КОСМИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ, 2020, том 58, № 4, с. 305–311

УДК 629.7

РАСЧЕТ КИНЕМАТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ПОВОРОТНОЙ ПЛАТФОРМЫ ДЛЯ НАБЛЮДЕНИЯ ЗА ОБЪЕКТАМИ КОСМИЧЕСКОГО МУСОРА

© 2020 г. А. А. Давыдов*

Государственный космический научно-производственный центр им. М.В. Хруничева, г. Москва, Россия

**aleksey_ad@mail.ru*

Поступила в редакцию 11.11.2019 г.
После доработки 11.11.2019 г.
Принята к публикации 16.01.2020 г.

На борту космической станции готовится эксперимент по съемке объектов космического мусора (ОКМ) с помощью фото-аппаратуры, установленной на поворотной платформе на борту КС. Поворотная платформа позволяет осуществлять программное 3-х осное вращение аппаратуры относительно КС. Рассматривается задача расчета на участке съемки программных значений кинематических параметров вращательного движения некоторой приборной системы координат, связанной с фотоприемным устройством, относительно базовой системы координат, связанной с конструкцией КС.

DOI: 10.31857/S0023420620040044

Рассматриваемая космическая станция является частью некоторой системы, предназначенной для "уборки" околоземного пространства от объектов космического мусора. С конструкцией КС связана базовая система координат, далее – БСК. На борту КС, на поворотной платформе установлена съемочная аппаратура (СА) для наблюдения за ОКМ, которая схематично представлена на рис. 1. С указанной аппаратурой связана приборная система координат $Ox_1x_2x_3$ (ПСК). Ось x_1 совпадает с направлением линии визирования СА, оси x_2 и x_3 перпендикулярны линии визирования и лежат в экранной плоскости СА. Поворотная платформа представляет собой трехстепенной карданов подвес с углами поворота α_1, α_2 и α_3. Внешняя ось подвеса (угол поворота α_1) жестко соединена с корпусом КС, а внутренняя ось (угол поворота α_3) совпадает с осью x_1. Точка пересечения осей вращения подвеса совпадает с точкой O.

Предположим, что орбита КС и параметры ее вращательного движения хорошо известны, а также хорошо известна и орбита ОКМ. В этом случае, очевидно, задача съемки ОКМ заключается в совмещении линии визирования СА с направлением из точки КС в точку ОКМ в течение заданного времени. На рис. 2 схематично представлен этот процесс. Границы интервала съемки на рисунке обозначены точками t_1 и t_2. Вращательное движение СА будет включать в себя вращение вместе с ортом относительного положения ОКМ и, в общем случае – одновременный поворот вокруг направления указанного орта таким образом, чтобы изображение ОКМ было заданным образом ориентировано на экранной плоскости СА.

Далее будет использоваться определение "точка съемки" (ТС) – некоторая точка на орбите ОКМ, в которую в данный момент направлена линия визирования СА. ТС может совпадать или не совпадать с текущим положением ОКМ. С направлением из точки КС в ТС связана некоторая технологическая система координат (ТСК) $Oy_1y_2y_3$. Начало ТСК совпадает с текущим положением КС, ось y_1 направлена из точки КС в ТС, ось y_2 перпендикулярна оси y_1 и одновременно перпендикулярна еще одному вектору, далее – ориентирующему вектору. Ориентирующим вектором может быть, например, вектор относительной или собственной линейной скорости ОКМ. Ось y_3 дополняет систему до правой. Будем считать, что в режиме съемки ПСК будет заданным образом ориентирована относительно ТСК, в частности, ПСК может быть совмещенной с ТСК.

Приведем кинематические соотношения для ТСК, отслеживающей относительное положение ОКМ. Для определенности, выражения будем записывать в системе координат J2000. Матрица перехода от ТСК к J2000 определяется выражением: $A = [\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2, \mathbf{n}_3]$, где $\mathbf{n}_1$ $\mathbf{n}_2$ $\mathbf{n}_3$ – орты, направленные по соответствующим осям ТСК. В соответствии с определением ТСК: $\mathbf{n}_1 = \mathbf{r}/r$, $\mathbf{n}_2 = (\mathbf{v}_* \times \mathbf{r})/|\mathbf{v}_* \times \mathbf{r}|$, $\mathbf{n}_3 = \mathbf{n}_1 \times \mathbf{n}_2$. Здесь $\mathbf{r} = \mathbf{r}_м - \mathbf{r}_о$ – радиус-вектор от-

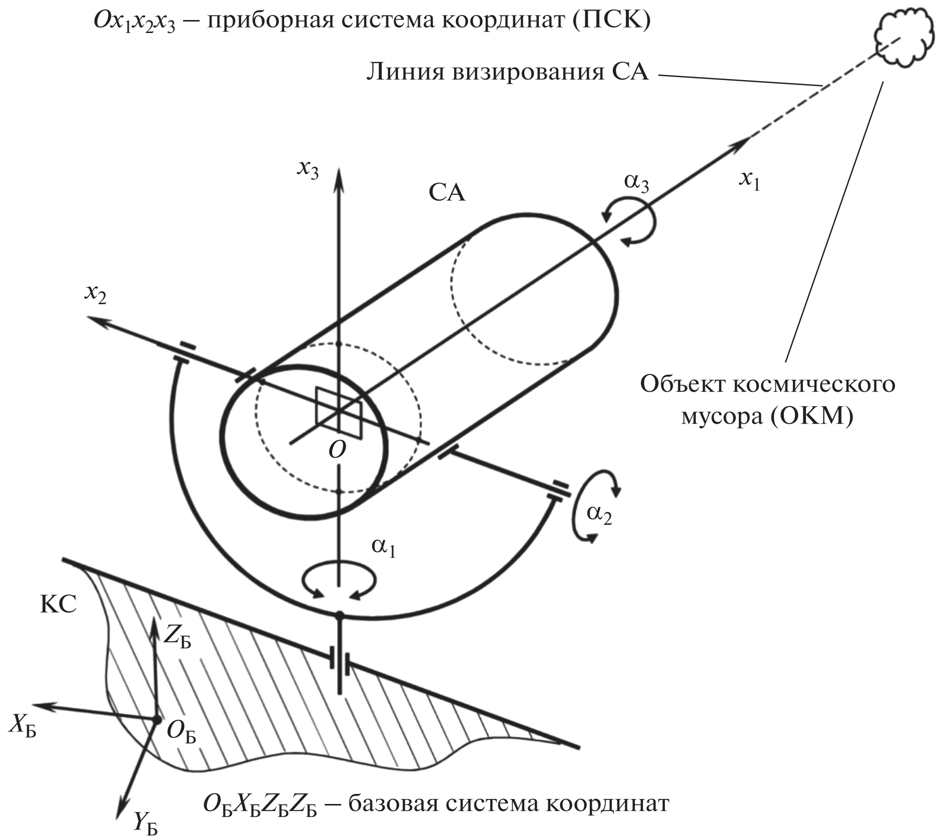

Рис. 1. Съемочная аппаратура.

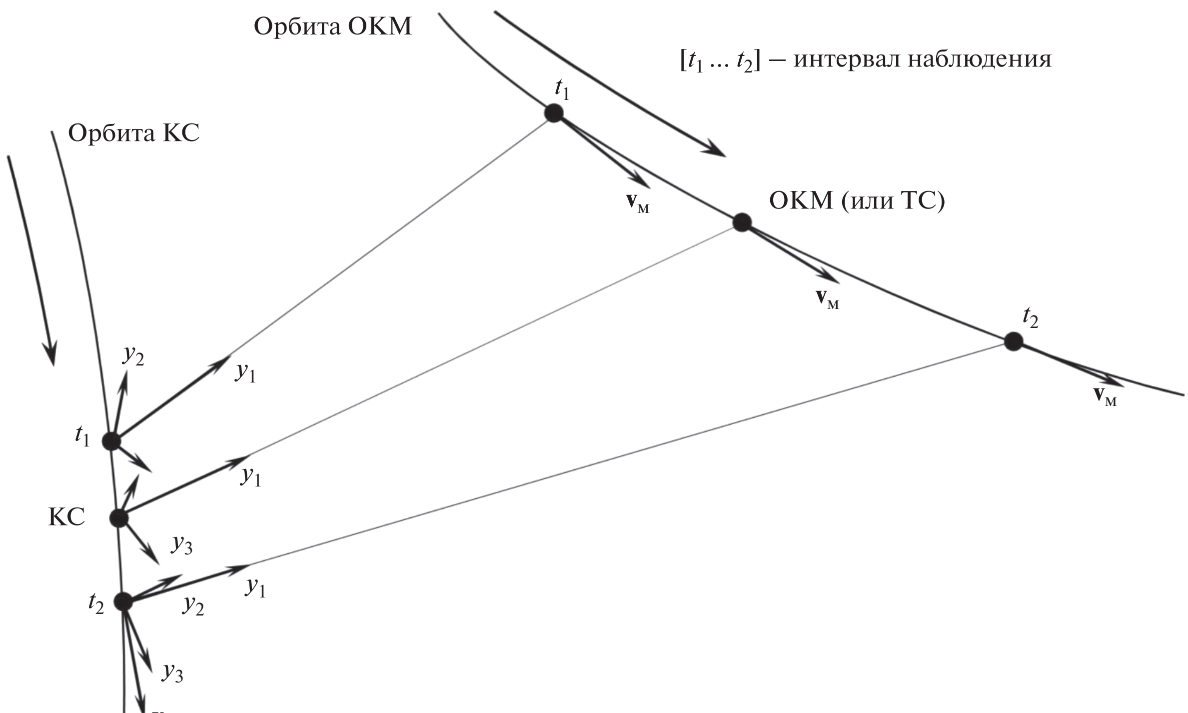

Рис. 2. Съемка ОКМ с известными параметрами орбиты.

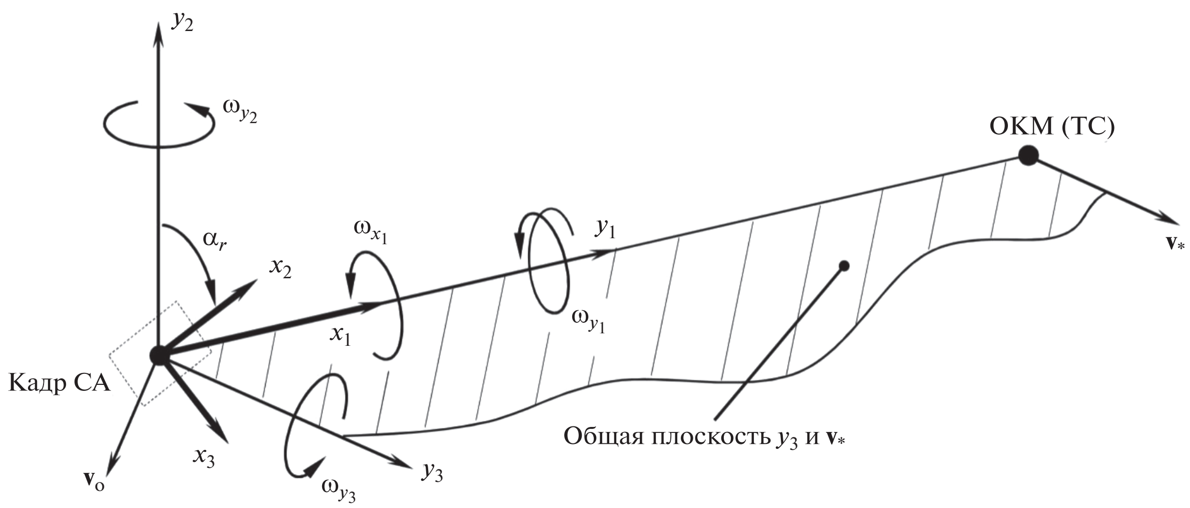

Рис. 3. Относительное вращение ПСК и ТСК.

носительного положения ОКМ, $\mathbf{r}_\text{о}$ – геоцентрический радиус-вектор КС, $\mathbf{r}_\text{м}$ – геоцентрический радиус-вектор ОКМ, $\mathbf{v}_*$ – вектор собственной или относительной линейной скорости ОКМ, $r = |\mathbf{r}|$. Далее в тексте нижний индекс “о” означает принадлежность вектора к КС, а индекс “м” – принадлежность к ОКМ (ТС).

Выражения для компонент вектора абсолютной угловой скорости ТСК можно найти из уравнения $\boldsymbol{\omega}_\text{ТСК} = \sum (\mathbf{n}_3 \cdot \dot{\mathbf{n}}_2)\mathbf{n}_1$ с циклической перестановкой индексов $1 \to 2 \to 3 \to 1$, где

$$\dot{\mathbf{n}}_2 = N^{-\frac{1}{2}}\Bigg(\mathbf{a}_* \times \mathbf{r} + \mathbf{v}_* \times \mathbf{v} - \mathbf{v}_* \times \mathbf{r} \times$$
$$\times \frac{(\mathbf{v}_* \cdot \mathbf{a}_*)r^2 + v_*^2(\mathbf{r} \cdot \mathbf{v}) - (\mathbf{v}_* \cdot \mathbf{r})(\mathbf{a}_* \cdot \mathbf{r} + \mathbf{v}_* \cdot \mathbf{v})}{N}\Bigg),$$
$$\dot{\mathbf{n}}_1 = \frac{\mathbf{v}}{r} - \mathbf{r}\frac{\mathbf{r} \cdot \mathbf{v}}{r^3}, \quad \dot{\mathbf{n}}_3 = \dot{\mathbf{n}}_1 \times \mathbf{n}_2 + \mathbf{n}_1 \times \dot{\mathbf{n}}_2,$$
$$N = v_*^2 r^2 - (\mathbf{v}_* \cdot \mathbf{r})^2.$$

В приведенных соотношениях $\mathbf{v} = \mathbf{v}_\text{м} - \mathbf{v}_\text{о}$ – вектор относительной линейной скорости ОКМ. Если в качестве ориентирующего вектора была выбрана собственная скорость ОКМ, то $\mathbf{v}_* = \mathbf{v}_\text{м}$, $\mathbf{a}_* = \mathbf{a}_\text{м}$. Если в качестве ориентирующего вектора была выбрана относительная скорость ОКМ, то $\mathbf{v}_* = \mathbf{v}$, $\mathbf{a}_* = \mathbf{a}_\text{м} - \mathbf{a}_\text{о}$, при этом приведенное выше соотношение для $\dot{\mathbf{n}}_2$ несколько упрощается. Если начальные условия орбитального движения КС и ОКМ известны, текущие значения параметров $\mathbf{r}_\text{о}$, $\mathbf{v}_\text{о}$, $\mathbf{a}_\text{о}$, $\mathbf{r}_\text{м}$, $\mathbf{v}_\text{м}$, $\mathbf{a}_\text{м}$ можно найти, интегрируя уравнения модели орбитального движения КС и ОКМ [1]. Если ПСК совмещается с ТСК, то выписанные соотношения для матрицы A и вектора абсолютной угловой скорости $\boldsymbol{\omega}_\text{ТСК}$ можно сразу использовать для расчета кинематических параметров ПСК, которые затем по известным соотношениям могут быть приведены к заданной БСК и преобразованы в углы поворота соответствующих осей карданова подвеса. В данной работе этот этап расчетов подробно не рассматривается.

Иногда для организации съемки ОКМ нет необходимости в полном совмещении ПСК с ТСК. При отслеживании ОКМ, чтобы не потерять его из кадра, достаточно совместить только оси x_1 и y_1. При этом ПСК может вращаться относительно ТСК вокруг совмещенных осей (см. рис. 3). Соответственно, изображение ОКМ на экранной плоскости СА также получит некоторое дополнительное вращение. Угловая скорость ПСК в этом случае будет вычисляться как сумма угловой скорости ТСК и скорости ω_{x1} относительного вращения ПСК вокруг совмещенных осей x_1 и y_1: $\boldsymbol{\omega}_\text{ПСК} = \boldsymbol{\omega}_\text{ТСК} + \omega_{x1}\mathbf{n}_1$. Матрицу перехода от ПСК к J2000 можно найти из соотношения $B = AR_x^T$, где $R_x = f(\alpha_r)$ – матрица поворота вокруг оси x_1 на угол относительного поворота α_r,

$$\alpha_r = \alpha_{r0} + \int_{t_1}^{t_2} \omega_{x1} dt,$$

где t_1 и t_2 – моменты времени, ограничивающие интервал наблюдения. Такой режим съемки можно использовать, например, для ограничения динамических нагрузок на СА, или для упрощения конструкции аппаратуры – применении двухстепенного подвеса СА вместо трехстепенного.

Предположим теперь, что параметры орбитального движения ОКМ известны с ограничен-

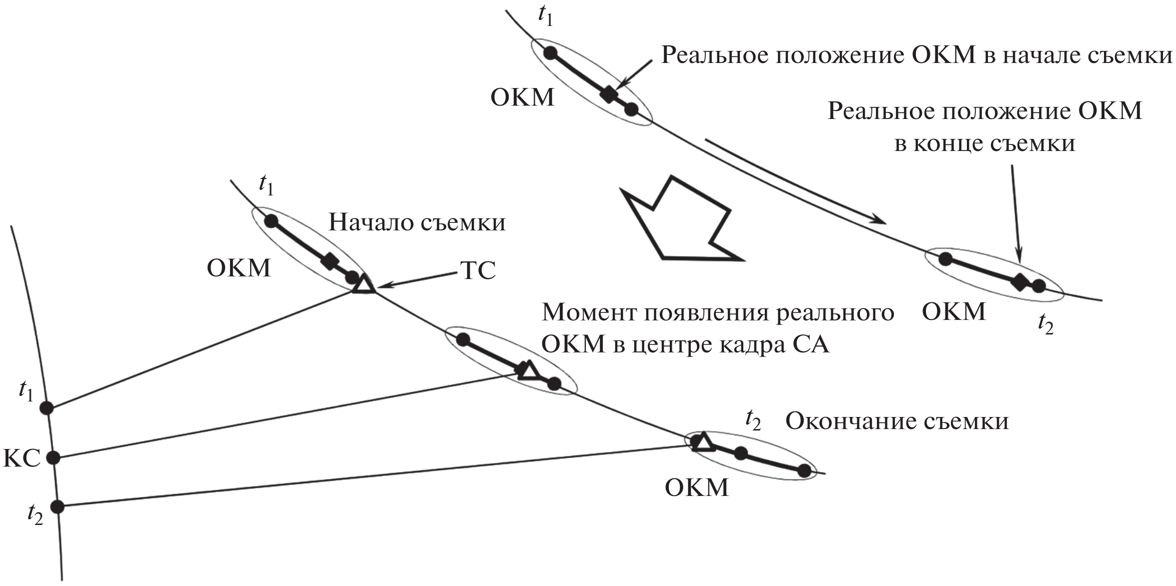

Рис. 4. Съемка участка орбиты ОКМ.

ной точностью. Будем считать известными форму орбиты ОКМ и ее пространственную ориентацию, при этом положение ОКМ на орбите известно с некоторой ошибкой. Тогда орбитальное положение ОКМ можно рассматривать не как точку, а как некоторую область – отрезок орбиты, внутри которого находится ОКМ. Указанный отрезок схематично изображен на рис. 4 в виде вытянутого вдоль траектории ОКМ эллипса. За время съемки этот отрезок смещается вдоль орбиты ОКМ, переходя из некоторого начального положения – в конечное. Далее будем считать, что на интервале наблюдения длина отрезка меняется несущественно и истинное положение ОКМ не выходит за пределы этого отрезка.

Очевидно, что размеры отрезка орбиты, внутри которого находится ОКМ (далее – отрезка), могут быть шире, чем угловой размер поля зрения СА. При этом если в течение всего интервала наблюдения ТС будет, например, совпадать с номинальным положением ОКМ, то ОКМ в своем истинном положении внутри рассматриваемого отрезка может никогда не попасть в поле зрения СА. Вместе с тем можно утверждать, что если за время съемки ТС переместится от одного края отрезка – к противоположному его краю, то любое возможное положение ОКМ внутри этого отрезка в какой-то момент времени окажется в поле зрения СА.

Другими словами, точка съемки, оставаясь на траектории орбитального движения ОКМ, должна иметь скорость, отличную от скорости ОКМ, чтобы перемещаясь по орбите вместе с отрезком, отставать или опережать его заданным образом. При этом разность скорости ОКМ и ТС в данной точке орбиты ОКМ будет определять относительную скорость движения ОКМ в кадре СА. Кинематика вращательного движения ТСК, как и прежде, будет в этом случае определяться относительным движением КС и ТС. Матрица ориентации и угловая скорость ТСК вычисляются по приведенным выше соотношениям, в которых вместо кинематических параметров $\mathbf{r}_м$, $\mathbf{v}_м$, $\mathbf{a}_м$ используются соответствующие параметры $\mathbf{r}_s$, $\mathbf{v}_s$, $\mathbf{a}_s$ движения точки съемки, движущейся независимо от ОКМ.

Расчет указанных параметров движения ТС представляет отдельную задачу, для решения которой в вектор состояния модели орбитального движения КС и ОКМ вводится дополнительный параметр – путь $s(t)$, пройденный ОКМ вдоль своей орбиты в функции времени. Для этого совместно с уравнениями модели орбитального движения КС и ОКМ интегрируется абсолютное значение линейной скорости ОКМ. На границах интервала интегрирования параметр $s(t)$ принимает значения:

$$s(t_1) = s_1 = 0, \quad s(t_2) = s_2 = \int_{t_1}^{t_2} |\mathbf{v}_м|\, dt.$$

Интервал интегрирования $t_1 \le t \le t_2$ выбирается таким образом, чтобы параметр $s(t)$ охватывал весь участок съемки. При этом учитывается длина отрезка, внутри которого находится ОКМ, и положение этого отрезка на орбите в начальный и конечный момент интервала наблюдения. Результаты интегрирования сохраняются на некоторой плотной сетке, после чего строятся зависимости $\mathbf{r}_м(s)$ и $\mathbf{v}_м(s)$ в виде “векторных” степенных

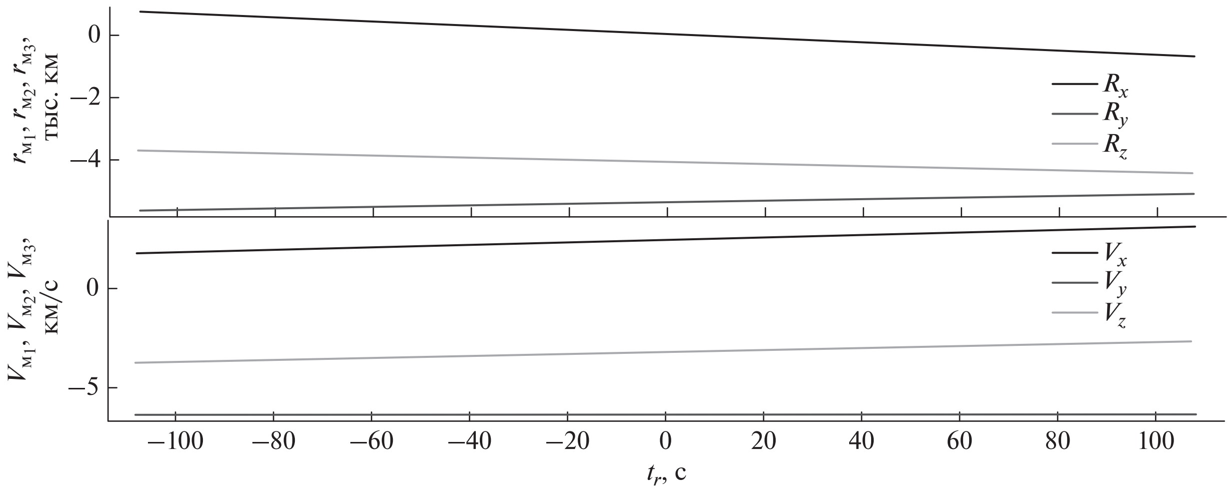

Рис. 5. Параметры орбитального движения ОКМ на участке съемки.

полиномов $\mathbf{P}_s$ и $\mathbf{Q}_s$. Расчет данных полиномов не вызывает затруднений, т.к. на сравнительно коротком интервале наблюдения компоненты векторов $\mathbf{r}_м$ и $\mathbf{v}_м$ представляют собой гладкие кривые. Пример таких кривых приведен на рис. 5.

“Векторные” в данном случае означает, что полиномы вычисляются для каждой из компонент векторов $\mathbf{r}_м$ и $\mathbf{v}_м$. Полином $\mathbf{P}_s$ определяет опорную траекторию ТС в функции s в виде пространственной кривой, с заданной точностью совпадающей с орбитальной траекторией ОКМ на участке съемки. Полином $\mathbf{Q}_s$ служит для нахождения вектора скорости ОКМ в заданной точке опорной траектории ТС.

Далее выбирается характер движения ТС по найденной опорной траектории – выбирается зависимость пути $S_{ТС}(t)$, проходимого ТС на участке съемки вдоль опорной траектории в функции времени. Выбранное движение ТС затем рассчитывается на плотной сетке и аппроксимируется полиномами Эрмита 5-го порядка, допускающими получение гладких зависимостей для $\dot{S}_{ТС}(t)$ и $\ddot{S}_{ТС}(t)$. Искомые кинематические параметры ТС вычисляются по соотношениям (штрихами обозначены производные по S):

$$\mathbf{r}_s(t) = \mathbf{P}_s[S_{ТС}(t)], \quad \mathbf{v}_s(t) = \mathbf{P}'_s[S_{ТС}(t)]\dot{S}_{ТС}(t),$$

$$\mathbf{a}_s(t) = \mathbf{P}''_s[S_{ТС}(t)]\dot{S}^2_{ТС}(t) + \mathbf{v}_s(t)\ddot{S}_{ТС}(t).$$

Приведенные соотношения позволяют рассчитать кинематические параметры вращательного движения ТСК при наблюдении с ТС, движущейся относительно отрезка возможного нахождения ОКМ.

При построении зависимости $S_{ТС}(t)$, могут использоваться разные соображения, например – можно обеспечить равномерное движение ТС вдоль траектории ОКМ. В этом случае ТС, двигаясь равномерно, за время съемки должна пройти расстояние вдоль траектории ОКМ из точки s_1, соответствующей одному из крайних положений ОКМ на отрезке в начале съемки, в точку s_2, соответствующую противоположному положению ОКМ на отрезке, но уже в конце съемки. При этом постоянная скорость ТС будет определяться соотношением: $\dot{S}_{ТС}(t) = (s_2 - s_1)(t_2 - t_1)^{-1} = \text{const}$. На рис. 6 приведены два варианта организации такого движения. Рисунок состоит из двух частей – верхней и нижней, каждая из которых есть одномерное представление относительного движения кадра СА и ОКМ. Траектория ОКМ на рисунке представляет собой прямую, вдоль которой отложен параметр $s(t)$. За время съемки ТС проходит путь $dS_{ТС}$ из положения s_1 в положение s_2. Для определенности ось x_3 ПСК направлена вдоль траектории ОКМ и совпадает с осью y_3. В нижней части рисунка показано движение ТС со скоростью, превышающей собственную скорость ОКМ, в верхней части рисунка скорость ТС меньше скорости ОКМ. На каждой из частей рисунка также изображена ось $\dot{s}$ и схематично отрезками показаны абсолютные величины скоростей $\dot{S}_{ТС}$ и $\dot{S}_{ОКМ}$ движения, соответственно, ТС и ОКМ вдоль орбитальной траектории ОКМ.

Часто со стороны СА предъявляются требования равномерности скорости движения изображения ОКМ в кадре [2]. В этом случае, при построении зависимости $\dot{S}_{ТС}(t)$ учитывается текущий угол между направлением линии визирования и вектором собственной скорости ОКМ в точке съемки, а также отношение текущей дальности до ОКМ к некоторой базовой дальности r_0. Для этого на

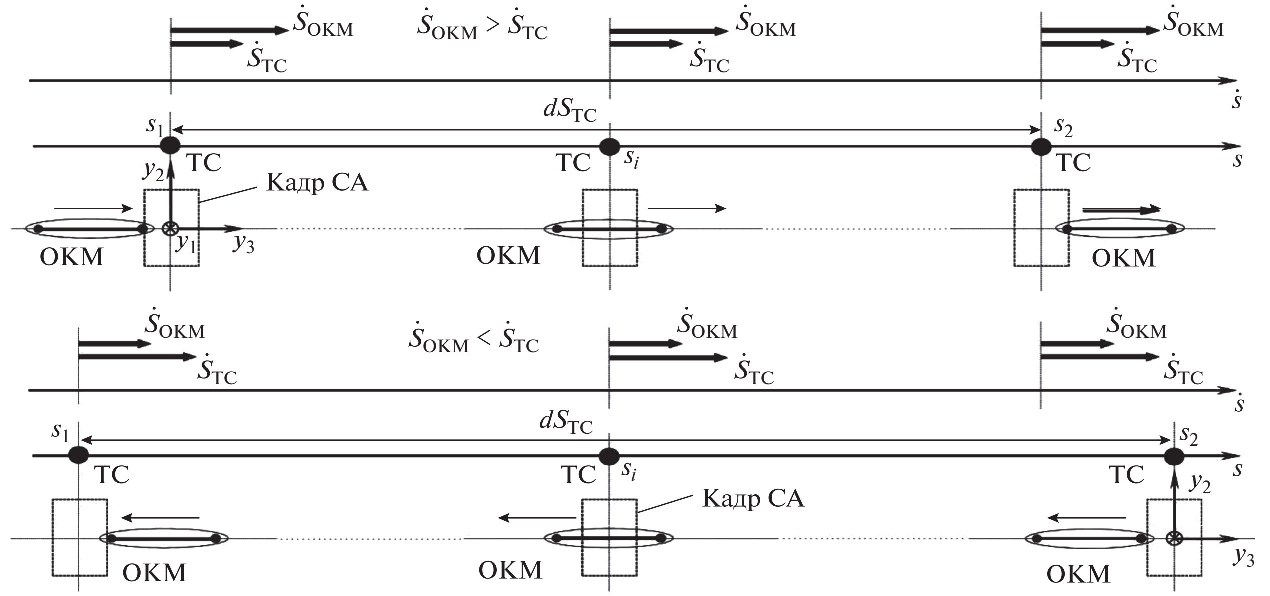

Рис. 6. Варианты относительного движения ТС.

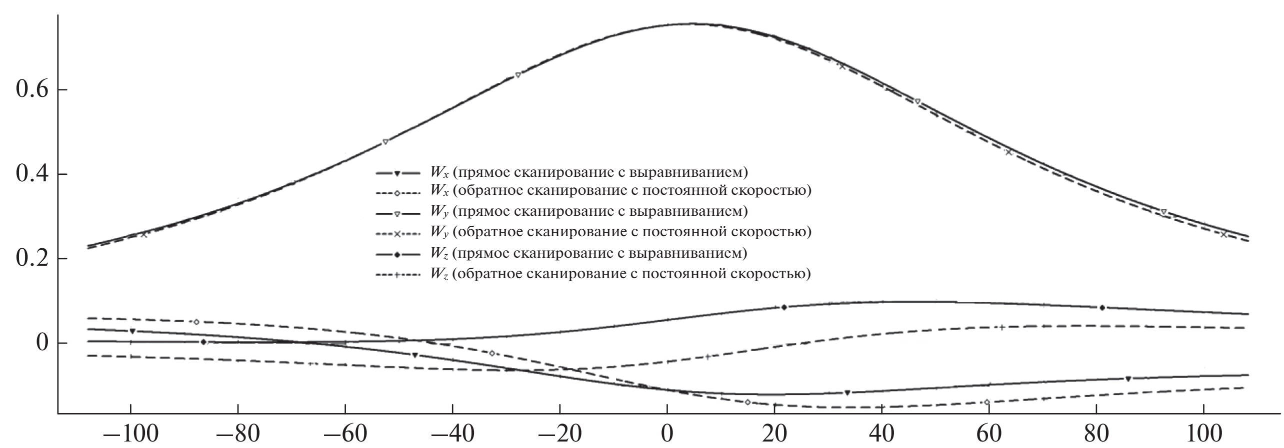

Рис. 7. Абсолютная угловая скорость ТСК в проекциях на собственные оси, град/с.

участке съемки итерационно, с уточнением параметра μ, интегрируется уравнение:

$$\dot{S}_{ТС} = v - \frac{\mu}{\sqrt{1 - (\mathbf{r} \cdot \mathbf{v})^2}} \frac{r}{r_0},$$

где $\mathbf{r} = \mathbf{P}_s(S_{ТС}(t)) - \mathbf{r}_о(t)$, $\mathbf{v} = \mathbf{Q}_s(S_{ТС}(t))$, $r = |\mathbf{r}|$ – текущее расстояние до ТС, $v = |\mathbf{v}|$ – модуль скорости ОКМ в точке съемки. Указанное уравнение интегрируется на интервале съемки, с начальным значением $S_{ТС}(0) = s_1$. Итерации завершаются по выполнению условия $|S_{ТС}(\Delta T) - s_2| < \varepsilon$, где ε – необходимая точность попадания в заданную точку в конце интервала съемки, $\Delta T = t_2 - t_1$. После завершения итераций полученная зависимость $\dot{S}_{ТС}(t)$ используется для расчета искомой функции $S_{ТС}(t)$.

Далее приведен пример расчета программной угловой скорости СА при съемке ОКМ с борта КС с учетом неопределенности его положения вдоль собственной орбиты в описанных выше режимах движения ТС, как с постоянной скоростью, так и при условии обеспечения равномерного движения ОКМ на экранной плоскости СА. Дата проведения съемки – 25.I.2019 г. Параметры орбиты КС на 02:12:22.3 UTC в системе координат эпохи даты: высота апогея 413 км, высота перигея 406 км, аргумент перигея 356.5°, наклонение 51.6°, долго-

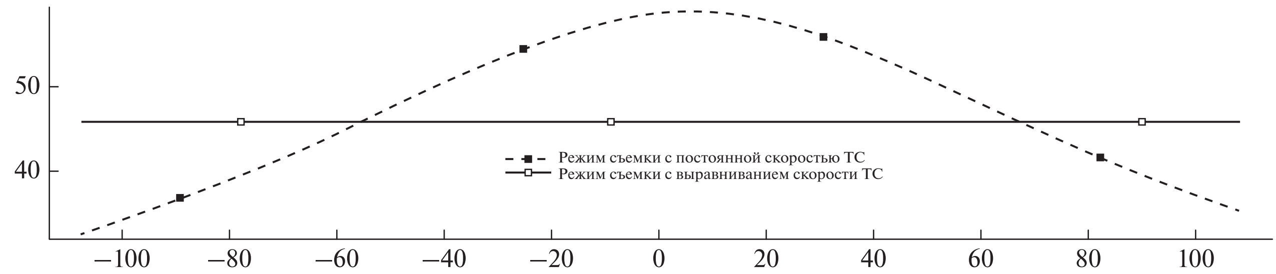

Рис. 8. Скорость движения ТС относительно ОКМ в проекции на экранную плоскость СА, м/с.

та восходящего узла 38.6°, аргумент широты КС 101.2°. Орбитальные параметры ОКМ на эпоху 2019 01 24 23 01 58.0 UTC: высота апогея 472 км, высота перигея 463 км, аргумент перигея 327.1°, наклонение 57.63°, долгота восходящего узла 39.1°, аргумент широты ОКМ 102°. Максимальное сближение с КС происходит 25.I.2019 в 05:37:56.2, при этом дистанция до ОКМ составляет порядка 70 км.

На рис. 7 приведены графики абсолютных угловых скоростей ТСК, град/с. По оси абсцисс отложено относительное время в секундах. Началу координат соответствует момент середины участка съемки. Этот момент может, например, совпадать с точкой максимального сближения с ОКМ. Рассмотрено два варианта съемки: “прямое” сканирование – ТС движется по области возможного нахождения ОКМ, в каждый момент времени обгоняя ОКМ (на рис. 6 этот вариант приведен в нижней части), и “обратное” сканирование – ТС в каждый момент времени отстает от ОКМ (на рис. 6 этот вариант приведен в верхней части). Прямое сканирование организовано с выравниванием скорости ОКМ в кадре СА, обратное сканирование – с равномерным движением ТС по траектории ОКМ. Различия этих режимов проиллюстрированы на рис. 8, на котором изображены графики модулей скорости движения ТС относительно ОКМ в проекции на экранную плоскость СА, м/с. По оси абсцисс отложена та же величина, что и на рис. 7. Интерпретировать кривые на рис. 8 надо следующим образом: если ОКМ оказался в кадре СА в момент времени, соответствующий некоторому значению на оси абсцисс, соответствующее значение на графике при этом будет характеризовать скорость перемещения ОКМ на экранной плоскости СА в этот момент времени. Крайние значения на оси абсцисс соответствуют крайним положениям ОКМ в области его возможного нахождения. Можно видеть, что в режиме выравнивания относительной скорости ОКМ, вне зависимости от фактического положения ОКМ внутри области, скорость прохождения его по кадру СА будет одинаковой. В противном случае при равномерном движении ТС по траектории ОКМ скорость прохождения ОКМ по кадру СА будет зависеть от того, в каком месте на собственной орбите фактически оказался ОКМ в момент съемки, что и показывает пунктирная кривая на рис. 8.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 17-01-00143.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Эльясберг П.Е.* Введение в теорию полета искусственных спутников Земли. Изд. 2-е. М.: ЛИБРОКОМ, 2011.
2. *Гарбук С.В., Гершензон В.Е.* Космические системы дистанционного зондирования Земли. М.: А и Б, 1997.