

УДК 550.383

## ОСОБЕННОСТИ ОТРАЖЕНИЯ СВИСТОВЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН, ПАДАЮЩИХ НА ИОНОСФЕРУ СВЕРХУ, В ДНЕВНЫХ И НОЧНЫХ УСЛОВИЯХ

© 2021 г. В. Г. Мизонова<sup>1, 2, \*</sup>, П. А. Беспалов<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Нижегородский государственный технический университет им. П.Е. Алексеева, г. Нижний Новгород, Россия

<sup>2</sup>Национальный исследовательский университет “Высшая школа экономики”, г. Нижний Новгород, Россия

<sup>3</sup>Институт прикладной физики РАН, г. Нижний Новгород, Россия

\*vermiz@mail.ru

Поступила в редакцию 11.03.2020 г.

После доработки 22.05.2020 г.

Принята к публикации 29.05.2020 г.

Получено численное решение волновых уравнений для свистовых электромагнитных волн, падающих на ионосферу сверху. Для расчетов использованы матричный алгоритм приближенного решения волновых уравнений в плоскостной плавно неоднородной среде и метод коллокаций решения граничной задачи. Получены и проанализированы зависимости коэффициентов отражения  $R$  от частоты и угла падения волны для различных времен года и времени суток. В ночных условиях для волн с частотами от 1 до 10 кГц значения  $R$  изменяются в пределах от 0.1 до 0.7. В дневных условиях значения  $R$  в среднем на два порядка ниже и не превышают величины 0.04. Наименьшие значения коэффициента отражения связаны с волнами, отражение которых происходит в области сильного затухания на высотах 80–110 км. Полученные результаты объясняют особенности условий возбуждения плазменного магнитосферного мазера.

DOI: 10.31857/S0023420621010076

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Изучению вопросов распространения в магнитосфере электромагнитных волн свистового диапазона посвящено большое количество работ [1–9]. Одной из важных и вместе с тем сложных остается задача о расчете волновых полей от земной поверхности до высот в несколько сотен километров. Основная трудность численного нахождения волновых полей связана с проблемой расходимости решений из-за больших декрементов затухания нераспространяющихся волновых мод [4, 10, 11]. Частично эта проблема решена в работе [12] с использованием идеи о рекуррентном вычислении коэффициентов отражения в плоскостных средах, в статье [13] для малых углов падения волны на границу ионосферы. В данной работе рассматривается задача о численном нахождении поля низкочастотных волн, падающих на ионосферу сверху. Для вычислений применяются два метода — метод коллокаций решения граничной задачи в нижних слоях резко неоднородной ионосферы [14] и матричный алгоритм приближенного решения волновых уравнений [15] в верхней части плавно неоднородной ионосферы. Комбинация двух методов позволяет учесть

реальные высотные зависимости ионосферных параметров и избежать проблемы расходимости решений на больших высотах [11].

Результаты расчетов используются для анализа частотных и угловых зависимостей коэффициента отражения по энергии свистовых волн, падающих на ионосферу сверху, для различных времен года и времени суток. В качестве верхней границы области решения используется значение 750 км. С одной стороны, это типичная высота многих спутниковых магнитосферных измерений. Например, на спутнике *DEMETER* были получены обширные, в том числе и тесно связанные с тематикой данной статьи результаты [16] об ОНЧ-излучениях на высоте порядка 700 км. С другой стороны, использование указанной высоты позволяет обработать алгоритмы и выявить важные электродинамические закономерности в приближении постоянного магнитного поля.

Изучение волновых полей и анализ зависимостей коэффициента отражения от частоты и угла падения важно для объяснения экспериментальных данных о прохождении естественных магнитосферных электромагнитных ОНЧ-излучений через

ионосферу и для объяснения условий возбуждения плазменного магнитосферного мазера [17].

## 2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ИСХОДНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Пусть свистовая волна с частотой  $\omega$  и волновым вектором  $\mathbf{k}$  падает на границу  $z = z_2$  сверху. Предположим, что выше этой границы ( $z > z_2$ ) плазма однородна, ниже ( $z < z_2$ ) плазменные параметры изменяются вдоль вертикальной оси  $z$ , координата  $z = 0$  соответствует поверхности Земли, магнитное поле  $\mathbf{B}$  лежит в плоскости  $yz$  и составляет с осью  $z$  угол  $\vartheta$ . В указанных условиях плоскостной ионосферу можно рассматривать как анизотропную среду с тензором диэлектрической проницаемости [18]

$$\hat{\epsilon} = \begin{pmatrix} \epsilon & -ig \cos \vartheta & ig \sin \vartheta \\ ig \cos \vartheta & \epsilon \cos^2 \vartheta + \eta \sin^2 \vartheta & (\eta - \epsilon) \sin \vartheta \cos \vartheta \\ -ig \sin \vartheta & (\eta - \epsilon) \sin \vartheta \cos \vartheta & \epsilon \sin^2 \vartheta + \eta \cos^2 \vartheta \end{pmatrix}, \quad (1)$$

в котором функции  $\epsilon(\omega, z)$ ,  $g(\omega, z)$ ,  $\eta(\omega, z)$  известны.

Подставляя электрическое и магнитное поле волны  $\mathbf{E}(z) \exp i(\mathbf{k}_\perp \mathbf{r}_\perp - \omega t)$ ,  $\mathbf{B}(z) \exp i(\mathbf{k}_\perp \mathbf{r}_\perp - \omega t)$  в уравнения Максвелла, получаем систему уравнений, которую запишем в матричном виде

$$\frac{d\mathbf{F}}{dz} = \hat{M}\mathbf{F}, \quad \mathbf{F} = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ B_x \\ B_y \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Здесь

$$\hat{M} = \frac{i\omega}{c} \begin{pmatrix} n_x \frac{ig \sin \vartheta}{\epsilon_{zz}} & -n_x \frac{(\eta - \epsilon) \sin 2\vartheta}{2\epsilon_{zz}} & \frac{n_x n_y}{\epsilon_{zz}} & 1 - \frac{n_x^2}{\epsilon_{zz}} \\ n_y \frac{ig \sin \vartheta}{\epsilon_{zz}} & -n_y \frac{(\eta - \epsilon) \sin 2\vartheta}{2\epsilon_{zz}} & \frac{n_y^2}{\epsilon_{zz}} - 1 & -\frac{n_x n_y}{\epsilon_{zz}} \\ -n_x n_y - \frac{ig \eta \cos \vartheta}{\epsilon_{zz}} & n_x^2 - \frac{\epsilon \eta}{\epsilon_{zz}} & -n_y \frac{(\eta - \epsilon) \sin 2\vartheta}{2\epsilon_{zz}} & n_x \frac{(\eta - \epsilon) \sin 2\vartheta}{2\epsilon_{zz}} \\ -n_y^2 + \epsilon - \frac{g^2 \sin^2 \vartheta}{\epsilon_{zz}} & n_x n_y - \frac{ig \eta \cos \vartheta}{\epsilon_{zz}} & n_y \frac{ig \sin \vartheta}{\epsilon_{zz}} & -n_x \frac{ig \sin \vartheta}{\epsilon_{zz}} \end{pmatrix}, \quad (3)$$

где  $\epsilon_{zz} = \epsilon \sin^2 \vartheta + \eta \cos^2 \vartheta$ ,  $n_{x,y} = k_{x,y} c / \omega$ . Ниже мы используем систему уравнений (2) для численного нахождения поля волны и коэффициента отражения по энергии падающей сверху волны.

## 3. КРАТКОЕ ОПИСАНИЕ АЛГОРИТМА ЧИСЛЕННОГО РАСЧЕТА

Схема, поясняющая постановку задачи, изображена на рис. 1. Области решения задачи соответствуют значения вертикальной координаты  $0 < z < z_2$ . Оттенки серого цвета соответствуют типичному профилю нормированной на максимальное значение электронной концентрации в ночных условиях. Учтем, что на высотах порядка 100–200 км и выше для рассматриваемых волновых возмущений плазма является плавно неоднородной. Разделим всю область решения на две части  $0 < z < z_1$  и  $z_1 < z < z_2$ . Границу  $z = z_1$  выберем таким образом, чтобы выше нее масштаб плазменной неоднородности существенной превышал значения  $1/|k_{zj}|$ ,  $j = 1-4$ , где  $k_{zj}$  – корни дисперсионного соотношения. В этом случае для нахождения поля выше границы  $z = z_1$  можно использовать матричный алгоритм приближен-

ного решения волновых уравнений [15]. Представим решение уравнений (2)–(3) в виде

$$\mathbf{F} = \sum_{j=1}^4 \mathbf{P}_j(z) A_j \exp \left( \int_{z_1}^z i \chi_j(z') dz' \right), \quad \mathbf{P}_j = \begin{pmatrix} e_x \\ e_y \\ b_x \\ b_y \end{pmatrix}_j, \quad (4)$$

где вектора  $\mathbf{P}_j$  характеризуют локальную поляризацию волновых возмущений, а постоянные  $A_j$  определяются граничными условиями.

Суть алгоритма заключается в последовательном нахождении в интересующей нас области высот величин  $i \chi_j$  – “скорректированных” с учетом неоднородности плазмы корней дисперсионного соотношения, и соответствующих им “скорректированных” векторов поляризаций  $\mathbf{P}_j$ . Отметим, что точность используемого нами первого приближения матричного алгоритма аналогична точности уравнений геометрической оптики. Таким образом, поле в верхней области  $z_1 < z < z_2$  равно

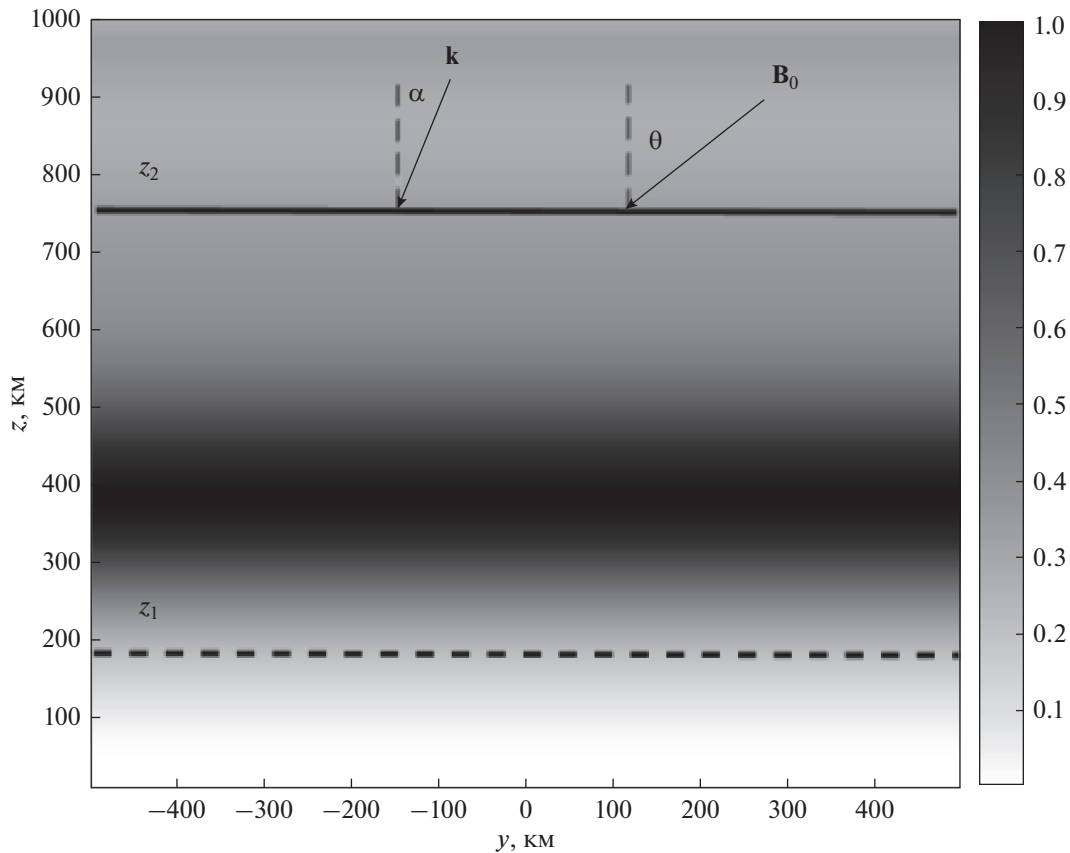


Рис. 1. Схема, поясняющая постановку задачи.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{F} = & A_1 \mathbf{P}_1(z) \exp \left( \int_{z_1}^z i \chi_1(z') dz' \right) + \\
 & + A_2 \mathbf{P}_2(z) \exp \left( \int_{z_1}^z i \chi_2(z') dz' \right).
 \end{aligned} \quad (5)$$

В выражении (5) индексы 1 и 2 соответствуют падающей и отраженной волнам, вклад нераспространяющихся мод не учитывался, коэффициент  $A_1 = 1$ .

Ниже границы  $z = z_1$  плазменные параметры изменяются достаточно резко, усиливается затухание волны, связанное с взаимодействием заряженных и нейтральных частиц, происходит трансформация свистовой моды в вакуумную электромагнитную. Асимптотические методы в этом случае неэффективны. Для нахождения поля волны на высотах  $0 \leq z \leq z_1$  мы используем метод коллокаций решения граничной задачи с помощью MATLAB программы, подобной bvp4c [14]. Программа начинает решение в соответствии с граничными условиями, а затем уменьшает длину шага, чтобы добиться установленной точности решения. Использование такого алгоритма дает возможность получить устойчивое решение пол-

ной системы волновых уравнений с граничными условиями

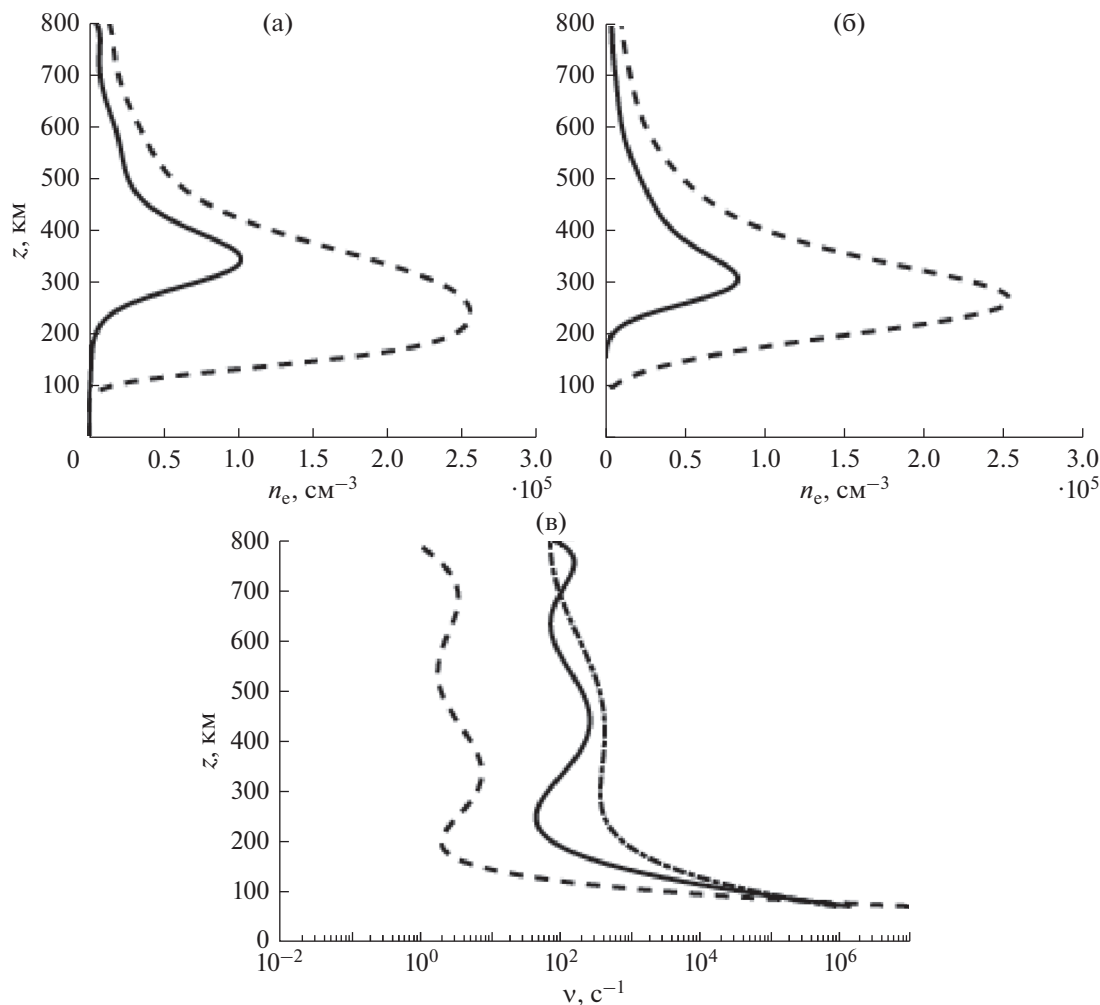
$$\begin{aligned}
 E_x(z=0) = 0, \quad E_y(z=0) = 0, \\
 A_1 = 1, \quad A_3 = 0.
 \end{aligned} \quad (6)$$

Первые два условия соответствуют модели идеально проводящей земной поверхности  $z = 0$ , третье определяет амплитуду падающей волны, четвертое исключает экспоненциально нарастающее вверх решение. При  $z = z_1$  решения, полученные с использованием матричного алгоритма и метода коллокаций, сшиваются.

Решая численно систему (2) с граничными условиями (6), мы находим координатную зависимость поля волны, а также коэффициент  $A_2$  в формуле (5). Решение граничной задачи во всей области  $0 \leq z \leq z_2$  позволяет получить высотные распределения электрического и магнитного полей  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{B}$ , а также интересующий нас коэффициент отражения по энергии от границы  $z = z_2$

$$R = |S_i|/|S_r|, \quad (7)$$

где  $S_i$  и  $S_r$  – вертикальные проекции вектора Пойнтинга падающей на границу  $z = z_2$  сверху и отраженной от этой границы волн соответственно.



**Рис. 2.** Высотные профили плазменной концентрации, соответствующие (а) осеннему 4.IX.2019 г. и (б) зимнему 1.I.2019 г. сезонам, в ночных условиях – сплошной линией, в дневных условиях – пунктирной линией. Частоты столкновений электронов (сплошной линией в ночных и коротким пунктиром в дневных условиях) и ионов (пунктирной линией) с нейтральными частицами (в).

#### 4. НЕКОТОРЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Для численных расчетов были использованы данные модели IRI [19] для географических координат  $68^\circ$  с.ш. и  $25^\circ$  в.д. ([https://ccmc.gsfc.nasa.gov/modelweb/models/iri2016\\_vitmo.php](https://ccmc.gsfc.nasa.gov/modelweb/models/iri2016_vitmo.php)). Высотные профили плазменной концентрации представлены на рис. 2а (осень, 4.IX.2019) и рис. 2б (зима, 1.I.2019). Пунктирной линией изображены зависимости концентрации в дневных условиях (12.30 по местному времени), сплошной линией – в ночных условиях (00.30 по местному времени). Зависимости частот столкновений электронов (коротким пунктиром в дневных и сплошной линией в ночных условиях) и ионов (пунктирной линией) с нейтральными частицами представлены на рис. 2в.

Примеры частотных зависимостей коэффициента отражения при различных углах падения, отвечающих соответствующим значениям попереч-

ных компонент волнового вектора, представлены на рис. 3. Верхняя граница области расчета  $z_2$  соответствует высоте 750 км. Граница  $z_1$  области применения матричного алгоритма составляет от 145 км (для малых углов падения) до 210 км (для больших углов падения). На рис. 4 представлены зависимости коэффициента отражения по энергии от угла падения  $\alpha_y$  ( $\text{tg } \alpha_y = k_y/k_z(z = z_2)$ ) для волн с частотой  $f = 1.5$  кГц, соответствующие условиям ночной (а) и дневной (б) ионосферы 4.IX.2019. Пунктирной линией схематично изображена реальная часть вертикальной проекции волнового вектора вблизи земной поверхности

$k_{0z} = \sqrt{(\omega/c)^2 - k_{\perp}^2}$ . На рис. 5 представлены примеры зависимостей электрического поля (сплошной линией) и магнитного поля (пунктирной линией) от высоты. Значения полей нормированы на величину амплитудного значения напряжен-

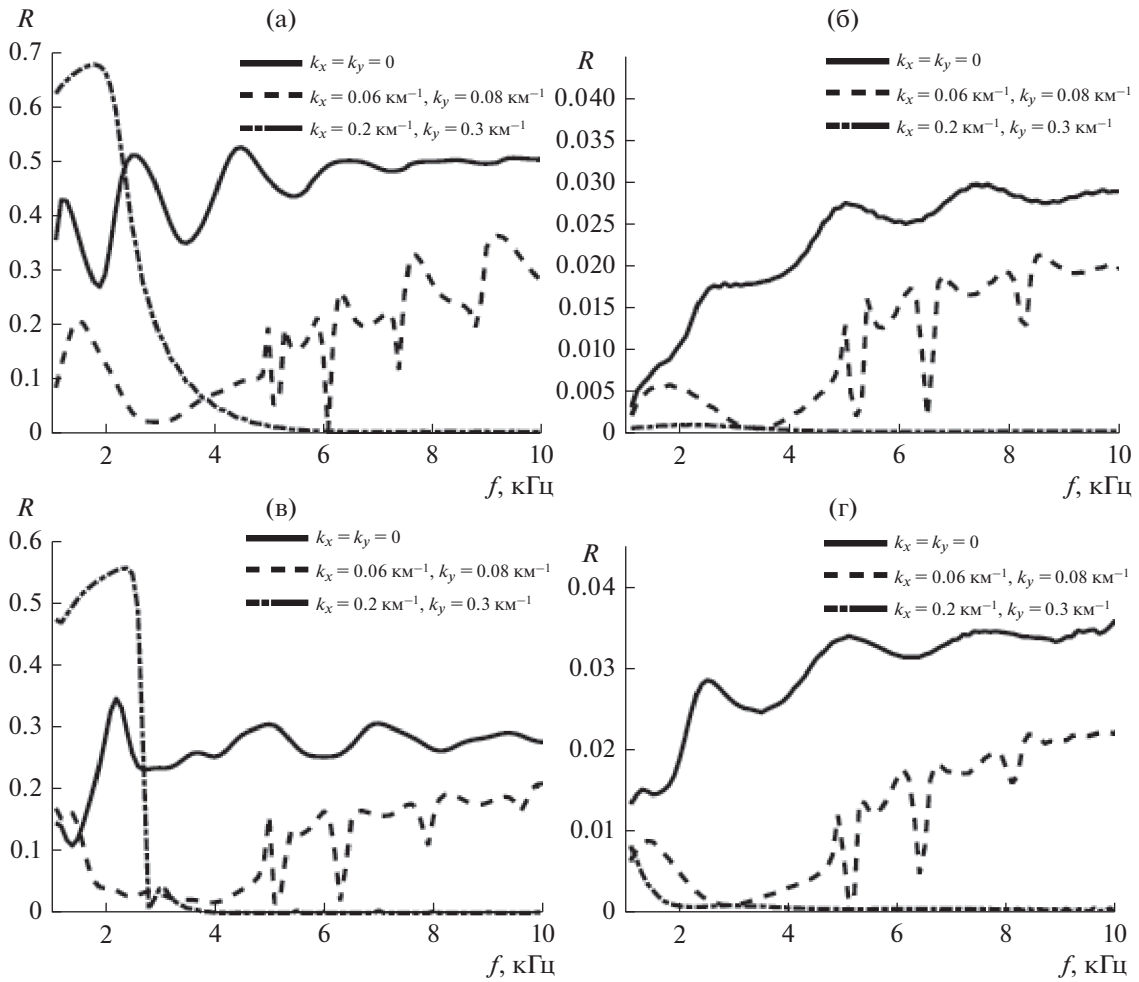


Рис. 3. Зависимости коэффициента отражения по энергии от частоты при различных значениях поперечных проекций волнового вектора: (а) ночь, 4.IX.2019, (б) день 4.IX.2019, (в) ночь, 1.I.2019, (г) день 1.I.2019.

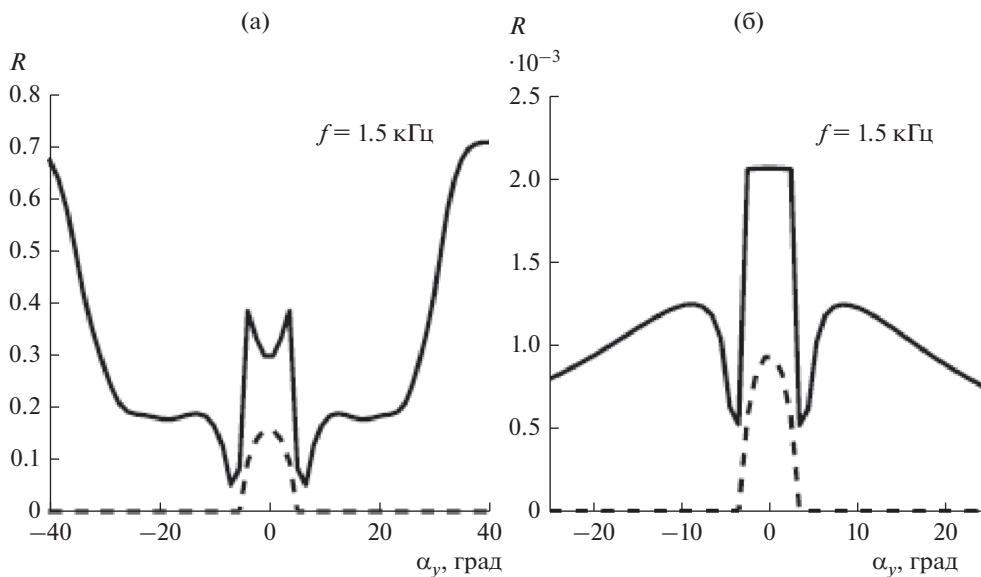
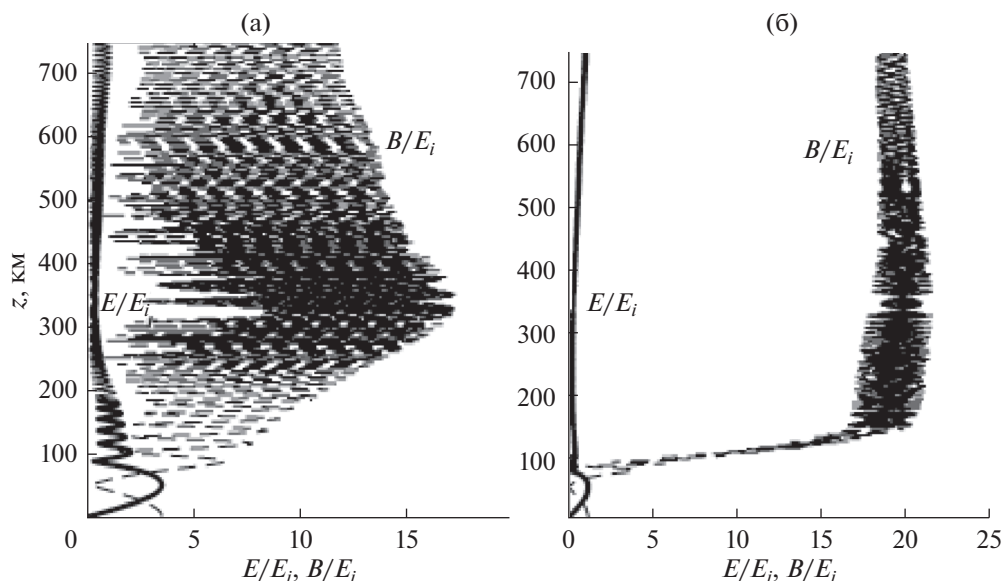


Рис. 4. Зависимости коэффициента отражения по энергии от угла падения: (а) ночь, 4.IX.2019, (б) день 4.IX.2019. Пунктирной линией показано схематично  $k_{0z} = \sqrt{(\omega/c)^2 - k_{\perp}^2}$ .



**Рис. 5.** Поперечная электрическая (сплошной линией) и магнитная (пунктирной линией) компоненты поля волны с частотой 1.5 кГц, на высотах от 0 до 750 км в ночных (а) и дневных (б) условиях. Зависимости соответствуют нормально падающей волне

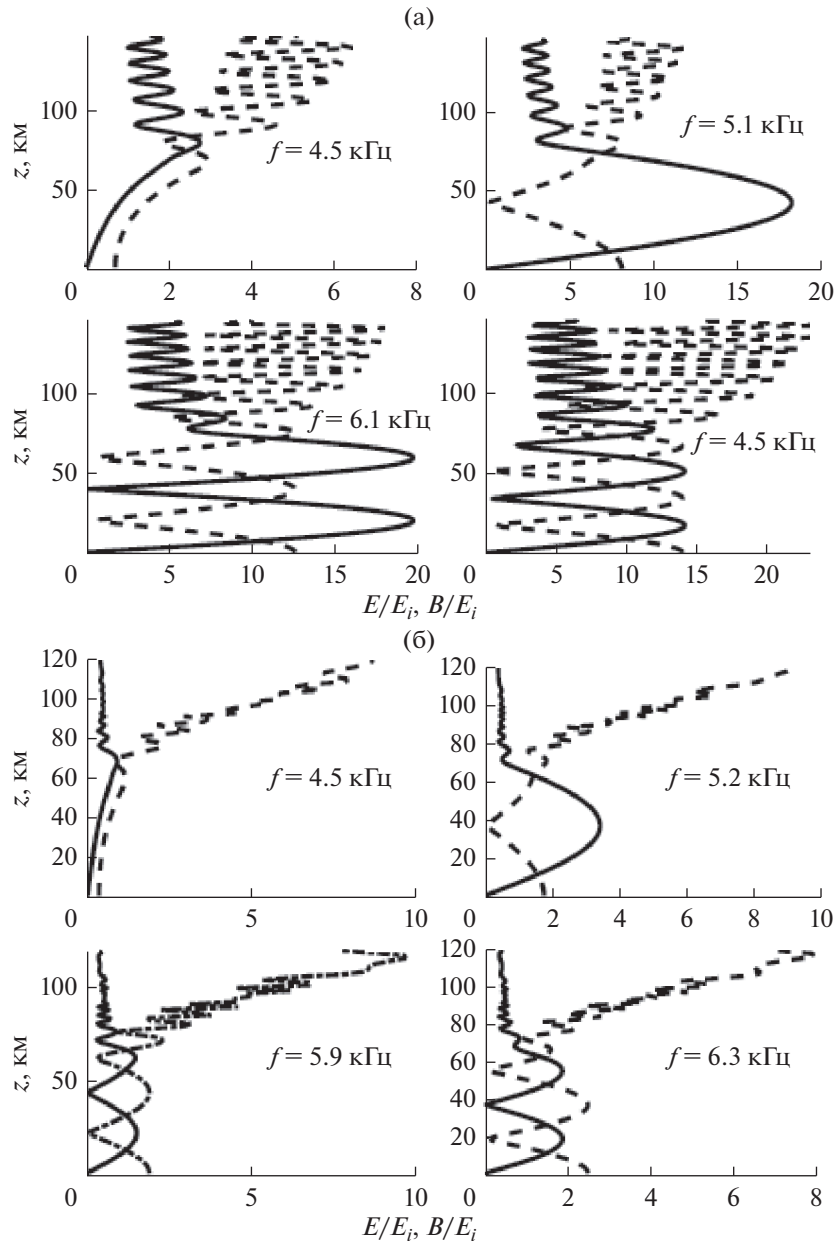
ности электрического поля на высоте 750 км, которая обычно измеряется на спутниках. Рис. 5а получен для ночных условий, рис. 5б для дневных условий в осенний период (4.IX.2019), частота волны равна  $f = 1.5$  кГц и поперечная компонента волнового вектора равна нулю (нормальное падение). На рис. 6а (для ночных условий) и 6б (для дневных условий) изображены примеры зависимостей поперечного электрического (сплошной линией) и магнитного (пунктирной линией) полей в нижней части ионосферы для различных частот.

## 5. ОБСУЖДЕНИЕ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Величина коэффициента отражения по энергии для свистовых волн, падающих на ионосферу сверху, существенно зависит от времени суток. В ночных условиях нижняя граница ионосферы достаточно резкая, при нормальном падении волны в рассматриваемом частотном диапазоне и для рассматриваемых высотных профилей плазменной концентрации величина  $R$  лежит в пределах приблизительно от 0.3 до 0.6 для осенней ионосферы и от 0.1 до 0.3 для зимней ионосферы. Днем нижняя граница более плавная, значения  $R$  при этом на порядок ниже и не превышают 0.04. Величина  $R$  достаточно чувствительна к выбору параметров падающей волны. При сравнительно малых значениях поперечного волнового вектора  $k_x = 0.06$  км<sup>-1</sup>,  $k_y = 0.08$  км<sup>-1</sup> (при этом углы падения для волн с частотами от 1 до 10 кГц изменяются приблизительно от 21° до 5° в ночных и от

18° до 3° в дневных условиях) с увеличением частоты коэффициент отражения в среднем растет. Действительно, характерная высота, на которой происходит трансформация свистовой моды в вакуумную электромагнитную, может быть оценена из условия  $\omega_{pe}^2 \approx \omega \nu_e$  и увеличивается с ростом частоты волн. При этом меньше проявляется затухание волн в нижних слоях ионосферы. В дневных условиях эта особенность выражена сильнее (см. рис. 3).

При более высоких значениях поперечного волнового вектора  $k_x = 0.06$  км<sup>-1</sup>,  $k_y = 0.08$  км<sup>-1</sup> (при этом углы падения для волн с частотами от 1 до 10 кГц изменяются приблизительно от 75° до 17° в ночных и от 50° до 11° в дневных условиях) в случае малых частот отражение в основном происходит выше области сильного затухания. Коэффициент отражения в этом случае может иметь достаточно высокие значения (см. рис. 3–4). С ростом частоты коэффициент отражения сначала уменьшается (волны могут достигать области сильного поглощения на 80–110 км, но не доходят до земной поверхности), затем растет (волны достигают земной поверхности). Например, при значениях поперечного волнового вектора  $k_x = 0.06$  км<sup>-1</sup>,  $k_y = 0.08$  км<sup>-1</sup> минимальная частота, при которой волны могут достигать земной поверхности, равна примерно 5 кГц (см. рис. 3). При некоторых значениях частот, превышающих это минимальное значение, функция  $R(f)$  и в ночных, и в дневных условиях имеет ярко выраженные минимумы



**Рис. 6.** Поперечная электрическая (сплошной линией) и магнитная (пунктирной линией) компоненты поля волны с поперечными компонентами волнового вектора  $k_x = 0.06 \text{ км}^{-1}$ ,  $k_y = 0.08 \text{ км}^{-1}$  на высотах от 0 до 150 км в ночных (а) и дневных (б) условиях.

(рис. 3). Например, для ночной ионосферы в осенний период (рис. 3а), минимумы соответствуют частотам  $f = 5.1, 6.1, 7.4$  и  $8.8$  кГц. При этом “горизонтальная” длина волны равна  $\lambda_z = 167, 106, 59$  и  $43$  км. Эти минимумы можно объяснить явлением резонанса в волноводе Земля-ионосфера [13, 20]. При отмеченных значениях в волноводе “укладывается” целое число полуволн. На рис. 6а изображены высотные профили электрического и магнитного полей в нижней части ионосферы, соответствующие

“резонансным”  $f = 5.1, 6.1$  кГц и “не резонансным”  $f = 4.5, 6.5$  кГц условиям. Для дневной ионосферы (рис. 3б), минимумы соответствуют частотам  $f = 5.2, 6.3$  и  $8.3$  кГц и “горизонтальной” длине волны  $\lambda_z = 162, 102$  и  $48$  км, высотные профили полей, соответствующие “резонансным” и “не резонансным” условиям, изображены на рис. 6б. При больших углах падения (случай  $k_x = 0.2 \text{ км}^{-1}$ ,  $k_y = 0.3 \text{ км}^{-1}$  рис. 3) волны не достигают земной поверхности.



Зависимости коэффициента отражения от угла падения для волны с частотой  $f = 1.5$  кГц представлены на рис. 5. На этих же рисунках пунктиром схематично отмечена реальная часть  $k_{0z} = \sqrt{(\omega/c)^2 - k_{\perp}^2}$ . Как видно из полученных результатов, слабее всего отражаются волны, не доходящие до земной поверхности, отражение которых имеет место в основном в области сильного затухания, т.е. на высотах порядка 80–110 км.

Полученные результаты о величине коэффициента отражения свистовых волн от ионосферы сверху объясняют типичный экспериментально наблюдаемый суточный ход режимов работы плазменного магнитосферного мазера. Например, если величина  $|\ln R|$  сравнительно невелика  $|\ln R| \leq 3$  (или  $R \geq 0.05$ ), то колебательные режимы циклотронной неустойчивости не реализуются. Колебательные режимы отвечают условию  $|\ln R| \geq 3$  (или  $R \leq 0.05$ ), когда волны и частицы в магнитосферном мазере сравнительно слабо связаны [17]. Поэтому колебательные режимы и свистовые излучения QP-1, QP-2 типичны не для ночной, а для дневной магнитосферы.

Для реального распределения заряженной и нейтральной компонент плазмы обосновано, что колебательные режимы реализуются в утреннем и предполуденном секторах субавроральной магнитосферы и не типичны в ночном секторе, а в вечернем секторе условия самовозбуждения обычно вообще не выполняются.

Реальные условия возбуждения квазипериодических ОНЧ излучений в магнитосфере имеют много нюансов, в изучении которых важную роль играет тщательный анализ экспериментальных данных. Пример пространственной распространности излучений в апреле был рассмотрен по данным нескольких космических аппаратов в статье [21]. Квазипериодические излучения наблюдались в течение 5 дневных часов в довольно широкой области пространства внутри плазмосферы в диапазоне магнитных оболочек  $L = 1.5$ – $5.5$ . Это хорошо согласуется с полученными нами в данной работе результатами для осенних условий.

Геофизическая обстановка становится более сложной для времени года, близкого к солнцестоянию, когда одна из магнитосопряженных областей ионосферы освещена солнцем, а вторая нет. При солнцестоянии в геомагнитной ловушке условия могут быть близки к дневным в плане добротности магнитосферного резонатора, а выход на земную поверхность такой же хороший, как ночью. В статье [22] показано, что с учетом отмеченных обстоятельств можно объяснить условия возбуждения квазипериодических излучений с большими периодами повторения ночью в почти спокойных геомагнитных условиях.

Интересные экспериментальные результаты о квазипериодических излучениях, зарегистрированных ночью в январе, приведены в статье [23]. В этой работе были подтверждены фундаментальные выводы [24] о природе не связанных с геомагнитными пульсациями квазипериодических ОНЧ излучений, обусловленных модуляцией анизотропии функции распределения, происходящей в такт с модуляцией интенсивности электромагнитных излучений.

## ВЫВОДЫ

Рассмотрена задача о наклонном падении свистовой волны на ионосферу сверху. Для модели плоскослоистой среды получено численное решение волновых уравнений. Для нижней части ионосферы был использован метод коллокаций решения граничной задачи. Для верхней области был использован матричный алгоритм приближенного решения волновых уравнений в плоскослоистой магнитоактивной плазме. Граница “сшивки” решений выбиралась таким образом, чтобы выше нее выполнялись условия плавно неоднородной плазмы, и составила от 145 до 205 км. Комбинация двух указанных методов позволила учесть реальные высотные зависимости плазменных параметров и избежать проблемы расходимости решений на больших высотах, связанной с высокими декрементами нераспространяющихся мод.

Результаты расчетов использованы для определения коэффициента отражения  $R$  от ионосферы сверху по энергии свистовых волн. Проанализированы зависимости коэффициентов отражения от частоты и угла падения волны для различных времени суток и времен года. В ночных условиях для волн с частотами от 1 до 10 кГц значения  $R$  обычно лежат в пределах от 0.1 до 0.7. В дневных условиях значения  $R$  в среднем на один-два порядка ниже и не превышают величины 0.04. Значения коэффициентов отражения могут существенно зависеть от угла падения волны. Наименьшие значения коэффициента отражения отвечают волнам, отражение которых происходит в области сильного затухания на высотах от 80 до 110 км. Полученные результаты важны для уточнения условий самовозбуждения и определения режима работы плазменного магнитосферного мазера. Установленные результаты объясняют отсутствие колебательных режимов в ночном секторе, а также возможность реализации колебательных режимов и квазипериодических свистовых-излучений QP-1, QP-2 в утреннем и предполуденном секторах субавроральной магнитосферы.

Исследование В.Г. Мизоновой и П.А. Беспалова (разделы 3–5) выполнено за счет Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 20-02-00206А). Исследование П.А. Беспалова (разделы 1, 2 и 6) выполнено за счет гранта Россий-



ского научного фонда (проект № 20-12-00268). Численные расчеты выполнены в рамках Государственного задания № 0035-2019-0002.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Wait J.R.* Electromagnetic Waves in Stratified Media. Pergamon, New York, 1970.
2. *Bossy L.* Wave propagation in stratified anisotropic media // *J. Geophys.* 1979. V. 46. P. 1–14.
3. *Nygrén T.* A simple method for obtaining reflection and transmission coefficients and fields for an electromagnetic wave in a horizontally stratified ionosphere // *Planet Space Sci.* 1981. V. 29. № 5. P. 521–528. [https://doi.org/10.1016/0032-0633\(81\)90066-0](https://doi.org/10.1016/0032-0633(81)90066-0)
4. *Budden K.G.* The Propagation of Radio Waves: The Theory of Radio Waves of Low Power in the Ionosphere and Magnetosphere. Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1985.
5. *Yagitani S., Nagano I., Miyamura K., Kimura I.* Full wave calculation of ELF/VLF propagation from a dipole source located in the lower ionosphere // *Radio Sci.* 1994. V. 29. № 1. P. 39–54. <https://doi.org/10.1029/93RS01728>
6. *Nagano I., Miyamura K., Yagitani S. et al.* Full wave calculation method of VLF wave radiated from a dipole antenna in the ionosphere – analysis of joint experiment by HIPAS and Akebono satellite // *Electr. Commun. Jpn. Commun.* 1994. V. 77. № 11. P. 59–71. <https://doi.org/10.1002/ecja.4410771106>
7. *Bespalov P.A., Mizonova V.G.* Reflection coefficient of whistler mode waves normally incident on the ionosphere // *Geomagnetism and Aeronomy.* 2004. V. 44. № 1. P. 49–53.
8. *Беспалов П.А., Мизонова В.Г.* Особенности распространения падающих на ночную ионосферу сверху электромагнитных волн свистового диапазона // *Космич. исслед.* 2018. Т. 56. № 1. С. 33.
9. *Shklyar D.R., Kuzichev I.V.* Full-wave description of the lower hybrid reflection of whistler waves // *Plasma Physics Reports.* 2013. V. 39. № 10. P. 795–808.
10. *Nygrén T.* A method of full wave analysis with improved stability // *Planet. Space Sci.* 1982. V. 30. № 4. P. 427–430. [https://doi.org/10.1016/0032-0633\(82\)90048-4](https://doi.org/10.1016/0032-0633(82)90048-4)
11. *Bespalov P.A., Mizonova V.G., Savina O.N.* Reflection from and transmission through the ionosphere of VLF electromagnetic waves incident from the mid-latitude magnetosphere // *J. Atmos. Solar Terr. Phys.* 2018. V. 175. P. 40. <https://doi.org/10.1016/j.jastp.2018.04.018>
12. *Lehtinen N.G., Inan U.S.* Radiation of ELF/VLF waves by harmonically varying currents into a stratified ionosphere with application to radiation by a modulated electrojet // *J. Geophys. Res.* 2008. V. 113. A06301. <https://doi.org/10.1029/2007JA012911>
13. *Kuzichev I.V., Shklyar D.R.* On full-wave solution for VLF waves in the near-Earth space // *J. Atmos. Solar Terr. Phys.* 2010. V. 72. P. 1044. <https://doi.org/10.1016/j.jastp.2010.06.008>
14. *Kierzenka J., Shampine L.F.* A BVP Solver based on Residual Control and the MATLAB PSE // *ACM TOMS.* 2001. V. 27. № 3. P. 299–316.
15. *Mizonova V.G.* Matrix Algorithm of Approximate Solution of Wave Equations in Inhomogeneous Magnetoactive Plasma // *Plasma Physics Reports.* 2019. V. 45. № 8. P. 777–785. <https://doi.org/10.1134/S1063780X19070080>
16. *Manninen J., Kleimenova N.G., Kozyreva O.V. et al.* Experimental evidence of the simultaneous occurrence of VLF chorus on the ground in the global azimuthal scale – from pre-midnight to the late morning // *Ann. Geophys.* 2012. V. 30. P. 725–732. <https://doi.org/10.5194/angeo-30-725-2012>
17. *Беспалов П.А., Трахтенгерц В.Ю.* Альфвеновские мазеры. Горький: ИПФ АН СССР, 1986.
18. *Шафранов В.Д.* Электромагнитные волны в плазме / Вопросы теории плазмы. М.: Атомиздат, 1963. Т. 3. С. 3–140.
19. *Bilitza D., Reinisch B.* International Reference Ionosphere 2007: Improvements and new parameters // *J. Adv. Space Res.* 2008. V. 42. P. 599–609. <https://doi.org/10.1029/2007SW000359>
20. *Семенова В.И., Трахтенгерц В.Ю.* О некоторых особенностях волноводного распространения низкочастотных волн в магнитосфере // *Геомагнетизм и аэронавигация.* 1980. Т. 20. № 6. С. 1021–1027.
21. *Nemes F., Santolík O., Parrot M. et al.* Conjugate observations of quasi-periodic emissions by Cluster and DEMETER spacecraft // *J. Geophys. Res. Space Physics.* 2013. V. 118. P. 198–208. <https://doi.org/10.1029/2012JA018380>
22. *Manninen J., Kleimenova N.G., Kozyreva O.V. et al.* Non-typical ground-based quasi-periodic VLF emissions observed at L 5.3 under quiet geomagnetic conditions at night // *J. Atmos. Solar Terr. Phys.* 2013. V. 99. P. 123–128. <https://doi.org/10.1016/j.jastp.2012.05.007>
23. *Titova E.E., Kozelov B.V., Demekhova A.G. et al.* Identification of the source of quasiperiodic VLF emissions using ground-based and Van Allen Probes satellite observations // *Geophys. Res. Lett.* 2015. V. 42. P. 6137–6145. <https://doi.org/10.1002/2015GL064911>
24. *Беспалов П.А.* Самомодуляция излучения плазменного магнитосферного мазера // *Письма в ЖЭТФ.* 1981. Т. 33. С. 192–195.