

УСИЛЕНИЕ ФЛУОРЕСЦЕНЦИИ, РАСПРОСТРАНЯЮЩЕЙСЯ
В ВОЛНОВОДНОМ РЕЖИМЕ В ПЛАНАРНОМ СЛОЕ
НЕМАТИЧЕСКОГО ЖИДКОГО КРИСТАЛЛА© 2019 г. Н. М. Штыков^{1,*}, С. П. Палто¹, Б. А. Уманский¹, Д. О. Рыбаков¹, И. В. Симдянкин¹¹Институт кристаллографии им. А.В. Шубникова ФНИЦ “Кристаллография и фотоника” РАН, Москва, Россия

* E-mail: nshtykov@mail.ru

Поступила в редакцию 12.04.2018 г.

После доработки 28.04.2018 г.

Принята к публикации 07.05.2018 г.

Экспериментально исследовано усиление спонтанной флуоресценции в планарном слое нематического жидкого кристалла, легированного красителем DCM, в режиме волноводного распространения света. Величина показателя усиления достигает значения $\alpha = 0.0014 \text{ мкм}^{-1}$ при интенсивности излучения накачки 1.38 МВт/см^2 . Численное моделирование структуры, имитирующей экспериментальную ячейку, показало качественное совпадение расчетных результатов с экспериментальными данными.

DOI: 10.1134/S0023476119020279

ВВЕДЕНИЕ

Изучение лазерного эффекта в жидких кристаллах (ЖК) является одним из новейших направлений фундаментальных исследований, которое в последние годы интенсивно развивается во всем мире [1]. Идея получения лазерной генерации в условиях, когда обратная связь создается не внешними зеркалами, как в традиционных лазерных схемах, а пространственной периодичностью диэлектрической проницаемости или коэффициентом усиления среды, была предложена в [2]. Эта идея распределенной обратной связи (РОС) реализуется для ЖК в различных вариантах. Большинство работ посвящены лазерной генерации света в холестерических жидких кристаллах (ХЖК), которые имеют внутреннюю пространственно периодическую (спиральную) структуру [3–6]. Речь идет о лазерной генерации на краях фотонной зоны (области селективного отражения), связанной с брэгговскими модами вдоль оси спиральной структуры, которая ориентирована нормально к плоскости слоя ХЖК. Впервые лазерная генерация по такой схеме экспериментально получена в 1980 г. [3]. В этом варианте в качестве РОС работает первый порядок брэгговской схемы дифракции излучения на структуре с периодом в половину шага спирали.

Второй вариант реализации РОС связан с использованием пространственно периодических структур (микрорешеток) на границе слоя ЖК, аналогично предложенному в [7] для плоских волноводов, в которых одна из поверхностей яв-

ляется рифленой. Распределенная обратная связь осуществляется при выполнении брэгговского условия, когда период неоднородности Λ равен целому числу полуволн генерируемого света:

$$\Lambda = m \frac{\lambda}{2n},$$

где m – порядок дифракции (целое число), λ – длина волны света в вакууме, n – показатель преломления среды. В твердотельных волноводах такая схема РОС была реализована на 6-м, 12-м и 25-м [8, 9] порядках брэгговской дифракции.

В случае ЖК реализация этой идеи основана на использовании системы встречно-штыревых электродов (СВШЭ) на поверхности одной из подложек ЖК-ячейки. В [10] непрозрачные электроды с периодом 15 мкм выполняли двойную задачу. Во-первых, они в качестве непрозрачной маски обеспечивали пространственную модуляцию усиления среды, во-вторых, использовались для изменения эффективного показателя преломления среды в результате переориентации оптической оси ЖК под действием электрического напряжения, приложенного к СВШЭ. Лазерная генерация наблюдалась на высших порядках ($m \sim 75$) брэгговской дифракции. Используя СВШЭ с меньшими периодами, удалось получить генерацию света на 19-м ([11], период 3.75 мкм) и 9-м ([12], период 1.76 мкм) порядках брэгговской дифракции.

Большой интерес для исследования лазерного эффекта в ЖК представляют структуры с распределенными отражателями. Микролазер по этой

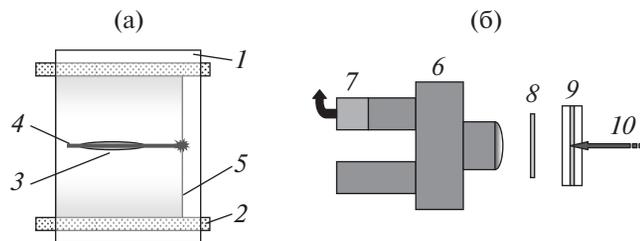


Рис. 1. Конструкция экспериментальных ячеек 1, 2 и вид области накачки (вытянутый эллипс) при исследовании флуоресценции нормально плоскости ячеек (а). Схема измерения усиленного излучения флуоресценции в ЖК-волноводе с помощью микроскопа (б): 1 – кварцевые пластины, 2 – тefлоновые прокладки, 3 – область накачки, 4 – область волноводного усиления флуоресценции, 5 – мениск на границе ЖК–воздух, 6 – микроскоп, 7 – конденсор оптоволоконного спектрометра, 8 – оптический фильтр, 9 – образец, 10 – пучок излучения накачки.

схеме состоит из слоя однородно ориентированного ЖК, помещенного между двумя жидкокристаллическими брэгговскими зеркалами, отражательные свойства которых можно регулировать электрическим полем. То есть в данном случае ЖК-микролазер образуется по классической лазерной схеме из двух принципиальных элементов: активной ЖК-среды и ЖК-зеркал.

В настоящей работе предпринята попытка оценки показателя усиления активной ЖК-среды в режиме волноводного распространения излучения флуоресценции красителя в слое нематического ЖК (НЖК). В [13] впервые продемонстрирована возможность усиления лазерной генерации холестерического микролазера с помощью планарно-ориентированного анизотропного слоя НЖК, допированного красителем. Полученные показатели усиления достигали величин $\alpha_{\parallel} = 0.066$ и $\alpha_{\perp} = 0.056 \text{ мкм}^{-1}$.

СХЕМА ЭКСПЕРИМЕНТА И ПОЛУЧЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Для изучения эффекта усиления спонтанной флуоресценции в режиме волноводного распространения изготовлены две типичные ячейки типа “сэндвич” (рис. 1а) с планарной ориентацией директора ЖК. Для обеспечения условий волноводного распространения света в ячейках в качестве подложек использовались кварцевые пластины (1), имеющие малый показатель преломления ($n_q = 1.46$). В ячейке 1 направление натирания ориентирующих полиимидных пленок на поверхности кварцевых подложек вертикально в плоскости рис. 1а, т.е. директор ЖК направлен перпендикулярно волноводному каналу (4), формируемому областью накачки, имеющей вид горизонтального сильно вытянутого эллипса (3).

В ячейке 2 направление натирания ориентирующих полиимидных пленок горизонтально и директор ЖК направлен вдоль волноводного канала.

Толщина слоя ЖК в ячейке задавалась с помощью тefлоновых прокладок (2). По интерференции света в пустых ячейках измерялись толщины ячеек, которые оказались равны 4.2 мкм (№ 1) и 5.9 мкм (№ 2). После этого в ячейки заправляли ЖК-материал, представляющий собой раствор красителя ДСМ (4-дицианометилен-2-метил-6-(4-диметил-аминостирил)-4Н-пиран) в концентрации 0.62% в НЖК ЛЖК-2.

Для выбора области, из которой регистрируется излучение флуоресценции, и локализации ее размеров использовался микроскоп (6 на рис. 1б) с длиннофокусным объективом (около 10 см). В левой окулярной трубке микроскопа установлена конденсорная линза спектрометра (7) для измерения спектров люминесценции из выбранной области ячейки. Спектральные свойства образцов измерялись с помощью оптоволоконного спектрометра AvaSpec-2048-USB2-UA. Правая окулярная трубка микроскопа с окуляром использовалась для поиска необходимой области люминесценции в ячейке (9). В оптическом стекле ОС-14 (8) поглощалось излучение накачки (10).

Установлено, что на мениске (5 на рис. 1а), возникающем на границе ЖК с воздухом, происходит очень сильное рассеивание волноводного излучения, которое легко регистрируется спектрометром. Мениск может быть образован пузырьком воздуха в слое ЖК или границей ЖК–воздух (5) вследствие неполного заполнения ячейки ЖК.

Схема измерения флуоресценции нормально плоскости ячейки была следующей. Для того чтобы излучение накачки, прошедшее через ячейку, не попадало в конденсорную линзу спектрометра (7, рис. 1б) и не перегружало CCD-элементы матрицы спектрометра, ячейка была повернута вокруг вертикальной оси на угол 20° относительно направления луча накачки. Одновременно на такой же угол относительно направления луча накачки смещали конденсорную линзу спектрометра для сбора излучения флуоресценции, выходящего из ячейки нормально плоскости НЖК-слоя.

При накачке ячейки 2 излучением полупроводникового лазера с длиной волны 445 нм и поляризацией света накачки вдоль директора ЖК измерялись поляризационные свойства излучения флуоресценции. Интенсивность флуоресценции с линейной поляризацией параллельно направлению директора ЖК почти в 6 раз превышает интенсивность флуоресценции с поляризацией перпендикулярно директору ЖК. Отметим, что средняя интенсивность излучения накачки в этом случае не превышает 180 Вт/см^2 , т.е. суще-

ственно ниже интенсивностей, ведущих к нелинейным оптическим эффектам.

При исследованиях флуоресценции образцов с накачкой второй (532 нм) или третьей (355 нм) гармоникой импульсного неодимового лазера (Nd : ИАГ) с длительностью импульса около 10 нс область накачки после фокусировки луча цилиндрической линзой имела размеры $30 \text{ мкм} \times 2.3 \text{ мм}$ и площадь $S = 0.69 \times 10^{-3} \text{ см}^2$. Результаты измерения флуоресценции на ячейке 1 при накачке третьей гармоникой с поляризацией луча вдоль директора НЖК представлены на рис. 2а. Частота следования лазерных импульсов 2 Гц. Усредненные спектры по 30 импульсам накачки. В этом случае максимальные интенсивности накачки существенно превышают интенсивности накачки полупроводниковым лазером.

При небольших интенсивностях накачки ($0.13\text{--}0.33 \text{ МВт/см}^2$) форма спектров соответствует обычному спектру флуоресценции, полученному при накачке полупроводниковым лазером с небольшой интенсивностью. При больших интенсивностях накачки на спектре спонтанной флуоресценции с максимумом при 578 нм возникает еще один пик в диапазоне 606–608 нм, интенсивность которого существенно растет при увеличении интенсивности накачки. В отличие от него интенсивность пика спонтанной флуоресценции выходит на насыщение. Более убедительно эффект усиления флуоресценции проявляется при накачке светом, линейно поляризованным поперек директора НЖК (рис. 2б). Такая картина возникает из-за того, что при накачке пучком с поляризацией перпендикулярно директору ЖК поглощение излучения накачки меньше, чем в случае накачки с поляризацией вдоль директора. Соответственно меньше и интенсивность спонтанной флуоресценции. Поэтому пик усиленной в ЖК-волноводе флуоресценции становится существенно больше пика спонтанной флуоресценции именно для случая излучения накачки, поляризованного перпендикулярно директору ЖК.

Такое поведение спектров флуоресценции можно объяснить тем, что при больших интенсивностях накачки среда становится активной, т.е. возникают усиление и стимулированная эмиссия излучения. При этом возможности усиления для спонтанной флуоресценции, распространяющейся в слое НЖК в волноводном режиме, существенно больше, чем для лучей, выходящих из слоя под углами, близкими к нормали. Это объясняется существенным различием в длине пути для спонтанного излучения в активной среде в этих двух случаях. Для волноводных мод длина пути усиления равна $\sim 2 \text{ мм}$ (длина линии накачки), а для излучения, выходящего нормально к плоскости ячейки, длина пути равна прибли-

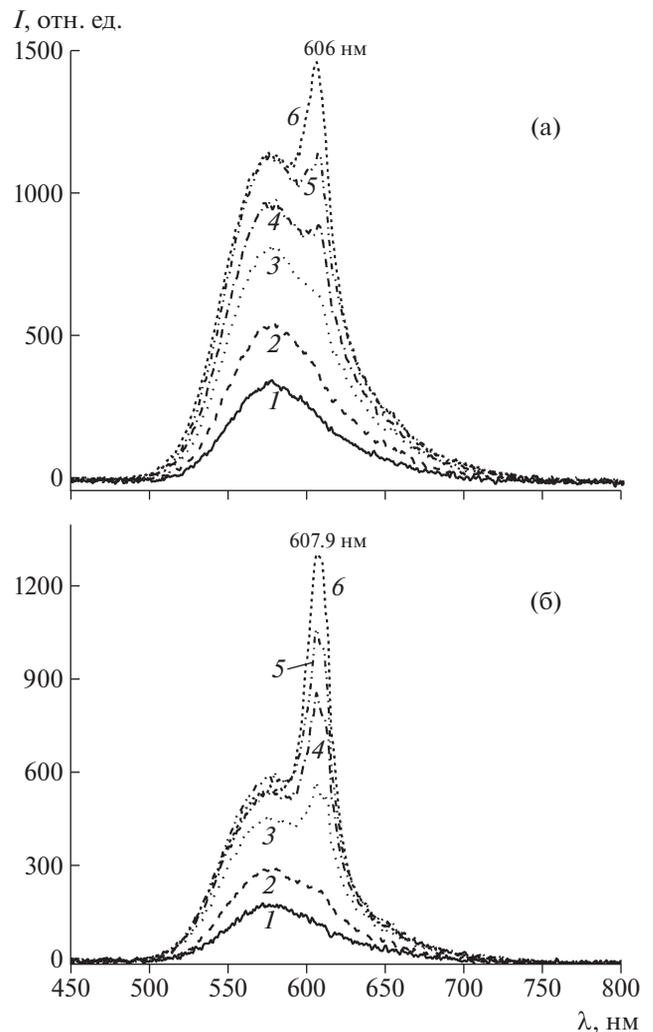


Рис. 2. Спектры флуоресценции нормально плоскости ячейки 1 при различных интенсивностях накачки третьей гармоникой импульсного лазера (355 нм) с поляризацией пучка параллельно (а) и перпендикулярно (б) направлению директора ЖК. Интенсивности накачки: а – 0.13 (1), 0.23 (2), 0.46 (3), 0.59 (4), 0.99 (5), 1.98 МВт/см² (6); б – 0.13 (1), 0.33 (2), 0.66 (3), 0.99 (4), 1.32 (5), 1.78 МВт/см² (6).

тельно толщине НЖК-слоя, т.е. $\sim 5 \text{ мкм}$. Подчеркнем, что при регистрации флуоресценции нормально к слою НЖК наблюдение спектров усиления волноводных мод в случае идеального (не рассеивающего) волновода было бы невозможно. Возможность их наблюдения свидетельствует о довольно сильном рассеивании волноводных мод как на флуктуациях поля директора, так и на дефектах в слое НЖК.

Аналогичные спектры флуоресценции наблюдаются (рис. 3а) при накачке ячейки второй гармоникой импульсного лазера (532 нм). Поляризация пика усиленной флуоресценции (606.9 нм, рис. 3а) соответствует поляризации *ТМ*-мод ЖК-

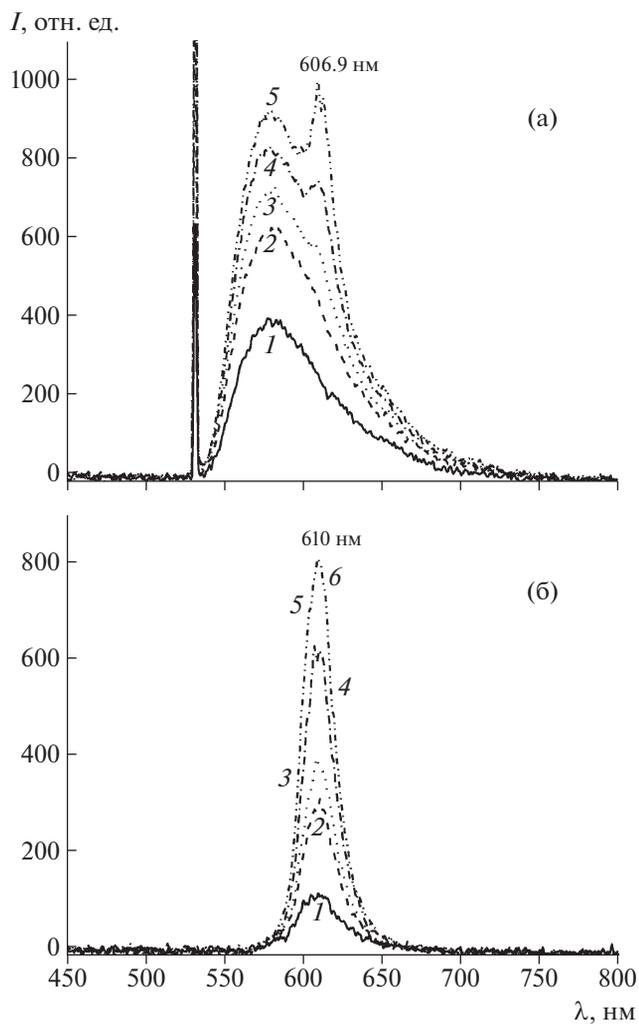


Рис. 3. Спектры флуоресценции нормально плоскости ячейки 1 при различных интенсивностях накачки второй гармоникой импульсного лазера (532 нм); 1 – 0.32, 2 – 0.67, 3 – 0.87, 4 – 1.09, 5 – 1.52 МВт/см² (а). Спектры флуоресценции усиленного волноводного излучения в ячейке 2, рассеянного на мениске и регистрируемого с помощью микроскопа (рис. 1б), при интенсивностях накачки: 1 – 0.94, 2 – 1.09, 3 – 1.16, 4 – 1.23, 5 – 1.38 МВт/см² (б).

волновода, т.е. параллельна направлению директора ЖК. На рис. 3б представлены спектры флуоресценции волноводного излучения, рассеянного на мениске в ячейке 2 при накачке второй гармоникой (532 нм) импульсного лазера с поляризацией параллельно директору ЖК. Как видно из рисунка, спектры усиленной волноводной флуоресценции подтверждают предположения о том, что длинноволновый пик флуоресценции на рис. 2 и 3а относится к усиленному волноводному излучению флуоресценции. Пик волноводной флуоресценции (610 нм, рис. 3б) сдвинут на 32 нм в длинноволновую область спектра относительно максимума спонтанной флуоресценции (578 нм).

На рис. 4 изображена зависимость максимума интенсивности усиленной волноводной флуоресценции, рассеянной на мениске и регистрируемой с помощью микроскопа (рис. 1б), от интенсивности излучения накачки в ячейке 2. Для оценки величины показателя усиления активной среды будем исходить из известной формулы для усиления света

$$I_{\alpha} = I_s \exp(\alpha L), \quad (1)$$

где I_{α} – интенсивность света на выходе волновода длины L , I_s – интенсивность спонтанной флуоресценции света, α – показатель усиления активной среды. Из эксперимента получен набор интенсивностей в зависимости от уровня накачки (I , рис. 4). Разделим выражение (1) для любой интенсивности накачки на выражение, соответствующее самой меньшей интенсивности накачки, и преобразуем результат к виду

$$\alpha - \alpha_{\min} = \frac{1}{L} \ln \left(\frac{I_{\alpha}/I_{\text{нак}}}{I_{\alpha,\min}/I_{\text{нак},\min}} \right). \quad (2)$$

При преобразовании этого выражения принято допущение, что интенсивность спонтанной флуоресценции света пропорциональна интенсивности излучения накачки $I_s \sim I_{\text{нак}}$. Величины $I_{\alpha,\min}$, $I_{\text{нак},\min}$ и α_{\min} относятся к самой меньшей интенсивности. Формально из (2) можно оценить только разницу в показателях усиления для двух уровней накачки, но, так как α_{\min} существенно меньше всех остальных величин α , ей можно пренебречь. С использованием формулы (2) вычислены величины показателя усиления α для различных уровней накачки (рис. 4). В [14] для красителя DCM (Aldrich) в ЖК-смеси E7 (Merck) при интенсивности накачки 2.8 МВт/см² второй гармоникой неодимового лазера (532 нм) измеренный показатель усиления равен 0.0005 мкм⁻¹, т.е. попадает в полученный в настоящей работе диапазон величин α .

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ УСИЛЕНИЯ СПОНТАННОЙ ФЛУОРЕСЦЕНЦИИ В РЕЖИМЕ ВОЛНОВОДНОГО РАСПРОСТРАНЕНИЯ СВЕТА В СЛОЕ НЖК МЕЖДУ КВАРЦЕВЫМИ ПОДЛОЖКАМИ

Для сравнения экспериментальных результатов с теорией проведено численное моделирование распространения света в структуре, имитирующей экспериментальный образец в условиях накачки, т.е. при наличии усиления света в среде волновода (слой НЖК). Численное моделирование проводилось методом конечных разностей во временном домене (FDTD – finite difference time domain) с использованием программного обеспечения OptiFDTD, доступного в интернете на сайте Optiwave [15]. Метод FDTD основывается на

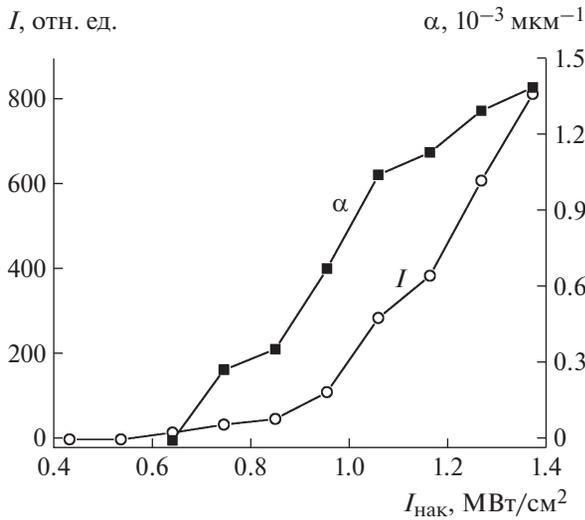


Рис. 4. Зависимости интенсивности I усиленной волноводной флуоресценции в максимуме спектра и величины показателя усиления α от интенсивности излучения накачки $I_{\text{нак}}$.

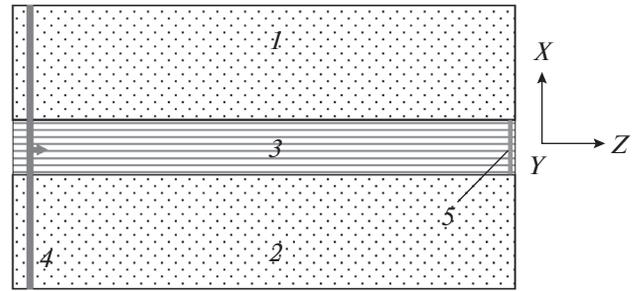


Рис. 5. Схематическое изображение модели НЖК-ячейки и связанной с ней системы координат: 1, 2 – кварцевые пластины, 3 – планарно-ориентированный слой НЖК, 4 – начальный фронт световой волны и направление его распространения, 5 – виртуальный датчик (линия) регистрации излучения.

прямом численном решении зависящих от времени уравнений Максвелла.

Слой НЖК, контактирующий с кварцевыми подложками, можно рассматривать как плоский волновод, поскольку на его границах могут быть реализованы условия полного внутреннего отражения света. В качестве модели экспериментальной НЖК-ячейки использовалась структура, изображенная на рис. 5. Центральная полоса (3) толщиной 5.0 мкм и длиной 18 мкм является сечением слоя ЖК, размещенного между двумя подложками (1, 2) из кварцевого стекла. Материал волновода имитирует планарно-ориентированный (оптическая ось направлена вдоль оси Z) НЖК ЛЖК-2 с красителем DCM. Вертикальной линией (5) на правом краю волновода изображена линия наблюдения, которая служит для регистрации спектра излучения, прошедшего через волновод. Вертикальная линия со стрелкой (4) обозначает источник световой волны, распространяющейся в правую сторону вдоль волновода.

Для моделирования процесса усиления света в волноводе в дисперсионную модель Лоренца были введены резонансные области усиления и поглощения. Согласно экспериментальным данным по поглощению и усиленной флуоресценции красителя DCM (рис. 3б) зоне усиления соответствуют параметры $\lambda_1 = 610$, $\Delta\lambda_1 = 23$ нм, зоне поглощения – $\lambda_2 = 470$, $\Delta\lambda_2 = 97$ нм. Здесь λ_1 и λ_2 – длины волн центров дисперсионных областей, а $\Delta\lambda_1$ и $\Delta\lambda_2$ – полуширина дисперсионных зон.

Расчет спектров усиленной флуоресценции проводился для TM_0 -моды волновода. Основная

мода TM_0 , волновой вектор которой отклонен от оси волновода на минимальный угол ($\sim 3^\circ$), не содержит нулей в распределении амплитуды поля H_y и имеет форму купола с максимумом на оси волновода. На рис. 6 представлены спектры флуоресценции, рассчитанные на выходе НЖК-волновода при различных показателях усиления активной среды. При нулевом показателе усиления получается обычный спектр спонтанной флуоресценции, похожий на экспериментальный (рис. 2) при малых уровнях накачки. По мере увеличения показателя усиления на спектрах все отчетливее виден вклад усиленной спонтанной флуоресценции, как и в эксперименте (рис. 2).

Как следует из экспериментальных результатов (рис. 4), коэффициент усиления интенсивности флуоресценции ($K = I_\alpha/I_s = \exp[\alpha L]$) на длине

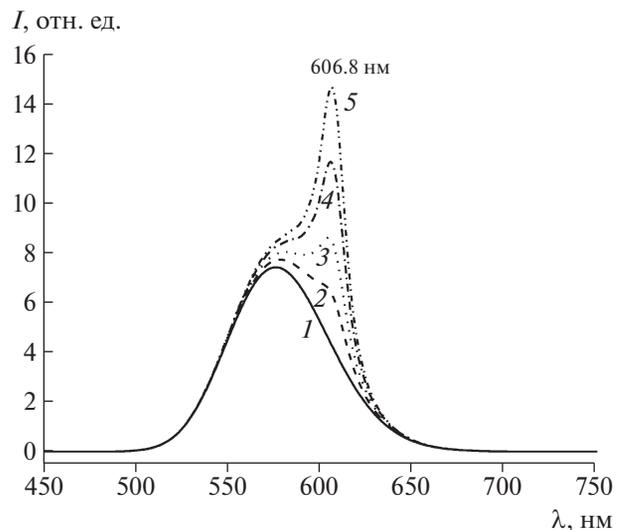


Рис. 6. Результаты моделирования усиления спонтанной флуоресценции в НЖК-волноводе при различных показателях усиления α активной среды: 1 – 0, 2 – 0.017, 3 – 0.033, 4 – 0.049, 5 – 0.060 мкм⁻¹.

волны 610 нм изменяется от 1.9 до 23.6 при возрастании интенсивности накачки от 0.75 до 1.38 МВт/см². Моделирование эффекта усиления при использовании экспериментальных параметров (показатель усиления α в диапазоне $(2.75 \times 10^{-4}) - (1.38 \times 10^{-3})$ мкм⁻¹ и длина волновода 2.3 мм) не представляется возможным из-за очень большого времени счета (несколько суток для одного набора параметров). Поэтому для демонстрации эффекта усиления использовался волновод на 2 порядка более короткий, чем в эксперименте. Такая замена не вносит никаких принципиальных особенностей в эффект усиления. Однако для получения таких же, как в эксперименте, значений коэффициента усиления интенсивности флуоресценции (K) потребовалось увеличить показатели усиления α . Правомочность этой процедуры подтверждается тем, что показатели усиления, при которых наблюдается эффект усиления при моделировании, близки к величинам, полученным в [13] для слоя НЖК сравнимой толщины (50 мкм). В этом случае показатели усиления достигали величин $\alpha_{\parallel} = 0.066$ мкм⁻¹ вдоль директора и $\alpha_{\perp} = 0.056$ мкм⁻¹ перпендикулярно директору.

Таким образом, показатели усиления, вычисленные из экспериментальных спектров волноводного усиления (рис. 4), существенно меньше используемых при моделировании потому, что длина волновода в эксперименте была почти на 2 порядка больше, чем при моделировании. В этом случае для получения такого же коэффициента усиления на длине волновода требуется существенно меньшее значение показателя усиления. Другой возможной причиной малых значений показателей усиления в эксперименте может служить рассеивание света на большом количестве дефектов структуры ЖК при большой длине волновода и рассеивание света за счет флуктуаций директора ЖК.

ВЫВОДЫ

Экспериментально исследовано усиление спонтанной флуоресценции света в планарном слое НЖК, легированного красителем, в волноводном режиме. Измерены спектры усиленного излучения в НЖК-волноводе. Обнаружено, что увеличение интенсивности накачки приводит к изменению спектра спонтанной флуоресценции за счет инверсии населенности электронных состояний, обеспечивающих излучение в длинноволновой области спектра.

Таким образом, экспериментально показано, что однородно ориентированный тонкий слой ЖК может выступать в качестве активной лазерной среды при поперечной оптической накачке.

Для материала, допированного лазерным красителем ДСМ, измерены зависимости усиленной флуоресценции от интенсивности накачки и определены энергетические пороги ее возбуждения, которые оказались на уровне 0.3 МВт/см². Обнаружено, что пик усиленной волноводной флуоресценции не совпадает с максимумом спонтанной флуоресценции (578 нм), а сдвинут в длинноволновую область спектра на 28–32 нм.

Для объяснения наблюдаемых экспериментально результатов проведено численное моделирование, которое для рассматриваемой системы подтверждает возможность усиления спонтанной флуоресценции для ТМ-мод волновода. Сравнение результатов моделирования с экспериментом указывает на существенный вклад в усиление процессов рассеивания излучения реальным ЖК-слоем. Один из возможных механизмов такого рассеивания может быть связан с флуктуациями поля директора ЖК.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант № 14-12-00553).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Liquid Crystal Microlasers / Eds. Blinov L.M., Bartolino R. Kerala. India: Transworld Research Network, 2010. 270 p.
2. Kogelnik H., Shank C.V. // J. Appl. Phys. 1972. V. 43. № 5. P. 2327.
3. Ильчишин И.П., Тихонов Е.А., Тищенко В.Г. и др. // Письма в ЖЭТФ. 1980. Т. 32. № 1. С. 27.
4. Cao W., Munos A., Palffy-Muhoray P. et al. // Nat. Mater. 2002. V. 1. № 2. P. 111.
5. Chanishvili A., Chilaya G., Petriashvili G. et al. // Appl. Phys. Lett. 2005. V. 86. № 5. P. 051107.
6. Belyakov V.A., Semenov S.V. // ЖЭТФ. 2009. Т. 136. № 4. С. 797.
7. Yariv A., Nakamura M. // IEEE J. Quantum Electron. 1977. V. 13. № 4. P. 233.
8. Fricke J., Bugge F., Ginolas A. et al. // IEEE Photon. Technol. Lett. 2010. V. 22. № 5. P. 284.
9. Васильева В.В., Винокуров Д.А., Золотарев В.В. и др. // Физика и техника полупроводников. 2012. Т. 46. № 2. С. 252.
10. Blinov L.M., Cipparrone G., Mazzulla A. et al. // Appl. Phys. Lett. 2007. V. 90. № 13. P. 131103.
11. Штыков Н.М., Палто С.П., Уманский Б.А. и др. // Квантовая электроника. 2015. Т. 45. № 4. С. 305.
12. Shtykov N.M., Palto S.P., Geivandov A.R. et al. // Liq. Cryst. 2017. V. 44. № 8. P. 1216.
13. Штыков Н.М., Барник М.И., Блинов Л.М. и др. // Письма в ЖЭТФ. 2007. Т. 85. № 12. С. 734.
14. Блинов Л.М. // Письма в ЖЭТФ. 2008. Т. 88. № 3. С. 189.
15. <http://optiwave.com/applications/fdtd-optical-grating-simulations-using-optifdtd/>