

ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ТРАЕКТОРИЙ ПОСАДКИ НА ЛУНУ: ОБЛАСТИ ДОСТИЖИМОСТИ, ПЕРЕНАЦЕЛИВАНИЕ И ОГРАНИЧЕНИЕ ПО ПРОФИЛЮ СНИЖЕНИЯ

© 2021 г. Ю. П. Улыбышев*

Ракетно-космическая корпорация “Энергия” им. С.П. Королева, г. Королев, Россия

*yuri.ulybyshev@rsce.ru

Поступила в редакцию 23.12.2019 г.

После доработки 10.05.2020 г.

Принята к публикации 29.05.2020 г.

Представлен прямой метод оптимизации пространственных траекторий лунной посадки на фазе торможения с ограничением по профилю снижения, когда посадочный аппарат должен оставаться внутри некоторого конуса с вершиной в заданной точке посадки. Моделью движения является точка переменной массы, движущаяся в однородном гравитационном поле. Метод использует двухуровневую оптимизацию характеристической скорости для заданных дальности и бокового смещения при свободном времени посадки. Верхний уровень соответствует одномерной нелинейной оптимизации времени посадки. Нижний уровень — оптимизация для формируемых на верхнем уровне времен посадки и заданных координатах точки посадки с использованием дискретных множеств псевдоимпульсов и линейного программировании высокой размерности. В качестве примеров представлены энергетически доступные области и области при перенацеливании по точке посадки.

DOI: 10.31857/S0023420621010106

1. ВВЕДЕНИЕ

Первая успешная автоматическая мягкая посадка на поверхность Луны была осуществлена советским космическим аппаратом *Луна-9* [1] в 1966 г. Первая пилотируемая успешная посадка на Луну была выполнена американским кораблем *Apollo-11* в 1969 г. [2]. В настоящее время в стадии разработки различными космическими агентствами находится ряд новых лунных миссий.

Примеры исследований по траекториям посадки на Луну приведены в [3–21], где рассматривались различные аспекты подобных траекторий: проектирование схем полета, алгоритмы наведения и оптимизация траекторий, проблема перенацеливания и т.д. Многие из ранних работ по оптимизации траекторий посадки на Луну были основаны на непрямых методах, использующих принцип максимума Понтрягина [22]. Решения одномерной задачи вертикального снижения с мягкой посадкой были изложены в [3, 4]. Численный метод оптимизации плоских траекторий посадки был представлен в [5]. В 1971 г. получено точное аналитическое решение такой задачи [6]. Рассматривались различные оптимальные стратегии мягкой посадки с окололунной орбиты [10]. Другие численные решения основаны на прямых методах оптимизации использующих, как правило, алгоритмы нелинейного программирования

[9, 13, 18]. Ряд работ посвящен разработке алгоритмов управления [7, 12, 15–17]. Практические космические миссии зачастую требуют удовлетворения не только условий по мягкой посадке, но и выполнения специфичных ограничений. Как пример, имеются ограничения во внутренних точках траектории в форме граничных условий или неравенств, ограничения по предпочтительной ориентации и другие операционные ограничения. Траектории посадки с безопасным профилем посадки и ограничениями по ориентации исследовались автором в [14], а ограничение по профилю снижения рассматривались в [18]. Это ограничение связано с двумя целями: посадочная ступень не должна пересекать лунную поверхность (в случае наличия неровностей рельефа вблизи точки посадки) и ограничивает угол видимости этой точки, от которого зависит качество работы системы видеонавигации.

Траектории посадки с окололунных орбит включают три фазы: сход с орбиты, перелет с орбиты и финальную фазу — торможение [11]. Рассматриваются пространственные траектории на фазе торможения. Такие траектории представляют собой интерес для точек посадки, смещенных относительно орбитальной трассы и/или задач перенацеливания. В статье представлен новый приближенный метод двухуровневой прямой оп-

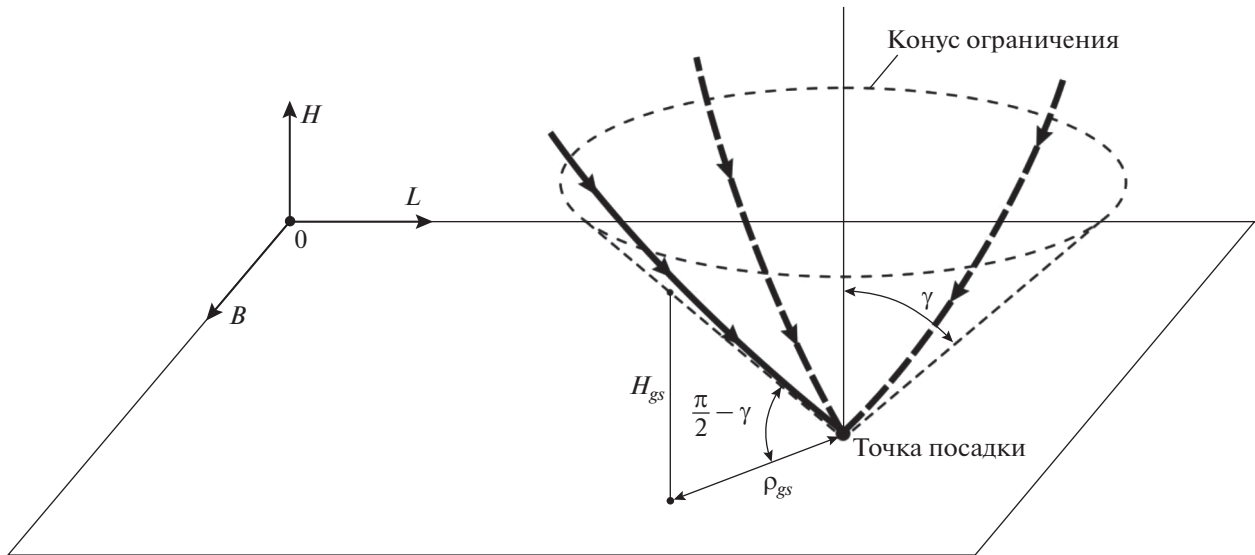


Рис. 1. Ограничение профиля снижения.

тимизации для заданных конечных продольной и боковой дальностей при свободном времени перелета. Верхний уровень соответствует одномерной оптимизации времени с использованием нелинейного программирования. Нижний уровень – оптимизация посадки при заданном конечном времени и заданных координатах точки посадки, которая базируется на численном методе с использованием дискретных множеств псевдоимпульсов [14, 23]. Этот метод использует дискретизацию траектории на малые сегменты и близкую к равномерной дискретную аппроксимацию пространства управления (т.е. возможные направления вектора тяги и ее величина) множествами псевдоимпульсов с ограничениями неравенствами на каждом сегменте. Краевые условия представляются как линейное матричное уравнение и требуют вычисления частных производных по всем псевдоимпульсам на каждом сегменте. Матричное неравенство для сумм характеристических скоростей псевдоимпульсов используется для преобразования задачи в форму линейного программирования высокой размерности. Ограничение по профилю снижения представляется дополнительной строкой в матрице неравенства. Современные методы линейного программирования используют алгоритмы внутренней точки для решения подобных задач высокой размерности. В общем случае непрерывные маневры включают некоторое число смежных сегментов и необходима обработка решений линейного программирования для формирования последовательности маневров. Итеративный процесс требуется для обновления массы посадочной ступени по сегментам и параметров ограничения по профилю снижения.

Целью работы является разработка метода оптимизации пространственных траекторий посадки на Луну при ограничениях для получения энергетических оценок, которые необходимы для проектирования лунной посадочной ступени (ЛПС).

2. УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ЛУННОЙ ПОСАДОЧНОЙ СТУПЕНИ

Трехмерное движение ЛПС переменной массы моделируется в виде точечной массы, движущейся в плоскопараллельном однородном гравитационном поле:

$$\begin{cases} \frac{dH}{dt} = V_H \\ \frac{dL}{dt} = V_L \\ \frac{dB}{dt} = V_B \\ \frac{dV_H}{dt} = f_T \frac{a_0}{m} \sin \varphi - g_M, \\ \frac{dV_L}{dt} = f_T \frac{a_0}{m} \cos \varphi \cos \psi \\ \frac{dV_B}{dt} = f_T \frac{a_0}{m} \cos \varphi \sin \psi \\ \frac{dm}{dt} = -f_T \dot{m} \end{cases} \quad (1)$$

где H – высота; L – дальность; B – боковая дальность; V – скорость; t – время; f_T – безразмерный уровень тяги (для максимальной тяги $f_T = 1$); a_0 – начальное реактивное ускорение; m – безразмер-

ная масса аппарата (в начальный момент $m_0 \equiv 1$); \dot{m} – безразмерный массовый расход для максимального уровня тяги; g_M – гравитационное ускорение на поверхности Луны; φ – угол тангажа (между продольной осью ЛПС и плоскостью OLB); ψ – курсовой угол (между проекцией продольной осью ЛПС на плоскость OLB и плоскостью OLN). Для траекторий с изменением высоты на ~ 15 км и дальности ~ 200 км эта гравитационная модель имеет ошибки по величине гравитационного ускорения до $\sim 0.85\%$ и до $\sim 2.5^\circ$ град по его направлению.

Предполагается, что двигатель жестко связан с корпусом аппарата. Таким образом, направление вектора тяги непосредственно определяет ориентацию аппарата.

3. ОПТИМИЗАЦИЯ ТРАЕКТОРИИ ДЛЯ МЯГКОЙ ПОСАДКИ НА ЛУНУ

3.1. Постановка задачи и двухуровневая оптимизация

Рассматривается оптимизация двигательной траектории снижения с минимальными затратами топлива: определить профиль тяги $f_T(t)$ и углы ориентации вектора тяги $\varphi(t)$ и $\psi(t)$, которые минимизируют следующий функционал:

$$J = \max_{t_f, f_T, \varphi, \psi} [m(t_f)] = \min_{t_f, f_T, \varphi, \psi} [\Delta V_x] = \min_{t_f, f_T, \varphi, \psi} \left[\int_0^{t_f} f_T(t) \frac{a_0}{m(t)} dt \right]$$

для уравнений движения (1) и следующих начальных и конечных краевых условий:

$$\begin{aligned} H(0) &= H_0; \quad L(0) = B(0) = 0; \\ V_H(0) &= V_{H0}; \quad V_L(0) = V_{L0}; \quad V_B(0) = 0; \\ H(t_f) &= H_f; \quad L(t_f) = L_f; \quad B(t_f) = B_f; \\ V_H(t_f) &= V_{Hf}; \quad V_L(t_f) = V_{Lf} = 0 \end{aligned}$$

и ограничении по профилю снижения, при котором посадочный аппарат должен оставаться внутри конуса с максимальным углом γ и вершиной в заданной точке посадки (рис. 1). Уровень тяги должен быть $0 \leq f_T(t) \leq 1$.

Для представленной постановки конечное время t_f является свободным параметром, которое должно быть определено при оптимизации. Эта задача может быть решена с использованием двухуровневой оптимизации, где верхний уровень соответствует одномерной задаче нелинейного программирования для t_f и нижний уровень – оптимизация траекторий посадки по $f_T(t)$, $\varphi(t)$ и $\psi(t)$ при фиксированном конечном времени t_f . Для

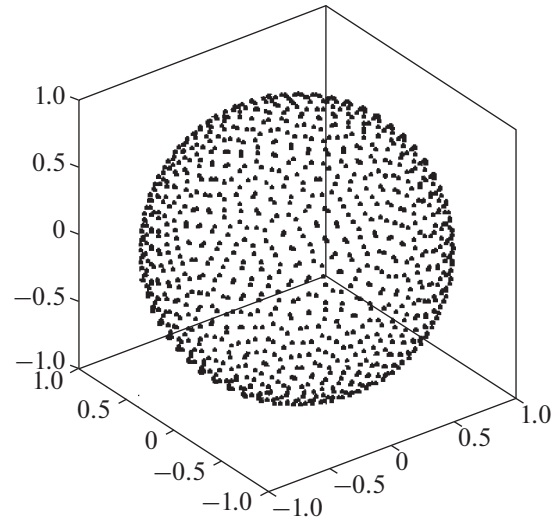


Рис. 2. Множество псевдоимпульсов.

решения задачи верхнего уровня используется функция *fminbnd* из пакета MATLAB® [24].

3.2. Оптимизация лунных траекторий посадки при заданном конечном времени

В качестве алгоритма оптимизации на нижнем уровне используется метод, основанный на концепции множеств псевдоимпульсов [14, 23]. Вводится разбиение времени $[t_0, t_1, t_2, \dots, t_n]$, с $t_0 = 0$ и $t_n = t_f$, $t_0 < t_1 < t_2 \dots < t_n$, и $\Delta t_i = t_{i+1} - t_i$ малый интервал времени для $i = 1, 2, \dots, n$.

Каждый i -й сегмент рассматривается независимо от других сегментов. Все возможные направления вектора тяги могут быть представлены как k безразмерных псевдоимпульсов $\Delta V_i^{(j)}$ (являющихся эквивалентом уровня тяги) с близким к равномерному распределением на единичной сфере (рис. 2). Тогда оптимальный импульс можно представить суммой $\Delta \mathbf{V}_{i \text{opt}} = \sum_1^k \Delta V_i^{(j)} \mathbf{e}_i^{(j)}$ с ограничением на сумму характеристических скоростей псевдоимпульсов: $\sum_{j=1}^{j=k} \Delta V_i^{(j)} \leq 1$.

Оптимальный импульс будет суммой ближайших псевдоимпульсов [14, 23].

Для вектора неизвестных неотрицательных переменных размерностью $(n \times k)$ $\mathbf{X}^T = [\Delta V_1^{(1)}, \Delta V_1^{(2)}, \dots, \Delta V_1^{(k)}, \Delta V_2^{(1)}, \Delta V_2^{(2)}, \dots, \Delta V_2^{(k)}, \dots, \Delta V_n^{(k)}]$, включающего все псевдоимпульсы на всех сегментах, можно записать линейное матричное неравенство:

$$\mathbf{A}\mathbf{X} < \mathbf{b}, \quad (2)$$

где: \mathbf{A} – матрица размерностью $n \times (n \times k)$ (показаны только ненулевые элементы):

$$\mathbf{A} = \left[\begin{array}{cccc} \underbrace{111\dots 1}_k & & & \\ & \underbrace{111\dots 1}_k & & \\ & & \dots & \\ & & & \underbrace{111\dots 1}_k \end{array} \right]_{n \times k} \quad (3)$$

Вектор \mathbf{b} имеет размерность n

$$\mathbf{b}^T = [1, 1, 1, \dots, 1, 1].$$

Вектор краевых условий при заданном конечном времени t_f

$$\mathbf{P}^T(t_f) = [H(t_f), L(t_f), B(t_f), V_H(t_f), V_L(t_f), V_B(t_f)] = [H_f, L_f, B_f, V_{Hf}, 0, 0].$$

Предположим, что приближенные значения масс на сегментах m_i известны, тогда для постоянного управления на каждом сегменте можно записать:

$$\mathbf{P}_f(t_f) = \mathbf{P}_{fp}(t_f) + \frac{\partial \mathbf{P}_f}{\partial \mathbf{X}} \mathbf{X} = \mathbf{P}_{fp}(t_f) + \mathbf{A}_e \mathbf{X},$$

где \mathbf{A}_e – матрица частных производных краевых условий размерностью $6 \times (n \times k)$. Вектор краевых условий вдоль пассивной траектории.

$$\mathbf{P}_{fp}^T(t_f) = \left[-\left(V_{H0} t_f - g_M \frac{t_f^2}{2} \right), -V_{L0} t_f, -V_{B0} t_f, -(V_{H0} - g_M t_f), -V_{L0}, -V_{B0} \right].$$

Столбцы матрицы частных производных \mathbf{A}_e :

$$\mathbf{A} = \left[\begin{array}{cccc} & & & \mathbf{A}^* \\ \partial H(t_{gs})/\partial x_1 & \partial H(t_{gs})/\partial x_2 & \dots & \partial H(t_{gs})/\partial x_l \end{array} \mathbf{O}_{(n-l)} \right], \quad (7a)$$

где \mathbf{A}^* – базовая матрица в (3), $\mathbf{O}_{(n-l)}$ – нулевая строка и

$$\partial H(t_{gs})/\partial x_i = \frac{a_0 \Delta t}{m_i} (t_{gs} - t_i) \sin \varphi^{(j)}. \quad (7b)$$

Вектор размерности $n + 1$ $\mathbf{b}^T = [(\mathbf{b}^*)^T, b_{gs}]$, где

$$b_{gs} = -\delta H_{gs}^* - H_0; \delta H_{gs}^* = V_{H0} t_{gs} - g_M t_{gs}^2 / 2.$$

Введем вектор весовых коэффициентов размерностью $(n \times k)$

$$\begin{bmatrix} A_{e1l} \\ A_{e2l} \\ A_{e3l} \\ A_{e4l} \\ A_{e5l} \\ A_{e6l} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial H_f / \partial x_l \\ \partial L_f / \partial x_l \\ \partial B_f / \partial x_l \\ \partial V_{Hf} / \partial x_l \\ \partial V_{Lf} / \partial x_l \\ \partial V_{Bf} / \partial x_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (t_f - t_i) \cos \varphi^{(j)} \cos \psi^{(j)} \\ (t_f - t_i) \sin \varphi^{(j)} \\ (t_f - t_i) \cos \varphi^{(j)} \sin \psi^{(j)} \\ \cos \varphi^{(j)} \cos \psi^{(j)} \\ \sin \varphi^{(j)} \\ \cos \varphi^{(j)} \sin \psi^{(j)} \end{bmatrix}, \quad (4)$$

где $l = (i - 1) \times k + j$ – номер столбца или номер неизвестной переменной, $\Delta t = t_f / n$.

Для вектора неизвестных переменных \mathbf{X} можно записать следующие линейное матричное уравнение:

$$\Delta \mathbf{P}_f = \mathbf{P}_f^* - \mathbf{P}_{fp} = \mathbf{A}_e \mathbf{X}, \quad (5)$$

где $\Delta \mathbf{P}_f$ – целевой вектор.

Ограничение по профилю снижения может быть представлено как минимальная высота H_{gs} в заданный момент t_{gs} для положения смещенного относительно точки посадки (см. рис. 1).

$$H(t_{gs}) \geq H_{gs} = \rho_{gs}(t_{gs}) \operatorname{tg}(\pi/2 - \gamma), \quad (6)$$

где $\rho_{gs}(t_{gs}) = \sqrt{L(t_{gs})^2 + B(t_{gs})^2}$. Более строго это требует некоторого числа точек на конусе, но вычислительный опыт показал, что достаточно одной точки. Эта точка соответствует времени t_{gs} близком к границе конуса. Ограничение высотного профиля является ограничением во внутренних точках траектории и требует введения дополнительной строки в матрице неравенств (3)

$$\mathbf{q}^T = 1/m_1 \ 1/m_2 \ \dots \ 1/m_{n-1} \ 1/m_n, \quad (8)$$

тогда для функционала соответствующего минимальной характеристической скорости можно записать: $J = \Delta V_x = \min(\mathbf{q}^T \cdot \mathbf{X})$.

Это является классической задачей линейного программирования с ограничениями линейного матричного неравенства (2) и линейного матричного равенства (5). Элементы вектора неизвест-

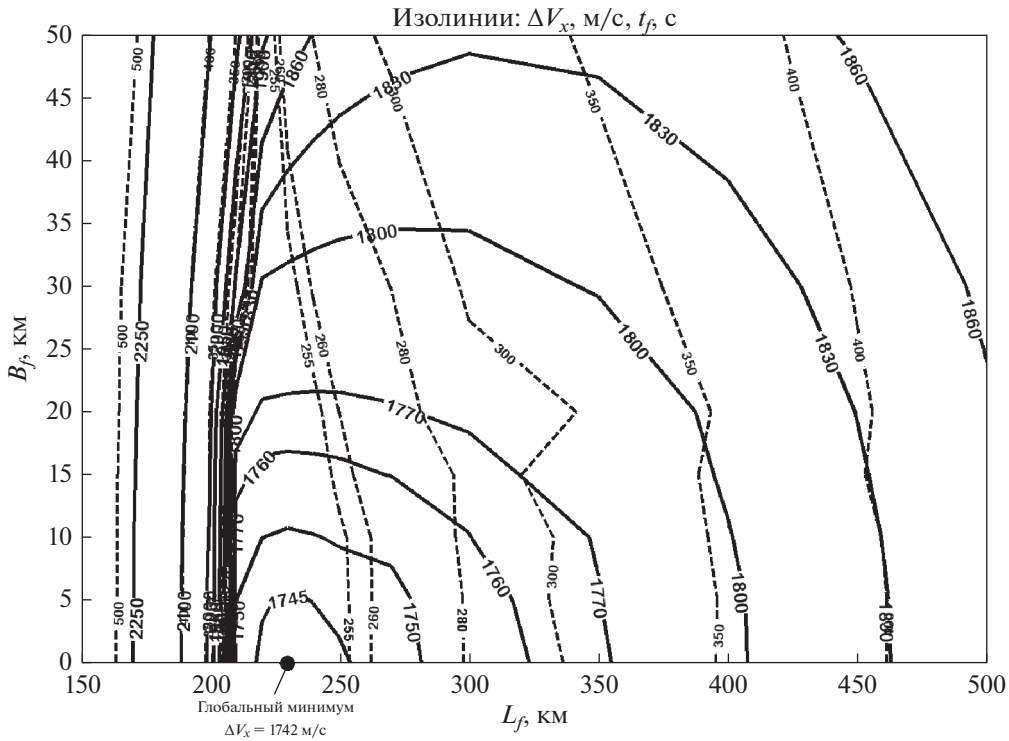


Рис. 3. Карта изолиний ΔV_x (м/с) и t_f (с).

ных переменных X должны быть неотрицательны и ограничены: $0 \leq \Delta V_i^{(j)} \leq 1$.

Если решение для заданного конечного времени и краевых условий не существует, то в качестве функционала используется штрафная функция. Для решений линейного программирования необходима специальная обработка. Требуется найти все сегменты, соответствующие ненулевым неизвестным переменным. Среди них все смежные сегменты объединяются в маневры.

Такая задача имеет высокую размерность. Современное программное обеспечение такое как MATLAB® имеет эффективные алгоритмы для вычислений с разреженными матрицами, включая алгоритмы линейного программирования высокой размерности (функция *linprog* [24]). Типовой процесс решения требует менее 2–4 мин вычислений с процессором Intel® Core® 2 Duo.

Поскольку m_i (8), $H(t_{gs})$ и $\rho_{gs}(t_{gs})$ из (6) заранее неизвестны, требуется итеративный процесс для обновления масс m_i на всех сегментах (8), частных производных (4) и b_{gs} в (7б). После получения решения линейного программирования выполнения процедуры обработки, рассчитывается новая траектория и определяется новый вектор смещения краевых условий $\delta \mathbf{P}_f^{(s)}$ и смещение $\delta b_{gs}^{(s)}$. Для второй и последующих итераций обновляется прицельный вектор и смещение $\delta b_{gs}^{(s)}$: $\Delta \mathbf{P}_f^{(s+1)} = \Delta \mathbf{P}_f^{(s)} - \delta \mathbf{P}_f^{(s)}$,

$b_{gs}^{(s+1)} = b_{gs}^{(s)} - \delta b_{gs}^{(s)}$, $b_{gs}^{(s)} = H^{(s)}(t_{gs}) - H_{gs}^{(s)} = H^{(s)}(t_{gs}) - \rho_{gs}^{(s)}(t_{gs}) \text{tg}(\pi/2 - \gamma)$, где s – номер итерации. Как правило, для сходимости параметров в этих вычислениях требуется 3–4 итераций.

4. ЧИСЛЕННЫЕ ПРИМЕРЫ

4.1. Начальные данные и параметры посадочной ступени

Подобно работе [11] для фазы торможения использовались следующие начальные условия: $H_0 = 15$ км; $V_{H0} = 0$; $V_{L0} = 1692$ м/с. В конце этой фазы ориентация вектора тяги должна быть вдоль вертикали в точке посадки. Соответствующие граничные условия: $H_f = 0.05$ км; $V_{Hf} = -1$ м/с. Для посадочной ступени приняты $a_0 = 0.006$ км/с² и \dot{m} соответствует удельному импульсу $I_{sp} = 350$ с. Траектории разбиты на 100 одинаковых по времени сегментов и используют равномерное распределение псевдоимпульсов на единичной сфере с $k = 2000$ точек. Таким образом, число неизвестных переменных составляло $n \times k = 200000$.

4.2. Энергетически достижимые области для фазы торможения

Карты изолиний потребных характеристических скоростей $\Delta V_x(L_f, B_f)$ (сплошные линии) и оптимальные времена посадки $t_f(L_f, B_f)$ (пунк-

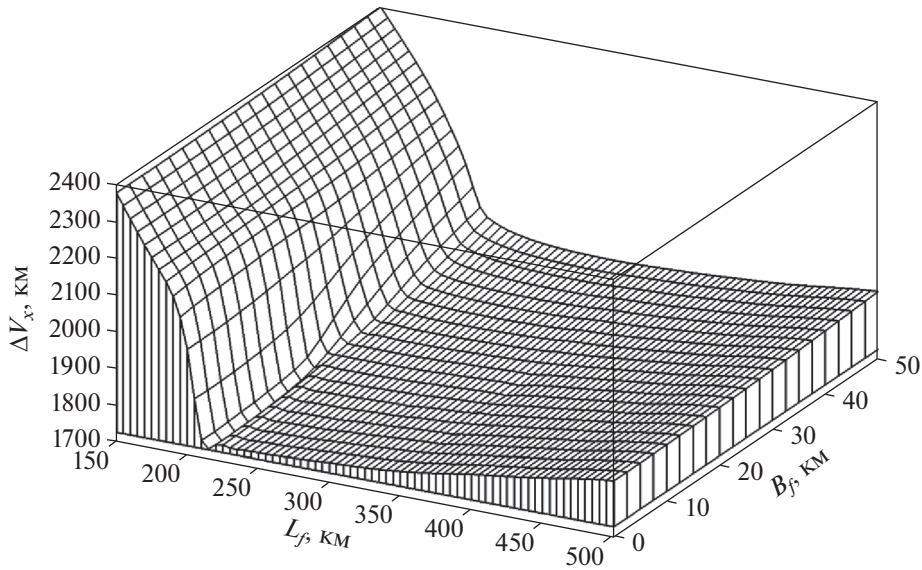


Рис. 4. Поверхность $\Delta V_x(L_f, B_f)$.

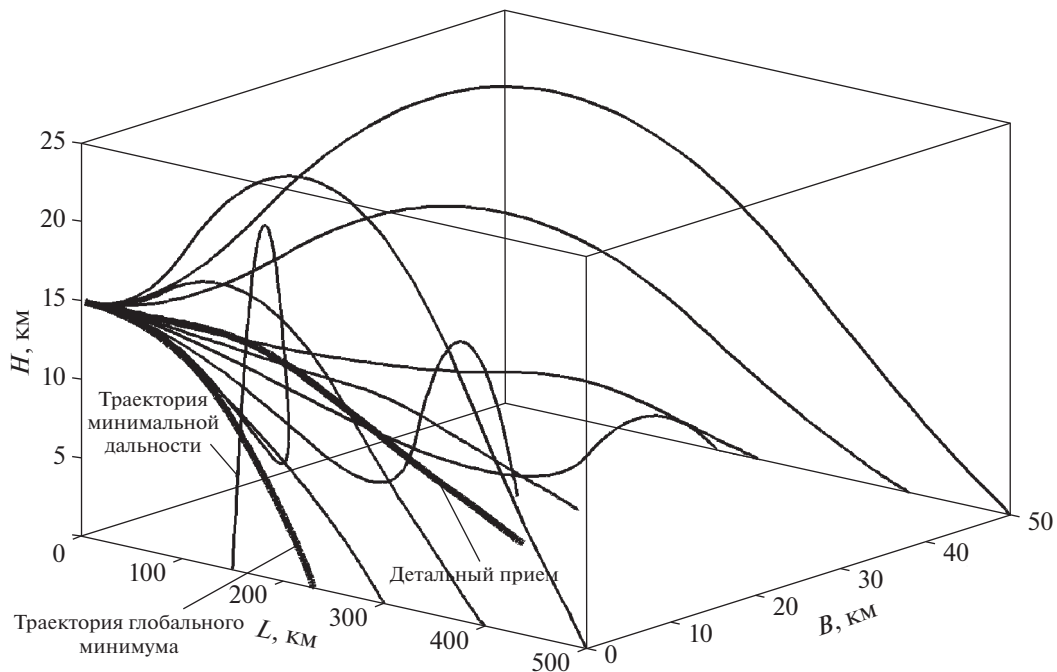


Рис. 5. Примеры траекторий на фазе торможения.

тирные линии) для точек посадки как функция продольной и боковой дальности относительно начальной точки представлены на рис. 3. Соответствующая трехмерная поверхность $\Delta V_x(L_f, B_f)$ изображена на рис. 4. Эта поверхность имеет малый наклон за исключением траекторий с минимальной продольной дальностью ($L_f < 210$ км), при резком росте значений ΔV_x . Схематические примеры оптимальных пространственных траекторий (оси в разных масштабах) показаны на рис. 5 (толстая линия – траектория глобального

минимума). В качестве примера, параметры одной пространственной траектории (толстая линия на рис. 5 – детальный пример) представлены на рис. 6–7. Распределение маневров показано на рис. 6а, где каждый заштрихованный прямоугольник представляет сегмент ненулевой тяги (значение 1 соответствует максимальной тяге). Изменение ориентации вектора тяги представлено на рис. 6б. Углы тангажа и курса фактически близки к линейным зависимостям. Кусочно-постоянными они получаются из-за дискретности

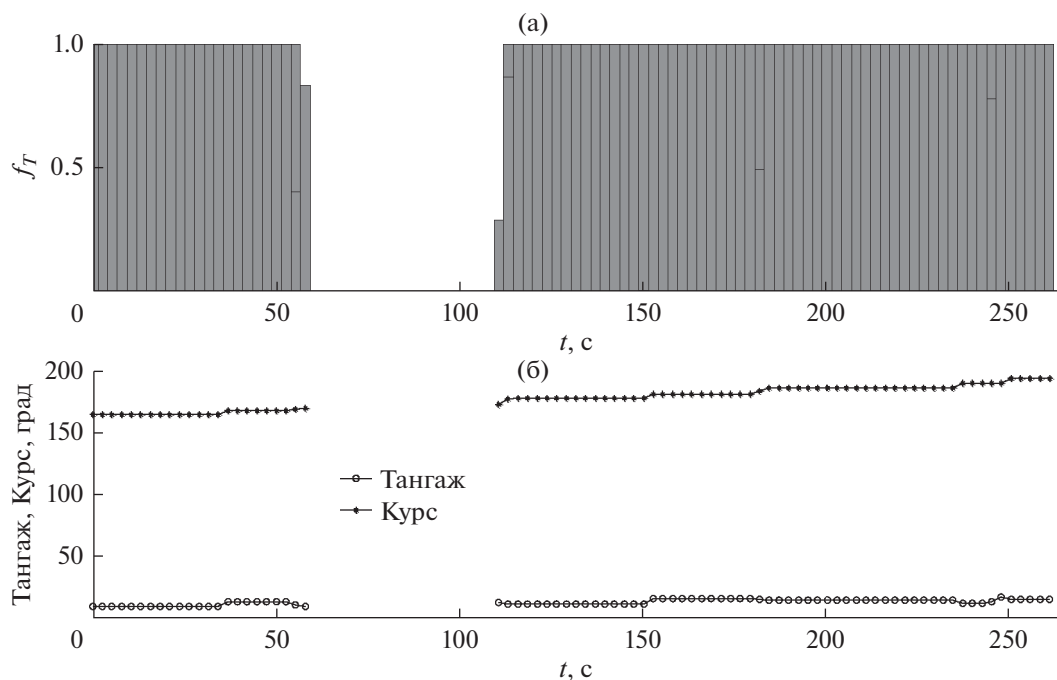


Рис. 6. Уровень тяги и углы оптимальной ориентации вектора тяги.

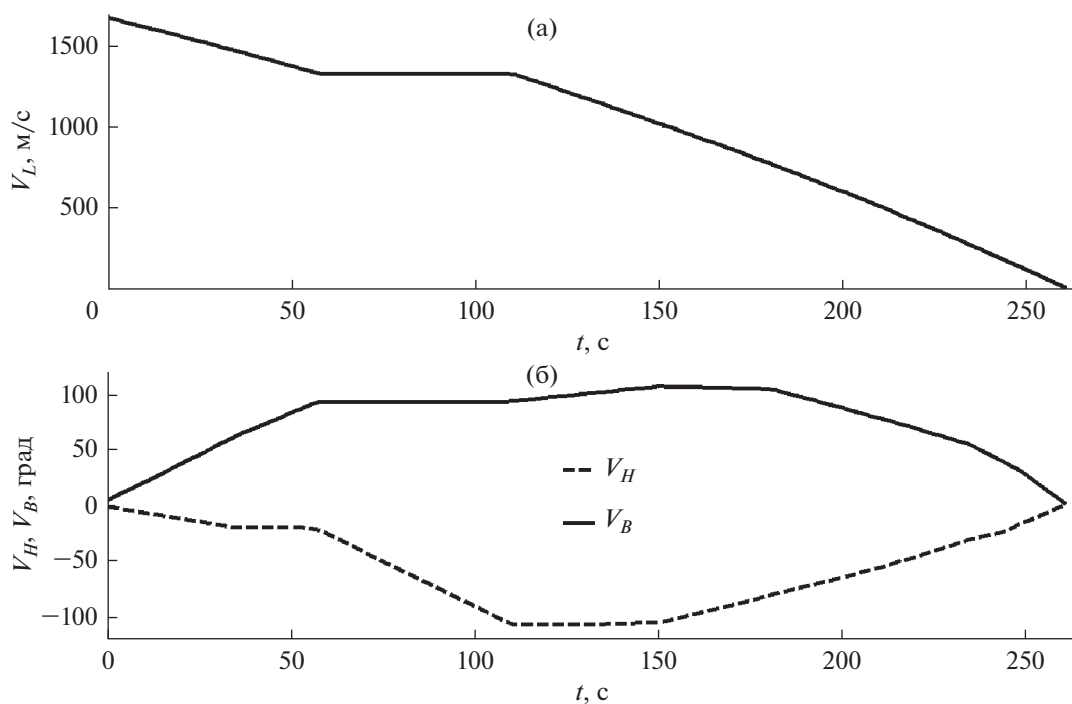


Рис. 7. Изменение компонент скорости.

представления множеств псевдоимпульсов. На рис. 7 показано изменение компонент скорости по времени. Отметим что боковая скорость на траектории достигает по величине значения ~ 100 м/с.

Абсолютное большинство траекторий имеет два маневра с максимальной тягой – в начале и в конце

траектории (см. пример на рис. 6а). Это соответствует теории базис-вектора Лоудена для однородного гравитационного поля [25]. Имеется глобальный минимум $\Delta V_x = 1742$ м/с (для $L_f = 230$ км; $B_f = 0$; $t_f = 241$ с), который соответствует плоской траектории с непрерывным маневром.

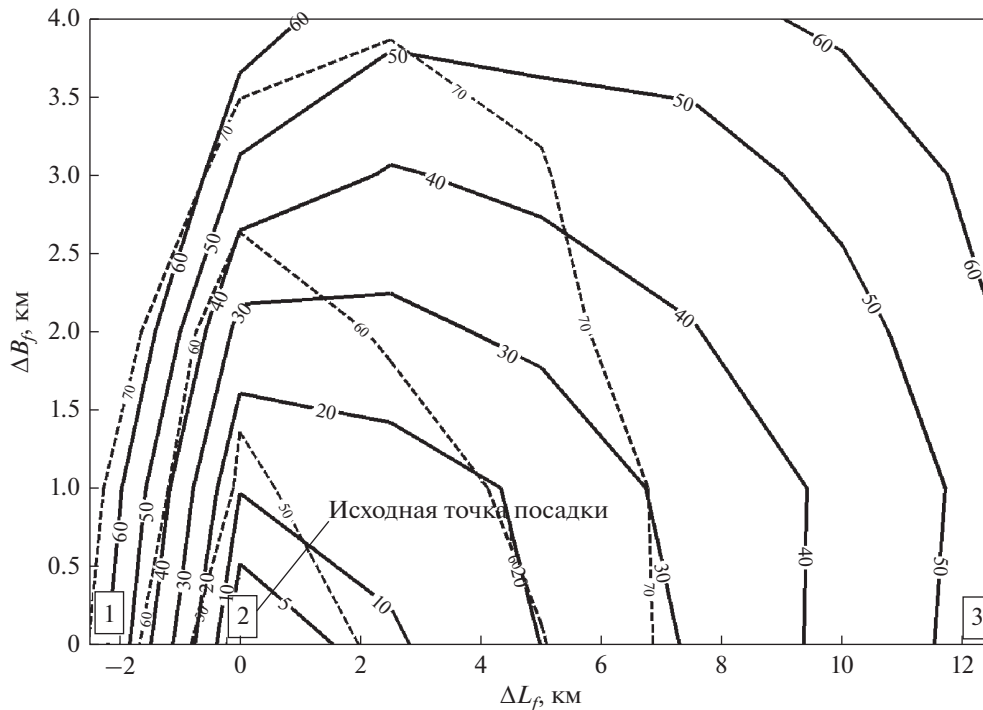


Рис. 8. Достижимая область в окрестности исходной точки посадки.

4.3. Достижимая область перенацеливания

Рассмотрены энергетически достижимые области перенацеливания связанные с ограниченными дополнительными характеристическими скоростями. В качестве начальной точки для перенацеливания использованы параметры траектории снижения из предыдущего раздела (для высоты $H_0 = 1$ км) ($L_f = 250$ км; $B_f = 0$; $t_f = 252.6$ м/с). Эта траектория близка к глобальному минимуму ΔV_x с конечным участком, представляющим почти непрерывный маневр. Начальные параметры траектории при перенацеливании: $H_0 = 1$ км; $L_0 = 242.5$ км; $B_0 = 0$; $V_{H_0} = -44$ м/с; $V_{L_0} = 317$ м/с; $V_{B_0} = 0$; $m_0 = 0.675$.

Пример карт изолиний (для полуплоскости) дополнительных характеристических скоростей ΔV_x (сплошные линии) и времен посадки t_f (пунктирные линии) для перенацеливания показан на рис. 8. Это функция смещений (отклонение дальности ΔL_f и боковой дальности ΔB_f) для новых точек посадки от исходной точки посадки. На рис. 9 показаны примеры вертикальных профилей для плоских траекторий. Номера маркеров соответствуют точкам посадки на рис. 9. Экзотическая петлевая траектория (№ 1) возможно практического интереса не имеет, но с энергетической точки зрения она возможна.

Очевидно, что перенацеливание предпочтительнее в направлении горизонтальной скорости для $\Delta L_f = +3$ км дополнительная характеристическая

скорость $\Delta V_x \sim 10$ м/с. Такая же ΔV_x может реализовать боковое смещение $\Delta B_f \sim 1$ км и в направлении противоположном горизонтальной скорости это будет только $\Delta L_f = -0.4$ км.

4.4. Траектория с большой боковой дальностью и ограничением по профилю снижения

Пример оптимальной траектории посадки для начальной точки ($H_0 = 15$ км, $L_0 = B_0 = 0$) и точки посадки ($H_f = 0.05$ км, $L_f = 250$ км, $B_f = 40$ км), угла наклона профиля $\pi/2 - \gamma = 25^\circ$ и оптимального конечного времени $t_f = 268.3$ с представлен на рис. 10. Потребная характеристическая скорость $\Delta V_x = 1838.3$ м/с. Для этой траектории имеется два непрерывных маневра. Направления реактивного ускорения на маневрах — непрерывные функции с диапазоном изменения угла тангажа $30^\circ - 60^\circ$ и угла курса $100^\circ - 180^\circ$. Трехмерный вид траектории показан на рис. 10 (без масштаба). Направления реактивного ускорения для всех сегментов изображены стрелками. Вертикальный профиль траектории на заключительной фазе как функция $H(\rho)$ представлен на рис. 11 (ρ — горизонтальная дальность до точки посадки). Штрихпунктирная линия соответствует ограничению профиля снижения. Для сравнения вертикальный профиль снижения на траектории без ограничения представлен пунктирной линией. Как видно, это ограничение является активным.

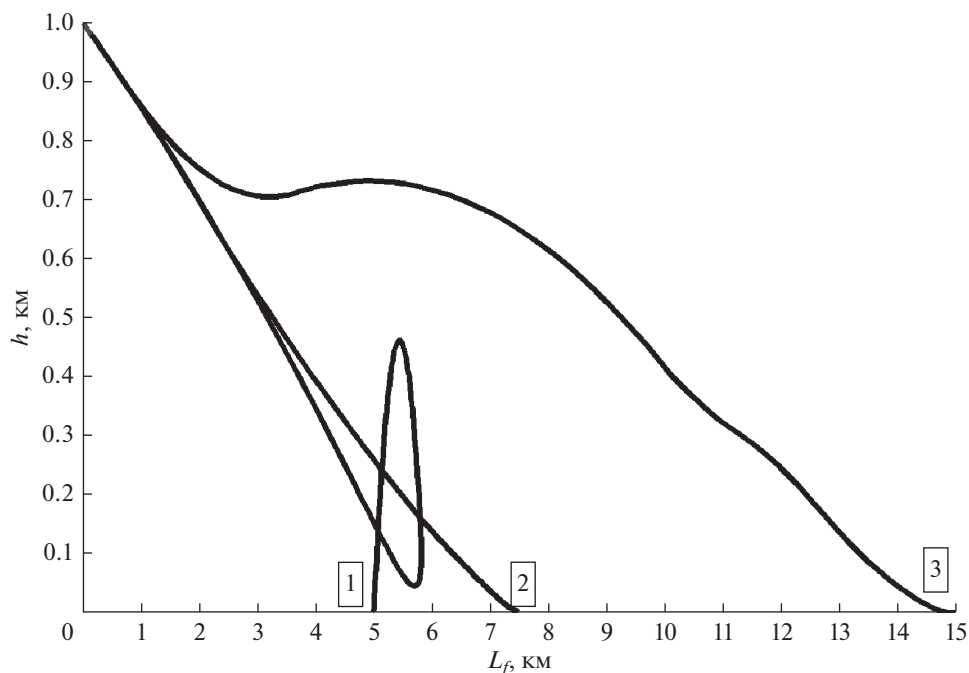


Рис. 9. Примеры вертикальных профилей.

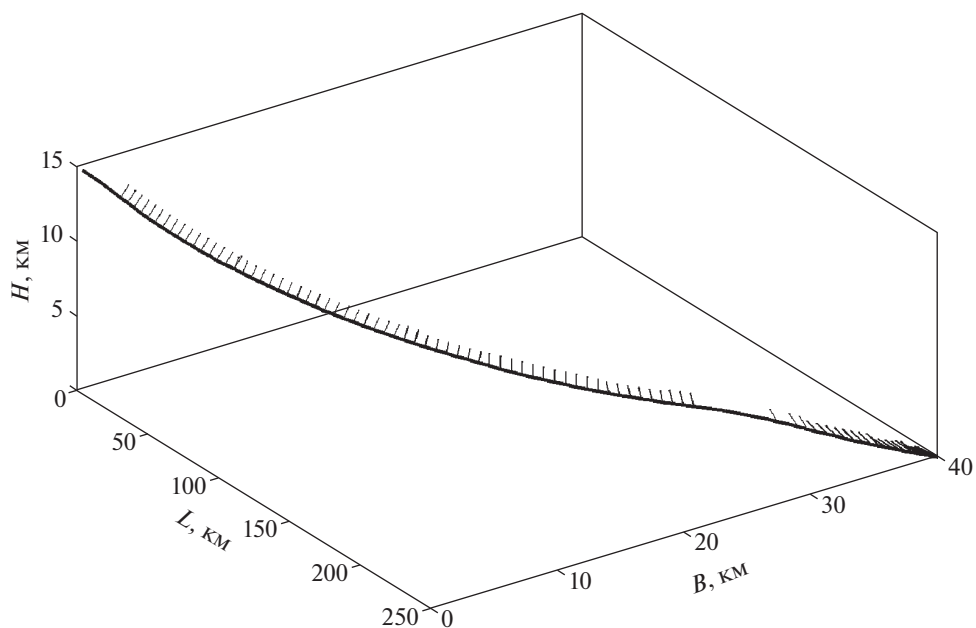


Рис. 10. Траектория посадки.

Для траектории без ограничений с теми же начальной и конечной точками потребное $\Delta V_x = 1825.7$ м/с.

4.5. Пространственные траектории с различными углами профиля снижения

На рис. 12 показано изменение характеристической скорости ΔV_x как функция угла про-

филя снижения боковой дальности. Для малых углов $(\pi/2 - \gamma)$ меньших 15° ограничение по профилю снижения неактивно. Для угла $(\pi/2 - \gamma)$ в диапазоне $15^\circ - 30^\circ$ дополнительное ΔV_x близко к линейной функции угла с производной $\partial \Delta V_x / \partial \gamma \cong (1 \dots 1.2)$ (м/с)/град. Как видно основные дополнительные затраты ΔV_x связаны с боковой дальностью V_f .

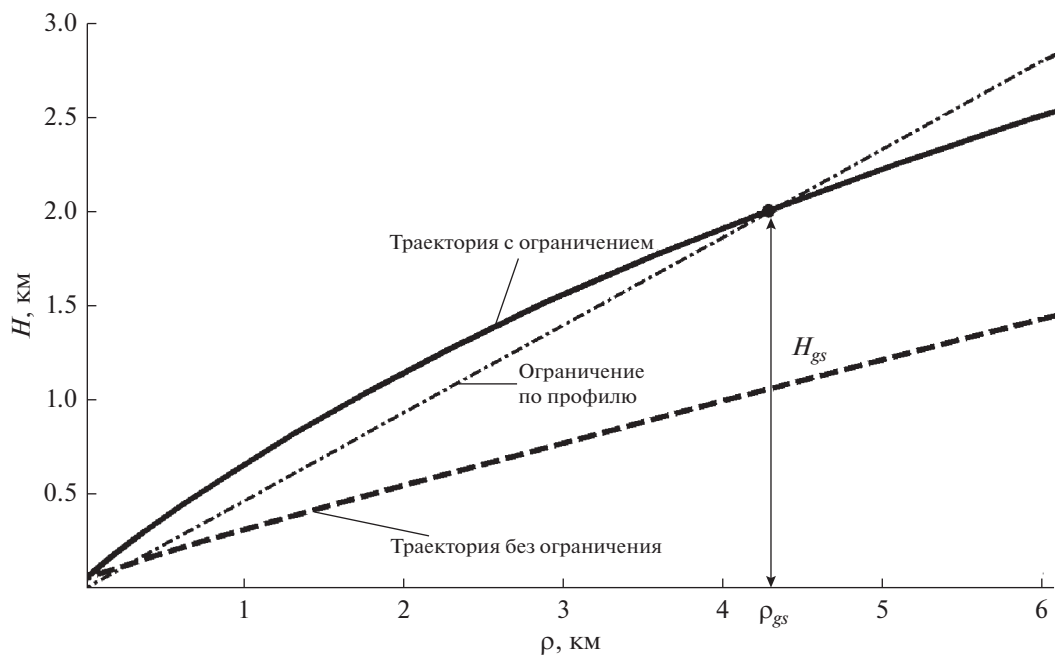


Рис. 11. Вертикальный профиль с ограничением.

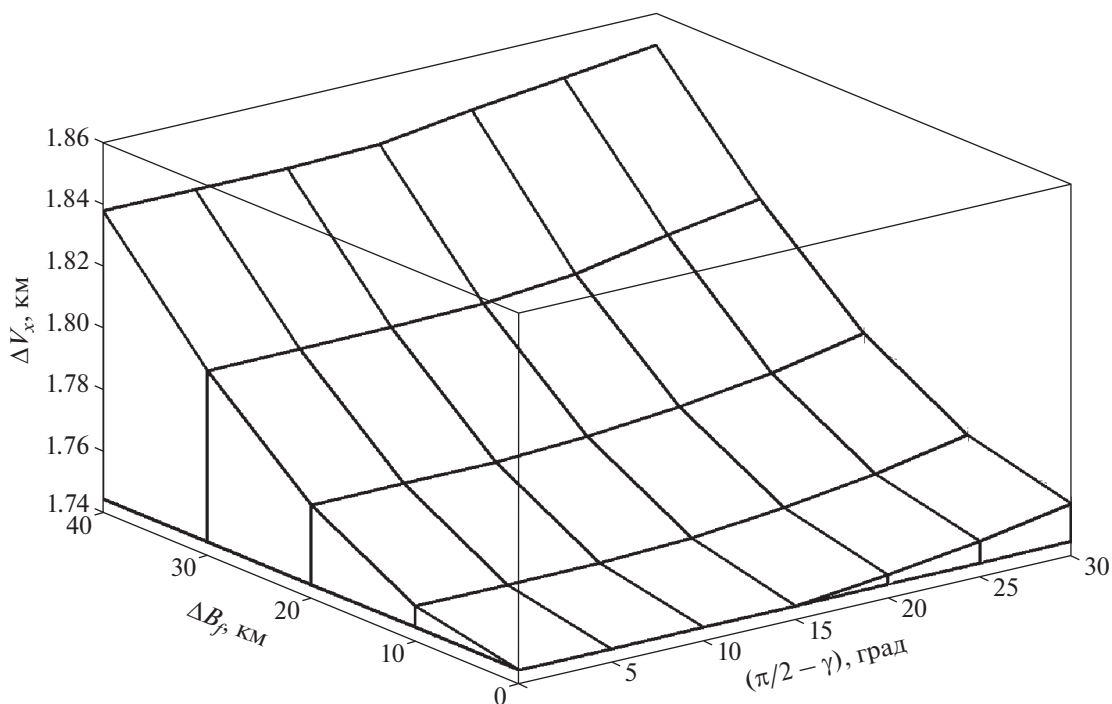


Рис. 12. Суммарное ΔV_x для различных углов профиля снижения.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе предложен новый метод оптимизации траектории мягкой посадки на Луну на фазе торможения. Это решение минимизирующее за-

траты характеристической скорости основано на двухуровневой процедуре оптимизации для заданных продольной и боковой дальностях при свободном конечном времени. Верхний уровень представляет одномерное решение нелинейного

программирования для времени посадки. Нижний уровень соответствует оптимизации для формируемых на верхнем уровне времен посадки и заданных координатах точки посадки на базе линейного программирования высокой размерности. Представлено преобразование этой задачи к форме классического линейного программирования, которое позволяет учитывать ограничение по профилю снижения.

В качестве примеров использования представлены энергетически достижимые траектории для фазы торможения и для перенацеливания, рассмотрены пространственные траектории для различных углов наклона профиля снижения. Описываются детали и вычислительные особенности численного метода.

Представленные результаты позволяют сделать энергетические оценки и могут использоваться при проектировании лунной посадочной ступени.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ефанов В.В., Долгополов В.П. Луна. От исследования к освоению (К 50-летию космических аппаратов “Луна-9” и “Луна-10”) // Вестник НПО им. С.А. Лавочкина. 2016. № 4(34). С. 3–8.
2. Catalog of Lunar Mission Data, NASA-TM-X-72612, NSSDC/WDC-A-R/S-77-02 Technical Report, NASA Goddard Space Flight Center; Greenbelt, MD.
3. Meditch J.S. On the Problem of Optimal Thrust Programming for a Lunar Soft Landing // IEEE Transactions on Automatic Control. 1964. V. AC-9. № 4. P. 484–490.
4. Летов А.И. Динамика полета и управление. М.: Наука, 1969.
5. Исаев В.К., Давидсон Б.Х. Оптимальная посадка космического аппарата на поверхность Луны // Космические исследования. 1969. Т. 7. № 3. С. 368–376.
6. Shi Y.Y., Eckstein M.C. An Exact Solution For Optimum Controlled Soft Lunar Landing // Astronautika Acta. 1971. V. 16. № 1. P. 18–40.
7. Klumpp A.R. Apollo Lunar Descent Guidance // Automatica. 1974. V. 10. № 3. P. 133–146.
8. McInnes C.R. Path Shaping Guidance for Terminal Lunar Descent // Acta Astronautica. 1995. V. 36. № 7. P. 367–377.
9. Vasile M., Finzi E. Direct Lunar Descent Optimization by Finite Elements in Time Approach // International Journal of Mechanics and Control. 2000. V. 1. № 1.
10. Ramanan R.V., Lal M. Analysis of Optimal Strategies for Soft Landing on the Moon from Lunar Parking orbits // J. Earth Systems Science. 2005. V. 114. № 6. P. 807–813.
11. Wilhite A.W., Wagner J., Tolson R. et al. Lunar Module Descent Mission Design // AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conference. Honolulu, Hawaii. 18–21 August 2008. AIAA 2008-6939. P. 1–18.
12. Chomel C.T., Bishop R.H. Analytical Lunar Descent Guidance Algorithm // J. Guidance, Control, and Dynamics. 2009. V. 32. № 3. P. 915–926.
13. Park B.G., Tahk M.J. Three-Dimensional Trajectory Optimization of Soft Lunar Landings from the Parking Orbit with Considerations of the Landing Site // International Journal of Control, Automation, and Systems. 2011. V. 9. № 6. P. 1164–1172.
14. Ulybyshev Y. Spacecraft Trajectory Optimization Based on Discrete Sets of Pseudo-Impulses // J. Guidance, Control, and Dynamics. 2009. V. 32. № 4. P. 1209–1217.
15. Лихачев В.Н., Сихарулидзе Ю.Г., Федотов В.П. Этап основного торможения для выполнения мягкой посадки на поверхность Луны как один из видов коррекции траектории // Вестн. НПО им. С.А. Лавочкина. 2012. № 5. С. 27–33.
16. Жуков Б.И., Зайко Ю.К., Лихачев В.Н. и др. Робастный алгоритм наведения для посадки на Луну // Космические исследования. 2013. Т. 51. № 6. С. 511–524 (Cosmic Research. P. 465).
17. Жуков Б.И., Лихачев В.Н., Сазонов В.В. и др. Сравнительный анализ алгоритмов управления посадкой на Луну // Космические исследования. 2015. Т. 53. № 6. С. 480 (Cosmic Research. P. 441).
18. Lunghi P., Lavagna M., Armellin R. A Semi-analytical Guidance Algorithm for Autonomous Landing // Advances in Space Research. 2015. V. 55. P. 2719–2738.
19. Ulybyshev Y. Study of optimal transfers from L₂ halo-orbits to lunar surface // AIAA Aerospace Sciences Meeting, San-Diego, CA, Jan. 4–8, 2016. AIAA Paper 2016-0480. P. 1–15.
20. Wibben D.R., Furfaro R. Terminal Guidance for Lunar Landing and Retargeting Using a Hybrid Control Strategy // J. Guidance, Control, and Dynamics. 2016. V. 39. № 5. P. 1168–1172.
21. Ulybyshev Y. Optimization of Three-Dimensional Lunar Landing Trajectories and Accessible Area Computation // AIAA Guidance, Control and Dynamics. SCITECH2019. San-Diego. CA. Jan. 7–11. 2019. AIAA 2019-0668. P. 1–13.
22. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе П.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. М.: Наука. 1969.
23. Ulybyshev Y. Continuous Thrust Orbit Transfer Optimization Using Large-Scale Linear Programming // Journal of Guidance, Control, and Dynamics. 2007. V. 30. № 2. P. 427–436.
24. Optimization Toolbox User’s Guide. Natick, MA. The MathWorks, Inc. 2009.
25. Лоуден Д.Ф. Оптимальные траектории для космической навигации. М.: Мир, 1966.