

ФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА КРИСТАЛЛОВ

УДК 534-16+534.242

ВЫРОЖДЕННЫЕ ОТРАЖЕНИЯ В АКУСТИКЕ ТВЕРДЫХ ТЕЛ. I. ИЗОТРОПНЫЕ СРЕДЫ

© 2019 г. В. Н. Любимов^{1,*}

¹Институт кристаллографии им. А.В. Шубникова ФНИЦ “Кристаллография и фотоника” РАН, Москва, Россия

*E-mail: lyubvn36@mail.ru

Поступила в редакцию 13.02.2018 г.

После доработки 13.02.2018 г.

Принята к публикации 16.02.2018 г.

Описаны варианты отражений, при которых объемная акустическая волна в изотропном твердом теле, отражаясь от его границы с вакуумом, порождает лишь одну объемную волну. Данные вырожденные отражения реализуются как чистые, так и конверсионные. В первом случае падающая и отраженная волны принадлежат одной и той же акустической ветви, а во втором случае — разным.

DOI: 10.1134/S0023476119020206

ВВЕДЕНИЕ

Когда акустическая объемная волна в кристалле отражается от его границы с вакуумом, вследствие анизотропии упругих свойств возникают три отраженные волны. Отраженные волны возникают в следующих комбинациях: все три волны могут быть объемными; могут возникнуть две объемные волны вместе с сопутствующей, локализованной у границы; может возникнуть объемная волна в сопровождении двух локализованных.

Однако отраженных волн может быть меньше, чем три, если для этого обеспечить специальную геометрию распространения и подобрать падающую волну соответствующей поляризации. При этом отражение оказывается вырожденным. Такие отражения в кубических кристаллах рассматривались в [1, 2], а в гексагональных — в [3].

Исследованы также варианты отражений, при которых падающая волна порождает объемную волну, близкую к собственной моде, — особой объемной волне. При этом в условиях близости отраженной волны к поверхности кристалла удастся сконцентрировать всю энергию падающей волны в узком отраженном пучке, которому сопутствует лишь одна локализованная у поверхности волна. Резонансное отражение становится вырожденным [4–6].

Вне связи с резонансами общая теория отражений в кристаллах произвольной симметрии развита в [7–11].

Для любого кристалла при стремлении упругой анизотропии к нулю возникает один и тот же универсальный предел, отвечающий изотропному телу. Вырожденные отражения в этом пределе сохраняются, их касались, в частности, в [12–15]. До-

полняя эти сведения с общих позиций, приведем полное описание и классификацию таких отражений.

СПЕЦИФИКА ОТРАЖЕНИЙ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН В ИЗОТРОПНОЙ СРЕДЕ

Если вместо кристалла выступает изотропное тело, то отраженных волн даже в самом общем случае оказывается две, а не три, как в кристаллах. Это связано с тем, что в изотропном теле поперечные волны двух независимых поляризаций распространяются с одинаковыми скоростями — имеет место вырождение.

В изотропном теле при падении объемной волны на границу с вакуумом возникает несколько возможных вариантов отраженных волн: обе отраженные волны могут быть объемными; одна отраженная волна может быть объемной, а вторая — локализованной у границы; может возникнуть лишь одна отраженная объемная волна. Реализуемость конкретного варианта и его особенности зависят от направления падающей волны и от той акустической ветви, к которой она принадлежит. Варьирование угла падения при этом позволяет выявить все ситуации, при которых отражение оказывается вырожденным — отражается лишь одна объемная волна. Если падающая и отраженная объемные волны принадлежат одной и той же акустической ветви — это случай чистого отражения. Если эти волны принадлежат разным акустическим ветвям, это — конверсионное отражение (иногда, по аналогии с оптикой, подобные отражения называют брьюстеровскими [1–3, 14, 15]).

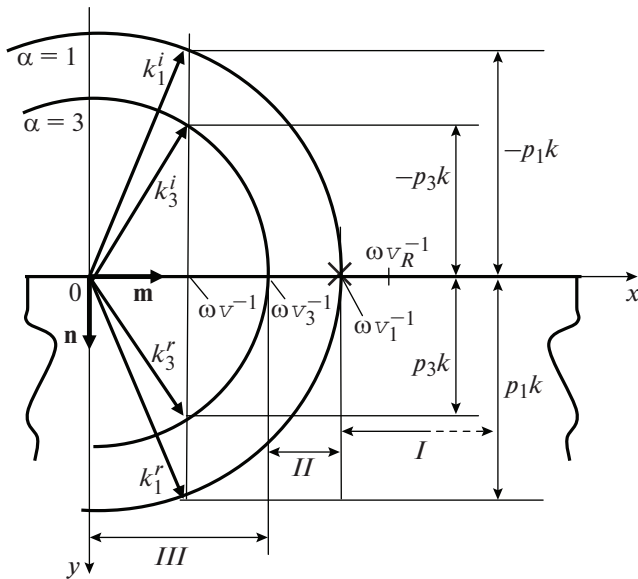


Рис. 1. Схемы вырожденных отражений от границы изотропного тела с вакуумом: конверсионные отражения — $(\mathbf{k}_1^i, \mathbf{A}_{\parallel}^i) \rightarrow (\mathbf{k}_3^r, \mathbf{A}_3^r)$, $(\mathbf{k}_3^i, \mathbf{A}_3^i) \rightarrow (\mathbf{k}_1^r, \mathbf{A}_{\parallel}^r)$, чистые — $(\mathbf{k}_1^i, \mathbf{A}_{\parallel}^i) \rightarrow (\mathbf{k}_1^r, \mathbf{A}_{\parallel}^r)$, $(\mathbf{k}_3^i, \mathbf{A}_3^i) \rightarrow (\mathbf{k}_3^r, \mathbf{A}_3^r)$. Точка, обозначенная крестом, отвечает особой объемной волне $\mathbf{k}_1 \parallel \mathbf{m} = (1, 0, 0)$, $\mathbf{A}_{1\perp} = (0, 0, 1)$.

Рассматривая различные варианты отражения, соотношения между падающими и отраженными волнами удобно анализировать, используя понятие поверхности медленностей [7]. В кристаллах это трехполостная поверхность, образованная концами волновых векторов объемных волн трех независимых поляризаций, когда эти векторы сканируют сферу всех возможных направлений распространения. В пределе перехода к изотропному телу эта поверхность становится двуполостной и представляет собой две концентрические сферы. Внешняя сфера отвечает поперечным, а внутренняя — продольным волнам. Сечение такой поверхности плоскостью падения (xy) представлено на рис. 1.

Ориентация границы твердого тела на рис. 1 задана единичным вектором нормали к ней $\mathbf{n}$, а направление распространения совокупного волнового поля вдоль поверхности — единичным вектором $\mathbf{m}$ ($\mathbf{m} \perp \mathbf{n}$). На рис. 1 $\mathbf{k}_\alpha^i$ и $\mathbf{k}_\alpha^r$ — волновые векторы падающих и отраженных волн ветвей $\alpha = 1, 3$. Соотношение между падающей и отраженными волнами зависит от угла падения $\psi_\alpha = \angle(\mathbf{k}_\alpha, \mathbf{m})$ или, что эквивалентно, от приведенной скорости распространения совокупного волнового поля $v = \omega/k$ (здесь ω — частота, $k = \mathbf{k}_\alpha^i \cdot \mathbf{m} = \mathbf{k}_\alpha^r \cdot \mathbf{m}$). Ветвь $\alpha = 1$ отвечает поперечным волнам, распространяющимся со скоростью $v_1^2 = c_{66}/\rho$ (здесь c_{66} — модуль упругости, ρ — плот-

ность кристалла). При этом волновому вектору $\mathbf{k}_1$ отвечают две независимые поляризации $\mathbf{A}_{\parallel} \parallel (xy)$ и $\mathbf{A}_{1\perp} \perp (xy)$. Вектор поляризации $\mathbf{A}_1 = \mathbf{A}_{\parallel} \cos \varphi + \mathbf{A}_{1\perp} \sin \varphi$ ($\mathbf{A}_{\parallel}^2 = \mathbf{A}_{1\perp}^2 = 1$) свободно вращается при изменении параметра φ , оставаясь ортогональным волновому вектору $\mathbf{k}_1$: $\mathbf{A}_1 \perp \mathbf{k}_1$. Ветвь $\alpha = 3$ отвечает продольным волнам ($\mathbf{A}_3 \parallel \mathbf{k}_3$), распространяющимся со скоростью $v_3^2 = c_{11}/\rho$.

Рассматривая волны ветвей $\alpha = 1, 3$, отметим, что падающая объемная волна с параметрами $(\mathbf{k}_1^i, \mathbf{A}_{\parallel}^i)$ или $(\mathbf{k}_3^i, \mathbf{A}_3^i)$ порождает две отраженные волны с параметрами $(\mathbf{k}_1^r, \mathbf{A}_{\parallel}^r)$ и $(\mathbf{k}_3^r, \mathbf{A}_3^r)$ [7, 12, 13] — рис. 1. При отражениях волн этих ветвей в континуальной области III ($0 < v^{-1} \leq v_3^{-1}$) обе отраженные волны объемные, а в области II ($v_3^{-1} < v^{-1} \leq v_1^{-1}$) одна из отраженных волн ($\mathbf{k}_1^r, \mathbf{A}_{\parallel}^r$) — объемная, а вторая ($\mathbf{k}_3^r, \mathbf{A}_3^r$) — локализованная у границы кристалла. В то же время падающая волна ветви $\alpha = 1$ с параметрами $(\mathbf{k}_1^i, \mathbf{A}_{1\perp}^i)$ порождает в объединенной области II—III ($0 < v^{-1} \leq v_1^{-1}$) лишь одну отраженную волну ($\mathbf{k}_1^r, \mathbf{A}_{1\perp}^r$). Этот вариант изначально отвечает чистому отражению при любом угле падения.

Цель дальнейшего рассмотрения — описать условия, при которых объемная волна с параметрами $(\mathbf{k}_1^i, \mathbf{A}_{\parallel}^i)$ или $(\mathbf{k}_3^i, \mathbf{A}_3^i)$ порождает лишь одну объемную волну — либо $(\mathbf{k}_1^r, \mathbf{A}_{\parallel}^r)$, либо $(\mathbf{k}_3^r, \mathbf{A}_3^r)$. Здесь возникают варианты конверсионных отражений $(\mathbf{k}_1^i, \mathbf{A}_{\parallel}^i) \rightarrow (\mathbf{k}_3^r, \mathbf{A}_3^r)$ и $(\mathbf{k}_3^i, \mathbf{A}_3^i) \rightarrow (\mathbf{k}_1^r, \mathbf{A}_{\parallel}^r)$, а также варианты чистых отражений $(\mathbf{k}_1^i, \mathbf{A}_{\parallel}^i) \rightarrow (\mathbf{k}_1^r, \mathbf{A}_{\parallel}^r)$ и $(\mathbf{k}_3^i, \mathbf{A}_3^i) \rightarrow (\mathbf{k}_3^r, \mathbf{A}_3^r)$ — рис. 1. Такие отражения могут быть реализованы при конкретных значениях угла падения. Далее будет рассмотрена реализуемость этих вариантов.

СОВОКУПНОЕ ВОЛНОВОЕ ПОЛЕ ПРИ ОТРАЖЕНИЯХ

Выпишем основные характеристики парциальных волн, участвующих в рассматриваемых отражениях. Волновые векторы $(\mathbf{k}_{1,3}^{i,r})$, нормированные амплитуды $(\mathbf{A}_{\parallel}^{i,r}, \mathbf{A}_{1\perp}^{i,r}, \mathbf{A}_3^{i,r})$, векторы механических сил $(\mathbf{L}_{\parallel}^{i,r}, \mathbf{L}_{1\perp}^{i,r}, \mathbf{L}_3^{i,r})$, создаваемых данными волнами, а также углы падения и отражения $\psi_{1,3}^{i,r}$ — функции модулей упругости и приведенной скорости v записываются в виде:

$$\begin{aligned}
\mathbf{k}_1^{i,r} &= (1, \mp p_1, 0)k, \\
\mathbf{A}_{\parallel}^{i,r} &= (\pm p_1, 1, 0)v_1/v, \quad \mathbf{A}_{\perp}^{i,r} = (0, 0, 1), \\
\mathbf{L}_{\parallel}^{i,r} &\parallel (2c_{66} - \rho v^2, \mp 2c_{66}p_1, 0)v_1/v, \\
\mathbf{L}_{\perp}^{i,r} &\parallel (0, \mp 2c_{66}p_1, 0), \quad \psi_1^{i,r} = \mp \arctg(p_1), \\
p_1(v^2) &= \sqrt{v^2/v_1^2 - 1}, \quad v_1^2 = c_{66}/\rho.
\end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{k}_3^{i,r} &= (1, \mp p_3, 0)k, \\
\mathbf{A}_3^{i,r} &= (1, \mp p_3, 0)v_3/v, \\
\mathbf{L}_3^{i,r} &\parallel (\mp 2c_{66}p_3, \rho v^2 - 2c_{66}, 0)v_3/v, \\
\psi_3^{i,r} &= \mp \arctg(p_3), \\
p_3(v^2) &= \sqrt{v^2/v_3^2 - 1}, \quad v_3^2 = c_{11}/\rho.
\end{aligned} \quad (2)$$

В этих соотношениях предполагается, что все парциальные волны объемные. Это справедливо для области III, в которой параметры p_1 и p_3 вещественны — рис. 1. В областях II и I параметр p_3 становится мнимым ($p_3 = iq_3$, $q_3 > 0$), а в области I мнимым оказывается и параметр p_1 ($p_1 = iq_1$, $q_1 > 0$). Во всех этих случаях, очевидно, в (1), (2) следует провести замену $\mathbf{k}_{1,3}^r \rightarrow \mathbf{k}_{1,3} = (1, iq_{1,3}, 0)k$ и сделать соответствующие изменения в остальных параметрах: $+p_{1,3} \rightarrow iq_{1,3}$.

Падающая и отраженные волны формируют совокупное волновое поле, зависящее от координат и времени t :

$$\mathbf{u}(x, y, t) = \mathbf{A}(y) \exp[ik(x - vt)]. \quad (3)$$

Здесь $y \geq 0$, $-\infty \leq x \leq \infty$, а векторная амплитуда общего волнового поля определяется амплитудами отдельных парциальных волн:

$$\mathbf{A}(y) = \begin{cases} C_{\parallel}^i \mathbf{A}_{\parallel}^i \exp(-ikp_1 y) \Big\} + \\ C_3^i \mathbf{A}_3^i \exp(-ikp_3 y) \Big\} + \\ + C_{\parallel}^r \mathbf{A}_{\parallel}^r \exp(ikp_1 y) + \\ + C_3^r \mathbf{A}_3^r \exp(ikp_3 y), \\ C_{\perp}^i \mathbf{A}_{\perp}^i \exp(-ikp_1 y) + \\ + C_{\perp}^r \mathbf{A}_{\perp}^r \exp(ikp_1 y). \end{cases} \quad (4)$$

Здесь $C_{\alpha}^{i,r}$ — амплитудные коэффициенты, соотношения между которыми определяются из граничных условий.

КОЭФФИЦИЕНТЫ ОТРАЖЕНИЯ

Условия механической свободы границы среды при падении на нее объемных волн различных поляризаций можно представить в следующей форме:

$$\begin{aligned}
\left. \begin{aligned} \mathbf{L}_{\parallel}^i C_{\parallel}^i \\ \mathbf{L}_3^i C_3^i \end{aligned} \right\} + \mathbf{L}_{\parallel}^r C_{\parallel}^r + \mathbf{L}_3^r C_3^r &= 0, \\ \mathbf{L}_{\perp}^i C_{\perp}^i + \mathbf{L}_{\perp}^r C_{\perp}^r &= 0.
\end{aligned} \quad (5)$$

Конкретизируя эти соотношения, имеем

$$\begin{aligned}
&\begin{pmatrix} 2c_{66} - \rho v^2 & 2c_{66}p_3 \\ 2c_{66}p_1 & \rho v^2 - 2c_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_{\parallel}^r v_1 \\ C_3^r v_3 \end{pmatrix} = \\
&= - \begin{cases} \begin{pmatrix} 2c_{66} - \rho v^2 \\ -2c_{66}p_1 \end{pmatrix} C_{\parallel}^i v_1, \\ \begin{pmatrix} -2c_{66}p_3 \\ \rho v^2 - 2c_{66} \end{pmatrix} C_3^i v_3, \end{cases} \\
&2c_{66}p_1 C_{\perp}^r = 2c_{66}p_1 C_{\perp}^i.
\end{aligned} \quad (6)$$

Отсюда вытекают следующие выражения для коэффициентов отражения:

$$\begin{aligned}
\frac{C_{\parallel}^r}{C_{\parallel}^i} &\equiv R_{11}^{\parallel} = \frac{C_3^r}{C_3^i} \equiv R_{33}^{\parallel} = -\frac{f_-}{f_+}, \\
\frac{C_3^r}{C_{\parallel}^i} &= R_{31}^{\parallel} = \frac{4c_{66}p_1 v_1}{f_+ v_3} g, \\
\frac{C_{\perp}^r}{C_3^i} &= R_{13}^{\parallel} = \frac{-4c_{66}p_3 v_3}{f_+ v_1} g, \\
\frac{C_{\perp}^r}{C_{\perp}^i} &\equiv R_{11}^{\perp} \equiv 1.
\end{aligned} \quad (7)$$

В этих выражениях введены функции

$$\begin{aligned}
f_{\pm}(v^2) &= g^2 \pm 4c_{66}^2 p_1 p_3, \\
g(v^2) &= \rho v^2 - 2c_{66}.
\end{aligned} \quad (8)$$

Здесь параметры $p_{1,3}(v^2)$ определены в (1), (2).

Знание коэффициентов отражения (7) упрощает дальнейший анализ отражений различных типов.

КОНВЕРСИОННЫЕ ОТРАЖЕНИЯ

При конверсионных отражениях падающая и отраженная волны принадлежат разным акустическим ветвям, так что в (7) $R_{13}^{\parallel}$, $R_{31}^{\parallel} \neq 0$, в то время как $R_{11}^{\parallel} = R_{33}^{\parallel} = 0$. Отсюда следует

$$f_-(v^2) = 0. \quad (9)$$

Здесь функция $f_-(v^2)$ задана в (8). После освобождения от иррациональностей соотношение (9) сводится к бикубическому уравнению

$$\begin{aligned}
\xi^6 - 8\xi^4 + 8(3 - 2\kappa)\xi^2 - 16(1 - \kappa) &= 0, \\
\kappa &= c_{66}/c_{11}, \quad \xi^2 = \rho v^2/c_{66}.
\end{aligned} \quad (10)$$

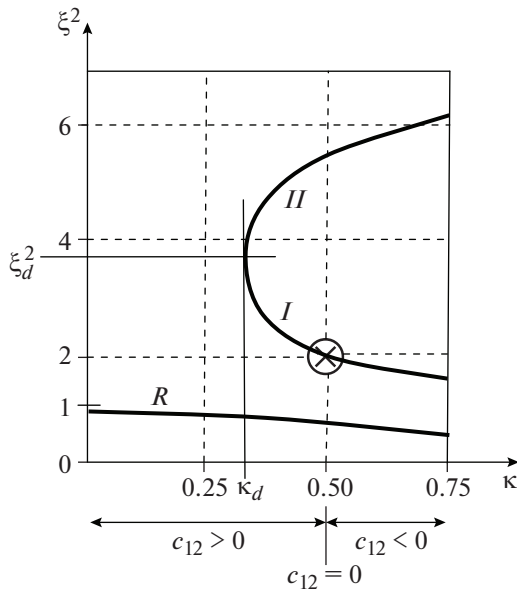


Рис. 2. Дисперсионные кривые конверсионных отражений (*I*, *II*) и рэлеевской волны (*R*) в изотропном теле. Здесь $\kappa = c_{66}/c_{11}$, $\xi^2 = \rho v^2/c_{66}$, ($\kappa_d \approx 0.321$, $\xi_d^2 \approx 3.6$). Точка, обозначенная символом $\otimes$ ($\rho v^2 = 2c_{66} = c_{11}$), отвечает чистому отражению поперечных волн: $\mathbf{k}_{1\parallel}^{i,r} \parallel (1, \mp 1, 0)$, $\mathbf{A}_{1\parallel}^{i,r} \parallel (\pm 1, 1, 0)$ и продольной особой объемной волне: $\mathbf{k}_3 \parallel \mathbf{A}_3 = \mathbf{m}$.

Это выражение совпадает с классическим уравнением, один из корней которого отвечает скорости рэлеевской волны [7, 12, 13]. Данный корень удовлетворяет уравнению

$$f_+(v^2) = 0, \quad (11)$$

в котором $p_{1,3} = iq_{1,3}$, $q_{1,3} > 0$, что реализуется в области *I*. Существенно, что, несмотря на отличие от уравнения (9), соотношение (11) после освобождения от иррациональностей также сводится к (10). Таким образом, уравнение (10) одновременно описывает как конверсионные отражения, так и рэлеевские волны. Положительные корни ξ_I^2 , $\xi_{II}^2 > 1$ отвечают конверсионным отражениям, а корень $0 < \xi_R^2 < 1$ — рэлеевской волне (рис. 1, 2). Корни ξ_I^2 и ξ_{II}^2 при этом попадают в область *III*. Конверсионные отражения возникают, если модули упругости кристалла удовлетворяют условию $\kappa = c_{66}/c_{11} \geq \kappa_d \approx 0.321$. Каждому значению величины κ ($\kappa > \kappa_d$) отвечают два различных значения ξ_I^2 и ξ_{II}^2 (при $\kappa < \kappa_d$ эти параметры комплексно-сопряжены). В свою очередь каждому из параметров ξ_I^2 и ξ_{II}^2 соответствуют два конверсионных отражения — $(\mathbf{k}_1^i, \mathbf{A}_{1\parallel}^i) \rightarrow (\mathbf{k}_3^r, \mathbf{A}_3^r)$ и $(\mathbf{k}_3^i, \mathbf{A}_3^i) \rightarrow$

$\rightarrow (\mathbf{k}_1^r, \mathbf{A}_{1\parallel}^r)$ — рис. 1. В точке вырождения (κ_d, ξ_d^2) корни ξ_I^2 и ξ_{II}^2 оказываются совпадающими: $\xi_d^2 = \xi_I^2 = \xi_{II}^2 \approx 3.6$.

ЧИСТЫЕ ОТРАЖЕНИЯ

При чистых отражениях падающая и отраженная волны принадлежат одной и той же акустической ветви. Так, падающая волна ветви $\alpha = 1$ с параметрами $(\mathbf{k}_1^i, \mathbf{A}_{1\perp}^i)$ порождает в объединенной области *III–II* лишь одну отраженную волну $(\mathbf{k}_1^r, \mathbf{A}_{1\perp}^r)$ той же ветви $\alpha = 1$. Для волн ветвей $\alpha = 1, 3$ с параметрами $(\mathbf{k}_1^i, \mathbf{A}_{1\parallel}^i)$, $(\mathbf{k}_3^i, \mathbf{A}_{3\parallel}^i)$ возникает несколько вариантов, которые и рассмотрим далее.

Наклонное падение. Чистым отражениям отвечают соотношения $R_{11}^{\parallel}, R_{33}^{\parallel} \neq 0$, $R_{13}^{\parallel} = R_{31}^{\parallel} = 0$, которые, согласно (7), будут удовлетворены при условии

$$g(v^2) = 0, \quad (12)$$

где функция $g(v^2)$ определена в (8). Условие (12) будет удовлетворено, когда

$$\rho v_0^2 = 2c_{66}. \quad (13)$$

Следовательно, при одной и той же скорости $v_0^2 = 2c_{66}/\rho$ чистые отражения должны одновременно реализоваться как в ветви $\alpha = 1$, так и в ветви $\alpha = 3$, когда соответственно

$$C_{1\parallel}^i = C_{1\parallel}^r, \quad p_1|v_0 = 1, \quad (14)$$

$$C_3^i = C_3^r, \quad p_3|v_0 = \sqrt{-c_{12}/c_{11}}. \quad (15)$$

Параметры поперечных волн, участвующих в чистом отражении, в соответствии с (14) задаются выражениями

$$\begin{aligned} \mathbf{k}_{1\parallel}^{i,r} \parallel (1, \mp 1, 0), \quad \mathbf{A}_{1\parallel}^{i,r} \parallel (\pm 1, 1, 0), \\ \psi_1^{i,r} = \mp \arctg(1) = \mp \pi/4. \end{aligned} \quad (16)$$

Как видим, имеют место наклонное падение и отражение объемных поперечных волн. Соответствующая точка на дисперсионных кривых, представленная на рис. 2 символом $\otimes$, отвечает частному случаю $\rho v_0^2 = 2c_{66} = c_{11}$. Это специальное соотношение между модулями упругости соответствует модельной среде, в которой $c_{12} = c_{11} - 2c_{66} = 0$.

Что касается чистых отражений продольных волн, то выражение $p_3|v_0$ (15) может иметь смысл лишь при $c_{12} < 0$. Это не противоречит условиям устойчивости ($0 < \kappa < 3/4$), хотя выглядит достаточно экзотичным, а при $c_{12} > 0$ параметр $p_3|v_0$

оказывается мнимым, что отвечает нефизическому решению.

Нормальное падение. При нормальном падении объемной волны на границу среды приведенная скорость v стремится к бесконечности: $v = (\omega/k)_{k \rightarrow 0} \rightarrow \infty$. При этом, как вытекает из соотношений (7) и (8), в соответствии с [12] имеем

$$\begin{aligned} R_{11}^{\parallel} = R_{33}^{\parallel} = -1, \quad R_{13}^{\parallel} = R_{31}^{\parallel} = 0, \\ C_{11}^i = -C_{11}^r, \quad C_3^i = -C_3^r. \end{aligned} \quad (17)$$

Отражение поперечных и продольных волн происходит совершенно независимо. Для параметров волн, участвующих в данных отражениях, справедливы выражения

$$\begin{aligned} \mathbf{k}_1^{i,r} \parallel \mp \mathbf{n}, \quad \mathbf{A}_{11}^{i,r} \parallel \pm \mathbf{m}, \\ \mathbf{k}_3^{i,r} \parallel \mp \mathbf{n}, \quad \mathbf{A}_{31}^{i,r} \parallel \mp \mathbf{n}. \end{aligned} \quad (18)$$

Как в случае поперечных, так и в случае продольных волн падающая и отраженная волны идут навстречу друг другу вдоль одного и того же направления. При этом возникают стоячие волны:

$$\mathbf{u}(y, t) = \left\{ \begin{aligned} &C_{11}^i \mathbf{m} \cos[(\omega/v_1)y] \\ &C_3^i \mathbf{n} \cos[(\omega/v_3)y] \end{aligned} \right\} \exp(-i\omega t). \quad (19)$$

Особые объемные волны. При $v^2 = v_1^2 = c_{66}/\rho$, когда в формулах (1) $p_1 = 0$, происходит вырождение: $\mathbf{k}_1^i = \mathbf{k}_1^r = k\mathbf{m}$. При этом $\mathbf{L}_{11}^i = \mathbf{L}_{11}^r = 0$, хотя $C_{11}^i = C_{11}^r \neq 0$. В этом случае возникает собственное решение, описывающее особую объемную волну, поперечную, распространяющуюся строго вдоль поверхности со скоростью v_1 :

$$\mathbf{u}(x, t) = C_{11}^i \mathbf{A}_{11} \exp[ik(x - v_1 t)], \quad k = \omega/v_1. \quad (20)$$

На рис. 1 точка, отвечающая этой волне, выделена крестом.

Кроме такой особой объемной волны может существовать вторая подобная волна — продольная [16]. Действительно, из соотношения (15) следует, что при $c_{12} = 0$, когда $\rho v_0^2 = 2c_{66} = c_{11}$,

$$p_3|_{v_0} = 0. \quad (21)$$

Тогда из (2) вытекает $\mathbf{L}_3^i = \mathbf{L}_3^r = 0$, хотя при этом $C_3^i = C_3^r \neq 0$. Таким образом, в данном случае граничным условиям удовлетворяет собственное решение, имеющее вид

$$\begin{aligned} \mathbf{u}(x, t) = C_3^i \mathbf{m} \exp[ik(x - v_3 t)], \\ k = \omega/v_3, \quad v_3 = \sqrt{c_{11}/\rho}. \end{aligned} \quad (22)$$

Соответствующая решению точка на дисперсионной кривой отмечена на рис. 2. Такая волна существует в модельном кристалле, в котором $c_{12} = 0$.

ОБСУЖДЕНИЕ

Отметим, что в изотропном теле вектор поляризации поперечных волн $\mathbf{A}_1 = \mathbf{A}_{11} \cos \varphi + \mathbf{A}_{1\perp} \sin \varphi$ при изменении параметра φ может иметь различную ориентацию. Рассмотренные чистые отражения волны с поляризацией $\mathbf{A}_{11}$ при наклонном падении характеризуются приведенной скоростью $v_0^2 = 2c_{66}/\rho$ (13). Такое чистое отражение сохраняется и в более общем случае, когда вместо вектора $\mathbf{A}_{11}$ выступает полный вектор $\mathbf{A}_1 = \mathbf{A}_{11} \cos \varphi + \mathbf{A}_{1\perp} \sin \varphi$, поскольку отражение поперечной волны с вектором поляризации $\mathbf{A}_{1\perp}$ при любом угле падения является чистым: $R_{11}^{\perp} = 1$ (7).

С другой стороны, конверсионное отражение поперечной волны с вектором поляризации $\mathbf{A}_1 = \mathbf{A}_{11} \cos \varphi + \mathbf{A}_{1\perp} \sin \varphi$ оказывается невозможным, поскольку при отражении обязательно возникает отраженная компонента с вектором поляризации $\mathbf{A}_{1\perp}$.

Автор выражает благодарность В.И. Альшицу за ряд ценных замечаний.

Работа выполнена при поддержке Федерального агентства научных организаций (соглашение № 007-ГЗ/ЧЗ363/26).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Любимов В.Н., Филиппов В.В. // Акуст. журн. 1980. Т. 26. Вып. 2. С. 225.
2. Любимов В.Н., Филиппов В.В. // Изв. АН БССР. 1980. Вып. 5. С. 121.
3. Любимов В.Н., Альшиц В.И. // Кристаллография. 1982. Т. 27. Вып. 5. С. 851.
4. Любимов В.Н., Бессонов Д.А., Альшиц В.И. // Кристаллография. 2018. Т. 63. № 4. С. 593.
5. Альшиц В.И., Бессонов Д.А., Любимов В.Н. // Письма в ЖЭТФ. 2017. Т. 106. Вып. 1. С. 45.
6. Альшиц В.И., Бессонов Д.А., Любимов В.Н. // ЖЭТФ. 2016. Т. 149. Вып. 4. С. 796.
7. Федоров Ф.И. Теория упругих волн в кристаллах. М.: Наука, 1965. 388 с.
8. Alshits V.I., Lothe J. // Wave Motion. 1981. V. 3. P. 297.
9. Lothe J., Wang L. // Wave Motion. 1995. V. 21. P. 163.
10. Wang L., Lothe J. // Wave Motion. 1992. V. 16. P. 89.
11. Gundersen S.A., Wang L., Lothe J. // Wave Motion. 1991. V. 14. P. 129.
12. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория упругости. М.: Наука, 1965. 204 с.
13. Бреховских Л.М. Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973. 343 с.
14. Викторов И.А. // Докл. АН СССР. 1976. Т. 228. Вып. 3. С. 67.
15. Викторов И.А. // Акуст. журн. 1976. Т. 22. Вып. 5. С. 675.
16. Любимов В.Н., Бессонов Д.А., Альшиц В.И. // Кристаллография. 2016. Т. 61. Вып. 3. С. 439.