

УДК 523.98

## СОЛНЕЧНАЯ КОРОНА КАК ИНДИКАТОР ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ВРАЩЕНИЯ ПОДФОТОСФЕРНЫХ СЛОЕВ

© 2019 г. В. Н. Обридко<sup>1</sup>, \*, О. Г. Бадалян<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Институт земного магнетизма, ионосферы и распространения радиоволн им. Н.В.Пушкова РАН, Москва, Россия  
\*obridko@izmiran.ru

Поступила в редакцию 07.04.2019 г.

После доработки 18.04.2019 г.

Принята к публикации 25.04.2019 г.

В работах [2–4] мы предложили метод использования магнитного поля короны как неявного трассера для изучения дифференциального вращения солнечной короны. Практически, в настоящее время это единственная возможность изучения вращения Солнца на больших гелиоцентрических расстояниях вплоть до поверхности источника. В данной работе расчеты магнитного поля в короне были распространены на больший временной интервал, до 31.XII.2015. Нами показано, что солнечная корона вращается дифференциально на всех гелиоцентрических расстояниях от основания короны до поверхности источника. С увеличением расстояния степень дифференциальности уменьшается. По мере приближения к поверхности источника вращение короны постепенно приближается к твердотельному, но даже на больших расстояниях остается слабо дифференциальным. Мы предполагаем, что дифференциальное вращение короны отражает вращение глубоких подфотосферных слоев. В таком случае изменение характеристик вращения короны может быть использовано как индикатор дифференциального вращения подфотосферных слоев. Мы сопоставили изменение характеристик вращения короны с данными, полученными методами гелиосейсмологии. Получено удовлетворительное соответствие с данными гелиосейсмологии. Впервые изучена вариация дифференциального вращения подфотосферных слоев с фазой цикла.

DOI: 10.1134/S0023420619060050

### ВВЕДЕНИЕ

Дифференциальное вращение Солнца впервые было отмечено Шейнером в 1630 г. и затем впервые количественно определено Кэррингтоном в 1863 г. [1] по наблюдениям солнечных пятен. Оказалось, что скорость движения пятен по поверхности зависит от гелиошироты, на которой наблюдались пятна. Это явление детально изучалось в течение долгого времени вследствие осознания его ключевой важности для любой теории, описывающей наблюдаемую эволюцию, временную изменчивость и периодичность солнечной активности. Дифференциальное вращение Солнца является необходимым условием для моделей солнечного динамо, описывающих цикличность солнечной активности, в частности, генерацию тороидального магнитного поля на основе нелинейного взаимодействия конвекции, меридиональных течений плазмы и самого дифференциального вращения. Дифференциальное вращение обнаружено также на звездах по наблюдениям изменений поверхностных неоднородностей яркости звезд и, таким образом, оно является универсальным явлением. Следует, однако, отметить, что происхождение и поддержание

дифференциального вращения, по-прежнему, представляет собой нерешенную загадку, несмотря на огромное количество теоретических работ, посвященных этой проблеме.

В настоящее время, разнообразные законы вращения для различных образований в солнечной атмосфере рассматриваются как, в общем, логичное отражение скоростей вращения на определенных глубинах Солнца, где укоренены различные локальные, крупномасштабные и глобальные поля, управляющие отдельными образованиями. Постепенное уменьшение скорости вращения с глубиной вполне согласуется с недавними результатами гелиосейсмологии.

С этой точки зрения очень важным является изучение вращения короны на различных расстояниях над лимбом. В работах [2–4] мы предложили метод использования магнитного поля короны как неявного трассера для изучения дифференциального вращения солнечной короны. Практически, в настоящее время это единственная возможность изучения вращения Солнца на больших гелиоцентрических расстояниях, вплоть до поверхности источника. Как известно, непосредственное измерение слабых магнитных полей в

короне невозможно. Для получения данных о магнитном поле в короне используется метод экстраполяции поля по наблюдательным данным на уровне фотосферы. Общеизвестные методы экстраполяции дают возможность рассчитать магнитное поле в шаровом слое от основания короны до поверхности источника в широком диапазоне гелиоширот, тем самым создавая однородное числовое поле данных для нескольких циклов солнечной активности.

В короне практически отсутствуют явные трассеры, такие как, например, солнечные пятна или фотосферные факелы, которые при изучении вращения фотосферы позволяют проследить их положение на диске и вычислить скорость их перемещения, то есть синодическую скорость вращения Солнца.

В настоящей работе мы используем расчеты магнитного поля для изучения вращения короны на большом интервале расстояний от центра Солнца (от основания короны до поверхности источника) с целью выяснить возможность использования данных о вращении магнитного поля короны для диагностики вращения подфотосферных слоев.

## ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ И МЕТОДЫ РАСЧЕТА МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Исходными данными для расчетов магнитного поля в короне являются наблюдения продольной компоненты магнитного поля на фотосфере, выполненные на обсерватории Джона Вилкокса. Эти данные затем сводятся в синоптические карты для каждого кэррингтоновского оборота (<http://wso.stanford.edu/synopticl.html>).

Общий метод экстраполяции магнитного поля в короне представляет собой решение краевой задачи при некоторых физически обоснованных предположениях (см. [5, 6]) – модель PFSS (Potential Field model with Source Surface). В нашем случае поле предполагается потенциальным всюду, включая поверхность фотосферы. На уровне фотосферы из наблюдений имеются измерения продольной компоненты магнитного поля. При этом часто используется предположение о радиальном характере поля на фотосфере [7]. В нашем варианте расчетов это предположение не используется и полагается, что продольная компонента поля имеет все три составляющие в сферических координатах. На уровне поверхности источника (в нашем случае  $2.5R_{\odot}$ ) поле полагается строго радиальным. Так поставленная краевая задача позволяет рассчитать радиальную, меридиональную и азимутальную компоненты магнитного поля  $B_r$ ,  $B_{\theta}$ ,  $B_{\phi}$  в сферическом слое от основания короны (от уровня фотосферы) до поверхности источника [8]. Решение записывается в виде бесконечно-

го ряда по ортогональным сферическим функциям с неопределенными коэффициентами. Нахождение этих коэффициентов может производиться двумя способами. Можно, используя ортогональность функций, получить замкнутое выражение для каждого коэффициента в интегральном виде. В другом методе все коэффициенты находятся методом наименьших квадратов. Можно показать, что эти два метода дают строго одинаковые результаты. Оказалось, что уже при использовании 10 гармоник разложения решения количественно почти неотличимы. Мы в расчетах использовали второй метод.

Для изучения дифференциального вращения солнечной короны было рассчитано магнитное поле на расстояниях от  $1.0R_{\odot}$  до  $2.45R_{\odot}$ . Расстояние  $1.0R_{\odot}$  соответствует основанию короны, расстояние  $2.45R_{\odot}$  – уровню вблизи поверхности источника. На каждый день в период с 24.VI.1976 по 31.XII.2015 вычислялась полная напряженность магнитного поля  $B$ , равная корню квадратному из суммы квадратов трех компонент, для гелиоширот от  $-75^{\circ}$  до  $+75^{\circ}$  с шагом  $5^{\circ}$ .

## МЕТОДЫ ПЕРИОДОГРАММНОГО АНАЛИЗА И МАКСИМАЛЬНЫХ АМПЛИТУД

Для последующего анализа мы использовали метод периодограммного анализа. В этом методе для временного окна длины  $L$  вычисляется корреляция между ежедневными значениями напряженности магнитного поля (или яркости зеленой линии) и тестовой гармонической функцией с пробным периодом  $T_p$ . Найденный коэффициент корреляции показывает степень сходства между функцией с периодом  $T_p$  и исследуемым распределением. Затем временное окно смещается на временной шаг  $\Delta t$ , и процедура повторяется. Метод периодограмм позволяет детально изучать широтно-временные характеристики вращения солнечной короны.

В данной работе для каждого расстояния рассчитывались периодограммы с окном 365 дней (1 год) и с шагом 3 оборота Солнца (81 день). Общее число шагов (окон) для используемого нами временного интервала с 24.VI.1976–31.XII.2015 составило 174. При расчете периодограмм периоды пробных гармонических функций  $T_p$  изменялись в пределах от 22 до 36 дней с шагом 0.1 дня, т.е. общее число пробных функций для каждой широты на данном расстоянии составляет 140.

Определение изменения периодов вращения со временем проводилось методом максимальных амплитуд [9–12]. В каждом окне находится период колебания пробной гармонической функции, имеющей максимальную амплитуду. Это означает, что эта функция имеет максимальный коэффициент корреляции с исследуемым нами

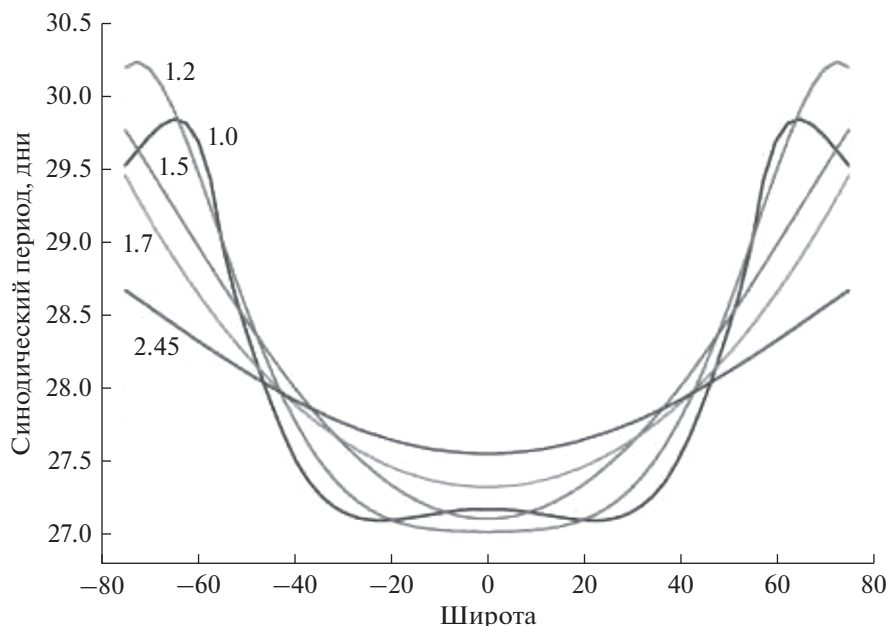


Рис. 1. Синодический период вращения короны в зависимости от широты для гелиоцентрических расстояний 1.0, 1.2, 1.5, 1.7 и  $2.45R_{\odot}$ .

распределением в данном окне (т.е. максимальное сходство с исходным распределением). Это значение  $T_p$  можно полагать наиболее близким к “квазипериоду” исходного наблюдаемого распределения на данном шаге. Этот период принимался нами за синодический период вращения короны  $T$  в данный момент времени на данном расстоянии и на данной широте. Таким образом, были получены данные о периодах вращения короны в зависимости от времени, широты и гелиоцентрического расстояния.

#### ХАРАКТЕР ИЗМЕНЕНИЙ СРЕДНИХ ПЕРИОДОВ ВРАЩЕНИЯ КОРОНЫ С РАССТОЯНИЕМ

Из рис. 1 видны следующие характерные свойства:

а) градиент дифференциального вращения короны уменьшается с расстоянием от центра Солнца: по мере увеличения расстояния кривые становятся все более пологими;

б) синодический период вращения короны на экваторе постепенно увеличивается (скорость вращения уменьшается) с увеличением расстояния;

в) даже вблизи поверхности источника вращения короны остается дифференциальным;

г) на близких к Солнцу расстояниях на высоких широтах замечается некоторое уменьшение периода вращения. Эта особенность была замечена О. Стенфло [13], и также проявляется при определении вращения короны.

Для последующего важно, что все кривые пересекаются. Это пересечение отражает важную особенность вращения короны. Приблизительно до широты  $40^\circ$  все кривые для гелиоцентрических расстояний располагаются в нормальной последовательности: кривая для большего расстояния проходит выше предыдущей. Но на широтах выше  $40^\circ$  последовательность меняется на обратную. Это означает, что на широтах до  $40^\circ$  период вращения растет с высотой, а на больших широтах падает, то есть меняется знак производной  $d\Omega/dR$ . Именно такое изменение знака производных по  $R$  характерно для конвективной зоны и является основой для большинства современных моделей динамо.

Отметим еще одну важную деталь. Кривая для расстояния  $1.0R_{\odot}$  на экваторе проходит выше, чем кривая для  $1.2R_{\odot}$ , но начиная с широты  $20^\circ$ , эти кривые мало отличаются. Это означает, что вблизи поверхности Солнца существует некоторая аномалия, экваториальная скорость вращения падает с приближением к основанию короны на самых малых гелиоцентрических расстояниях.

#### КОЭФФИЦИЕНТЫ ЗАКОНА ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ВРАЩЕНИЯ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ФАЗЫ ЦИКЛА

Для изучения характеристик дифференциального вращения короны и их изменения со временем используется закон Фая, описывающий форму дифференциальной кривой.

$$\omega = a + b \sin^2 \varphi. \quad (1)$$

Здесь  $\omega$  — угловая скорость (синодическая или сидерическая) вращения, измеряемая в градусах в сутки. С некоторым приближением коэффициент  $a$  характеризует угловую скорость вращения Солнца вблизи экватора, коэффициент  $b$  — изменение скорости вращения с широтой (дифференциальный градиент). Для Солнца коэффициент  $b$  имеет отрицательное значение, т.е. скорость вращения убывает с широтой (период растет). Значения коэффициентов  $a$  и  $b$  зависят от гелиоцентрического расстояния и от времени. В данной работе в основном находились характеристики закона Фая для синодического вращения.

Высокая экваториальная скорость вращения наблюдается только в минимуме цикла и на расстояниях не выше  $1.4R_{\odot}$ . Самое малое значение  $a$  на карте можно видеть на больших расстояниях в середине ветви роста. Можно также отметить горизонтальную полосу (зону) на расстоянии  $\sim 1.5$ – $1.6R_{\odot}$ , вдоль которой коэффициент  $a$  практически не изменяется и составляет примерно  $13.2^{\circ}$  в день на всех фазах цикла. Любопытно отметить, что именно эта скорость и соответствует стандартному Кэррингтоновскому периоду 27.2753 дней, который положен в основу Кэррингтоновской системы координат.

Наибольшие значения по абсолютной величине коэффициент  $b$  имеет на малых расстояниях вблизи минимума цикла, примерно там же, где наблюдаются наибольшие значения коэффициента  $a$ . На больших расстояниях  $b$  имеет малые значения. Здесь дифференциальный градиент мал, скорость вращения почти не изменяется с широтой. Также на правой панели выделяется полоса относительно увеличенных значений  $b$  в середине ветви роста активности — несколько повышенный дифференциальный градиент на этих фазах цикла. Эта полоса видна на всех расстояниях; само значение градиента несколько уменьшается с расстоянием.

#### ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ДАННЫХ О ВРАЩЕНИИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ КОРОНЫ ДЛЯ ДИАГНОСТИКИ ПОДФОТОСФЕРНЫХ СЛОЕВ

Выше во Введении была сформулирована задача использования вращения короны для диагностики динамики подфотосферных слоев. Конечно, как уже говорилось, существует большая разница между основными процессами в короне и субфотосферных слоях. Магнитное поле не генерируется в стационарной солнечной короне, что и позволяет использовать потенциальное приближение в наших расчетах. Вычисленное магнитное поле в короне полностью определяется условиями в фотосфере и субфотосферных слоях. Можно полагать, что характерные пространственные масштабы магнитных полей зависят от их об-

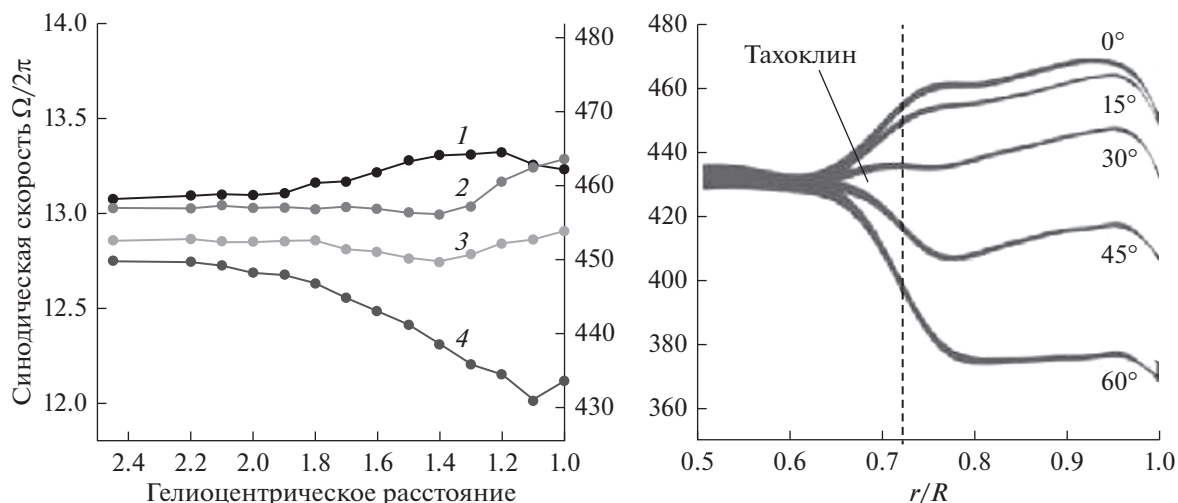
ласти генерации. Поля больших масштабов генерируются глубже под фотосферой. Таким образом, характеристики вращения короны могут отражать колебания скорости вращения плазмы в фотосфере.

Вариация дифференциального вращения с глубиной требует довольно трудоемких гелиосейсмологических наблюдений. Тем не менее, усредненная по времени структура дифференциального вращения в конвективной зоне сегодня установлена довольно надежно. Методика и результаты изложены в огромном числе работ, мы сошлемся здесь только на несколько из них [14–18], поскольку они содержат обширную библиографию. Ниже мы сформулируем только несколько общих выводов, которые нам будут нужны для дальнейшего.

В основании конвективной зоны (а точнее, непосредственно под ее основанием) располагается переходная область быстрого изменения физических параметров между двумя режимами — дифференциально вращающейся конвективной зоной и лучистой зоной, которая вращается однородно, почти как твердое тело. Этот слой называется тахоклином. Толщина этого слоя весьма мала. По оценкам [19, 20], на широте  $0^{\circ}$  тахоклин располагается на глубине  $0.693 \pm 0.003R_{\odot}$ . Это несколько глубже, чем основание конвективной зоны  $0.713 \pm 0.003R_{\odot}$ . Впрочем, по оценкам тех же авторов, с увеличением широты тахоклин изгибается и на широте  $60^{\circ}$  располагается на глубине  $0.717 \pm 0.003R_{\odot}$ . Тахоклин вращается практически твердотельно со скоростью  $\sim 430$  нГц (т.е. с сидерическим периодом  $\sim 27$  дней или синодическим периодом  $\sim 29$  дней). С приближением к поверхности Солнца период вращения солнечной плазмы меняется как в зависимости от расстояния, так и от широты. В низких и средних широтах скорость вращения растет, синодический период падает и на глубине  $0.95R_{\odot}$  вблизи экватора составляет  $\sim 27$  дней. На высоких широтах синодический период вращения, наоборот, растет и на той же глубине на широте  $60^{\circ}$  составляет 34–35 дней. В районе широт  $35^{\circ}$  располагается очень интересная область, где скорость вращения практически не зависит от глубины. Интересно, что именно на этой широте располагается граница зоны пятнообразования.

Кроме тахоклина, есть еще один слой со значительным радиальным широм в самом верху конвективной зоны, который было предложено назвать лептоклином [21]. В этом слое скорость вращения растет от фотосферы внутрь конвективной зоны вплоть до глубины  $0.95R_{\odot}$ . По оценкам [22], в средних и низких широтах в лептоклине скорость вращения меняется как  $1/r$ .

В наших расчетах магнитного поля, опирающихся на потенциальное приближение, с увеличением гелиоцентрического расстояния посте-



**Рис. 2.** Левая панель – зависимость синодической скорости вращения от расстояния (расстояние увеличивается влево). Правая панель – аналогичная зависимость для конвективной зоны [23].

пенно исчезают гармоники высокого порядка. Энергетический вклад различных гармоник зависит от расстояния как степенная функция с показателем  $\beta = -2(n + 2)$ , где  $n$  – порядковый номер гармоники. Таким образом, по мере увеличения гелиоцентрического расстояния мы имеем дело с объектами все более крупных масштабов. Это напоминает изменение характеристик вращения в конвективной зоне. Можно полагать, что более высокие слои короны отражают вращение более глубоких слоев Солнца. Это означает, что изучение вращения короны позволяет “заглянуть” в субфотосферные слои и рассчитать параметры вращения в них.

На рис. 2 (левая панель) показана зависимость синодической частоты вращения в короне от расстояния для четырех широт  $0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  и  $60^\circ$  (кривые 1, 2, 3 и 4, соответственно); на правой панели дана аналогичная зависимость для конвективной зоны. При построении правой панели рис. 2 использовался рис. 1 из [23]. Для удобства сравнения на левой панели рис. 2 ось абсцисс направлена слева направо. Если условно считать, что вращение самых высоких слоев в короне (на поверхности источника) определяется вращением в основании конвективной зоны  $0.72R_\odot$ , то качественно сходство этих двух рисунков несомненно. Как в основании конвективной зоны, так и на поверхности источника скорость вращения на всех широтах почти одинакова. В короне она составляет 440–450 нГц, в основании конвективной зоны – несколько меньше (430–440 нГц). С приближением к поверхности скорость вращения на низких широтах растет и у самой поверхности составляет как в короне, так и в конвективной зоне около 460 нГц. Но в приповерхностных слоях наблюдается сильная зависимость от широты. Скорость вращения в субфотосферных слоях

постепенно падает вплоть до широты  $45^\circ$ . На широте  $45^\circ$  зависимость от расстояния исчезает и во всей толще короны устанавливается одна и та же скорость вращения (440 нГц), близкая к значению на поверхности источника. В конвективной зоне аналогичный эффект существует на несколько меньших широтах  $30^\circ$ – $40^\circ$ . Для более высоких широт, как в короне, так и в конвективной зоне зависимость скорости становится убывающей. На широте  $60^\circ$  скорость вращения нижней короны составляет  $\sim 420$  нГц, в верхних слоях конвективной зоны она значительно ниже ( $\sim 380$  нГц).

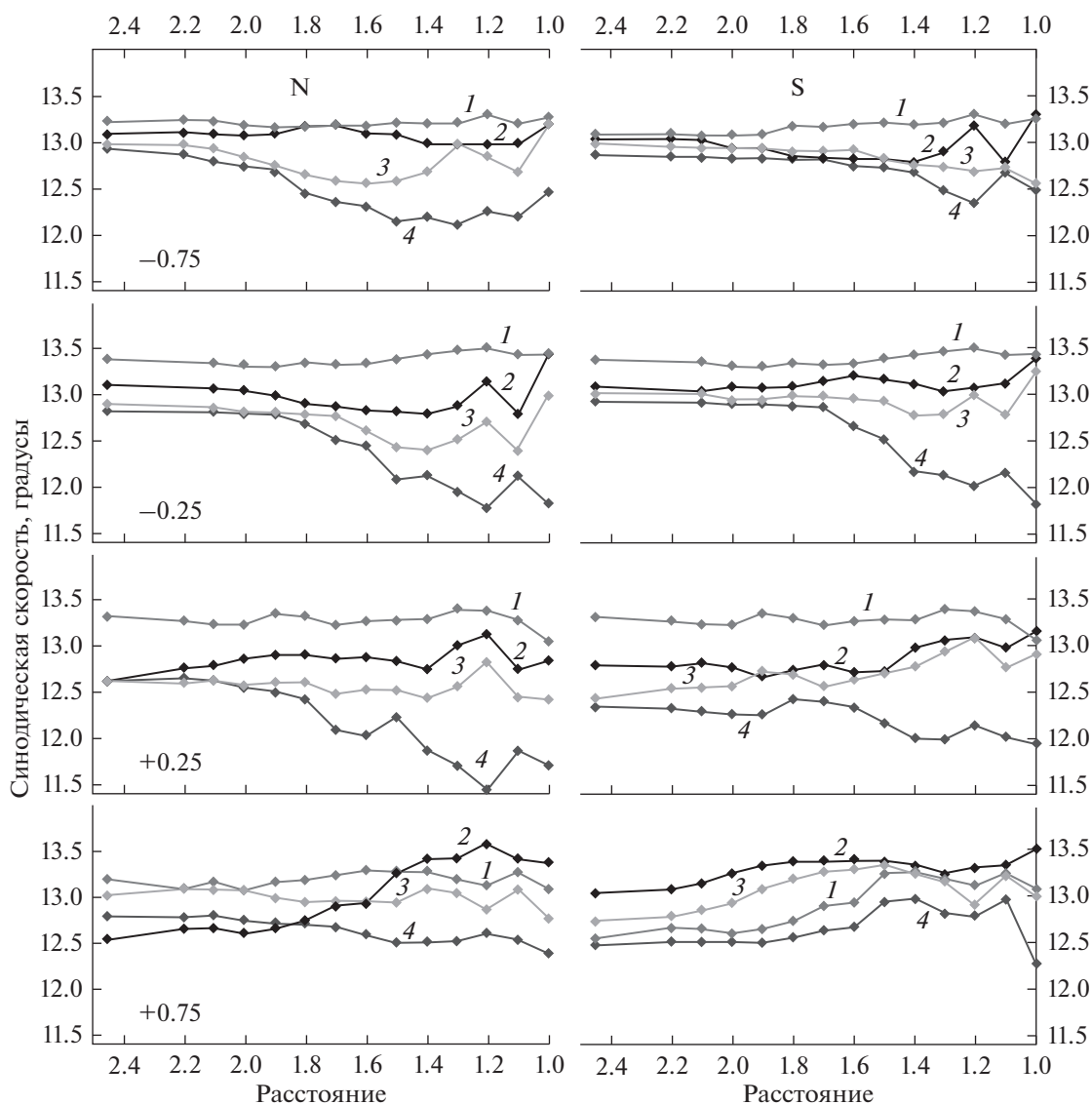
Из теории динамо следует, что магнитное поле может генерироваться в двух областях. Они образуют волны генерации, смещающиеся из средних широт либо к полюсу, либо к экватору. При этом направление смещения определяется знаком  $\partial\Omega/\partial r$ . Если знак  $\partial\Omega/\partial r$  положительный, то волна идет к экватору, при отрицательном значении  $\partial\Omega/\partial r$  волна идет к полюсу [15].

Из рис. 2 (правая панель) может создаться впечатление, что на Солнце всегда существуют эти две волны. На самом деле эти волны различаются на разных фазах цикла, хотя их времена жизни и перекрываются.

В данной работе фаза цикла активности определена, согласно [24], как

$$\Phi = (\tau - m) / (M - m). \quad (2)$$

Здесь  $\tau$  – текущий момент времени,  $M$  и  $m$  – ближайшие моменты максимума и минимума 11-летнего цикла, соответственно. Согласно ур-нию (2), фаза положительна на возрастающей ветви цикла активности, отрицательна на убывающей ветви, равна 0 в минимуме цикла и равна  $\pm 1$  в максимуме. Таким образом, согласно определению ур-ния (2),



**Рис. 3.** Зависимости синодической скорости вращения от расстояния для разных фаз цикла для четырех широт  $0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  и  $60^\circ$  (кривые 1, 2, 3 и 4, соответственно). Гелиоцентрическое расстояние (ось абсцисс) увеличивается влево. Шкала широт дана на правой верхней панели.

средний цикл активности описывается во времени от максимума до максимума цикла.

На ветви спада (фаза  $\Phi < 0$ , рис. 3, два верхних ряда) в средних широтах вплоть до широты  $30^\circ$  значение  $\partial\Omega/\partial r$  на всех высотах близко к нулю. Таким образом, на средних и низких широтах волна генерации либо отсутствует, либо стоит на месте. На более высоких широтах  $\partial\Omega/\partial r$  отрицательна, и волна определенно существует и движется к полюсу, создавая полярное поле. После минимума на фазе роста (рис. 3, два нижних ряда) в течение какого-то времени обе волны сосуществуют, но с приближением к максимуму волна, движущаяся к полюсу ( $\partial\Omega/\partial r > 0$ ), преобладает на всех широтах. Правда, в северном полушарии волна на высоких широтах нарушает эту законо-

мерность, но это, возможно, связано со специфической фазой спада 24 цикла.

Напомним, что на усредненном рис. 2 на широте  $60^\circ$  скорость вращения нижней короны составляет  $\sim 420$  нГц, в верхних слоях конвективной зоны она значительно ниже ( $\sim 380$  нГц). Это характерное для короны отличие видно и непосредственно по данным для зеленой короны, в которой сидерическая скорость в высоких широтах составляет  $\sim 430$  нГц. Таким образом, нижняя корона на низких широтах вращается со скоростью, близкой к скорости подфотосферных слоев. Нижняя высокоширотная корона вращается медленнее, чем низкоширотная фотосфера, но значительно быстрее, чем верхние слои конвективной зоны на высоких широтах. Однако такое со-

отношение существует только на ветви спада и в начале ветви роста цикла. Во второй половине ветви роста в прифотосферных слоях скорость вращения низкоширотной короны несколько уменьшается, а скорость вращения высокоширотной короны резко возрастает и становится сравнимой со скоростью вращения приэкваториальной короны.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, первые пробные сопоставления наших результатов с данными гелиосейсмологии показывают возможность применения данных о вращении короны для диагностики дифференциального вращения глубоких подфотосферных слоев. Это особенно важно в том плане, что данные гелиосейсмологии охватывают небольшой временной интервал, тогда как результаты, найденные с использованием коронального магнитного поля, позволяют распространить получаемые выводы на несколько циклов активности.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Carrington R.C.* Observations of the Spots on the Sun from November 9, 1853 to March 24, 1861 Made at Redhill, London: Williams and Norgate, 1863.
2. *Бадалян О.Г., Обридко В.Н.* Дифференциальное вращение магнитного поля солнечной короны // Труды конф. "Солнечная и солнечно-земная физика – 2015", СПб.: Пулковско, 5–9 октября / Степанов А.В., Наговицын Ю.А. 2015. С. 15–18.
3. *Badalyan O.G., Obriдко V.N.*, Magnetic Field as a Tracer for Studying the Differential Rotation of the Solar Corona // *Solar Phys.* 2018. V. 93. Issue 9. P. 17.
4. *Бадалян О.Г., Обридко В.Н.* Дифференциальное вращение солнечной короны по данным о магнитном поле // Письма в АЖ. 2018. Т. 44. № 11. С. 791.
5. *Hoeksema J.T.* Solar magnetic fields – 1985 through 1990. Report CSSA-ASTRO-91-01, 1991.
6. *Hoeksema J.T., Scherrer P.H.* The Solar Magnetic Field – 1976 through 1985. WDCA Report UAG-94, NGDC, Boulder, 1986.
7. *Wang Y.M., Sheeley N.R., Jr.* On potential field models of the solar corona // *Ap. J.* 1992. V. 392. P. 310.
8. *Харшладзе А.Ф., Иванов К.Г.* Сферический гармонический анализ магнитного поля Солнца // Геомагнетизм и аэрномия. 1994. Т. 34. № 4. С. 22.
9. *Badalyan O.G., Sykora J.* Bimodal differential rotation of the solar corona // *Contrib. Astron. Obs. Skalnaté Pleso.* 2005. V. 35. № 3. P. 180.
10. *Badalyan O.G., Sykora, J.* Two modes of rotation in the solar corona // *Adv. Space Res.* 2006. V. 38. Issue 5. P. 906.
11. *Бадалян О.Г., Обридко В.Н., Сикора Ю.* Циклические вариации дифференциального вращения солнечной короны // *Астрономический журнал.* 2006. Т. 83. № 4. С. 352.
12. *Badalyan O.G.* Two types of differential rotation of the solar corona // *New Astron.* 2010. V. 15. P. 135.
13. *Stenflo J.* Differential rotation of the Sun's magnetic field pattern // *Astron. Astrophys.* 1989. V. 210. P. 403.
14. *Beck J.G.* A comparison of differential rotation measurements // *Solar Phys.* 2000. V. 191. P. 47.
15. *Belvedere G., Kuzanyan K.M., Sokoloff D.* A two-dimensional asymptotic solution for a dynamo wave in the light of the solar internal rotation // *Monthly Notices of the Royal Academy of Science.* 2000. V. 315. Issue 4. P. 778.
16. *Kosovichev A.G., Pipin V.V., Zhao J.* Helioseismic Constraints and a Paradigm Shift in the Solar Dynamo // *Progress in Physics of the Sun and Stars: A New Era in Helio- and Asteroseismology. Proc. of a Fujihara Seminar held 25–29 November. 2012. Hakone, Japan / H. Shibahashi, A.E. Lynas-Gray.* 2013. V. 479. P. 395.
17. *Miesch M.S.* Large-Scale Dynamics of the Convection Zone and Tachocline // *Living Reviews in Solar Physics.* 2005. V. 2. Issue 1.
18. *Howe R.* Solar Interior Rotation and its Variation // *Living Reviews in Solar Phys.* 2009. V. 6. Issue 1.
19. *Charbonneau P., Christensen-Dalsgaard J., Henning R., et al.* Helioseismic Constraints on the Structure of the Solar Tachocline // *Astrophys. J.* 1999. V. 527. Issue 1. P. 445–460.
20. *Basu S., Antia H.M.* Changes in Solar Dynamics from 1995 to 2002 // *Ap. J.* 2003. V. 585. P. 553.
21. *Godier S., Rozelot J.P.* Relationships between the quadrupole moment and the internal layers of the Sun // *Proc. 9th Meeting on Solar Physics, 'Magnetic Fields and Solar Processes', Florence, Italy, 12–18 September 1999. (ESA SP-448, December 1999).* P. 111–115.
22. *Corbard T., Thompson M.J.* The subsurface radial gradient of solar angular velocity from MDI f-mode observations // *Solar Phys.* 2002. V. 205. Issue 2. P. 211–229.
23. *Rozelot J.P., Damiani C., Lefebvre S.* Variability of the solar shape (before space dedicated missions) // *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics.* 2009. V. 71. P. 1683–1694.
24. *Mitchell S.A.* Ellipses of the Sun // *Handbuch der Astrophysik.* 1929. V. 4. Das Sonnensystem. P. 231.