

УДК 629.7

## РАСЧЕТ НАПРАВЛЕНИЯ ТОРМОЗНОГО ИМПУЛЬСА ДЛЯ ПРИВЕДЕНИЯ ВОЗВРАЩАЕМОЙ СТУПЕНИ В ЗАДАННЫЙ РАЙОН

© 2022 г. А. А. Давыдов\*

Государственный космический научно-производственный центр им. М.В. Хруничева, Москва, Россия  
\*aleksey\_ad@mail.ru

Поступила в редакцию 12.10.2020 г.  
После доработки 28.12.2020 г.  
Принята к публикации 22.01.2021 г.

Рассматривается задача расчета направления тормозного импульса для приведения многоразовой возвращаемой первой ступени ракеты-носителя в заданный район приземления. Предложена математическая модель и способ решения задачи, учитывающие ряд особенностей движения возвращаемой ступени в атмосфере Земли, а также специфику задания некоторых проектных параметров. Приведены примеры численных расчетов.

DOI: 10.31857/S0023420622010034

В настоящее время актуальной задачей является создание ракет-носителей (РН) с многоразовым блоком 1 ступени. Характерной чертой полета таких РН является наличие участка атмосферного спуска и посадки возвращаемой ступени РН (далее – ВС) на подготовленную площадку. Полет ВС состоит из следующих этапов: активный участок полета ВС в составе РН; отделение ВС от РН, пассивный полет ВС; активный участок полета ВС с реализацией тормозного импульса той же двигательной установкой (ДУ), что и на участке полета в составе РН; управляемый спуск ВС в атмосфере с наведением на посадочную площадку, расположенную по ходу трассы полета РН; участок торможения и посадки.

Основной задачей тормозного импульса является обеспечение заданной скорости входа возвращаемой ступени в атмосферу. При этом момент включения двигательной установки и продолжительность ее работы определяются схемой выведения КА (величиной запаса топлива на торможение), необходимостью обеспечения заданных условий для запуска ДУ, наличием прочностных и термических ограничений конструкции ВС при входе в атмосферу, и т.п. Другими словами, момент включения ДУ и длительность импульса являются проектными параметрами, определяемыми на этапе подготовки к пуску. При этом расчетное направление тормозного импульса – против вектора скорости ВС, а точное приведение в зону посадки осуществляется за счет управления на атмосферном участке.

Ниже рассматривается задача расчета направления выдачи тормозного импульса. Целесооб-

разность такого расчета можно аргументировать тем, что это даст возможность более гибко подходить к выбору зоны посадки ВС, “отвязав” ее от трассы полета РН. Например, можно рассмотреть использование единой посадочной площадки при запусках РН с несколькими типовыми трассами пуска. С другой стороны, можно организовать несколько площадок для обеспечения посадок ВС при интенсивном графике пусков или при наличии в составе первой ступени одновременно нескольких блоков ВС.

Если расчет направления тормозного импульса будет реализован также и на борту, то можно обеспечить максимально детерминированные условия движения ВС на участке атмосферного спуска за счет компенсации погрешностей начальных условий движения на момент выдачи тормозного импульса.

### МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ ВС

Рассматриваемый интервал полета ВС включает три этапа (см. рис. 1). Первый этап – участок  $p_s p_o$  пассивного полета ВС от момента отделения ВС от РН до момента начала тормозного импульса. Второй этап – участок  $p_o p_e$  выдачи тормозного импульса. Третий этап – участок  $p_e p_f$  пассивного полета ВС до момента достижения заданной точки на поверхности Земли, или на некоторой высоте  $h$  для обеспечения необходимых условий для посадки. Максимальная высота полета ВС на всем интервале не превышает 150 км.

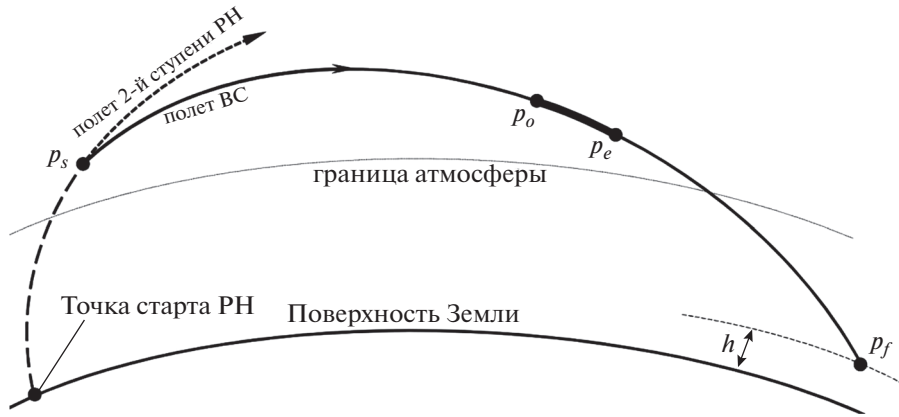


Рис. 1. Рассматриваемый интервал полета ВС.

Движение центра масс ВС рассматривается в гринвичской системе координат (ГСК)  $OX_1X_2X_3$ , начало которой находится в центре Земли. ГСК равномерно вращается вокруг неподвижной в инерциальном пространстве оси  $X_3$  с постоянной угловой скоростью  $\omega_E$ . В ГСК задается положение начальной точки  $p_s$  движения ВС и некоторой заданной точки  $p_f$  – конечной точки движения ВС, далее – точки приведения (ТП). Положение точек  $p_s$  и  $p_f$  задается соответствующими геоцентрическими радиус-векторами  $\mathbf{r}_s$  и  $\mathbf{r}_f$ . В точке  $p_s$  также задается вектор  $\mathbf{v}_s$  линейной скорости ВС.

Уравнения движения центра масс ВС (1) учитывают гравитационное притяжение Земли как точечной массы с учетом второй зональной гармоники геопотенциала, влияние аэродинамического сопротивления атмосферы и ускорение под действием тяги ДУ на участке торможения [1]. В ГСК уравнения модели записываются в виде:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{r}} = \mathbf{v}, \quad \dot{\mathbf{v}} = -2\omega_E \times \mathbf{v} - \omega_E \times (\omega_E \times \mathbf{r}) - \frac{\mu}{r^3} \mathbf{r} - \\ - \frac{3J_2 \mu R_E^2}{2r^5} \mathbf{r} * \left( \mathbf{b} - 5 \frac{r_3^2}{r^2} \mathbf{c} \right) - \frac{C_x S_m}{2m} \rho \mathbf{v} \mathbf{v} + \frac{P_{du}}{m} \delta_u \mathbf{e}, \quad (1) \\ \dot{m} = -\xi_{du} \delta_u. \end{aligned}$$

Здесь  $\mathbf{r}$  и  $\mathbf{v}$  – текущие радиус-вектор и вектор скорости центра масс ВС,  $v$  – модуль вектора скорости,  $\mu$  – гравитационный параметр Земли,  $\omega_E = [0, 0, \omega_E]$  – вектор угловой скорости Земли,  $S_m$  – площадь миделя,  $C_x$  – аэродинамический коэффициент,  $m$  – текущая масса,  $P_{du}$  – величина тяги ДУ,  $\mathbf{e}$  – орт, задающий направление вектора тяги ДУ,  $\delta_u$  – функция, принимающая значение 1 на участке выдачи тормозного импульса и 0 – на участке пассивного полета,  $\xi_{du}$  – массовый расход ДУ,  $\rho$  – плотность атмосферы,  $\mathbf{b} = [1, 1, 3]^T$ ,  $\mathbf{c} = [1, 1, 1]^T$  – вектора констант, символом \* здесь и

далее обозначена операция покомпонентного умножения векторов. Плотность атмосферы в диапазоне высот 0–150 км аппроксимируется в соответствии с ГОСТ 25645.116-2004. Атмосфера считается неподвижной относительно Земли. Длительность участка торможения составляет несколько секунд, поэтому ориентацию вектора тяги ДУ в ГСК на участке торможения можно считать неизменной, т.е.  $\mathbf{e} = \text{const}$ . Будем также полагать, что после выдачи тормозного импульса ВС движется на атмосферном участке с нулевыми углами атаки и скольжения, то есть коэффициент  $C_x$  является функцией только числа Маха.

## РАСЧЕТ ОРИЕНТАЦИИ ТОРМОЗНОГО ИМПУЛЬСА

Рассмотрим движение ВС на отрезке  $p_o p_f$ . Задачу расчета ориентации тормозного импульса можно сформулировать в следующем виде: для известных начальных условий  $\mathbf{r}(t_o) = \mathbf{r}_o$ ,  $\mathbf{v}(t_o) = \mathbf{v}_o$  в точке  $p_o$  необходимо найти орт  $\mathbf{e}$ , такой, чтобы траектория пассивного полета ВС после приложения тормозного импульса проходила через точку  $p_f$ :  $\mathbf{r}(t_f) = \mathbf{r}_f$ ,  $t_f$  – произвольное. Начальные условия  $\mathbf{r}_o$  и  $\mathbf{v}_o$  находят интегрированием системы (1) на участке  $p_s p_o$ .

Траектория пассивного движения ВС по окончании участка выдачи тормозного импульса определяется начальными условиями на момент  $t_e$  окончания торможения:  $\mathbf{r}(t_e) = \mathbf{r}_e$ ,  $\mathbf{v}(t_e) = \mathbf{v}_e$ . Так как тормозной импульс короткий, приближенно можно записать  $\mathbf{v}_e = \mathbf{v}_o + \mathbf{q}$ , где  $\mathbf{q} = [q_1, q_2, q_3]^T$  – вектор приращения скорости ВС вследствие тормозного импульса,  $\mathbf{e} = \mathbf{q}/|\mathbf{q}|$ . Вектор  $\mathbf{q}$  и соответствующий ему орт  $\mathbf{e}$  можно найти, итерационно решая уравнение  $J\mathbf{q}_\Delta = \Delta$ , где  $J$  – матрица частных производных  $\partial \mathbf{r} / \partial \mathbf{q}$ ,  $\mathbf{q}_\Delta$  – уточняющая поправка к вектору  $\mathbf{q}$  на текущей итерации,

$\Delta = \mathbf{r}_f - \mathbf{r}$  – вектор промаха ВС относительно ТП. В последнем соотношении  $\mathbf{r}$  – радиус-вектор ВС на момент расчета промаха. Вычисления заканчиваются, когда модуль вектора промаха становится меньше заданного предельного значения.

Для расчета вектора  $\Delta$  на каждой итерации, с использованием текущего приближения  $\mathbf{e}$  интегрируются уравнения системы (1) с начальными условиями  $\mathbf{r}(0) = \mathbf{r}_o$ ,  $\mathbf{v}(0) = \mathbf{v}_o$ . В качестве начального приближения  $\mathbf{e}$  используется направление против вектора линейной скорости ВС. Так как время  $t_f$  произвольно, уравнения интегрируются до момента достижения ВС некоторой сферической поверхности (далее – приводящей поверхности), радиуса  $R_* = |\mathbf{r}_f|$ . На момент достижения ВС приводящей поверхности рассчитываются вектор промаха и элементы матрицы  $J$ .

Для расчета элементов матрицы  $J$ , совместно с уравнениями модели (1) интегрируются уравнения в вариациях  $\partial \mathbf{r} / \partial q_j$  и  $\partial \mathbf{v} / \partial q_j$ ,  $j = 1, 2, 3$ .

Уравнения в вариациях имеют вид:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial q_j} = \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial q_j}, \quad \text{где } j = 1, 2, 3. \quad (2)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial q_j} = \frac{\partial \mathbf{a}_c}{\partial q_j} + \frac{\partial \mathbf{a}_2}{\partial q_j} + \frac{\partial \mathbf{a}_e}{\partial q_j} + \frac{\partial \mathbf{a}_d}{\partial q_j}$$

В приведенных уравнениях  $\mathbf{a}_c$  – вектор ускорения в центральном поле Земли,  $\mathbf{a}_2$  – добавка к ускорению вследствие полярного сжатия Земли,  $\mathbf{a}_e$  – переносное ускорение в ГСК,  $\mathbf{a}_d$  – ускорение под действием аэродинамической силы. Соотношения для составляющих правой части второго уравнения системы (2):

$$\frac{\partial \mathbf{a}_c}{\partial q} = -\frac{\mu}{r^3} \left( \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial q} - 3A \frac{\mathbf{r}}{r^2} \right); \quad \frac{\partial \mathbf{a}_2}{\partial q} = -\frac{3J_2 \mu R_E^2}{2r^5} \times$$

$$\times \left( \mathbf{b} * \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial q} + \frac{5}{r^2} \left[ \left( \mathbf{c} \frac{r_3^2}{r^2} - \mathbf{b} \right) * A \mathbf{r} - \left( \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial q} r_3 + 2\mathbf{r} \frac{\partial r_3}{\partial q} \right) r_3 \right] \right);$$

$$\frac{\partial \mathbf{a}_e}{\partial q} = -2\boldsymbol{\omega}_E \times \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial q} - \boldsymbol{\omega}_E \times \left( \boldsymbol{\omega}_E \times \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial q} \right);$$

$$\frac{\partial \mathbf{a}_d}{\partial q} = -\frac{S_m}{2m} \left( C_x \left[ \rho \left( B \mathbf{v} + v \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial q} \right) + v \mathbf{v} \frac{\partial \rho}{\partial q} \right] + \rho v \mathbf{v} \frac{\partial C_x}{\partial q} \right).$$

В приведенных уравнениях  $A = \mathbf{r} \cdot \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial q}$ ,  $B = \frac{\mathbf{v}}{v} \cdot \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial q}$ ,

$$\mathbf{c} = \left[ 7, 7, \frac{7}{2} \right]^T, \quad \text{индексы } j \text{ для простоты опущены.}$$

Выписанные соотношения составлены с учетом особенностей движения ВС в плотных слоях атмосферы – зависимости коэффициента  $C_x$  от скорости ВС и местной скорости звука, а также существенного изменения плотности атмосферы в зависимости от текущей высоты ВС. В связи с

этим в соответствующие уравнения включены частные производные  $\partial \rho / \partial q$  и  $\partial C_x / \partial q$ .

В соответствии с ГОСТ 25645.116-2004 изменение плотности в функции высоты описывается соотношением  $\rho = k_i \exp(\chi)$ , где  $\chi = (h - h_i) \times (a_i(h - h_i) - b_i)$ ,  $h$  – текущая высота ВС над поверхностью земного эллипсоида с параметрами  $R_E, f_E$ . Параметры  $k_i, a_i, b_i$  – табличные значения модели атмосферы, являющиеся константами в пределах некоторого диапазона высоты ВС  $h_i \leq h \leq h_{i+1}$ . Соответствующая частная производная записывается в виде:

$$\frac{\partial \rho}{\partial q} = [k_i(2a_i(h - h_i) - b_i) \exp(\chi)] \times$$

$$\times \left( A r^{-1} + 2R_E f_E r_3 r^{-2} \left[ \frac{\partial r_3}{\partial q} - A r_3 r^{-2} \right] \right).$$

Коэффициент  $C_x$  задается в виде кусочно-линейной функции числа Маха – отношения скорости ВС к местной скорости звука, которая в свою очередь также задается кусочно-линейной функцией высоты. Выражение для соответствующей частной производной:

$$\frac{\partial C_x}{\partial q} = \frac{\kappa_{i+1} - \kappa_i}{M_{i+1} - M_i} \left[ \frac{B}{\gamma} - \frac{v}{\gamma^2} \frac{\eta_{i+1} - \eta_i}{h_{i+1} - h_i} \times \right.$$

$$\left. \times \left( A r^{-1} + 2R_E f_E r_3 r^{-2} \left[ \frac{\partial r_3}{\partial q} - A r_3 r^{-2} \right] \right) \right],$$

где  $r = |\mathbf{r}|$ ,  $\kappa_i$  и  $\eta_i$  – константы соответствующих моделей,  $M_i$  и  $h_i$  – узлы интерполяции.

Как уже было сказано, интегрирование проводится до момента достижения ВС приводящей поверхности. При этом, так как ряд моделей представлен кусочными функциями, в процедуре интегрирования предусматривается контроль достижения соответствующих узловых значений  $h_i, M_i$ .

В рассматриваемой задаче абсолютная величина импульса фиксирована (задается длительностью включения ДУ), поэтому удобно перейти к параметризации вектора  $\mathbf{q}$  посредством абсолютного значения  $v = |\mathbf{q}|$  вектора приращения скорости ВС и углов ориентации  $\alpha$  и  $\beta$  этого вектора в осях ГСК. Угол  $\alpha$  – это угол между проекцией продольной оси ВС, противоположной направлению силы тяги двигательной установки (оси  $x$ ), на плоскость  $X_1 X_2$ . Этот угол отсчитывается от оси  $X_1$  в сторону оси  $X_2$ . Угол  $\beta$  – угол между осью  $x$  и ее проекцией на плоскость  $X_1 X_2$ . Положительное значение  $\beta$  соответствует положительной проекции  $x$  на ось  $X_3$ . В соответствии с введенными определениями, связь проекций приращения скорости ВС на оси ГСК с углами  $\alpha$  и  $\beta$  определяется соотношениями:  $q_1 = v \cos \alpha \cos \beta$ ,  $q_2 = v \sin \alpha \cos \beta$ ,  $q_3 = v \sin \beta$ . Таким образом, вектор  $\mathbf{q}$  заменяется вектором  $\tilde{\mathbf{q}} = [\alpha, \beta]^T = [\tilde{q}_1, \tilde{q}_2]^T$ . Соответствующие частные

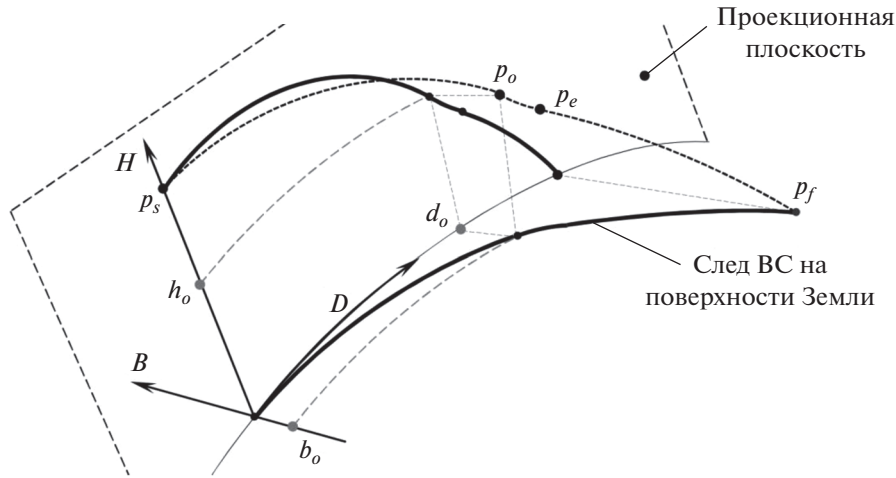


Рис. 2. Система координат для иллюстрации пространственного движения ВС.

производные  $\partial q_j / \partial \tilde{q}_k$  находятся в силу выписанных соотношений. Пространственное положение ВС в момент времени  $t_f$  удобно параметризовать сферическими координатами: долготой  $\lambda$  и широтой  $\varphi$  ВС на приводящей поверхности. Другими словами, пространственный вектор  $\Delta$  промаха ВС относительно ТП может быть представлен на приводящей поверхности в виде вектора  $\tilde{\Delta} = [\delta\lambda, \delta\varphi]^T$ , где  $\delta\lambda = \lambda_n - \lambda$ ,  $\delta\varphi = \varphi_n - \varphi$ ,  $\lambda_n$  и  $\varphi_n$  – координаты ТП на приводящей поверхности. Таким образом, линеаризованная задача теперь записывается как  $J^* \tilde{q}_\Delta = \tilde{\Delta}$ , где  $J^*$  – матрица частных производных  $\partial\lambda / \partial \tilde{q}_k$ ,  $\partial\varphi / \partial \tilde{q}_k$ , имеющая размерность  $2 \times 2$ .

Уравнения для вычисления новых частных производных записываются в виде:  $\frac{\partial\lambda}{\partial \tilde{q}_k} = \sum_{j=1}^3 \frac{\partial\lambda}{\partial q_j} \frac{\partial q_j}{\partial \tilde{q}_k}$ ,

$\frac{\partial\varphi}{\partial \tilde{q}_k} = \sum_{j=1}^3 \frac{\partial\varphi}{\partial q_j} \frac{\partial q_j}{\partial \tilde{q}_k}$ ,  $k = 1, 2$ . С учетом определения

$\lambda$  и  $\varphi$ , в приведенных соотношениях нужно принимать во внимание, что  $r_1^2 + r_2^2 \neq 0$ .

Численные расчеты показывают, что итерационная задача размерности  $2 \times 2$  сходится, если заданное значение модуля тормозного импульса позволяет привести ВС в заданную ТП. В случаях, когда при фиксированной длительности тормозного импульса достижение ТП оказывается невозможным, можно решить задачу в пространственной постановке, с использованием ранее выписанного уравнения  $Jq_\Delta = \Delta$ . При этом можно определить как направление, так и абсолютную величину тормозного импульса, потребного для приведения ВС в заданную ТП.

Рассмотрим численный пример – расчет направления тормозного импульса фиксированной

длительности для приведения ВС в заданную ТП с компенсацией погрешностей траекторного движения ВС, полученных на момент отделения ВС от РН.

Иллюстрировать пространственное движение ВС удобно в системе координат (см. рис. 2), образованной поверхностью сферической земли (подстилающей поверхностью) и некоторой плоскостью (далее – проекционной плоскостью), задаваемой векторами  $\mathbf{r}_s$  и  $\mathbf{v}_s$ . Ось  $H$  совпадает с вектором  $\mathbf{r}_s$ . Ось  $D$  является линией пересечения подстилающей поверхности и проекционной плоскости. Ось  $B$  дополняет тройку  $HDB$  до правой. Проекция точки ВС на ось  $D$  – характеризует текущую дальность ВС на подстилающей поверхности от некоторой начальной точки, проекция на ось  $H$  – текущую высоту ВС над поверхностью Земли, проекция на ось  $B$  характеризует боковое удаление ВС от проекционной плоскости. Координата  $D$  является криволинейной, но на рисунках она для упрощения условно спрямляется.

На рис. 2 жирные черные кривые – проекции траектории ВС, соответственно, на подстилающую поверхность и на проекционную плоскость;  $d_o, h_o, b_o$  – координаты ВС в точке  $p_o$ .

В расчетах использовались следующие исходные данные. Начальные условия движения ВС заданы в ГСК, в точке  $p_s$ :  $\mathbf{r}_s = [1.89, 4.04, 4.64]$  км  $\cdot 10^3$ ,  $\mathbf{v}_s = [-1.93, 0.84, 1.34]$  км/с. Основные параметры ВС:  $m = 60$  т,  $S_m = 12$  м<sup>2</sup>,  $P_{du} = 360$  тс, удельный импульс ДУ  $I_{du} = 300$  с. Коэффициент  $C_x$  задавался как табличная функция в диапазоне чисел Маха от 0.5 до 12. При этом численные значения  $C_x$  лежат в диапазоне от 1.4 до 2.0. Начало торможения  $t_o$  – через 210 с после начала пассивного полета в точке  $p_s$ . Длительность торможения – 10 с. Координаты ТП:  $\lambda_n = 72.5^\circ$ ,  $\varphi_n = 48.2^\circ$ . Па-

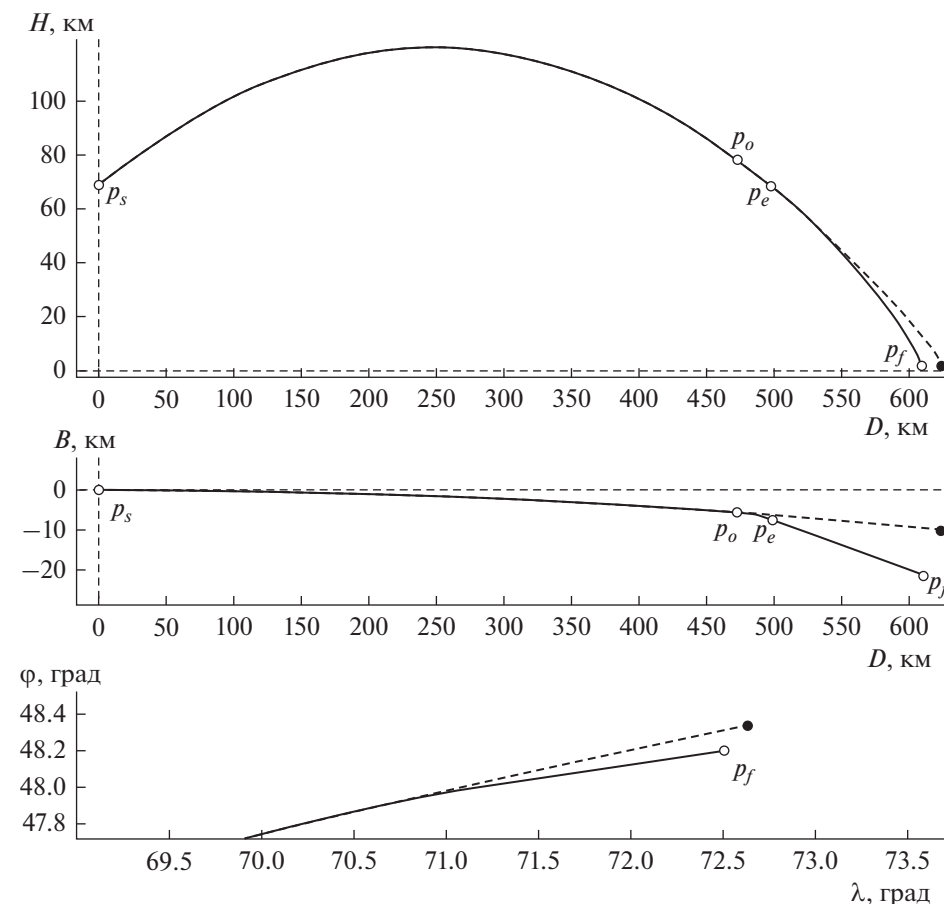


Рис. 3. Сравнение траекторий движения возвращаемой ступени.

раметры гравитационного поля Земли и земного эллипсоида принимались в соответствии с моделью EGM96. Местная скорость звука вычислялась в соответствии с ГОСТ 4401-81.

На рис. 3 приведены проекции траектории движения центра масс возвращаемой ступени на плоскости  $DH$  и  $DB$  (напомним, что ось  $D$  условно выпрямлена). Траектория вычислена для номинальных начальных условий в точке  $p_s$ . Рисунок состоит из трех графиков. На каждом графике изображены по 2 кривые: свободное движение ступени без выдачи тормозного импульса (пунктирная кривая), движение с расчетным тормозным импульсом для приведения в заданную ТП (сплошная кривая). На третьем графике укрупненно показаны траектории движения ВС на поверхности Земли в окрестности ТП в сферических координатах. Черным кружком отмечена точка падения ВС при свободном движении. Можно видеть, что расчетный тормозной импульс приводит возвращаемую ступень в точку с заданными координатами.

Используя приведенные выше начальные условия в качестве номинальных значений, были

проведены статистические расчеты по определению потребной области вариации направления вектора тормозного импульса заданной длительности для приведения ВС в заданную ТП при известных параметрах отклонений начальных условий траекторного движения ВС в точке  $p_s$ . На каждом шаге расчета к начальным условиям прибавлялись некоторые ошибки. Отклонения начального положения ВС задавались вдоль осей  $D$ ,  $B$ ,  $H$ , отклонения начального вектора скорости ВС задавались углами в плоскостях  $DB$  (отклонение в горизонтальной плоскости) и  $DH$  (отклонение в вертикальной плоскости), а также отклонением по модулю скорости. Амплитудные значения отклонений по координатам  $\pm 5$  км, по угловым параметрам  $\pm 0.5^\circ$ , по модулю скорости  $\pm 40$  м/с.

Рис. 4 построен аналогично рис. 3, за исключением третьего графика. Можно видеть, что во всех случаях тормозной импульс длительностью 10 с позволяет направить баллистическое движение возвращаемой ступени в заданную ТП. На рисунке черные сплошная и пунктирная кривые — номинальные траектории ступени при отсутствии возмущений. Серые кривые — траек-

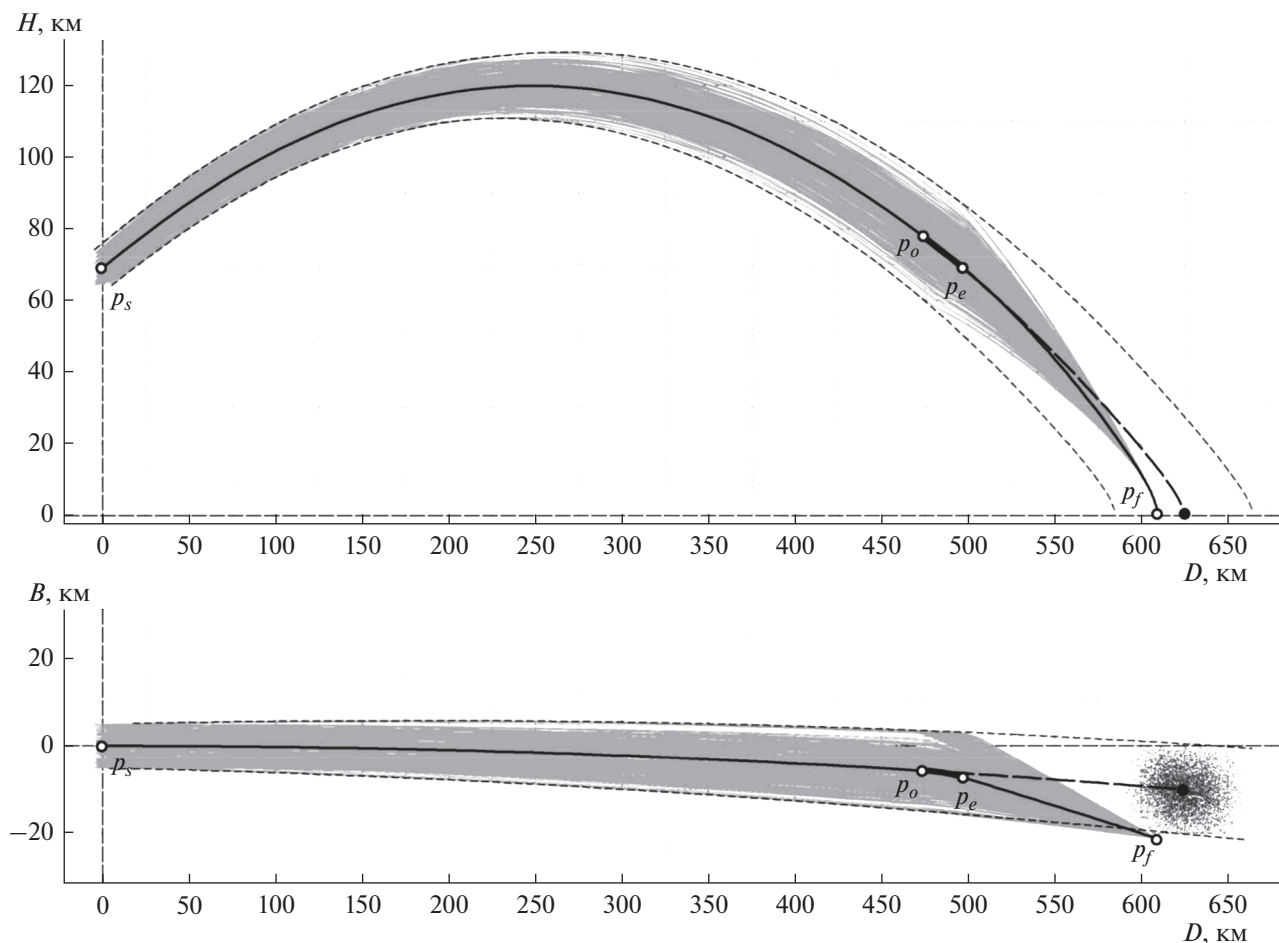


Рис. 4. Траектории движения ВС при различных отклонениях начальных условий после отделения ВС от РН.

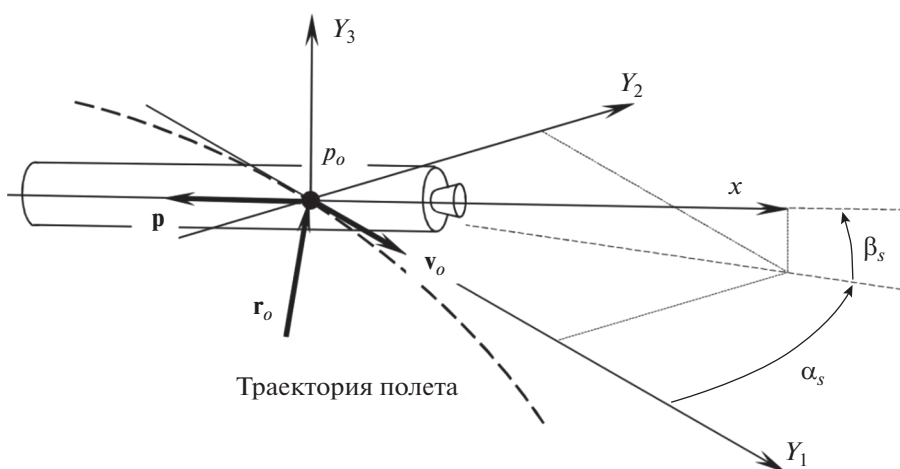


Рис. 5. Система координат для задания направления вектора тяги ДУ.

тории ВС с выдачей расчетных тормозных импульсов при наличии возмущений начальных условий. Для всех вариантов время начала выдачи тормозного импульса – 210 с от момента разделения 1 и 2 ступеней. На нижнем графике дополни-

тельно изображены точки падения ВС в свободном движении при наличии возмущений начальных условий. Совокупность данных точек характеризует район падения ВС в случае отсутствия тормозного импульса. Тонкими пунктирными кривыми на гра-



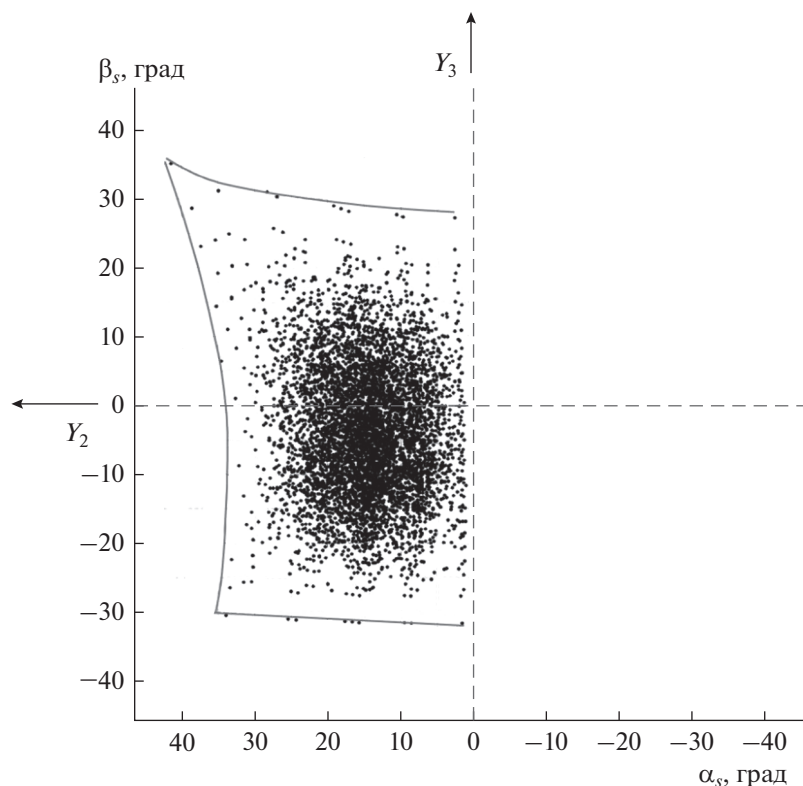


Рис. 6. Область вариации направления тормозного импульса.

фиках обозначены проекции границ “трубки траекторий” на плоскости  $DB$  и  $DH$  при свободном движении ВС.

Направление вектора тормозного импульса удобно задавать углами ориентации  $\alpha_s$  и  $\beta_s$  вектора тяги ДУ в системе координат  $p_o Y_1 Y_2 Y_3$  (см. рис. 5). Ось  $Y_1$  совпадает с вектором  $\mathbf{v}_o$ , ось  $Y_3$  перпендикулярна оси  $Y_1$ , лежит в плоскости, образованной векторами  $\mathbf{v}_o$  и  $\mathbf{r}_o$ , и составляет острый угол с вектором  $\mathbf{r}_o$ . Ось  $Y_2$  дополняет систему до правой. На рис. 5 обозначены:  $\mathbf{p}$  – вектор тяги двигательной установки ВС, ось  $x$  – продольная ось ВС, направленная из центра масс в сторону сопла ДУ. Угол  $\alpha_s$  – это угол между проекцией оси  $x$  на плоскость осью  $Y_1 Y_2$ , отсчитываемый от оси  $Y_1$  в сторону оси  $Y_3$ . Угол  $\beta_s$  – угол между осью  $x$  и ее проекцией на плоскость  $Y_1 Y_2$ . Положительное значение  $\beta_s$  соответствует положительной проекции  $x$  на ось  $Y_3$ . Нулевые значения  $\alpha_s$  и  $\beta_s$  соответ-

ствуют тормозному импульсу, выдаваемому против скорости движения ВС.

На рис. 6 приведены углы  $\alpha_s$  и  $\beta_s$  для всех расчетных случаев. Плоскость рисунка представляет собой развертку сферической поверхности, каждая точка на которой представляет собой след оси  $x$  в конкретной реализации расчета. На рисунке можно видеть, что угол  $\alpha_s$  достигал в отдельных случаях значений  $\sim 42^\circ$ , угол  $\beta_s$  не превышал по модулю  $35^\circ$ . Совокупность точек на плоскости рисунка дает представление об области вариации направления тормозного импульса. Полученная информация может быть использована при дальнейшем проектировании ВС.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дмитриевский А.А., Лысенко Л.Н. Внешняя баллистика. М.: Машиностроение, 2005.