известное выражение

$$W_{\rm M}(n_{\rm l},c_{\rm l}) = -n_{\rm C}B_{\rm l}n_{\rm l} + \frac{4\pi\gamma_0\lambda^2}{k_{\rm B}T}n_{\rm l}^{2/3} - n_{\rm l}\ln\left(\frac{4\pi\lambda^3c_{\rm l}}{3}\right) + \frac{\delta(ze)^2 n_{\rm l}^{4/3}}{8\pi\epsilon_0\epsilon k_{\rm B}T\lambda^2}$$
(21)

для работы агрегации  $W_{\rm M}(n_{\rm l},c_{\rm l})$  неионной сферической мицеллы [5, 15, 16]. При  $n_{\rm l} = 0$  формула (20) с учетом вытекающего из определений (3) равенства  $\lambda^3 \alpha = 3v_2/4\pi$  сводится к классическому выражению

$$W_{\rm D}(n_2, c_2) = -[B_2 + \ln(\upsilon_2 c_2)]n_2 + \frac{4\pi\gamma_0}{k_{\rm B}T} \left(\frac{3\upsilon_2}{4\pi}\right)^{2/3} n_2^{2/3}$$
(22)

для работы  $W_{\rm D}(n_2, c_2)$  образования капли углеводорода в растворе.

## 2. ПРОИЗВОДЯЩИЕ СВОЙСТВА РАБОТЫ АГРЕГАЦИИ

Работа агрегации W молекулярного агрегата с солюбилизатом связана с химическими потенциалами ПАВ  $\mu_{1\{n\}}$  и солюбилизата  $\mu_{2\{n\}}$  в ядре агрегата соотношениями

$$k_{\rm B}T \,\partial W/\partial n_1 = \mu_{1\{n\}} - \mu_1,$$
  

$$k_{\rm B}T \,\partial W/\partial n_2 = \mu_{2\{n\}} - \mu_2.$$
(23)

Очевидно, что  $\mu_{1\{n\}}$  совпадает с химическим потенциалом  $\tilde{\mu}_1$  мономеров ПАВ, а  $\mu_{1\{n\}}$  совпадает с химическим потенциалом  $\tilde{\mu}_2$  углеводорода в воображаемом водном растворе, который при тех же температуре и давлении, что и рассматриваемый раствор, находится в химическом равновесии с молекулярным агрегатом с числами агрегации  $\{n\} = \{n_1, n_2\}$ . Для агрегата, который находится в химическом равновесии с раствором при значениях  $\mu_1 = \mu_{1\{n\}}$  и  $\mu_2 = \mu_{2\{n\}}$ , в правых частях в (23) должны стоять нули. Дифференцируя (20) по числам агрегации и подставляя в левые части (23), мы получаем систему из двух уравнений для нахождения равновесных чисел агрегации  $n_{1e}$  и  $n_{2e}$  (при  $\mu_1 = \mu_{1\{n\}}$  и  $\mu_2 = \mu_{2\{n\}}$ ):

$$-n_{\rm C}B_{\rm 1} + \frac{8\pi\gamma_0\lambda^2}{3k_{\rm B}T(n_{\rm 1}+\alpha n_2)^{1/3}} - \ln\left(\frac{4\pi\lambda^3c_{\rm 1}}{3}\frac{n_{\rm 1}+\alpha n_2}{n_{\rm 1}}\right) + \frac{(\alpha-1)n_{\rm 1}n_2}{n_{\rm 1}(n_{\rm 1}+\alpha n_2)} + \frac{\delta(ze)^2n_{\rm 1}}{12\pi\varepsilon_0\varepsilon k_{\rm B}T\lambda^2}\frac{2n_{\rm 1}+3\alpha n_2}{(n_{\rm 1}+\alpha n_2)^{5/3}}\bigg|_{n_{\rm 1e},n_{\rm 2e}} = 0,$$
(24)

$$-B_{2} + \frac{8\pi\gamma_{0}\lambda^{2}\alpha}{3k_{\mathrm{B}}T(n_{\mathrm{l}}+\alpha n_{2})^{\mathrm{l}/3}} - \ln\left(\frac{4\pi\lambda^{3}c_{2}}{3}\frac{n_{\mathrm{l}}+\alpha n_{2}}{n_{2}}\right) - \frac{(\alpha-1)n_{\mathrm{l}}}{n_{\mathrm{l}}+\alpha n_{2}} - \frac{\delta(ze)^{2}\alpha n_{\mathrm{l}}^{2}}{12\pi k_{\mathrm{B}}T\varepsilon_{0}\varepsilon\lambda^{2}(n_{\mathrm{l}}+\alpha n_{2})^{5/3}}\bigg|_{n_{\mathrm{l}}\varepsilon,n_{2}\varepsilon}.$$
(25)

Считая в этих уравнениях заданными концентрации  $c_1, c_2$  и температуру раствора *T*, можем из них определить равновесные числа агрегации  $n_{1e}$  и  $n_{2e}$ как функции концентраций  $c_1$  и  $c_2$ .

Для понимания полной картины агрегации в присутствии ПАВ и солюбилизата в растворе полезно сначала рассмотреть, что показывает предложенная модель работы агрегации W в предельных случаях. В частности, в пределе при  $n_2 \rightarrow 0$  мы переходим к растворам ПАВ, в которых выше ККМ должно происходить образование мицелл. Соотношение (25) при  $n_2 \rightarrow 0$  исчезает, а соотношение (24) становится квадратным уравнением на точки максимума  $n_{lc}^{1/3}$  и минимума  $n_{ls}^{1/3}$  работы агрегации  $W_{\rm M}$  ( $n_{\rm l}, c_{\rm l}$ ):

$$\frac{\delta(ze)^2}{6\pi\varepsilon_0\varepsilon k_{\rm B}T\lambda^2}n_{\rm l}^{2/3} - \left[n_{\rm C}B_{\rm l} + \ln\left(\frac{4\pi\lambda^3c_{\rm l}}{3}\right)\right]n_{\rm l}^{1/3} + \frac{8\pi\gamma_0\lambda^2}{3k_{\rm B}T}\Big|_{n_{\rm lc},n_{\rm b}} = 0.$$
(26)

Решения этого уравнения имеют вид

$$n_{\rm ls}^{1/3} = \frac{3\pi\varepsilon_0\varepsilon k_{\rm B}T\lambda^2}{\delta(ze)^2} \left\{ n_{\rm C}B_1 + \ln\left(\frac{4\pi\lambda^3c_1}{3}\right) + \sqrt{\left(-\frac{1}{2}+\ln\left(\frac{4\pi\lambda^3c_1}{3}\right)\right)^2 - 16\delta(ze)^2\gamma_0} \right\}$$
(27)

$$+ \sqrt{\left(\frac{n_{\rm C}B_{\rm I} + \ln\left(\frac{1}{3}\right)\right) - \frac{1}{9\epsilon_{\rm 0}\epsilon(k_{\rm B}T)^{2}}},$$

$$\frac{1}{3} - \frac{3\pi\epsilon_{\rm 0}\epsilon k_{\rm D}T\lambda^{2}}{\left(\frac{4\pi\lambda^{3}c_{\rm C}}{2}\right)},$$

$$n_{lc}^{\eta S} = \frac{SRC_{0}eR_{B}^{2}R}{\delta(ze)^{2}} \left\{ n_{C}B_{l} + \ln\left(\frac{RRCC_{l}}{3}\right) - \sqrt{\left(n_{C}B_{l} + \ln\left(\frac{4\pi\lambda^{3}c_{l}}{3}\right)\right)^{2} - \frac{16\delta(ze)^{2}\gamma_{0}}{9\varepsilon_{0}\varepsilon(k_{B}T)^{2}}} \right\},$$
(28)

и существуют при концентрации мономеров ПАВ  $c_1 > c_{10}$ , где

$$c_{10} = \frac{1}{\upsilon(n_{\rm C}+1)} e^{-n_{\rm C}B_{\rm I} + \frac{4ze}{3k_{\rm B}T}\sqrt{\frac{\delta\gamma_0}{\varepsilon_0\varepsilon}}}$$
(29)

– корень выражения, стоящего под знаком радикала в (27) и (28). Таким образом, рассматриваемая модель в отсутствие солюбилизата в растворе неионного ПАВ предсказывает существование потенциального горба при  $n_1 = n_{lc}$  и потенциальной ямы при  $n_1 = n_{ls}$  у работы  $W_M(n_l, c_l)$  при некоторой концентрации  $c_1 > c_{10}$  мономеров в растворе ПАВ. При концентрации  $c_1 = c_{10}$  точки максимума  $n_{lc}^{1/3}$  и минимума  $n_{ls}^{1/3}$  работы агрегации сливаются в точку перегиба

$$n_{10}^{1/3} = \frac{3\pi\varepsilon_{0}\varepsilon k_{\rm B}T\lambda^{2}}{\delta(ze)^{2}} \left[ n_{\rm C}B_{\rm I} + \ln\left(\frac{4\pi\lambda^{3}c_{10}}{3}\right) \right], \qquad (30)$$

в которой  $\left(\partial^2 W_{\rm M}(n_{\rm l},c_{\rm l})/\partial n_{\rm l}^2\right)_{n_{\rm l}=n_{\rm l0}} = 0$ . Видим из (30), что точка  $n_{\rm l0}$  перегиба работы агрегации  $W_{\rm M}(n_{\rm l},c_{\rm l})$ одинакова при всех концентрациях  $c_{\rm l}$  мономеров в растворе ПАВ.

Так как из (27) и (28) имеем  $\partial n_{ls}^{1/3}/\partial c_1 > 0$ ,  $\partial n_{lc}^{1/3}/\partial c_1 < 0$ , то с ростом концентрации  $c_1$  мономеров ПАВ максимум работы сдвигается влево, а минимум работы — вправо относительно точки  $n_0$ на оси чисел агрегации. Благодаря вытекающему из (21) неравенству  $\partial W_M(n_l, c_1)/\partial c_1 = -n_l/c_l < 0$ , максимум и минимум работы становятся меньше с ростом концентрации  $c_1$ , но минимум углубляется быстрее. Очевидно, что концентрация  $c_{10}$  играет роль предвестника ККМ. Так как при ККМ наблюдается заметная доля ПАВ в устойчивых агрегатах, числа агрегации которых должны соответствовать области достаточно глубокой потенциальной ямы работы  $W_M(n_l, c_1)$ , то  $c_{10}$  всегда несколько меньше концентрации мономеров при

КОЛЛОИДНЫЙ ЖУРНАЛ том 83 № 4 2021

ККМ. Описанная выше картина соответствует результатам [5, 15, 16].

Чтобы найти ККМ, учтем теперь, что работа агрегации  $W_{\rm M}(n_{\rm l},c_{\rm l})$  определяет вид кривой распределения агрегатов по числам агрегации при равновесии в мицеллярном растворе [5]. Обозначим равновесную концентрацию молекулярных

агрегатов ПАВ в единице объема раствора как  $c_{n_1}^{(e)}$ . Эта концентрация связана с работой  $W_{\rm M}(n_1,c_1)$  соотношением [5]

$$c_{n_1}^{(e)} = c_1 e^{-W_M(n_1 - 1, c_1)}$$
 (n<sub>1</sub> = 1, 2, ...) (31)

(мы учли в (31), что работа образования агрегата из одного мономера ПАВ равна нулю, так как он уже присутствует в растворе). Очевидно, что совокупность концентраций  $c_{n_1}^{(e)}$  формирует функцию распределения  $c^{(e)}(n_1)$  агрегатов по числам агрегации  $n_1$  при агрегативном равновесии в мицеллярном растворе.

Доля ПАВ в молекулярных агрегатах (степень мицеллизации  $\alpha_{M}$ ) может быть определена как

$$\alpha_{\rm M}(c_1) = \frac{\sum_{n_1=n_{\rm lc}}^{\infty} n_1 c_{n_1}^{(e)}(c_1)}{\sum_{n_1=1}^{\infty} n_1 c_{n_1}^{(e)}(c_1)},$$
(32)

соответственно концентрацию мономеров *с*<sub>іккм</sub> при ККМ найдем как концентрацию, при которой

$$\alpha_{\rm M}\left(c_{\rm 1KKM}\right) = 0.1. \tag{33}$$

В противоположном предельном случае, при  $n_1 \rightarrow 0$ , мы переходим к растворам, в которых отсутствует ПАВ и присутствует только солюбилизат. Можно ожидать, что при смешивании солюбилизата и растворителя будет наблюдаться расслоение раствора. В пределе  $n_1 \rightarrow 0$  уравнение (24) исчезает, а уравнение (25) определяет точку максимума  $n_{2c}$  работы агрегации  $W_D(n_2, c_2)$ :

$$n_{2c}^{1/3} = \frac{8\pi\gamma_0}{3k_{\rm B}T\left[B_2 + \ln\left(\upsilon_2 c_2\right)\right]} \left(\frac{3\upsilon_2}{4\pi}\right)^{2/3}.$$
 (34)

Очевидно, что этот максимум существует (т.е.  $0 < n_{2c}^{1/3} < \infty$ ), если выполнено условие  $c_2 > c_{20}$ , где

$$c_{20} = \frac{1}{v_2} e^{-B_2}.$$
 (35)

Таким образом, рассматриваемая модель для работы агрегации солюбилизата в полярном растворителе в отсутствие ПАВ предсказывает существование конечного активационного барьера у работы  $W_D(n_2, c_2)$ , необходимой для расслоения раствора при концентрации мономеров солюби-

лизата  $c_2 > c_{20}$  в растворе ПАВ. Ниже концентрации  $c_2 = c_{20}$  раствор устойчив.

Вернемся теперь к анализу полной картины агрегации при совместном присутствии ПАВ и солюбилизата в растворе. Проведенное рассмотрение предельных одномерных случаев показывает, что в присутствии ПАВ и солюбилизата в растворе равновесные корни уравнений (24) и (25) могут соответствовать минимуму (устойчивому агрегату) и седловой точке (агрегату в неустойчивом критическом равновесии) на поверхности работы агрегации  $W(n_1, n_2, c_1, c_2)$ . Условие минимума  $W(n_1, n_2, c_1, c_2)$  записывается как

$$\frac{\partial^2 W}{\partial n_1^2}\Big|_{n_{1s},n_{2s}} > 0,$$
  
$$\frac{\partial^2 W}{\partial n_1^2} \frac{\partial^2 W}{\partial n_2^2} - \left(\frac{\partial^2 W}{\partial n_1 \partial n_2}\right)^2\Big|_{n_{1s},n_{2s}} > 0,$$
 (36)

а критерий седловой точки - как

$$\left. \partial^2 W / \partial n_1^2 \, \partial^2 W / \partial n_2^2 - \left( \partial^2 W / \partial n_1 \partial n_2 \right)^2 \right|_{n_{\rm lc}, n_{\rm 2c}} < 0, \quad (37)$$

где индексами s и с помечены величины, относящиеся к устойчивому и критическому агрегату и взятые соответственно в точке минимума и седловой точке. Изменяя концентрации  $c_1$  и  $c_2$ , с помощью соотношений (20) и (24), (25), (36) и (37) мы можем исследовать области существования устойчивых и неустойчивых дисперсий при солюбилизации аналогично тому, как это сделано в [18].

Если возможно состояние агрегативного (дисперсного) равновесия для раствора при заданных концентрациях  $c_1$  и  $c_2$  молекул ПАВ и углеводорода, то должно реализоваться термодинамически устойчивое распределение агрегатов по числам агрегации  $n_1$  и  $n_2$ . По аналогии с (31) обозначим равновесную концентрацию молекулярных агрегатов с числами агрегации  $n_1$  и  $n_2$  в единице объема раствора как  $c_{n_1n_2}^{(e)}$ . Очевидно, что совокупность концентраций  $c_{n_1n_2}^{(e)}$  формирует функцию распределения агрегатов  $c^{(e)}(n_1, n_2)$  по числам агрегации  $n_1$  и  $n_2$  при агрегативном равновесии в мицеллярном растворе.

Концентрация  $c_{n_1n_2}^{(e)}$  связана с работой  $W(n_1, n_2, c_1, c_2)$  соотношением

$$c_{n_1n_2}^{(e)} = Ae^{-W(n_1,n_2,c_1,c_2)}$$
  $(n_1 = 1, 2, ...; n_2 = 1, 2, ...),$  (38)

где A — нормировочный множитель. Точного определения этого множителя на сегодняшний день нет [19–21]. В согласии с соотношением (31) при  $c_1 \ge c_2$  будем считать, что агрегация начинается с формирования устойчивых агрегатов из

молекул ПАВ, к которым затем присоединяются молекулы солюбилизата. При этом работа образования агрегата из одного мономера ПАВ равна нулю, так как он уже присутствует в растворе, то есть  $W(n_1 = 1, n_2 = 0, c_1, c_2) = 0$ . Тогда, как и в [19], можем положить

$$A \approx c_1. \tag{39}$$

Заметим, что полное число  $N_{\text{agg}}$  устойчивых агрегатов в единице объема раствора равно

$$N_{\text{agg}} = \sum_{n_2=0}^{\infty} \sum_{n_1=n_{\text{lc}}}^{\infty} c_{n_1 n_2}^{(e)}.$$
 (40)

Удобно определить относительную концентрацию агрегатов  $\tilde{c}_{n_l n_2}^{(e)}$  как  $\tilde{c}_{n_l n_2}^{(e)} \equiv c_{n_l n_2}^{(e)} / N_{agg}$ . Из (38) и (40) тогда получаем

$$\tilde{c}_{n_{l}n_{2}}^{(e)} = \frac{e^{-W(n_{l},n_{2},c_{1},c_{2})}}{\sum_{n_{2}=0}^{\infty} \sum_{n_{l}=n_{lc}}^{\infty} e^{-W(n_{l},n_{2},c_{1},c_{2})}}.$$
(41)

Важными дополнительными характеристиками будут доля молекул ПАВ  $\alpha_{sur} \equiv \frac{1}{c_1} \times \sum_{n_2=0}^{\infty} \sum_{n_1=n_{lc}}^{\infty} n_l c_{n_l n_2}^{(e)}(c_1, c_2)$  и доля молекул солюбилизата  $\alpha_{sol} \equiv \frac{1}{c_2} \sum_{n_2=0}^{\infty} \sum_{n_1=n_{lc}}^{\infty} n_2 c_{n_l n_2}^{(e)}(c_1, c_2)$  в агре-

гатах по отношению к числу  $c_1$  мономеров ПАВ и числу  $c_2$  солюбилизата в единице объема раствора. С учетом (38) и (39) имеем

$$\alpha_{\rm sur}(c_1,c_2) \approx \sum_{n_2=0}^{\infty} \sum_{n_1=n_{\rm lc}}^{\infty} n_{\rm l} e^{-W(n_1,n_2,c_1,c_2)},$$
(42)

$$\alpha_{\rm sol}(c_1, c_2) \approx \frac{c_1}{c_2} \sum_{n_2=0}^{\infty} \sum_{n_1=n_{\rm lc}}^{\infty} n_2 e^{-W(n_1, n_2, c_1, c_2)}.$$
 (43)

#### 3. ЧИСЛЕННЫЕ ОЦЕНКИ

Для численных оценок возьмем следующие значения исходных параметров для раствора, ПАВ и солюбилизата:

$$\upsilon = 26.9 \times 10^{-30} \text{ m}^3, \quad B_1 = 1.4, \quad n_C = 12,$$
  

$$\lambda = 5.0 \times 10^{-10} \text{ m}, \quad \gamma_0 = 40 \text{ mH/m}, \quad \varepsilon = 40,$$
  

$$\delta = 3 \times 10^{-10} \text{ m}, \quad z = 1, \quad T = 293 \text{ K},$$
  

$$\upsilon_2 = 3.2 \times 10^{-28} \text{ m}^3, \quad B_2 = 14.$$
(44)

Эти оценки соответствуют водному раствору додецилсульфата натрия в присутствии соли (когда вследствие адсорбции ионов соли на поверхности агрегатов свойства соответствующего агрегата ПАВ приближаются к свойствам агрегата неионного ПАВ) и выбору декана в качестве солюбилизата.



**Рис. 1.** (а) Работа агрегации *W* молекулярных агрегатов при  $c_1 = 1.5c_{10} = 3.59 \times 10^{24} \text{ м}^{-3}$ ,  $c_2 = 10^{-5}c_{10} = 2.39 \times 10^{19} \text{ м}^{-3}$ ( $c_2/c_{20} = 0.008$ ); (б) распределение относительных концентраций  $\tilde{c}_{n_1n_2}^{(e)}$  молекулярных агрегатов, соответствующее работе на рис. 1а.

С учетом (43) из (29), (30), (32)–(35) находим для чистых растворов ПАВ и солюбилизата в воде:

$$c_{10} = 3.393 \times 10^{24} \text{ m}^{-3}, \ n_{10} = 35.63,$$
  
 $c_{1KKM} = 1.28c_{10}, \ c_{20} = 2.81 \times 10^{21} \text{ m}^{-3}.$  (45)

Проведенные с помощью (20), (41) и (44), (45) результаты расчета работы агрегации  $W(n_1, n_2, c_1, c_2)$ 

и  $\tilde{c}_{n_l n_2}^{(e)}$  как функций чисел агрегации  $n_l$  и  $n_2$  при различных равновесных концентрациях мономеров ПАВ и мономеров солюбилизата в водном растворе представлены ниже на рис. 1—4. К каждому рисунку по формулам (24), (25) и (42), (43) были найдены равновесные числа агрегации  $n_{le}$ ,  $n_{2e}$  (отвечающие особым точкам работы агрегации и распределения по числам агрегации) и относительные доли  $\alpha_{sur}$  и  $\alpha_{sol}$  молекул ПАВ и солюбилизата в агрегатах. Прокомментируем рис. 1—4 последовательно.

Рисунки 1–3 относятся к фиксированной концентрации  $c_1 = 1.5c_{10}$  мономеров ПАВ, которая немного ниже концентрации мономеров  $c_{1KKM} = 1.625c_{10}$  (найденной с помощью (33) и (32)) для чистого раствора ПАВ. При концентрации солюбилизата  $c_2 = 10^{-5}c_{10}$ , взятой при построении рис. 1а и 16, видим, что у работы агрегации W имеется седловая точка при  $n_{lc} \approx 15$  и  $n_{2c} = 0$  и минимум при  $n_{ls} \approx 84$  и  $n_{2s} \approx 1$  (находим из (24) и (25)).

На рис. 16 минимуму работы агрегации соответствует максимум распределения концентраций  $\tilde{c}_{n_ln_2}^{(e)}$ . Заметно выражен еще один пик распределения, который лежит в окрестности мономеров ПАВ. Соответствующие доля ПАВ и доля солюбилизата в устойчивых молекулярных агрегатах равны  $\alpha_{sur} = 9 \times 10^{-5}$  и  $\alpha_{sol} = 0.35$ . Из вида распределения на рис. 16 следует, что сначала образуется достаточно много устойчивых мицелл с числами агрегации  $n_l$  от 40 до 140, которые захватывают молекулы солюбилизата. Число агрегации  $n_2$  в этих мицеллах лежит в интервале от 0 до 5.

При концентрации солюбилизата  $c_2 = 7 \times$ 

×  $10^{-5}c_{10}$ , взятой при построении рис. 2а и 26, видим, что у работы агрегации *W* имеется седловая точка при  $n_{1c} \approx 15$  и  $n_{2c} = 0$  и минимум при  $n_{1s} \approx 95$ и  $n_{2s} \approx 5$ . То, что седловая точка практически не сместилась по сравнению с рис. 1а, означает с учетом вида рис. 26, что сначала образуется мицеллы чистого ПАВ. Минимуму работы агрегации соответствует заметный максимум распределения концентраций  $\tilde{c}_{n_{1}n_{2}}^{(e)}$ , в то время как пик распределения в окрестности мономеров ПАВ становится менее выраженным. Соответствующие доли ПАВ и солюбилизата в устойчивых молекулярных агрегатах равны  $\alpha_{sur} = 0.05$  и  $\alpha_{sol} = 68$ (т.е., число молекул солюбилизата в агрегатах уже



**Рис. 2.** (а) Работа агрегации *W* молекулярных агрегатов при  $c_1 = 1.5c_{10} = 3.59 \times 10^{24} \text{ м}^{-3}$ ,  $c_2 = 7 \times 10^{-5}c_{10} = 1.7 \times 10^{20} \text{ м}^{-3}$  ( $c_2/c_{20} = 0.06$ ); (б) относительная концентрация  $\tilde{c}_{np}^{(e)}$  молекулярных агрегатов, соответствующая работе на рис. 2a.

на 2 порядка превышает концентрацию этих молекул в растворе). В растворе присутствует много не очень крупных мицелл с числами агрегации  $n_1$ от 50 до 140 и числами молекул солюбилизата  $n_2$ от 0 до 15.

При дальнейшем росте концентрации с2 минимум работы агрегации становится глубже и смещается в область больших значений чисел агрегации *n*<sub>1</sub> и *n*<sub>2</sub>. Это хорошо видно на рис. За при  $c_2 = 2 \times 10^{-4} c_{10}$ . Корни системы уравнений (24) и (25) имеют следующие значения: для седловой точки  $n_{\rm lc} \approx 14, n_{\rm 2c} = 0$  и для минимума  $n_{\rm ls} \approx 136,$  $n_{2s} \approx 29$ . Происходит сильное накопление ПАВ и вещества солюбилизата в мицеллах:  $\alpha_{sur} = 1.1 \times 10^5$ ,  $\alpha_{sol} = 1.8 \times 10^8$ . Мицеллы будут заметно больше, с числами агрегации n<sub>i</sub> от 80 до 180 и числами агрегации n<sub>2</sub> от 5 до 55. При взятом масштабе на рис. Зб пик распределения видится изолированным при  $n_2 > 10$ , однако, согласно рис. За, сначала образуются мицеллы чистого ПАВ при  $n_2 = 0$ , которые затем "скатываются" к минимуму работы при *n*<sub>ls</sub> ≈ 136, *n*<sub>2s</sub> ≈ 29. При дальнейшем увеличении концентрации солюбилизата  $c_2$  минимум работы агрегации уходит в отрицательную область, хотя раствор остается равновесным.

Заметим, что при выбранном для расчетов, результаты которых были представлены на рис. 1–3 и в комментариях к этим рисункам, значении концентрации мономеров ПАВ  $c_1 = 1.5c_{10}$  с ростом концентрации  $c_2$  достаточно быстро возрастала и равновесная брутто-концентрация ПАВ. Можно ожидать, что при меньших равновесных концентрациях мономеров ПАВ указанная тенденция будет выражена слабее.

На рис. 4а и 4б представлено поведение работы агрегации W агрегатов из молекул ПАВ и солюбилизата и распределения относительных концентраций агрегатов  $\tilde{c}_{n_l n_2}^{(e)}$  как функций чисел агрегации  $n_1$  и  $n_2$  при концентрации мономеров ПАВ  $c_1 = 0.8c_{10}$ , что в 2 раза ниже концентрации  $c_{1KKM}$  в чистом водном растворе ПАВ. При концентрации  $c_2 = 6.38 \times 10^{-4} c_{10}$  корни системы уравнений (24) и (25) имеют следующие значения: для седловой точки работы агрегации  $n_{\rm lc} \approx 36, n_{\rm 2c} \approx 3$  и для минимума работы *n*<sub>ls</sub> ≈ 374, *n*<sub>2s</sub> ≈ 430. Видим, что в среднем число молекул солюбилизата уже превышает число молекул ПАВ в агрегате, и такие агрегаты становятся ближе к капле эмульсии. Агрегаты будут большими, с числами агрегации *n*<sub>1</sub> от 270 до 470 и числами агрегации n<sub>2</sub> от 200 до 700. Значения  $\alpha_{sur} = 391$  и  $\alpha_{sol} = 5.7 \times 10^5$  для рассмат-



**Рис. 3.** (а) Работа агрегации *W* молекулярных агрегатов при  $c_1 = 1.5c_{10} = 3.59 \times 10^{24} \text{ м}^{-3}$ ,  $c_2 = 2 \times 10^{-4} c_{10} = 4.8 \times 10^{20} \text{ м}^{-3}$  ( $c_2/c_{20} = 0.17$ ); (б) относительная концентрация  $\tilde{c}_{n,n_2}^{(e)}$  молекулярных агрегатов, соответствующая работе на рис. За.



**Рис. 4.** (а) Работа агрегации *W* молекулярных агрегатов при  $c_1 = 0.8c_{10} = 1.91 \times 10^{24} \text{ м}^{-3}$ ,  $c_2 = 6.38 \times 10^{-4} c_{10} = 1.53 \times 10^{21} \text{ м}^{-3}$  ( $c_2/c_{20} = 0.54$ ); (б) относительная концентрация  $\tilde{c}_{n_1n_2}^{(e)}$  молекулярных агрегатов, соответствующая работе на рис. 4а.

риваемых концентраций с1 и с2 означают, что происходит существенное накопление ПАВ и вещества солюбилизата в агрегатах, однако доля ПАВ в агрегатах становится меньше. Это подтверждает сделанное выше предположение, что при уменьшении равновесной концентрации мономеров ПАВ дальнейший рост равновесной брутто-концентрация ПАВ с ростом концентрации  $c_2$  замедляется. Заметим, однако, что с уменьшением концентрации мономеров ПАВ возрастает активационный барьер для перехода от мономеров к устойчивым мицеллам. Этот барьер равен значению работы агрегации в седловой точке и определяет время установления мицеллярного равновесия и другие кинетические характеристики релаксации мицеллярных растворов [22-24]. Чем больше этот барьер, тем дольше устанавливается равновесие в дисперсных системах. При приближении равновесной концентрации молекул солюбилизата к значению  $c_{20}$  система теряет термодинамическую устойчивость.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данном сообщении обосновано новое термодинамическое соотношение (20) для работы образования молекулярного агрегата из молекул неионного ПАВ и молекул солюбилизата в тройном растворе углеводород-ПАВ-вода. Это соотношение учитывает гидрофобное взаимодействие углеводородных групп в ядре агрегата, сферическое искривление ядра и возникающую разницу давлений, электростатическое взаимодействие полярных групп молекул неионного ПАВ, разницу химических потенциалов молекул ПАВ и солюбилизата в водном растворе и в агрегате. Записанная для работы агрегации формула определяет ее как функцию температуры, концентраций ПАВ и углеводорода в растворе, чисел агрегации ПАВ и углеводорода в агрегате и параметрически зависит от строения и физических характеристик молекул ПАВ и углеводорода.

Найдены соотношения (24) и (25) для чисел агрегации в седловой точке и точке минимума работы агрегации, определяющих прямой и обратный активационный барьеры при образовании устойчивых агрегатов. Записано соотношение (41) для распределения относительных концентраций агрегатов по числам агрегации ПАВ и солюбилизата при разных концентрациях мономеров ПАВ и углеводорода в растворе.

На примере водного раствора неионного ПАВ с числом атомов С в углеводородном радикале равным 12 и декана как солюбилизата рассчитаны примеры двумерных поверхностей работы агрегации и распределения при разных равновесных концентрациях солюбилизата и равновесных концентрациях мономеров ПАВ существенно меньших, чем концентрация, соответствующая ККМ в чистом растворе ПАВ (рис. 1–4). Сделанные с помощью формул (24) и (25) и формул (42) и (43) оценки чисел агрегации и долей ПАВ и солюбилизата в агрегатах по отношению к равновесным концентрациям мономеров ПАВ и солюбилизата показывают возможность колоссального накопления солюбилизата в молекулярных агрегатах и переход при относительно низких концентрациях ПАВ к прямым микроэмульсиям. При этом в рассмотренных примерах формирование микроэмульсии начинается с образования практически чистых мицелл ПАВ и последующего захвата мономеров солюбилизата.

Показано, что предельные концентрации неионного ПАВ и солюбилизата, соответствующие формированию устойчивых нано- и микроэмульсий, лежат в достаточно узких интервалах, попасть в которые при случайном поиске в лабораторных экспериментах маловероятно.

#### ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена при финансовой поддержке ПАО "ГАЗПРОМНЕФТЬ".

# КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Dynamics of Surfactant Self-Assemblies: Micelles, Microemulsions, Vesicles and Lyotropic Phases. Surfactant Science Series. V. 125 / Ed. by Zana R. Boca Raton: CRC Press, 2005.
- 2. *Schramm L.L.* Emulsions, Foams, and Suspensions. Fundamentals and Applications. Weinheim, Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, 2005.
- 3. Surfactants and Interfacial Phenomena / Ed. by Rosen M.J., Kunjappu J.T. Hoboken, New Jersey: Wiley, 2012.
- 4. Micelles: Structural Biochemistry, Formation and Functions & Usage / Ed. by Bradburn D., Bittinger T. New York: Nova Science Publ., 2014.
- 5. Русанов А.И., Щёкин А.К. Мицеллообразование в растворах поверхностно-активных веществ. 2-е изд. СПб.: Лань, 2016.
- 6. Self-Assembly: From Surfactants to Nanoparticles / Ed. by Nagarajan R. Hoboken: Wiley, 2019.
- *Tanford C.* The Hydrophobic Effect: Formation of Micelles and Biological Membranes. 2nd ed. N.Y.: Wiley, 1980.
- Nagarajan R., Ruckenstein E. // Equations of State for Fluids and Fluid Mixtures. Ed. by Sengers J.V., Kayser R.F., Peters C.J., White H.J. Experimental Thermodynamics. V. 5. P. 589. Amsterdam: Elsevier, 2000.
- Puvvada S., Blankschtein D. // J. Chem. Phys. 1990. V. 92. P. 3710.

- 10. *Kralchevsky P.A., Danov K.D., Anachkov S.E.* // Colloid J. 2014. V. 76. P. 255.
- Danov K.D., Kralchevsky P.A., Stoyanov S.D., Cook J.L., Stott I.P., Pelan E.G. // Adv. Colloid Interface Sci. 2018. V. 256. P. 1.
- 12. Danov K.D., Kralchevsky P.A., Stoyanov S.D., Cook J.L., Stott I.P. // J. Colloid Interface Sci. 2019. V. 547. P. 245.
- Danov K.D., Kralchevsky P.A., Stoyanov S.D., Cook J.L., Stott I.P. // J. Colloid Interface Sci. 2019. V. 551. P. 227.
- Danov K.D., Kralchevsky P.A., Stoyanov S.D., Cook J.L., Stott I.P. // J. Colloid Interface Sci. 2021. V. 581. Part A. P. 262.
- Русанов А.И., Гринин А.П., Куни Ф.М., Щекин А.К. // Журн. общей химии. 2002. Т. 72. С. 651.
- Русанов А.И., Куни Ф.М., Гринин А.П., Щекин А.К. // Коллоид. журн. 2002. Т. 64. С. 670.

- 17. Русанов А.И. // Коллоид. журн. 2021. Т. 83. С. 98.
- 18. *Щёкин А.К., Шабаев И.В. //* Коллоид. журн. 2010. Т. 72. С. 424.
- 19. Reiss H. // J. Chem. Phys. 1950. V. 18. P. 840.
- Мелихов А.А., Курасов В.Б., Джикаев Ю.Ш., Куни Ф.М. // Журн. техн. физики. 1991. Т. 61. № 1. С. 27.
- Wilemski G., Wyslouzil B.E. // J. Chem. Phys. 1995.
   V. 103. P. 1127.
- 22. *Куни Ф.М., Русанов А.И., Щёкин А.К., Гринин А.П. //* Журн. физ. химии. 2005. Т. 79. С. 967.
- Shchekin A.K., Kuni F.M., Grinin A.P., Rusanov A.I. // Nucleation Theory and Application. Ed. by Schmelzer J.W.P. N.Y.: Wiley, 2005. Ch. 9. P. 312.
- 24. Щёкин А.К., Аджемян Л.Ц., Бабинцев И.А., Волков Н.А. // Коллоид. журн. 2018. Т. 80. С. 115.