

## АНАЛИЗ ТРАЕКТОРИЙ ВЫВЕДЕНИЯ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА НА ВЫСОКИЕ КРУГОВЫЕ ОРБИТЫ ИСКУССТВЕННОГО СПУТНИКА ЛУНЫ

© 2022 г. Е. С. Гордиенко<sup>1, \*</sup>, В. В. Ивашкин<sup>2</sup>, А. В. Симонов<sup>1</sup>, П. Е. Розин<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Научно-производственное объединение им. С.А. Лавочкина, Химки, Россия

<sup>2</sup>Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Москва, Россия

\*gordienko.evgeny@gmail.com

Поступила в редакцию 12.09.2021 г.

После доработки 20.11.2021 г.

Принята к публикации 24.11.2021 г.

Рассматривается выведение космического аппарата на устойчивые высокие полярные орбиты искусственного спутника Луны (ИСЛ), которые можно использовать для построения лунной многофункциональной спутниковой системы, а также окологрунтовой орбитальной пересадочной платформы. Выполнен анализ и сравнение трех схем прямого перелета КА от Земли к Луне – с одно-, двух- и трехимпульсным маневром перехода на конечную орбиту. В частности, энергетические, геометрические и временные характеристики двухимпульсного перехода, полученного под существенным влиянием гравитационных возмущений, сравниваются с их одноимпульсными и трехимпульсными аналогами.

DOI: 10.31857/S0023420622030050

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Развитие советской, а также мировой космонавтики тесно связано с изучением Луны. Дальнейшее изучение и освоение Луны, а также ее недр будет протекать тем быстрее, чем быстрее будут решены такие актуальные задачи (или будут созданы условия для их решения) как: определение положения спутников на низких и высоких орбитах вокруг Луны, а также на ее поверхности; дистанционное зондирование Луны спутниками; обеспечение связи и ретрансляция сигналов как между спутниками, находящимися на лунных орбитах, так и с объектами на Луне, а также с околоземными объектами и наземными станциями слежения. К этому можно добавить задачу наблюдения за объектами дальнего космоса: планетами, кометами, звездами и другими небесными телами. Весь спектр описанных выше проблем можно решить путем построения многофункциональной устойчивой спутниковой системы [1, 2].

Создание этой системы из-за высокой стоимости выведения таких ракет-носителей (РН), как “Союз-2.1б”, “Союз-2”, “Протон” и “Ангара А-5”, требует решения задачи оптимизации траекторий полета КА на орбиты ИСЛ, которые подходят для решения вышеуказанных задач. Вдобавок к этому, выбор наилучшей траектории выведения лунного КА, которая позволит сэкономить даже небольшое количество топлива, поможет ре-

шить проблему напряженного массового баланса лунных проектов, возникающего из-за больших затрат энергии, увеличит массу полезной нагрузки и повысит эффективность проекта. Таким образом, одним из основных вопросов создания лунной многофункциональной спутниковой системы с баллистической точки зрения является выбор схем выведения на высокие круговые орбиты ИСЛ и соответствующих им траекторий [3, 4].

Ранее для определения возможных параметров орбит такой системы был проведен анализ эволюции орбит ИСЛ на интервалах дат с мая 2016 по апрель 2019 г. [2]. При этом использовалась разработанная методика анализа эволюции орбит ИСЛ, позволяющая определить границы областей устойчивости орбит ИСЛ. Были найдены три области устойчивых орбит на плоскости параметров большая полуось  $a_0$  и наклонение  $i_0$ :

- первая область –  $i_0 \in (63^\circ, 67^\circ)$  и  $a_0 \in [4, 4.4]$  тыс. км;
- вторая область –  $i_0 \in (80^\circ, 97^\circ)$  и  $a_0 \in [4.7, 5.4]$  тыс. км;
- третья область –  $i_0 \in (113^\circ, 116^\circ)$  и  $a_0 \in [4, 4.4]$  тыс. км.

Для них условное время существования  $T^y$ , т.е. промежуток времени, в течение которого эксцентриситет вырастет с 0 до 0.01 (т.е. форма орбиты

будет стабильной), составляет более 1.5 лет. По предварительным оценкам, коррекция такой орбиты потребует запас характеристической скорости около 10 м/с в течение 1.5 лет.

Из данных областей была выбрана точка, соответствующая высокой полярной (с наклоном  $i_0 = 90^\circ$ ) орбите спутника вокруг Луны радиусом  $a_0 = 5$  тыс. км. Анализ выведения именно на такую орбиту и будет посвящена основная часть данной работы. Отметим также, что сейчас рассматривается вопрос использования высокой полярной орбиты ИСЛ для размещения окологлуной орбитальной пересадочной платформы [5].

## 2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В работе рассматривается задача определения наилучшего (по критерию минимума характеристической скорости и максимума конечной массы КА  $m_f$  на орбите ИСЛ) перехода с начальной селеноцентрической гиперболической орбиты КА, являющейся заключительным участком орбиты прямого перелета КА с Земли к Луне, на конечную высокую (радиусом 5 тыс. км) полярную ( $i_f = 90^\circ$ ) круговую орбиту ИСЛ с заданными величинами большой полуоси  $a(t_f) = a_f = R_M + H_f$  ( $= 5$  тыс. км) и эксцентриситета  $e(t_f) = e_f = 0$ . Для начальной орбиты полета к Луне заданы время перелета с опорной низкой орбиты ИСЗ до периселения орбиты подлета к Луне ( $\sim 4.5$  сут), дата подлета к Луне в периселении, космодром старта с Земли. Задана также начальная масса КА  $m_0$  ( $\sim 2040$  км) при подлете к Луне. Некоторые дополнительные характеристики орбиты полета к Луне укажем ниже. При низкой орбите ИСЛ ( $r = r_{\min}$ ) оптимальным является одноимпульсный переход [3, 4]. В данном случае высокой орбиты ИСЛ (и при  $V_\infty \sim 1$  км/с) энергически более выгодными являются трехимпульсный перелет типа биэллиптического перехода Штернфельда (с учетом возмущений), а также его частный случай – двухимпульсный перелет, при котором импульс в наиболее удаленной точке не сообщается, а изменение элементов траектории происходит за счет влияния гравитационных возмущений [3–9]. Основным содержанием работы будет выявление характеристик (энергетических – по характеристической скорости, временных, геометрических и т.д.) одно-, двух- и трехимпульсного вариантов перехода на орбиту ИСЛ и сравнение их, в основном, с точки зрения энергетики перелета, выбор перелета с наименьшей суммарной характеристической скоростью и максимальной конечной массой.

## 3. МОДЕЛЬ ПОЛЯ И УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ КА ПРИ УЧЕТЕ ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ

При анализе выведения КА на высокие орбиты ИСЛ движение КА от Земли до границы сферы действия Луны (СДЛ) (когда расстояние от КА до центра Луны  $\rho$  больше радиуса сферы действия Луны,  $\rho > R_{\text{СДЛ}} \approx 60$  тыс. км) моделируется в рамках задачи четырех тел – КА, Земля с учетом ее нецентральности в разложении геопотенциала в ряд по сферическим функциям  $8 \times 8$ , Луна и Солнце как материальные точки. Движение КА определяется численным интегрированием системы дифференциальных уравнений движения точки в невращающейся геоцентрической геоэквиаториальной системе прямоугольных координат  $OXYZ$ . При этом используется среднее равноденствие и средний геоэквиатор стандартной эпохи J2000.0. Здесь дифференциальные уравнения, описывающие геоцентрическое движение КА, имеют вид (1):

$$\frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = -\frac{\mu_E}{r^3} \mathbf{r} + \sum_{i=1}^2 \mu_i \left( \frac{\mathbf{r}_i - \mathbf{r}}{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}|^3} - \frac{\mathbf{r}_i}{r_i^3} \right) + \mathbf{a}_E, \quad (1)$$

где  $\mathbf{r}$  – геоцентрический радиус-вектор КА;  $\mu_i$  и  $\mathbf{r}_i$  – гравитационные параметры и геоцентрические радиус-векторы возмущающих небесных тел, причем возмущение соответствует при  $i = 1$  – притяжению Луны, а при  $i = 2$  – притяжению Солнца;  $\mathbf{a}_E = \{a_{Ex}, a_{Ey}, a_{Ez}\}$  – возмущающее ускорение, вызванное нецентральностью поля тяготения Земли с разложением геопотенциала в ряд по сферическим функциям  $8 \times 8$ .

При дальнейшем движении КА (в основном, внутри границы СДЛ, когда расстояние от КА до центра Луны  $\rho$  меньше радиуса ее сферы действия  $\rho \leq R_{\text{СДЛ}} \approx 60$  тыс. км) селеноцентрическое движение КА моделируется в рамках задачи четырех тел – КА, Луна с учетом ее нецентральности с разложением селенопотенциала в ряд по сферическим функциям  $8 \times 8$ , Земля и Солнце, как материальные точки) и определяется численным интегрированием системы дифференциальных уравнений движения точки в невращающейся селеноцентрической геоэквиаториальной системе прямоугольных координат  $OXYZ$ . При этом используется среднее равноденствие и средний геоэквиатор стандартной эпохи J2000.0. Дифференциальные уравнения, описывающие селеноцентрическое движение КА, имеют вид (2):

$$\frac{d^2 \boldsymbol{\rho}}{dt^2} = -\frac{\mu_M}{\rho^3} \boldsymbol{\rho} + \sum_{i=3}^4 \mu_i \left( \frac{\mathbf{r}_i - \boldsymbol{\rho}}{|\mathbf{r}_i - \boldsymbol{\rho}|^3} - \frac{\mathbf{r}_i}{r_i^3} \right) + \mathbf{a}_M, \quad (2)$$

где  $\boldsymbol{\rho}$  – селеноцентрический радиус-вектор КА;  $\mu_i$  и  $\mathbf{r}_i$  – гравитационные параметры и селеноцентрические радиус-векторы возмущающих небесных тел, причем возмущение соответствует при  $i = 3$  – притяжению Земли, а при  $i = 4$  – притяже-

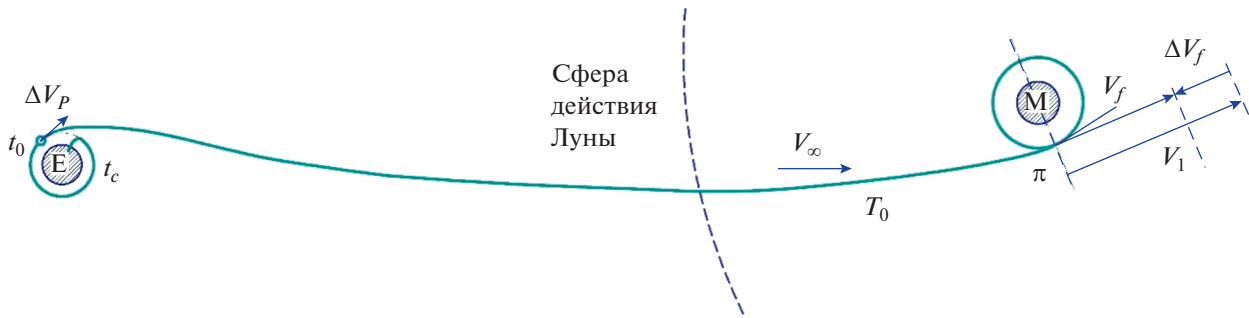


Рис. 1. Схема прямого перелета с Земли на Луну с одноимпульсным переходом КА на круговую орбиту ИСЛ.

нию Солнца ( $\mu_E = \mu_3; \mu_4 = \mu_2 = \mu_S, \mu_1 = \mu_M; \mathbf{r}_3 = -\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_4 = \mathbf{r}_3 + \mathbf{r}_2$ );  $\mathbf{a}_M = \{a_{Mx}, a_{My}, a_{Mz}\}$  – возмущающее ускорение, вызванное нецентральностью поля тяготения Луны с разложением ее потенциала в ряд  $8 \times 8$ .

Векторы состояния небесных тел определяют из табличных эфемерид DE-421 [10]. В расчетах использованы следующие значения констант:  $\mu_E = 398600.4415 \text{ км}^3/\text{с}^2$ ;  $\mu_M = 4902.79914 \text{ км}^3/\text{с}^2$ ;  $\mu_S = 1.32712439935 \cdot 10^{11} \text{ км}^3/\text{с}^2$ . Эфемеридная поправка  $\Delta t$  (ТДВ-UTC) принята равной 69.184 с. В основных расчетах дата подлета к Луне меняется на интервале от 1.I по 31.XII.2030.

#### 4. АНАЛИЗ РАССМОТРЕННЫХ СХЕМ ВЫВЕДЕНИЯ КА НА ВЫСОКУЮ ОРБИТУ ИСЛ

Анализ рассмотренных схем выведения КА на высокую круговую орбиту ИСЛ был проведен в четыре этапа.

##### 4.1. Рассмотренные схемы перелета на орбиту ИСЛ

На первом этапе анализа определяются схемы выведения на целевые орбиты, отвечающие условиям оптимальности в случае кеплеровского поля и критериям простоты построения траекторий и малого времени выведения на высокие орбиты ИСЛ в общем случае реального поля притяжения. В первую очередь к таким относятся схемы прямого перелета КА от Земли с одноимпульсным и трехимпульсным торможением при переходе на орбиты ИСЛ. Ранее некоторые особенности анализа и характеристики таких переходов с учетом реального гравитационного поля были рассмотрены в работах [6–9]. Здесь и далее характеристики таких переходов будут приведены на втором и третьем этапах анализа. В работе также большое внимание уделено двухимпульсному маневру торможения – частному случаю трехимпульсного перехода КА на высокие орбиты ИСЛ, при котором импульс в удаленной точке не сообщается, а его влияние заменяется гравитационными возмущениями. Ранее этот маневр был рассмотрен в

работах [7–9]. Его анализу посвящен четвертый этап исследования.

Далее проанализируем каждый из упомянутых вариантов выведения на конечную высокую круговую орбиту ИСЛ.

##### 4.2. Одноимпульсный вариант торможения

На втором этапе рассматривается обычная траектория выведения, реализующая схему прямого перелета КА от Земли с одноимпульсным маневром торможения у Луны. При такой схеме выведения спутник в составе ракеты космического назначения (РКН) стартует в момент времени  $t_0$  с космодрома (Байконур, Восточный, Куру), далее он выводится на промежуточную опорную орбиту высотой  $\sim 200 \text{ км}$  и наклонением  $\sim 51.6^\circ$ , затем в течение  $\sim 1-1.5 \text{ ч}$  происходит пассивный полет по этой орбите. В расчетный момент времени  $t_0$  двигательная установка (ДУ) разгонного блока (РБ) сообщает импульс скорости, переводящий КА на траекторию полета к Луне. Далее в течение  $\sim 4.5 \text{ сут}$  после отделения от РБ КА летит к Луне по высокоэллиптической траектории. Затем спутник входит в СДЛ на расстоянии  $\sim 60 \text{ тыс. км}$  от ее центра, внутри которой движение происходит по селеноцентрической орбите, близкой к гиперболической траектории.

В случае одноимпульсного торможения для схода КА с гиперболы подлета к Луне на орбиту ИСЛ двигательная установка КА (ДУ) сообщает один тормозной импульс и получается конечная высокая круговая орбита, в основном варианте ее радиус принят равным  $a_f = 5 \text{ тыс. км}$ . Схема такого варианта выведения приведена на рис. 1.

##### 4.3. Трехимпульсный вариант торможения

На третьем этапе анализа рассматривается траектория выведения, внешне напоминающая биэллиптический перелет. Но она учитывает возмущения и реализует схему прямого перелета КА от Земли с апсидальным трехимпульсным маневром торможения у Луны, то есть все три импульса скорости сообщаются в апсидальных точках траекто-

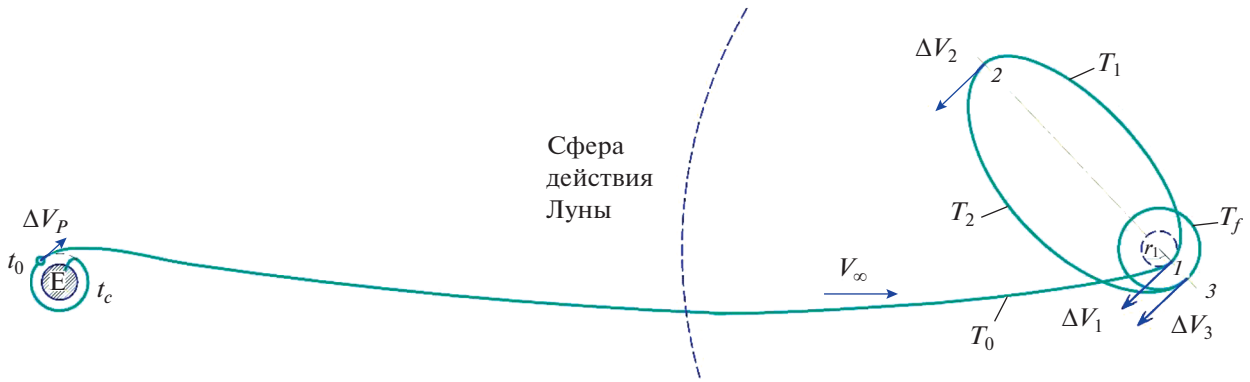


Рис. 2. Схема прямого перелета с Земли на Луну с трехимпульсным переходом КА на высокую круговую орбиту ИСЛ.

рии перелета вдоль скорости. Этот вариант управления близок к оптимальному [7, 8] и в силу своей простоты взят для анализа. В таком случае первый, тормозной, импульс сообщается в периселении гиперболы подлета  $T_0$  на минимально возможном с точки зрения практической реализации расстоянии  $r_1 = r_{\min} = R_M + 100$  км, и получается орбита  $T_1$ . Второй, разгонный, импульс сообщается в апоселении (с учетом возмущений) высокоэллиптической орбиты  $T_1$  на заданном расстоянии  $r_2 \approx 45$  тыс. км от центра Луны, и получается орбита  $T_2$ . Третий, тормозной, импульс сообщается в периселении высокоэллиптической орбиты  $T_2$  и переводит КА на конечную полярную круговую орбиту ИСЛ радиусом  $a_f = 5$  тыс. км. Схема трехимпульсного торможения приведена на рис. 2.

На третьем этапе величина наклонения гиперболы подлета  $i_0$  подбирается так, чтобы в конце перелета, с учетом возмущений получилась орбита с заданным наклонением,  $i_f = 90^\circ$ :

1) Для заданного начального наклонения гиперболы к экватору  $i_{0l}$ , величину которого в первом приближении ( $l = 0$ ) можно принять равной  $90^\circ$ , определяем траекторию выведения КА на конечную орбиту, соответствующее ей текущее наклонение конечной орбиты  $i_{3l}$ , а также его рассогласование с целевым наклонением  $\Delta i_{fl} = i_{3l} - i_f$ .

2) Меняем наклонение  $i_0$  начальной подлетной гиперболической орбиты так, чтобы конечное наклонение орбиты ИСЛ  $i_3$  равнялось заданному  $i_f$ :  $|\Delta i_{fl}| \leq \epsilon(i_f)$ . В расчетах допустимая ошибка  $\epsilon(i_f)$  принята равной  $0.001^\circ$ . Если величина рассогласования  $|\Delta i_{fl}|$  больше допустимой ошибки  $\epsilon(i_f)$ , то меняем величину подлетного наклонения

$$i_{0(l+1)} = i_{0l} - \Delta i_{fl} \quad (3)$$

и переходим к этапу 1. Сходимость получается хорошей. Задача решается за 5–6 итераций.

В результате, получаем траекторию выведения с трехимпульсным торможением для перевода КА

с учетом возмущений, на высокую полярную круговую орбиту ИСЛ радиусом 5 тыс. км.

#### 4.4. Двухимпульсный вариант торможения

На четвертом этапе исследуется траектория выведения, реализующая схему прямого перелета КА от Земли с апсидальным двухимпульсным маневром торможения у Луны. Она является частным случаем предыдущей схемы с трехимпульсным переходом. В таком случае разгонный импульс вблизи апоселения переходной орбиты не сообщается, а начальный тормозной импульс и начальное наклонение в периселении гиперболы подлета КА к Луне подбираются так, что изменение конечных расстояния в периселении и наклонения обеспечивается пассивно, под влиянием гравитационных возмущений, в основном – от Земли. В ряде случаев этот переход может быть энергетически оптимальным. Схема двухимпульсного торможения приведена на рис. 3.

На четвертом этапе величина наклонения гиперболы подлета  $i_0$  подбирается примерно также, как и на третьем этапе, за исключением формулы (3), по которой определяется величина подлетного наклонения на  $(l + 1)$  итерации. На каждой  $l$ -ой итерации проводится два расчета. Для первого расчета, когда подлетное наклонение равняется  $i_{1l} = i_{0l}$ , получаем траекторию, двигаясь по которой, КА переходит на конечную круговую орбиту с наклонением  $i_{1l}^*$ , отличающимся от заданного наклонения  $i_f = 90^\circ$  на величину  $\Delta i_{1l} = i_f - i_{1l}^*$ . Для второго расчета подлетное наклонение  $i_{2l}$  изменяется на величину  $\Delta i_{1l}$ :  $i_{2l} = i_{0l} + \Delta i_{1l}$ , а конечное наклонение  $i_{2l}^*$  будет иметь рассогласование с  $i_f$ , равное  $\Delta i_{2l} = i_f - i_{2l}^*$ . Тогда на  $(l + 1)$ -ой итерации подлетное наклонение  $i_1$  определяется по формуле (4):

$$i_{0(l+1)} = i_{1l} + k\Delta i_{1l}, \quad (4)$$

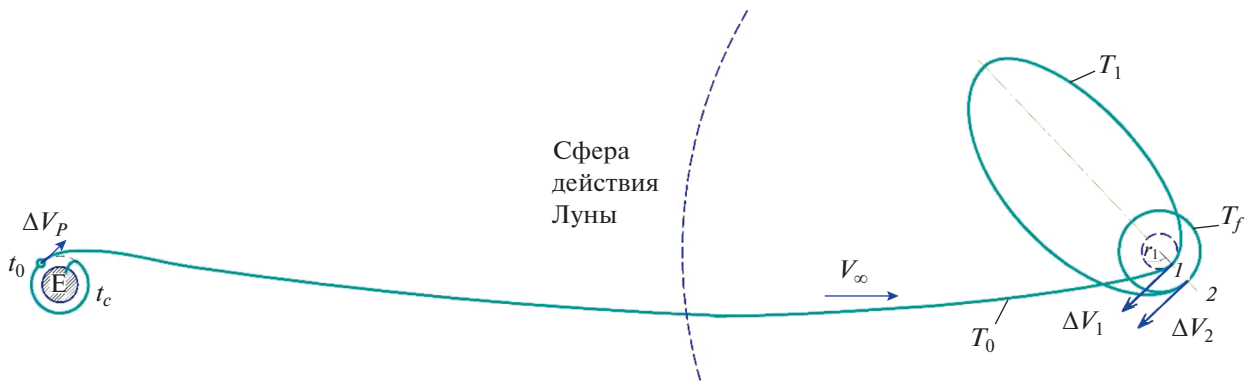


Рис. 3. Схема простого прямого перелета с Земли на Луну с двухимпульсным переходом КА на высокую круговую орбиту ИСЛ.

где  $S = \frac{\Delta i_{1l}(i_{2l} - i_{1l})}{(\Delta i_{2l} - \Delta i_{1l})}$ ,  $\Delta i_{1l} = i_f - i_{1l}^*$ ,  $\Delta i_{2l} = i_f - i_{2l}^*$ .

Если  $\frac{|S|}{|i_{0l}|} > 1.5$ , то  $k = k \times 0.25$ . Иначе если

$\frac{|S|}{|i_{0l}|} \geq 1$ , то  $k = k \times 0.5$ ; иначе если  $\frac{|S|}{|i_{0l}|} < 1$ , то  $k = 1$ .

В таком случае сходимость также получается хорошей. Задача решается за 9–10 итераций.

В результате получаем траекторию выведения, использующую двухимпульсное торможение для перевода КА, с учетом возмущений, на высокую полярную круговую орбиту ИСЛ радиусом  $a_f = 5$  тыс. км. Отметим, что для этой схемы апоселений траектории КА может подходить к границе СДЛ или даже выходить за ее пределы.

### 5. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ АНАЛИЗА

Для численного анализа используется ДУ с характеристиками: тяга  $P = 420$  кгс, удельный импульс  $P_{уд} = 298.7$  с. При подлете к Луне масса КА принята равной  $m_0 \approx 2040$  кг. Анализ затрат на  $n$  – импульсное торможение, где  $n = 1, 2, 3$ , для перехода на высокую полярную орбиту ИСЛ радиусом  $a_f = 5$  тыс. км проводился на интервале дат с 1.I по 31.XII.2030. Длительность полета от Земли до периселения у Луны составляет  $\Delta t_{(3-л)} = 4.5$  дня. Для обеспечения лучшей видимости с российских станций слежения рассматриваются только северные траектории отлета КА от Земли. При этом подлет к Луне может происходить как с севера, так и с юга. Для одноимпульсного перехода КА на орбиту ИСЛ варианты подлета КА к Луне с севера или с юга равнозначны по энергетике. Для определенности в работе для всех вариантов торможения будет рассматриваться только вариант подлета КА к Луне с юга.

#### 5.1. Одноимпульсный вариант торможения

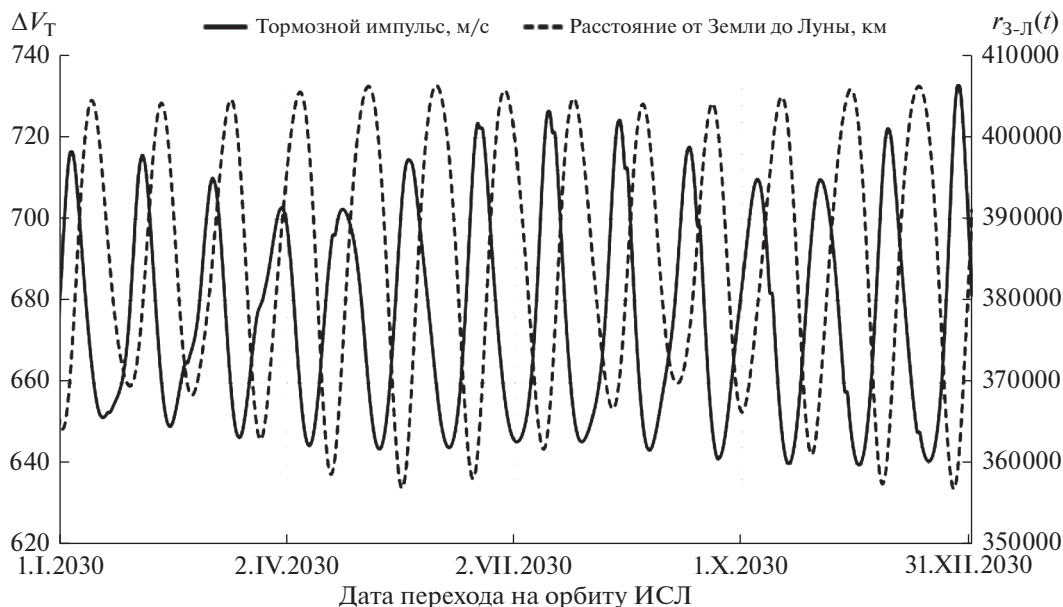
На рис. 4 приведена величина тормозного импульса при одноимпульсном выведении КА на высокую полярную круговую орбиту ИСЛ радиусом  $a_f = 5$  тыс. км, при наклонении к экватору  $i_f = 90^\circ$ . Из его анализа видно, что величина тормозного импульса  $\Delta V_T$  в течение года меняется в диапазоне от  $\sim 639$  до  $\sim 732$  м/с, а конечная масса КА  $m_f$  – в диапазоне от  $\sim 1589$  до  $\sim 1640$  кг. Также на рис. 4 приведена зависимость расстояния от Земли до Луны  $r_{3-л}(t)$  от даты подлета КА к Луне. Из его анализа видно, что прослеживается прямая зависимость между величинами тормозного импульса и расстояния от Земли до Луны. Зависимости носят близкий к периодическому характер, их колебания почти повторяются один раз в лунный месяц.

#### 5.2. Трехимпульсный вариант торможения

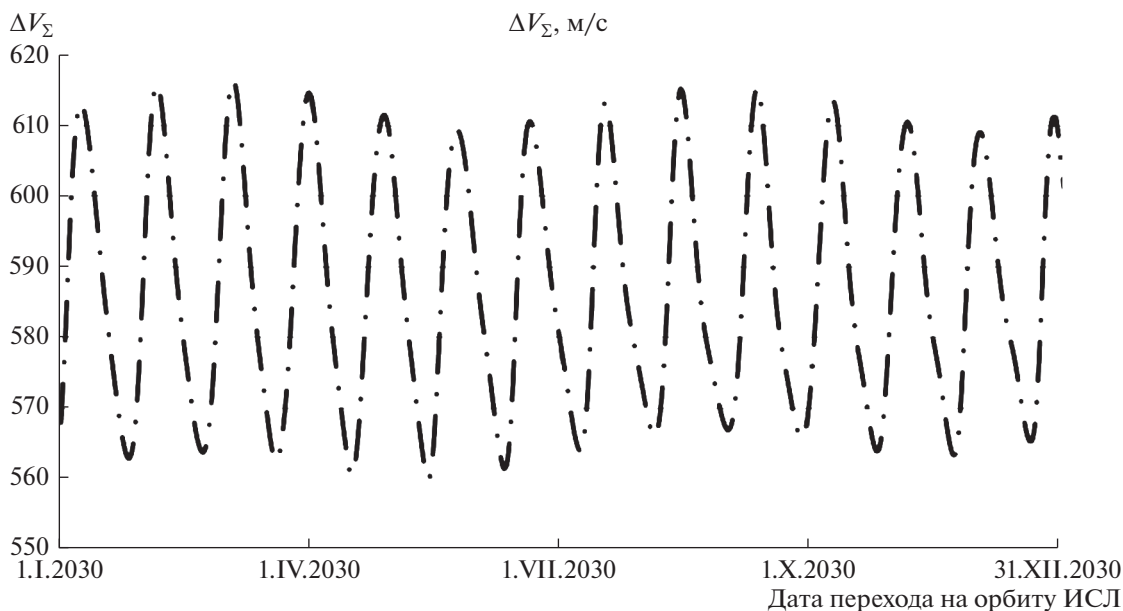
На рис. 5 приведена зависимость суммарной характеристической скорости апсидального трехимпульсного перехода, для которого импульсы сообщаются в апсидальных точках, причем расстояние до Луны в точке сообщения второго импульса задано равным 45 тыс км. Из его анализа видно, что на реализацию траектории прямого перелета с трехимпульсным торможением у Луны в 2030 г. потребуются запас суммарной характеристической скорости от  $\sim 560$  до  $\sim 616$  м/с. При этом, подлетное наклонение в течение года меняется в диапазоне от  $\sim 55^\circ$  до  $\sim 77^\circ$  (рис. 6), а конечная масса КА от  $\sim 1653$  до  $\sim 1685$  кг. Длительность движения КА от периселения гиперболы подлета (точка 1 на рис. 2) до перехода на орбиту ИСЛ (точка 3 на рис. 2) в течение года меняется слабо от  $\sim 3.77$  до  $\sim 3.97$  сут (рис. 7).

#### 5.3. Двухимпульсный вариант торможения

На рис. 8 приведена суммарная характеристическая скорость такого апсидального двухим-



**Рис. 4.** Зависимости тормозного импульса  $\Delta V_T$  при одноимпульсном выведении КА на высокую полярную круговую орбиту ИСЛ радиусом  $a_f = 5$  тыс. км, а также расстояния от Земли до Луны  $r_{З-Л}(t)$  от даты перехода КА на орбиту ИСЛ.



**Рис. 5.** Зависимость суммарной характеристической скорости  $\Delta V_\Sigma$  трехимпульсного выведения КА на высокую полярную круговую орбиту ИСЛ радиусом  $a_0 = 5$  тыс. км от даты подлёта КА к Луне.

пульсного перехода. Из его анализа видно, что для заданного диапазона дат эта скорость меняется в пределах от  $\sim 525$  до  $\sim 577$  м/с. При этом, подлетное наклонение в течение года меняется в диапазоне от  $\sim 31.5^\circ$  до  $\sim 66^\circ$  (рис. 6), а конечная масса КА – от  $\sim 1675.6$  до  $\sim 1705$  кг. Расстояние в удаленном апоселении  $r_\alpha$  варьируется в диапазоне от  $\sim 46.5$  до  $\sim 65.5$  тыс. км (рис. 9), а продолжительность движения КА от периселения гиперболы подлета (точка 1 на рис. 3) до перехода на орбиту

ИСЛ (точка 2 на рис. 3) из-за этого сильно изменяется в пределах от  $\sim 4.21$  до  $\sim 8.11$  сут (рис. 7).

## 6. СРАВНЕНИЕ РАССМОТРЕННЫХ ВАРИАНТОВ ТОРМОЖЕНИЯ

Основные массово-энергетические характеристики рассмотренных выше вариантов торможения, а также результаты их сравнения приведены в табл. 1. В ней и далее индексы (1), (2) и (3)



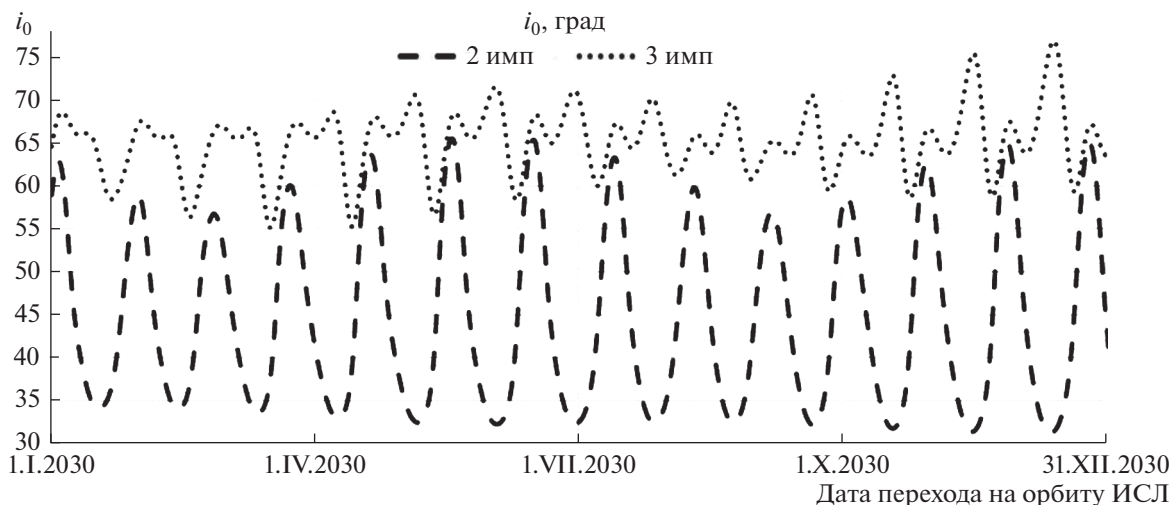


Рис. 6. Зависимости селенографического подлетного наклонения для двух- и трехимпульсного вариантов торможения при переходе на высокую полярную круговую орбиту ИСЛ радиусом  $a_f = 5$  тыс. км от даты подлета КА к Луне.

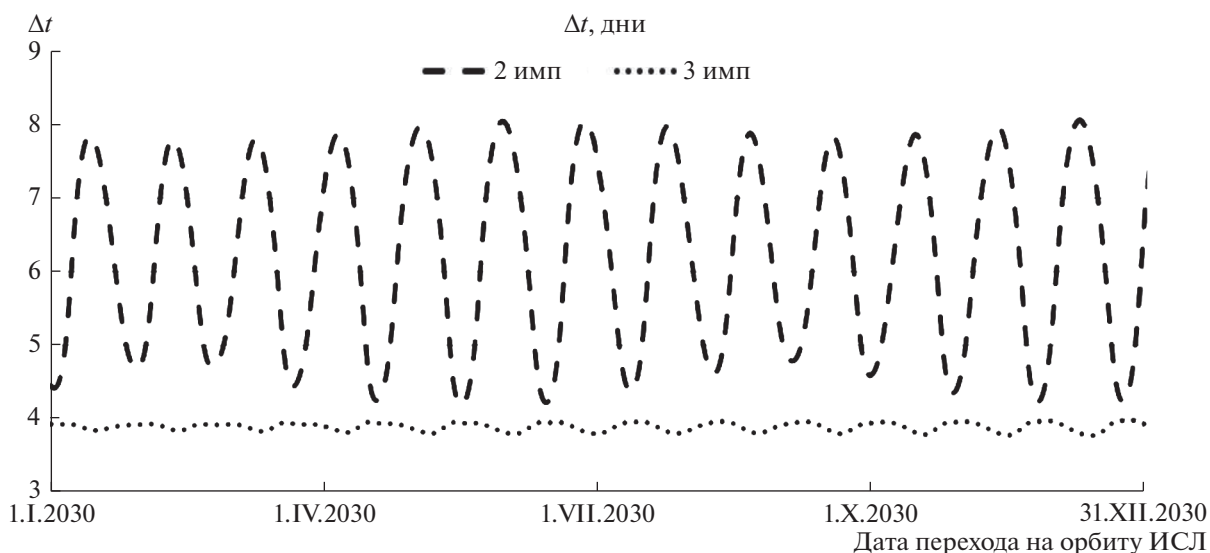
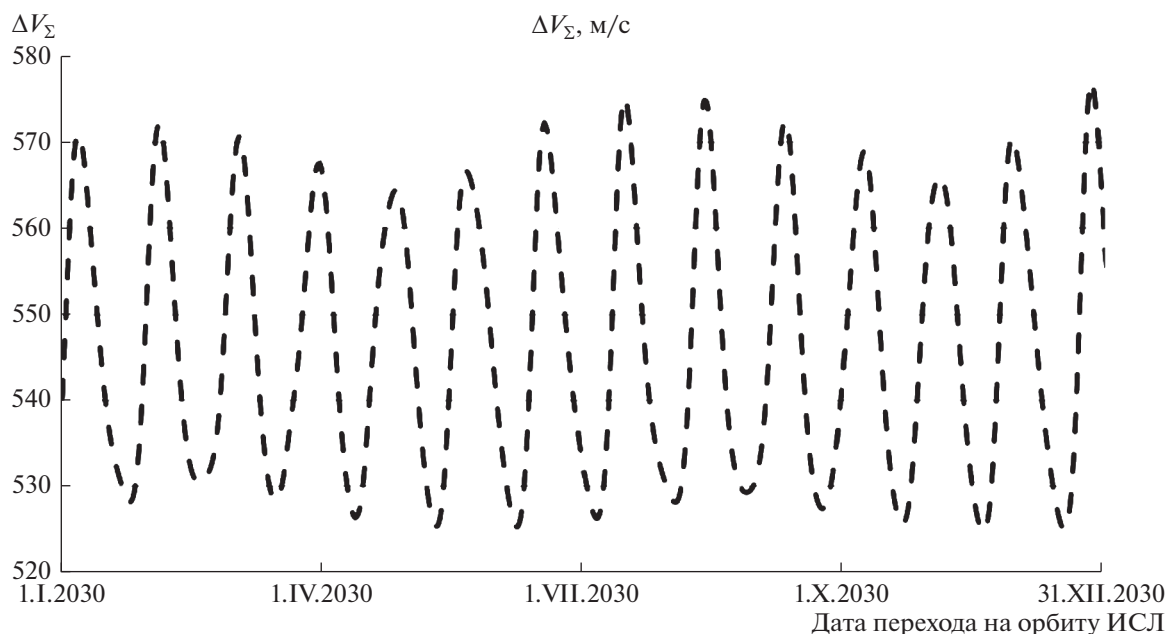


Рис. 7. Зависимость продолжительности движения КА от периселения гиперболы подлета КА к Луне до перехода на орбиту ИСЛ для двух- и трехимпульсного вариантов торможения в зависимости от даты подлета.

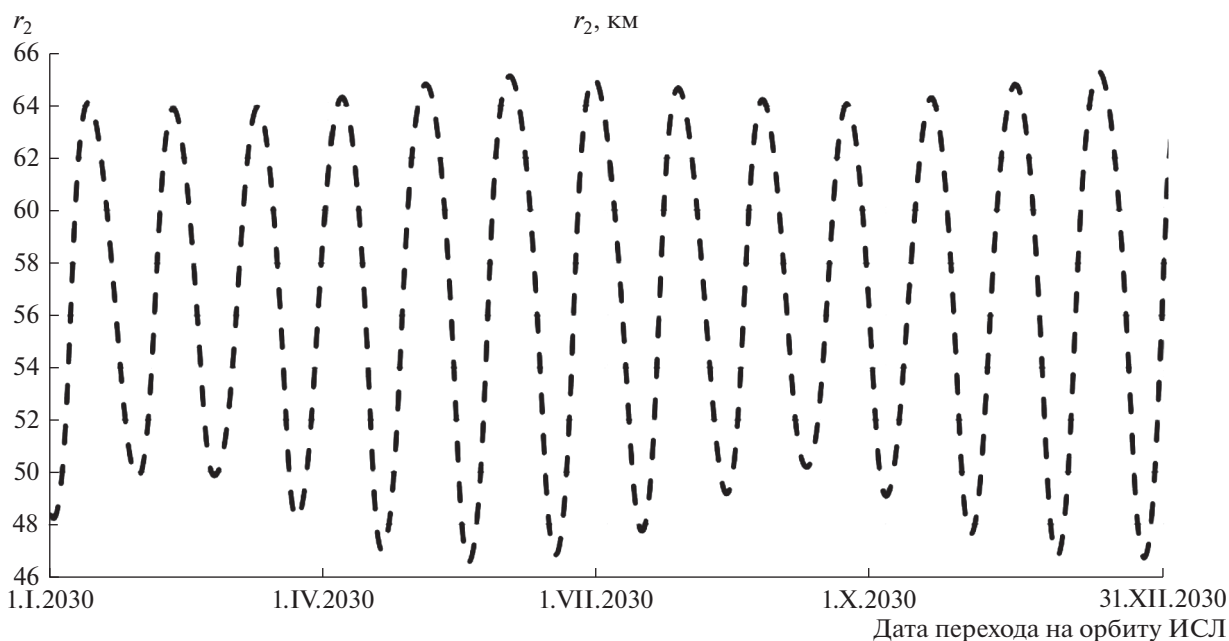
соответствуют характеристикам одно-, двух- и трехимпульсного вариантов выведения КА, индексы (1-3) и (3-1) — означают разницу соответствующих величин в одно- и трехимпульсном вариантах выведения, индексы (1-2) и (2-1) — означают разницу соответствующих величин в одно- и двухимпульсном вариантах выведения, индексы (2-3) и (3-2) — означают разницу соответствующих величин в двух- и трехимпульсном вариантах выведения, верхние числа в ячейках соответствуют наименьшим величинам соответствующего параметра, а нижние числа — его наибольшим значениям.

Для наглядности основные характеристики рассмотренных выше вариантов торможения

представлены на рис. 6, 7 и 10. Так, на рис. 6 приведены значения селенографического подлетного наклонения для двух- и трехимпульсного вариантов торможения при переходе на высокую полярную орбиту ИСЛ радиусом  $a_f = 5$  тыс. км в зависимости от даты подлета КА к Луне. На рис. 7 представлена продолжительность движения КА от периселения гиперболы подлета КА к Луне до перехода на орбиту ИСЛ для двух- и трехимпульсного торможений в зависимости от даты подлета. На рис. 10 приведены зависимости суммарной характеристической скорости одно-, двух- и трехимпульсного вариантов торможения при переходе на высокую полярную круговую орбиту



**Рис. 8.** Зависимость суммарной характеристической скорости  $\Delta V_f$  двухимпульсного выведения КА на высокую полярную круговую орбиту ИСЛ радиусом  $a_0 = 5$  тыс. км от даты подлета КА к Луне.



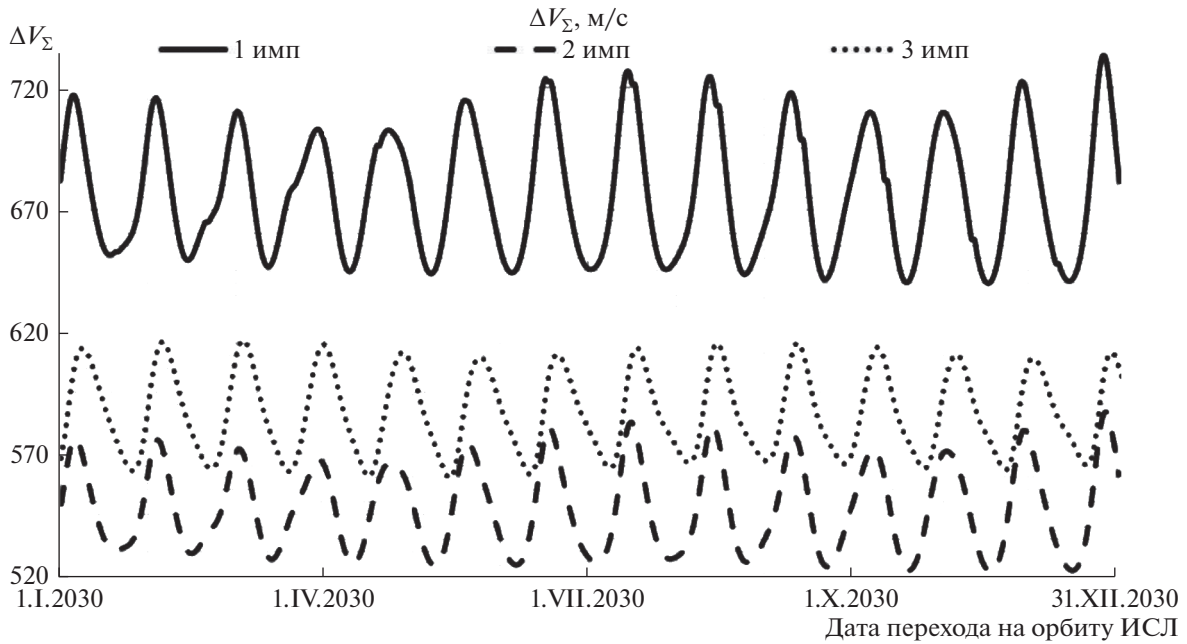
**Рис. 9.** Зависимость расстояния в удаленной точке  $r_{\alpha}$  при двухимпульсном выведении КА на высокую полярную круговую орбиту ИСЛ радиусом  $a_0 = 5$  тыс. км от даты подлета КА к Луне.

ИСЛ радиусом  $a_f = 5$  тыс. км в зависимости от даты подлета КА к Луне.

Из анализа табл. 1, а также рис. 4, 5, 8 и 10 видно, что для заданной схемы выведения РН “Союз-2.1б” с РБ “Фрегат” выигрыш 3-импульсного выведения над 1-импульсным  $\delta V_f^{(1-3)}$  по суммарной характеристической скорости меняется в пределах от  $\sim 79$  до  $\sim 116$  м/с, а по конечной массе

КА  $\delta m^{(3-1)}$  — от  $\sim 45$  до 64 кг. Выигрыш 2-импульсного выведения над 3-импульсным по суммарной характеристической скорости  $\delta V_x^{(3-2)}$  составляет от  $\sim 29$  до  $\sim 35$  м/с, а по конечной массе КА  $\delta m^{(2-3)}$  от  $\sim 20$  до 22.2 кг. Выигрыш 2-импульсного выведения над 1-импульсным по суммарной характеристической скорости  $\delta V_x^{(1-2)}$  составляет от  $\sim 114$  до





**Рис. 10.** Зависимости суммарной характеристической скорости для одно-, двух- и трехимпульсного вариантов торможения при переходе на конечную высокую полярную круговую орбиту ИСЛ радиусом  $a_0 = 5$  тыс. км от даты подлета КА к Луне.

~155 м/с, а по конечной массе КА  $\delta m^{(2-1)}$  от ~65 до ~86.3 кг.

Из анализа рис. 8, 10 и табл. 1 видно, что для наилучшего варианта, двухимпульсного выведения на конечную орбиту в 2030 г., суммарная характеристическая скорость  $\Delta V_f^{(2)}$  меняется в диапазоне от ~525 до ~577 м/с, при этом масса КА на целевой орбите варьируется от ~1652.9 до ~1694.8 кг. Также анализ рис. 6 показывает, что влияние возмущений так сильно воздействует на траекторию, что в случае двухимпульсного выведения подлетное наклонение  $i_0$  в зависимости от даты перехода КА на орбиту ИСЛ меняется в пределах от ~32° до ~66°, а в случае трехимпульсного — от ~55° до ~77°. Таким образом, диапазон изменения подлетного наклонения в двухимпульсном случае существенно шире (и составляет ~34°, см. рис. 6), чем в трехимпульсном варианте, для которого этот разброс ра-

вен ~22° (рис. 6). Такая же картина наблюдается и для продолжительностей движения КА по орбитам вокруг Луны, изображенных на рис. 7. Из его анализа видно, что в случае двухимпульсного торможения длительность маневра изменяется в пределах от ~4.2 до ~8.1 сут, а в трехимпульсном — в пределах от ~3.8 до ~4 сут.

Из полученных данных следует, что в классе рассмотренных схем одно-, двух- и трехимпульсных перелетов (в рамках задачи четырех тел — Луна, Земля, Солнце, КА) на высокую круговую орбиту ИСЛ энергетически оптимальными (с меньшей величиной суммарной характеристической скорости) являются двухимпульсные перелеты. Для этих перелетов КА после торможения на минимальном расстоянии от Луны КА переходит на сильно вытянутую эллиптическую орбиту с апоселением в районе границы

**Таблица 1.** Массово-энергетические характеристики решения задачи перехода на высокую полярную круговую орбиту ИСЛ для 2030 г.

$r_1$ , км	$a_f$ тыс. км	$r_2^{(3)}$ , тыс. км	$r_2^{(2)}$ , тыс. км	$\Delta V_f^{(3)}$ , м/с	$\Delta V_f^{(2)}$ , м/с	$\Delta V_f^{(1)}$ , м/с	$m_f^{(3)}$ , кг	$m_f^{(2)}$ , кг	$m_f^{(1)}$ , м/с
1838.57	5	45	46.5	560	525	639	1652.894	<b>1675.047</b>	1588.717
			65.5	616	577	732	1684.797	<b>1705.048</b>	1639.966
$\delta V_f^{(1-3)}$ , м/с		$\delta V_f^{(1-2)}$ , м/с		$\delta V_f^{(3-2)}$ , м/с		$\delta m_f^{(3-1)}$ , кг		$\delta m_f^{(2-1)}$ , кг	$\delta m_f^{(2-3)}$ , кг
79		114		35		44.831		65.082	20.251
116		155		39		64.177		86.330	22.153

сферы действия Луны, около 45–65 тыс. км. При движении КА в районе апоселения происходит необходимое сильное изменение элементов орбит КА – не за счет импульса скорости в окрестности апоселения, а за счет возмущений, в основном, от Земли. Затем КА в периселении своей орбиты подлетает к конечной орбите, в общей точке сообщается заключительный импульс скорости.

**Замечание.** Выполненный анализ учитывает только номинальное движение КА и не учитывает всегда возникающие ошибки управления и навигации, а также необходимость проведения коррекций, что, конечно, приведет к появлению дополнительных расходов топлива. Для выбора энергетически оптимальных траекторий полета необходимо минимизировать суммарные затраты топлива – и на номинальное управление, и на коррекцию траектории полета КА. Из-за большой чувствительности двухимпульсных траекторий к действующим на КА возмущениям, расход топлива на коррекцию для них будет, возможно, больше, чем для более устойчивого трехимпульсного выведения, что, в целом, может сократить выигрыш двухимпульсного варианта выведения в сравнении с трехимпульсным.

В будущих работах авторы планируют представить результаты анализа выведения с помощью одно-, двух- и трехимпульсного торможений для перехода на высокие круговые орбиты ИСЛ при подлете к Луне с севера  $N$ , а также с учетом ошибок управления, навигации и коррекций траектории полета на орбиту ИСЛ.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе выполнен анализ выведения КА на высокие круговые полярные орбиты ИСЛ радиусом 5 тыс. км, их можно использовать для построения лунной спутниковой системы и, возможно, для размещения окологлуной пересадочной платформы. Определены характеристики трех схем прямого перелета КА от Земли к Луне с одно-, двух- и трехимпульсным маневром торможения при переходе на конечную орбиту ИСЛ с подлетом к Луне с юга  $S$ .

В рамках исследования разных схем полета от Земли на орбиты ИСЛ развит алгоритм определения трехимпульсного перелета и разработан алгоритм определения его частного случая – двухимпульсного перелета, для которого промежуточный импульс – нулевой. Здесь, в частности, предложен алгоритм подбора подлетного наклона в случае двухимпульсного торможения при переходе на высокую полярную круговую орбиту ИСЛ радиусом 5 тыс. км.

Для времени перелета Земля–Луна 4.5 дня и на интервале дат подлета КА к Луне с 31.XII.2029 по

1.I.2031 получены количественные результаты анализа для рассмотренных вариантов торможения. Выполнен сравнительный анализ разных схем маневра для номинальных траекторий, без учета коррекций. В частности, проведено сравнение результатов, полученных для двухимпульсного перехода, с его одноимпульсными и трехимпульсными аналогами.

Показано, что для заданной схемы выведения с помощью РН “Союз-2.1б” с РБ “Фрегат” выигрыш трехимпульсного выведения над одноимпульсным  $\delta V_f^{(1-3)}$  по суммарной характеристической скорости меняется в пределах от  $\sim 79$  до  $\sim 116$  м/с, а по конечной массе КА  $\delta m^{(3-1)}$  – от  $\sim 45$  до 64 кг. Выигрыш двухимпульсного выведения над трехимпульсным по характеристической скорости составляет  $\delta V_x^{(3-2)}$  от  $\sim 29$  до  $\sim 35$  м/с, а по конечной массе КА  $\delta m^{(2-3)}$  от  $\sim 20$  до 22.2 кг. Выигрыш двухимпульсного выведения над одноимпульсным составляет по характеристической скорости  $\delta V_x^{(1-2)}$  от  $\sim 114$  до  $\sim 155$  м/с, а по конечной массе КА  $\delta m^{(2-1)}$  от  $\sim 65$  до  $\sim 86.3$  кг. Для такой схемы выведения для варианта с двухимпульсным торможением при переходе на указанную конечную орбиту в 2030 г. суммарная характеристическая скорость  $\Delta V_f^{(2)}$  меняется в диапазоне от  $\sim 525$  до  $\sim 577$  м/с, при этом масса КА на целевой орбите варьируется от  $\sim 1652.9$  до  $\sim 1694.8$  кг.

Показано, что возмущения, в основном, от Земли, так сильно воздействуют на двух- и трехимпульсную траектории, что в случае двухимпульсного выведения подлетное наклонение  $i_0$  в зависимости от даты перехода КА на орбиту ИСЛ меняется в пределах от  $\sim 32^\circ$  до  $\sim 66^\circ$ , а в случае трехимпульсного – от  $\sim 55^\circ$  до  $\sim 77^\circ$ . Таким образом, диапазон изменения подлетного наклона в двухимпульсном случае ( $\sim 34^\circ$ ) существенно шире, чем в трехимпульсном варианте, для которого этот разброс равен  $\sim 22^\circ$ . Такая же картина наблюдается и для продолжительности движения КА по орбитам вокруг Луны. В случае двухимпульсного торможения она меняется в пределах от  $\sim 4.2$  до  $\sim 8.1$  сут, а в трехимпульсном – в пределах от  $\sim 3.8$  до  $\sim 4$  сут.

Расстояние в удаленном апоселении для трехимпульсного варианта принято на основании предыдущего анализа равным 45 тыс. км, а в двухимпульсном случае оно определяется алгоритмом, меняясь в широком диапазоне – от 46.5 до 65.5 тыс. км, таким образом, его разброс составляет  $\sim 19$  тыс. км. Возникающее здесь, в районе границы сферы действия Луны относительно Земли, сильное возмущение позволяет получить двухимпульсные траектории с нулевым промежуточным импульсом скорости, имеющие

в рассмотренных ситуациях наименьшие характеристические скорости перелета.

Отмечена необходимость дальнейшего развития анализа задачи, в частности, с учетом коррекций для парирования ошибок управления и навигации при полете КА на заключительном этапе перелета на орбиту ИСЛ.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Болкунов А.И., Сердюков А.И., Игнатович Е.И. и др. Выбор орбитальной группировки для лунной информационно-навигационной обеспечивающей системы // Полет. 2012. № 3. С. 52–59.
2. Гордиенко Е.С., Ивашкин В.В., Симонов А.В. Анализ устойчивости орбит искусственных спутников Луны и выбор конфигурации лунной спутниковой системы // Вестник НПО им. С.А. Лавочкина. 2014. № 4(34). С. 40–54.
3. Основы теории полета космических аппаратов / Под ред. Г.С. Нариманова, М.К. Тихонравова. М.: Машиностроение, 1972.
4. Ивашкин В.В. Оптимизация космических манёвров при ограничениях на расстояния до планет. М.: Наука, 1975.
5. Макушенко Ю.Н., Муртазин Р.Ф., Зарубин Д.С. Космический порт для доставки экипажа на поверхность Луны // Космическая техника и технологии. 2019. Т. 2. № 25. С. 5–13.
6. Гордиенко Е.С., Худорожков П.А. К вопросу выбора рациональной траектории полета к Луне // Вестник НПО им. С.А. Лавочкина. 2016. № 1. С. 15–25.
7. Гордиенко Е.С., Ивашкин В.В. Использование трехимпульсного перехода для выведения космического аппарата на орбиты искусственного спутника Луны // Космич. исслед. 2017. Т. 55. № 3. С. 207–217.
8. Гордиенко Е.С. Методика оптимального выведения космического аппарата на высокие круговые орбиты искусственного спутника Луны. Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук. Д 212.141.22 на базе МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2019. URL: [http://195.19.40.226/dissertations/var/www/uch/assets/essays/Автореферат\\_10.pdf](http://195.19.40.226/dissertations/var/www/uch/assets/essays/Автореферат_10.pdf)
9. Муртазин Р.Ф. Эффективное выведение космического аппарата на высокую круговую окололунную орбиту // Космонавтика и ракетостроение. 2019. № 3(108). С. 5–12.
10. Folkner W.M., Williams J.G., Boggs D.H. The Planetary and Lunar Ephemeris DE 421 // IPN Progress Report 42-178. JPLIOM 343R-08-003. 2009. P. 1–34.