

УДК 544.772.4+536.244+533.6.011.6

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ДЛЯ РАСЧЕТА СИЛЫ ФОТОФОРЕЗА, ДЕЙСТВУЮЩЕЙ НА КРУПНУЮ АЭРОЗОЛЬНУЮ ЧАСТИЦУ СФЕРОИДАЛЬНОЙ ФОРМЫ

© 2022 г. С. И. Гращенко*

Псковский государственный университет, пл. Ленина, 2, Псков, 180000 Россия

**e-mail: grasi@mail.ru*

Поступила в редакцию 01.09.2021 г.

После доработки 04.10.2021 г.

Принята к публикации 10.10.2021 г.

Метод конечных элементов применен для расчета фотофоретической силы, действующей на твердую аэрозольную частицу сфероидальной формы, для случая, когда ее размер много больше средней длины свободного пробега молекул в газе. Учитывались тепловое электромагнитное излучение с поверхности частицы и зависимости плотности, вязкости, теплопроводности газообразной среды и теплопроводности вещества частицы от температуры. Проведены численные расчеты фотофоретической силы, действующей на частицу, нагреваемую потоком электромагнитного излучения, направленного вдоль ее оси симметрии.

DOI: 10.31857/S0023291222010037

ВВЕДЕНИЕ

На неоднородно нагретые аэрозольные частицы действуют силы, обусловленные наличием теплового скольжения газа на их поверхности. В том случае, когда нагрев частиц обеспечивается поглощением ими электромагнитного излучения, данное явление носит название фотофореза. Этот термин ввел Эренхафт [1], обнаруживший движение частиц пыли, освещаемых мощной лампой. В случае крупных частиц, размеры которых много больше средней длины свободного пробега молекул в газе, течение газа в окрестности частиц может быть описано исходя из континуальной модели. При этом, как правило, при расчете распределений температуры и скорости течения газа числа Рейнольдса и Пекле полагаются столь малыми, что их можно считать равными нулю. Фотофорез твердых сферических частиц для данного случая подробно рассмотрен в работах [2, 3]. При анализе движения частиц в этих работах их нагрев полагался достаточно малым, и зависимостью коэффициентов молекулярного переноса и плотности газа от температуры пренебрегали. Действующая на частицу сила, в том числе ее направление, существенным образом зависит от получаемого распределения внутренних источников тепла [2], которое в свою очередь зависит от размера частицы и длины волны падающего излучения [4]. Фотофорезу аэрозольных частиц посвящено большое количество работ, доста-

точно подробный обзор которых приведен в статье [5]. В данной работе мы ограничимся обзором работ, учитывающих зависимость фотофоретической силы, действующей на частицу, от ее формы и степени нагрева. Отметим, что в ряде случаев расчет скорости фотофореза установившегося движения частиц более прост, чем расчет силы фотофореза [6, 7]. Однако на практике, например для анализа различных экспериментов по исследованию физических и химических процессов [8, 9], происходящих в результате облучения аэрозольных частиц лазерным излучением, обычно важен расчет именно силы фотофореза, а не скорости установившегося фотофоретического движения. Это обусловлено тем, что при удерживании частиц при помощи различных механизмов наряду с силой фотофореза и силой вязкого сопротивления на них действуют и другие силы. В работе [10] рассматривалось движение частицы в форме сфероидального вращения под воздействием электромагнитного излучения, направленного под произвольным углом к его оси вращения и проводились расчеты для случая, когда излучение поглощалось в тонком поверхностном слое частицы. Та же задача, что и в работе [10], но только для случая сплюснутых сфероидов и излучения, направленного вдоль оси вращения сфероидального, рассматривалась в работах [11, 12]. Отметим, что результаты работы [10] вызывают сомнения, т.к. приведенные в ней численные данные скорости фотофореза не совпадают с ре-

зультатами расчетов по формулам работ [7, 11, 12]. Влияние нагрева частицы и, как следствие, нагрева окружающего газа на ее скорость и силу фотофореза проводилось в работах [13–16]. В работе [13] рассматривалась задача о фотофоретическом движении сферических частиц. В диссертации [14] проводилась оценка скоростей фотофореза частиц в виде сплюснутых сфероидов и действующих на них сил для случая, когда отношение длин осей сфероида мало отличается от единицы. В работах [13, 14] использовались степенные аппроксимации для вязкости газа, теплопроводности газа и вещества частицы и учитывалось тепловое излучение с поверхности частиц. В работе [15] при таких же аппроксимациях для теплопроводностей и вязкости для сферических частиц дополнительно учитывался ряд поправок по числу Кнудсена (отношение средней длины свободного пробега молекул газа к характерному размеру частицы). Похожая задача, но для всех чисел Кнудсена и без учета зависимости коэффициентов вязкости и теплопроводностей от температуры, а с учетом лишь теплового излучения с поверхности частиц, рассматривалась в работе [16]. Таким образом, мы видим, что влияние формы частицы на силу фотофореза изучено только для сплюснутых сфероидов, а влияние зависимости коэффициентов молекулярного переноса от температуры рассмотрено лишь для случаев, когда для таких зависимостей можно использовать степенную аппроксимацию. Как проиллюстрировано в работе [14], такая аппроксимация достаточно часто может быть применима для учета зависимости теплопроводности и вязкости газа от температуры. Однако для теплопроводности твердых тел она, как правило, является или слишком грубой, или вообще неприменимой. Поэтому представляет интерес разработка методов расчета силы фотофореза, позволяющих рассматривать частицы, форма которых может быть отличной от сферической, и без указанных выше ограничений на виды зависимостей вязкости и теплопроводностей от температуры. В настоящей работе исследуется применимость метода конечных элементов для расчета силы фотофореза, действующей на твердую аэрозольную частицу сфероидальной формы, размеры которой много больше средней длины свободного пробега молекул в газе, при условии, что числа Рейнольдса и Пекле можно считать равными нулю.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ОПИСАНИЕ МЕТОДА

В рассматриваемой постановке задачи распределение температуры T_p внутри аэрозольной частицы и распределения температуры T_g , скорости \mathbf{u} и давления p газа в окрестности частицы описываются следующими уравнениями [17, 18]:

$$\nabla \cdot (\kappa_g \nabla T_g) = 0, \quad (1)$$

$$\nabla \cdot (\kappa_p \nabla T_p) = -f, \quad (2)$$

$$\nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0, \quad (3)$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}, p) = 0, \quad (4)$$

где κ_p – коэффициент теплопроводности вещества частицы, κ_g – коэффициент теплопроводности газа, f – плотность мощности тепловых источников внутри частицы, ρ – плотность газа, $\boldsymbol{\sigma}$ – тензор вязких напряжений газа, который в рассматриваемом случае может быть представлен как

$$\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}, p) = 2\mu \mathbf{E}(\mathbf{u}) - p \mathbf{I} - \frac{2}{3} \mu \mathbf{I} \nabla \cdot \mathbf{u},$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{u}) = \frac{1}{2} (\nabla \otimes \mathbf{u} + (\nabla \otimes \mathbf{u})^T).$$

Здесь μ – коэффициент динамической вязкости газа, \mathbf{I} – единичный тензор. В данной статье используется соглашение, согласно которому знак скалярного умножения может быть опущен только при скалярном умножении векторов и при умножении скаляра на вектор. Тензорное и двойное скалярное произведения всегда указываются явно. Плотность газа полагается обратно пропорциональной абсолютной температуре, и ее зависимость от давления не учитывается. Последнее обстоятельство обусловлено тем, что в рассматриваемой задаче движение газа происходит со скоростями много меньшими скорости звука, и изменения его давления малы по сравнению со средним значением этой величины. На поверхности частицы используются следующие граничные условия [19, 20]:

$$T_p = T_g, \quad (5)$$

$$\kappa_p \mathbf{n} \cdot \nabla T_p - \kappa_g \mathbf{n} \cdot \nabla T_g = -\sigma_1 \sigma_0 (T_p^4 - T_\infty^4) + \varphi, \quad (6)$$

$$\mathbf{u} \cdot \mathbf{n} = 0, \quad (7)$$

$$\mathbf{u} \cdot \boldsymbol{\tau} = \frac{K_{TS} \mu}{T_g \rho} \boldsymbol{\tau} \cdot \nabla T_g. \quad (8)$$

Здесь \mathbf{n} – нормаль, направленная от поверхности аэрозольной частицы в ее внутреннюю область, $\boldsymbol{\tau}$ – произвольный единичный тангенциальный вектор, проведенный из рассматриваемой точки поверхности, K_{TS} – коэффициент теплового скольжения газа, T_∞ – температура газа на бесконечно большом расстоянии от частицы, которая полагается постоянной заданной величиной, σ_0 – постоянная Стефана–Больцмана, σ_1 – интегральная степень черноты, φ – поверхностная плотность внутренних источников тепла. Предпоследнее слагаемое в (6) учитывает тепловое излучение с поверхности частицы. Остановимся подробнее на величине φ в (6). Поглощение металлами излучения широко применяемых технологических лазеров происхо-

дит в слое порядка 10^{-7} м [21]. Для крупных аэрозольных частиц толщина слоя оказывается много меньше характерного размера частицы. В этом случае для описания нагрева частиц при использовании метода конечных элементов удобнее использовать не объемную плотность тепловых источников в уравнении (2), а учесть поглощение излучения в уравнении (6). Величина ϕ для данного материала частицы зависит от угла, под которым излучение падает на поверхность частицы, и от его длины волны. Для ее расчета используем формулу

$$\phi = A |\mathbf{w}\mathbf{n}|, \quad \Phi = A |\mathbf{w}\mathbf{n}|, \quad (9)$$

где \mathbf{w} – вектор плотности потока электромагнитного излучения, падающего на поверхность частицы, A – поглощательная способность вещества частицы. Значение A некоторых металлов для электромагнитного излучения различных лазеров можно найти в [22]. Отметим, что глубина поглощения излучения мала и для стеклоглерида, т.к. она определяется значением коэффициента поглощения данного вещества, которое того же порядка, что и для металлов [23].

Рассмотрим коротко процедуру расчета распределений температуры, скорости и давления методом конечных элементов. В этом методе область, в которой ищется распределение той или иной величины, разбивается на множество подобластей. В результате получается расчетная сетка, на основе которой генерируется набор базисных функций, используемых для аппроксимации искомого распределения. Таким образом, распределение ищется в виде разложений в ряд по этим функциям с неизвестными коэффициентами. Одним из способов нахождения указанных коэффициентов является использование слабой формы представления задачи, которая для системы уравнений (1)–(6) имеет вид [7]:

$$\int_{\Omega} \tilde{f} \phi d\tilde{V} = \int_{\Omega} \tilde{\kappa} \tilde{\nabla} \tilde{T} \tilde{\nabla} \phi d\tilde{V} + \int_{\Gamma} \left(\frac{b T_{\infty}^3 \sigma_1 \sigma_0}{\kappa_{g\infty}} (\tilde{T}^4 - 1) - \frac{b\phi}{\kappa_{g\infty} T_{\infty}} \right) \phi d\tilde{S}, \quad (10)$$

$$\int_{\Omega} \left(2\tilde{\mu} \tilde{\mathbf{E}}(\tilde{\mathbf{u}}) : \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{v}) - \left(\tilde{p} + \frac{2}{3} \tilde{\mu} \tilde{\nabla} \cdot \tilde{\mathbf{u}} \right) \tilde{\nabla} \cdot \mathbf{v} \right) d\tilde{V} + \int_{\Omega} q \tilde{\nabla} \cdot \left(\frac{\tilde{\mathbf{u}}}{\tilde{T}} \right) d\tilde{V} = 0. \quad (11)$$

Здесь ϕ, \mathbf{v}, q – тестовые функции, последовательная подстановка которых в (10), (11) позволяет получить системы уравнений для расчета указанных выше неизвестных коэффициентов, b – характерный размер частицы, $\kappa_{g\infty}$ – теплопроводность газа при температуре T_{∞} , Γ – граница, совпадающая с поверхностью частицы, Ω – конечная область, в которой ищутся распределения температуры, скорости и давления. Размеры этой области должны

быть достаточно велики по сравнению с размером частицы для того, чтобы получаемые в итоге распределения мало отличались от распределений для одиночной частицы в неограниченной среде. Нормированные распределения температуры \tilde{T} , скорости $\tilde{\mathbf{u}}$ и давления \tilde{p} определяются следующим образом:

$$\tilde{T} = \frac{T}{T_{\infty}}, \quad \tilde{\mathbf{u}} = \frac{\mathbf{u}}{U_0}, \quad \tilde{p} = \frac{b}{U_0 \mu_{\infty}} p,$$

где μ_{∞} – динамическая вязкость при температуре T_{∞} , $U_0 = K_{TS} \mu_{\infty} / (b \rho_{\infty})$, ρ_{∞} – плотность газа при температуре T_{∞} , T – температура вещества в рассматриваемой точке пространства, которая может находиться как вне, так и внутри частицы. Остальные нормированные величины определяются как

$$\tilde{\kappa} = \frac{\kappa}{\kappa_{g\infty}}, \quad \tilde{\mu} = \frac{\mu}{\mu_{\infty}}, \quad \tilde{f} = \frac{fb^2}{T_{\infty} \kappa_{g\infty}},$$

где κ – теплопроводность вещества в рассматриваемой точке пространства. Использование тильды над операторами, объемом и площадью указывает, что координаты нормированы на характерный размер b .

В настоящее время имеется ряд компьютерных программ, позволяющих находить численное решение исходной системы дифференциальных уравнений методом конечных элементов по слабой форме представления этой системы. Примерами таких программ являются свободно распространяемые пакеты с открытым программным кодом freefem++ [24] и NGSolve [25, 26]. В данной работе использовался пакет NGSolve, но в целях тестирования некоторые расчеты повторно проводились и в freefem++. Используя эти или аналогичные программы и следуя процедуре, описанной в [7], из выражений (7)–(11) при заданном распределении внутренних источников тепла можно получить распределения скорости и давления газа в окрестности частицы. Если при расчете полагать, что на внешней границе рассматриваемой области действующая на газ со стороны границы сила равна нулю, то скорость газа на большом расстоянии от частицы по модулю будет равна ее установившейся скорости фотофореза в системе отсчета, в которой газ на большом расстоянии от частицы покоится [7]. С формальной точки зрения силу фотофореза \mathbf{F} можно получить, если при расчете распределений скорости и давления газа на внешней границе рассматриваемой области положить равной нулю не силу, действующую на газ, а скорость газа. В этом случае силу фотофореза можно рассчитать по формуле [17]

$$\mathbf{F} = \int_{\Gamma} \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}, p) \cdot \mathbf{n} dS. \quad (12)$$

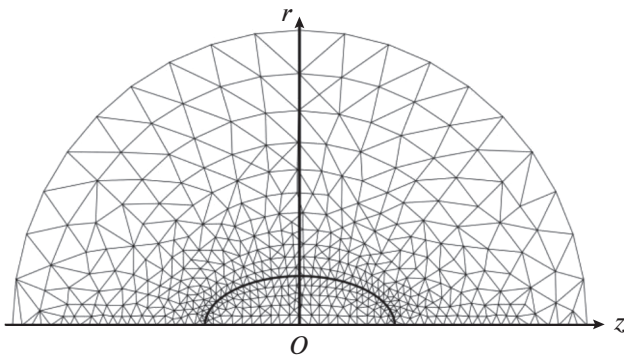


Рис. 1. Структура расчетной области.

Однако на практике это приводит к слишком большой погрешности расчета силы. Рассмотрим причину этого обстоятельства. Метод конечных элементов по своей сути является приближенным. Поэтому вследствие ошибок вычисления получаемые распределения скорости и давления флуктуируют около некоторых истинных распределений. При вычислении поверхностных интегралов от функций, содержащих найденные распределения, влияние этих флуктуаций накапливается, и значения таких интегралов могут вычисляться со значительной погрешностью. В нашем случае это приводит к заметному понижению точности расчета сил по формуле (12). Точность расчета можно повысить, если учесть, что при установившемся движении сила фотофореза по модулю равна силе вязкого сопротивления, действующей на частицу. В данной работе сила фотофореза рассчитывается как взятая с обратным знаком сила вязкого сопротивления, действующая на неподвижную частицу при заданной на внешней границе скорости газа. Последняя полагается равной взятой с обратным знаком найденной ранее скорости установившегося фотофоретического движения. На поверхности частицы скорость газа полагается равной нулю. Распределения скорости и давления ищутся при помощи слабой формы (11). Таким образом, при вычислении силы вместо граничного условия (8), в котором используется скорость, вычисляемая на основе аппроксимируемого решения для распределения температуры, мы используем точно заданное распределение скорости газа на поверхности частицы и внешней границе расчетной области, что и приводит к уменьшению погрешности вычисления силы. Как показали описываемые ниже тестовые расчеты, такой подход позволяет с достаточной для использования на практике точностью находить силу фотофореза для частиц сфероидальной формы.

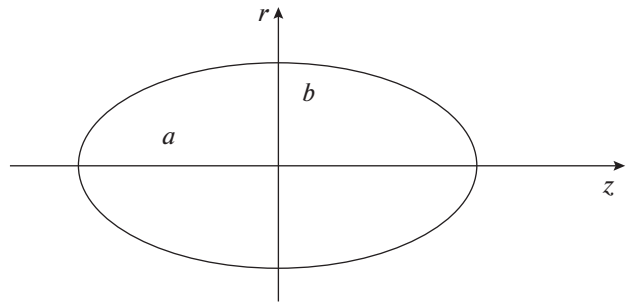


Рис. 2. Пример сечения рассматриваемой частицы.

РАСЧЕТ СИЛЫ ФОТОФЕРЕЗА, ДЕЙСТВУЮЩЕЙ НА ЧАСТИЦУ СФЕРОИДАЛЬНОЙ ФОРМЫ

Конкретизируем описанную выше общую схему расчета. Будем рассматривать случай, когда частица нагревается однородным потоком электромагнитного излучения, направленного вдоль оси симметрии сфероида. Считаем, что падающее излучение поглощается бесконечно тонким поверхностным слоем частицы. При такой постановке задачи искомые распределения осесимметричны и требования к вычислительным ресурсам можно многократно снизить, перейдя к цилиндрическим координатам и сведя трехмерную задачу к двумерной, в которой все распределения зависят только от полярного радиуса r и аппликаты z цилиндрической системы координат. Структура расчетной области показана на рис. 1. Для удобства отображения отдельных элементов соотношения их размеров отличаются от реально используемых. Обозначим за a расстояние от центра частицы до ее поверхности вдоль оси z , а через b расстояние от центра частицы до ее поверхности в направлении, перпендикулярном этой оси (см. рис. 2). При построении расчетной сетки расстояние b было взято за единицу, а реальное значение этого расстояния использовалось в качестве характерного размера в рассмотренных выше формулах. При $a \leq b$ расстояние от центра частицы до границы расчетной области полагалась равным $1000b$, а в противном случае — $1000a$. Пакеты `freefem++` и `NGSolve` имеют встроенные средства построения подобных сеток.

При использовании пакета `NGSolve` для аппроксимации полей температуры и скорости использовались полиномы Лежандра пятого порядка, а для поля давления — четвертого. При использовании пакета `freefem++` (для дополнительных тестовых расчетов) использовались полиномы соответственно третьего и второго порядков. Возможность использования в пакете `NGSolve` полиномов более высоких порядков позволяло проводить вычисления с большей точностью, и поэтому все представленные ниже результаты получены при

помощи именно этого пакета. Процедура расчета скорости фотофореза совпадает с описанной в [7] и здесь не приводится. Расчет полей скорости и давления газа, на основе которых вычисляется сила фотофореза, отличается от соответствующего расчета для скорости фотофореза только изменением граничных условий и поэтому здесь не описывается. Как и в [7], полагалось, что частицы находятся при температуре $T_\infty = 300$ К в воздухе, давление которого на большом расстоянии от них равно 10^5 Па, $\rho_\infty = 1.177$ кг/м³, $K_{TS} = 1.152$ [20]. Для теплопроводности и вязкости воздуха использовались следующие аппроксимации [7]:

$$\kappa_g = \left(2.819 \times 10^{-11} \frac{1}{\text{К}^3} T^3 - 7.832 \times 10^{-8} \frac{1}{\text{К}^2} T^2 + 1.219 \times 10^{-4} \frac{1}{\text{К}} T - 4.244 \times 10^{-3} \right) \frac{\text{Вт}}{\text{м К}},$$

$$\mu = \left(1.7162 \times 10^{-5} \frac{384\text{К}}{111\text{К} + T} \left(\frac{T}{273\text{К}} \right)^{1.5} \right) \text{Па с}.$$

При анализе полученных результатов использовались нормированные величины скорости \tilde{U} установившегося фотофоретического движения частицы, действующей на нее силы \tilde{F}_d вязкого сопротивления и силы \tilde{F}_p фотофореза, вводимые следующим образом:

$$\tilde{U} = \frac{U}{U_s},$$

$$\tilde{F}_d = \frac{F_d}{6\pi\mu_\infty b U},$$

$$\tilde{F}_p = \frac{F_p}{6\pi\mu_\infty b U_s} = \tilde{F}_d \tilde{U},$$

$$U_s = \frac{K_{TS}\mu_\infty}{T_\infty\rho_\infty} \frac{Aw}{3(2\kappa_g + \kappa_p)},$$

где U_s — скорость фотофоретического движения сферической частицы, облучаемой однородным потоком электромагнитного излучения, поглощаемого тонким поверхностным слоем частицы, найденная без учета ее нагрева и теплового излучения с ее поверхности [6], U — скорость фотофоретического движения частицы, F_d — сила вязкого сопротивления, действующая на частицу, F_p — сила фотофореза, действующая на частицу.

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Рассмотрим сначала результаты тестовых расчетов, подтверждающих корректность работы разработанной процедуры. На первом этапе были проведены расчеты в предположении, что влиянием нагрева частицы на коэффициенты вязкости и теплопроводности можно пренебречь. В этом случае

точное значение нормированной силы \tilde{F}_p фотофореза, действующей на сферическую частицу, равно единице. Как показали тестовые расчеты при различных значениях теплопроводности вещества частицы, это требование выполняется с точностью до 0.02%. Для сплюснутых сфероидов сравнение проводилось с результатами расчетов по аналитической формуле, полученной в работе [11]. Для значений отношения a/b в пределах от 1 до 0.1 погрешность не превышала 0.1%. Так как для вытянутого сфероида соответствующие аналитические формулы отсутствуют, то сравнение проводилось только для величины силы \tilde{F}_d вязкого сопротивления с результатами работы [17] при $a/b = 10$. Погрешность не превышала 0.07%. Указанные тесты показывают, что предлагаемый метод расчета достаточно точно учитывает изменение формы частицы. В работе [13] проведен расчет силы фотофореза медной сферической частицы радиусом 25 мкм для больших перепадов температуры с учетом теплового излучения с ее поверхности. Зависимости коэффициентов молекулярного переноса от температуры описывались степенными функциями, и полагалось $\sigma_1 = 1$. Графически представленные в этой работе данные (в пределах их точности) совпали с результатами тестовых расчетов, проведенных в рамках представленного в данной работе метода, что указывает на применимость предлагаемого метода расчета и для учета зависимостей теплопроводностей и вязкости от температуры.

Так как при расчете силы трения мы считаем течение газа установившимся, то импульс газа не изменяется. Поэтому сила, действующая на частицу со стороны газа, должна быть по модулю равна силе, действующей на газ со стороны внешней границы. Конечно, в проводимых расчетах значения этих сил различаются, т.к. вблизи внешней границы используется более крупная сетка и, как следствие, расчет силы по этой границе идет с большей погрешностью. Разность между указанными силами можно использовать как верхнюю границу возможной погрешности расчета. Как показали описанные выше тесты, погрешность расчета силы фотофореза всегда оказывалась много меньше, чем оценочная погрешность на основе разности указанных сил.

Для иллюстрации возможностей предложенной вычислительной схемы был проведен ряд расчетов силы фотофореза для сфероидальных частиц меди и стеклоуглерода. Для теплопроводности меди в интервале от 300 до 1200 К использовалась аппроксимация [7]

$$\kappa_p = \left(-0.0681 \frac{1}{\text{К}} T + 420.47 \right) \frac{\text{Вт}}{\text{м К}}.$$

Теплопроводность стеклоуглерода в интервале от 300 до 600 К вычислялась при помощи зависимости, экспериментально полученной в работе [277]:

Таблица 1. Температура поверхности сферической частицы меди, ее нормированная скорость и нормированные значения действующих на нее сил вязкого сопротивления и фотофореза при разных значениях величин Awb , b , σ_1

$Awb, 10^6 \text{ Вт/м}^2$	$b, \text{ мкм}$	σ_1	$T_p, \text{ К}$	\tilde{U}	\tilde{F}_d	\tilde{F}_p
4	25	0	858	1.82	1.76	3.21
2	50	0	858	1.82	1.76	3.21
4	25	1	846	1.81	1.74	3.15
2	50	1	835	1.80	1.73	3.11

$$\kappa_p = \left(0.0107 \frac{1}{\text{К}} T - 0.9859 \right) \frac{\text{Вт}}{\text{м К}}.$$

При значениях температуры выше 600 К начинается медленное горение частиц стеклоглерида в воздухе, и поэтому расчеты при $T > 600 \text{ К}$ не проводились.

Из формул (9)–(11) следует, что при заданной температуре на бесконечности, $\sigma_1 = 0$ и одинаковых значениях Awb частицы одинаковой формы имеют одинаковую среднюю температуру, одинаковую нормированную скорость и на них действуют одинаковая нормированная сила вязкого сопротивления и одинаковая нормированная сила фотофореза. Сказанное иллюстрирует табл. 1, в которой приведены результаты расчетов для сферических частиц меди. Видно, что при изменении интегральной степени черноты от 0 до 1 нормированные значения сил изменяются максимум на несколько процентов. Из сказанного выше также следует, что в тех случаях, когда тепловым излучением с поверхности частицы можно пренебречь, нормированное значение силы фотофореза является функцией от нормированной силы вязкого сопротивления. Тот факт, что такая зависимость между указанными силами при поверхностном поглощении электромагнитно-

го излучения, действительно, выполняется с достаточной для практических применений точностью, подтверждается экспериментальными данными работы [28], в которой проводились измерения силы фотофореза и силы вязкого сопротивления для сферических частиц стеклоглерида диаметром от 65 до 150 мкм в азоте. Использование азота позволило по оценкам авторов этой работы достигать температуры в 1200 К. Поэтому в дальнейших расчетах полагалось $\sigma_1 = 0$.

На рис. 3–5 показаны соответственно зависимости от величины Awb средней температуры поверхности сфероидальных медных частиц с разными значениями величины a/b , действующих на них нормированных сил вязкого сопротивления и фотофореза.

На рис. 6 показаны зависимости от величины Awb действующей на частицы стеклоглерида силы фотофореза. Зависимости от величины Awb средней температуры поверхности частицы стеклоглерида и действующей на нее силы вязкого сопротивления не приводятся, т.к. они практически неотличимы от соответствующих зависимостей для частиц меди. Значения силы фотофореза указаны только до температур близких к 600 К (как уже упоминалось, при больших температурах начинается их горение в воздухе).

Рисунки 5, 6 показывают, что нормированные значения силы фотофореза растут с ростом Awb , что объясняется в основном ростом вязкости газа с повышением температуры. Кроме того, чем больше отношение a/b , тем быстрее растет сила фотофореза, несмотря на то, что температура частицы, как видно на рис. 3, растет тем быстрее, чем меньше отношение a/b . Это указывает на то, что увеличение вязкости газа вблизи вытянутых частиц, вследствие повышения их температуры, оказывает большее

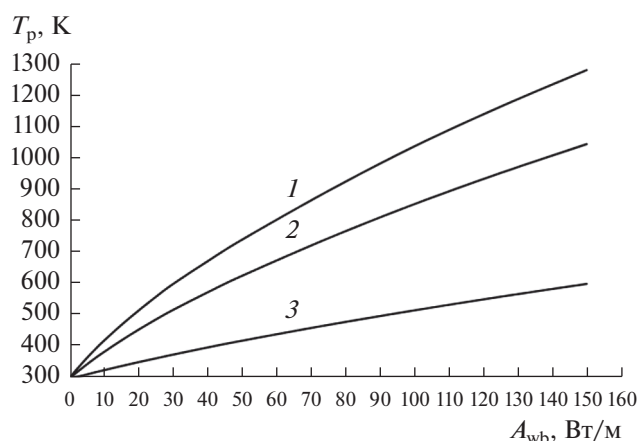


Рис. 3. Средняя температура поверхности частицы меди в форме сфероида при $a/b = 0.1$ (1), 1 (2), 10 (3).

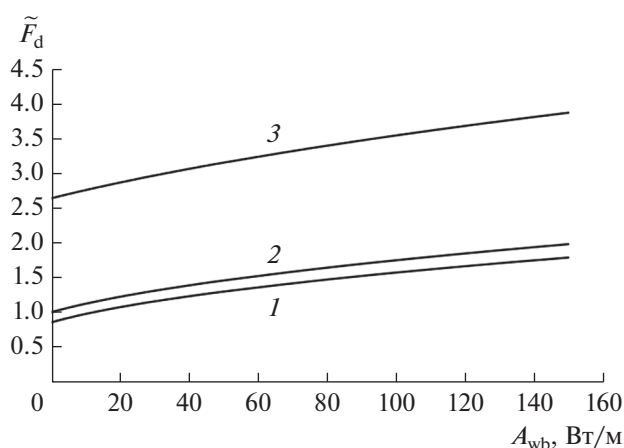


Рис. 4. Нормированная сила вязкого сопротивления, действующая на частицу меди в форме сфероида при $a/b = 0.1$ (1), 1 (2), 10 (3).

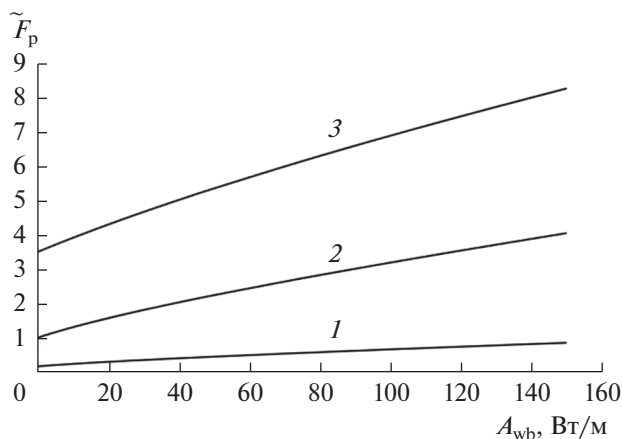


Рис. 5. Нормированная сила фотофореза, действующая на частицу меди в форме сфероида при $a/b = 0.1$ (1), 1 (2), 10 (3).

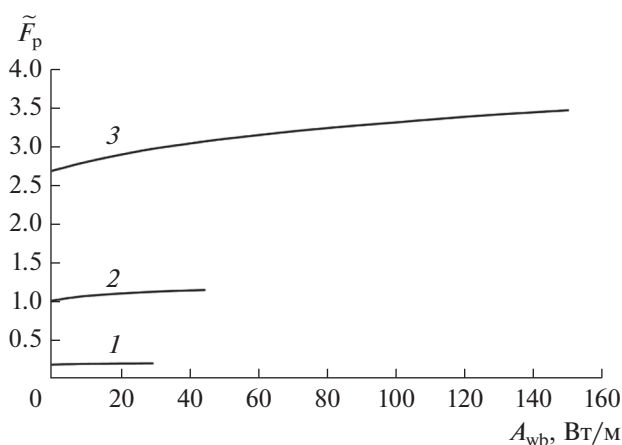


Рис. 6. Нормированная сила фотофореза, действующая на частицу стеклоглуглерода в форме сфероида при $a/b = 0.1$ (1), 1 (2), 10 (3).

влияние на увеличение силы фотофореза, чем в случае сплюснутых частиц. Особенно хорошо это видно на рис. 6, на котором каждая кривая описывает изменение силы фотофореза от температуры 300 К до температуры, близкой к 600 К. В этом отношении показательно поведение кривой 1, которое показывает, что для сильно сплюснутой частицы увеличение силы фотофореза, вследствие увеличения вязкости газа, может быть практически полностью компенсировано уменьшением этой силы вследствие роста теплопроводности ее вещества.

ВЫВОДЫ

Метод конечных элементов позволяет исследовать влияние формы крупной аэрозольной частицы на действующую на нее силу фотофореза при про-

извольных зависимостях кинетических коэффициентов от температуры. Расчеты, проведенные для частиц стеклоглуглерода и меди, показывают, что нагрев частиц оказывает более существенное влияние на эту силу, чем на скорость их фотофореза. Из результатов расчетов также следует, что для сплюснутых частиц увеличение интенсивности падающего на них электромагнитного излучения приводит к большему относительному увеличению фотофоретической силы, чем для вытянутых частиц, несмотря на то, что температура сплюснутых частиц при этом растет быстрее.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ehrenhaft F. // Ann. Phys. 1918. Bd. 55. S. 81.
2. Кутуков В.Б., Шукин Е.Р., Яламов Ю.И. // Журн. техн. физики. 1976. Т. 46. № 3. С. 626.
3. Reed L.D. // J. Aerosol Sci. 1977. V. 8. P. 123.
4. Arnold S., Lewittes M. // J. Appl. Phys. 1982. V. 53. P. 5314.
5. Horvath H. // KONA Powder Part. J. 2014. V. 31. P. 181.
6. Яламов Ю.И., Хасанов А.С. // Журн. техн. физики. 1998. Т. 68. № 4. С. 1.
7. Граценков С.И. // Коллоид. журн. 2017. Т. 79. С. 553.
8. Davis E.J. // Aerosol Sci. Technol. 1997. V. 26. P. 212.
9. Gong Z., Pan Y. L., Videen G., Wang C. // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transf. 2018. V. 214. P. 94.
10. Ou C.L., Keh H.J. // J. Colloid Interface Sci. 2005. V. 282. P. 69.
11. Malai N.V., Mironova N.N., Shchukin E.P. // J. Eng. Phys. Thermophys. 2008. V. 81. P. 989.
12. Malay N.V., Mironova N.N., Shchukin E.R. // Univers. J. Phys. Appl. 2014. V. 8. P. 251.
13. Малай Н.В., Лиманская А.В., Шукин Е.Р., Стукалов А.А. // Журн. техн. физики. 2012. Т. 82. № 10. С. 42.
14. Плесканев А.А. Влияние нелинейных характеристик среды и форм-фактора на термо- и фотофорез твердых нагретых аэрозольных частиц сферической формы при малых числах Рейнольдса. Дис. ... канд. физ.-мат. наук. Белгород: Государственный университет, 2006.
15. Malai N.V., Limanskaya A.V., Shchukin E.R., Stukalov A.A. // Atmospheric Ocean. Opt. 2012. V. 25. С. 355.
16. Loesche C., Husmann T. // J. Aerosol Sci. 2016. V. 102. P. 55.
17. Ханпель Дж., Бреннер Г. Гидродинамика при малых числах Рейнольдса. М.: Мир, 1976.
18. Самарский А.А., Вабищевич П.Н. Вычислительная теплопередача. М.: Едиториал УРСС, 2003.
19. Brock J.R. // J. Colloid Sci. 1962. V. 17. P. 768.
20. Поддоскин А.Б., Юшканов А.А., Яламов Ю.И. // Журн. техн. физики. 1982. Т. 52. С. 2253.
21. Вейко В.П., Либенсон М.Н., Червяков Г.Г., Яковлев Е.Б. Взаимодействие лазерного излучения с веществом. Силовая оптика. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008.

22. *Климков Ю.М., Майоров В.С., Хорошев М.В.* Взаимодействие лазерного излучения с веществом: учебное пособие. М.: МИИГАиК, 2014.
23. *Csontos J., Pápa Z., Gárdián A., Füle M., Budai J., Tóth Z.* // *Appl. Surf. Sci.* 2015. V. 336. P. 343.
24. *Hecht F.* // *J. Numer. Math.* 2012. V. 20. P. 251.
25. *Zaglmayr S.* PhD thesis “High Order Finite Elements for Electromagnetic Field Computation”. Johannes Kepler University Linz, 2006. URL: <http://www.numa.uni-linz.ac.at/Teaching/PhD/Finished/zaglmayr>
26. *Schöberl J.* // “C++11 Implementation of Finite Elements in NGSolve”, ASC Report 30/2014, Institute for Analysis and Scientific Computing, Vienna University of Technology, 2014. URL: <http://www.asc.tuwien.ac.at/~schoeberl/wiki/publications/ngs-cpp11.pdf>
27. *Ferrer-Argemi L., Cisquella-Serra A., Madou M., Lee J.* // 17th IEEE Intersociety Conference on Thermal and Thermomechanical Phenomena in Electronic Systems (ITherm). IEEE. 2018. P. 1280.
28. *Zhao B., Katoshevski D., Bar-Ziv E.* // *Meas. Sci. Technol.* 1999. V. 10. P. 1222.