*КРИСТАЛЛОГРАФИЯ, 2019, том 64, № 4, с. 606–610*

## ФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА КРИСТАЛЛОВ

*УДК 534.212, 548.1.023.7*

# СДВИГОВЫЕ ПОВЕРХНОСТНЫЕ АКУСТИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ В СДВОЕННЫХ ПЬЕЗОКРИСТАЛЛАХ С СИММЕТРИЕЙ $\bar{6}m2$


**А. Н. Фурс[1,*]**

[1]*Белорусский государственный университет, Минск, Белоруссия*

** E-mail: FursAN@bsu.by; fursan34@gmail.com*

Поступила в редакцию 29.03.2018 г.
После доработки 28.05.2018 г.
Принята к публикации 18.10.2018 г.

На плоских границах раздела сдвоенных гексагональных пьезоэлектрических кристаллов класса $\bar{6}m2$ исследуются сдвиговые поверхностные акустические волны, существование которых обусловлено различием в знаках тензоров пьезомодулей соприкасающихся половин кристалла. Инверсионная ось $\bar{6}$ при этом перпендикулярна к границе раздела половин. Показано, что характерная глубина проникновения таких волн при слабом пьезоэффекте обратно пропорциональна квадрату компоненты $e_{222}$ и может значительно превышать длину поверхностной волны.

**DOI:** 10.1134/S0023476119040088

## ВВЕДЕНИЕ

Известно, что в пространственно ограниченных пьезоэлектрических кристаллах наряду с поверхностными акустическими волнами (**ПАВ**) рэлеевского типа могут быть возбуждены специфические чисто сдвиговые поверхностные волны, характеризуемые тесной связью их упругих и электрических колебаний [1]. Эти волны не могут распространяться в кристаллах, не обладающих пьезоэлектрическими свойствами. Ярким примером поверхностных возбуждений указанного типа являются волны Гуляева–Блюстейна, возникающие на плоских границах пьезоэлектрических кристаллов классов $4mm$ или $6mm$ с вакуумом [2, 3]. Примечательно, что электросдвиговые поверхностные моды могут возбуждаться и на плоских границах идентичных (сдвоенных) пьезокристаллов, различающихся лишь знаками тензоров пьезомодулей. Такие волны впервые были описаны в [4] для гексагональных кристаллов симметрии $6mm$, а экспериментально исследованы в [5] в ферроэлектрических бикристаллических структурах из керамики PZT-4. Сдвиговые ПАВ слабо локализованы по обе стороны границы раздела материалов при незначительном пьезоэффекте, вырождаясь в предельном случае его отсутствия в объемную волну.

Ряд общих результатов для волн Гуляева–Блюстейна на плоских границах свободных пьезоэлектриков представлен в [6, 7]. С использованием метода импедансов и подхода Барнетта–Лоте в [8, 9] установлены общие условия существования сдвиговых поверхностных волн на границах раздела разнородных пьезоэлектриков. На границах материалов, различающихся лишь знаками тензоров пьезомодулей, исследованы упруго-поляризационные волны, распространяющиеся вдоль 180°-ных доменных границ в сегнетоэлектриках различной симметрии [10, 11].

Особенности ПАВ, существование которых обусловлено различающимися пьезоэлектрическими свойствами пограничных кристаллов, характерны также для волн другой природы – оптических поверхностных поляритонов. Так, в [12, 13] предсказаны слабо локализованные поверхностные поляритоны в сдвоенных гиротропных кристаллах, образованных половинами одного и того же материала с противоположно направленными векторами гирации. В [14] исследованы поверхностные электромагнитные волны на плоских границах идентичных сред, различающихся лишь знаком магнитоэлектрических тензоров, описывающих естественную оптическую активность. Следует также упомянуть бездисперсионные поверхностные поляритоны на границах кручения, образованных повернутыми друг относительно друга частями одного и того же анизотропного кристалла [15]. Отсутствие какого-либо из характерных свойств идентичных пограничных сред (гиротропии, естественной оптической активности или анизотропии) ведет к невозможности возбуждения поверхностных поляритонов соответствующего типа.

Во многих работах при исследовании сдвиговых ПАВ ограничиваются рассмотрением тетрагональных и гексагональных кристаллов планальных классов $4mm$ и $6mm$ при условии, что ось симметрии 4-го или 6-го порядка лежит в плоскости раздела [1–5]. Представляет интерес изучение поверхностных состояний, обусловленных пьезоэффектом, в сдвоенных кристаллах других классов симметрии, в частности в сдвоенных кристаллах инверсионно-планального класса $\bar{6}m2$, тензор пьезомодулей $e_{ikl}$ которого записывается в виде [16]

$$(e_{ikl}) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -e_{22} \\ -e_{22} & e_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

и имеет лишь одну независимую компоненту

$$e_{222} = -e_{211} = -e_{112} = -e_{121} \equiv e. \qquad (1)$$

Координатная ось $z$ направлена вдоль оси симметрии высшего порядка $\bar{6}$, ось $x$ перпендикулярна плоскости симметрии кристалла, содержащей ось $\bar{6}$.

Сдвоенный кристалл может быть образован разрезанием образца перпендикулярно оси симметрии и разворотом одной из половин на угол 60° или 180° вокруг этой же оси. В результате соприкасающиеся половины будут иметь противоположные по знаку тензоры пьезомодулей, но одинаковые плотности, тензоры модулей упругости и диэлектрические тензоры.

В работе рассмотрен случай, когда поверхностная волна распространяется перпендикулярно к одной из трех плоскостей симметрии, содержащих ось $\bar{6}$, т.е. в направлении оси $x$. При этом анализируются поверхностные волны с $y$-поляризацией, т.е. сдвиговые волны. В результате решения дисперсионного уравнения установлено, что фазовая скорость поверхностной волны меньше фазовой скорости объемной волны, распространяющейся в неограниченном пьезокристалле в том же направлении. При малости пьезоэффекта одна из парциальных волн оказывается слабо локализованной вблизи границы раздела, что обеспечивает значительную глубину проникновения ПАВ внутрь граничащих сред. Показано, что эта глубина проникновения обратно пропорциональна квадрату пьезоэлектрической константы **$e$**. В качестве примера приведен расчет характеристик поверхностных волн в сдвоенном кристалле селенида галлия GaSe.

## ПАРЦИАЛЬНЫЕ ВОЛНЫ В СДВОЕННОМ ПЬЕЗОКРИСТАЛЛЕ

Рассмотрим сдвоенный пьезоэлектрический кристалл с симметрией $\bar{6}m2$, состоящий из половин, различающихся лишь знаками компонент тензора пьезомодулей (1). У этих половин одинаковы ненулевые компоненты $c_{11}$, $c_{12}$, $c_{13}$, $c_{33}$, $c_{44}$ и $c_{66} = (c_{11}-c_{12})/2$ тензора модулей упругости $c_{iklm}$, а также компоненты $\varepsilon_{11}$ и $\varepsilon_{33}$ тензора диэлектрических проницаемостей $\varepsilon_{ik}$. Предполагается, что ось симметрии $\bar{6}$ перпендикулярна плоскости раздела $z = 0$ половин.

Поверхностные электромагнитные волны, локализованные вблизи границы раздела, в полупространстве $z > 0$ описываются уравнениями

$$\begin{aligned} \mathbf{u}(\mathbf{r}, t) &= \sum_j \mathbf{u}_j \exp\left[i\omega\left[\frac{1}{v}(\mathbf{b} + \eta_j\mathbf{q})\mathbf{r} - t\right]\right], \\ \varphi(\mathbf{r}, t) &= \sum_j \varphi_j \exp\left[i\omega\left[\frac{1}{v}(\mathbf{b} + \eta_j\mathbf{q})\mathbf{r} - t\right]\right], \end{aligned} \qquad (2)$$

где $\mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$ и $\varphi(\mathbf{r}, t)$ – поля упругих смещений и электростатического потенциала соответственно, $\omega$ – частота, $v$ – фазовая скорость поверхностной волны, $\mathbf{r}$ – радиус-вектор точки наблюдения. Индекс $j$ в (2) – номер парциальной волны, $\mathbf{u}_j$ и $\varphi_j$ – комплексные амплитуды этих волн. Единичный вектор $\mathbf{b}$ вдоль границы раздела определяет направление распространения волны, $\mathbf{q}$ – единичный вектор нормали оси $z$. Комплексные коэффициенты $\eta_j$ характеризуют убывание амплитуд парциальных волн при удалении от границы раздела, причем $\mathrm{Im}\,\eta_j > 0$.

В полупространстве $z < 0$ поле описывается аналогичными уравнениями

$$\begin{aligned} \mathbf{u}'(\mathbf{r}, t) &= \sum_j \mathbf{u}'_j \exp\left[i\omega\left[\frac{1}{v}(\mathbf{b} + \eta'_j\mathbf{q})\mathbf{r} - t\right]\right], \\ \varphi'(\mathbf{r}, t) &= \sum_j \varphi'_j \exp\left[i\omega\left[\frac{1}{v}(\mathbf{b} + \eta'_j\mathbf{q})\mathbf{r} - t\right]\right], \end{aligned} \qquad (3)$$

но здесь $\mathrm{Im}\,\eta_j < 0$.

Пусть поверхностная волна распространяется перпендикулярно к одной из трех плоскостей симметрии, содержащих ось $\bar{6}$ (т.е. вектор $\mathbf{b}$ параллелен оси $x$, нормальной к плоскости симметрии). Подставляя выражения (2) в уравнения эластодинамики и электростатики [1, 16]:

$$\begin{aligned} \rho\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} &= c_{iklm}\frac{\partial^2 u_m}{\partial x_k \partial x_l} + e_{lik}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_k \partial x_l}, \\ 0 &= -\varepsilon_{ik}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_i \partial x_k} + 4\pi e_{ikl}\frac{\partial^2 u_l}{\partial x_i \partial x_k}, \end{aligned} \qquad (4)$$

где $\rho$ – плотность пьезокристалла, устанавливаем, что смещение $u_y$ чисто сдвиговой парциальной волны, а также ее электростатический потенциал $\varphi$ подчиняются матричной системе уравнений

$$\begin{pmatrix} c_{66} - \rho v^2 + c_{44}\eta^2 & -e \\ -4\pi e & -\varepsilon_{11} - \varepsilon_{33}\eta^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_y \\ \varphi \end{pmatrix} = 0. \qquad (5)$$

Для упрощения записи здесь опущен индекс $j$ номера парциальной волны.

Соотношения для силы **f**, действующей на единичную площадку с вектором единичной нормали **q**, и составляющей $D_q = \mathbf{qD}$ поля электрического смещения **D** вдоль направления **q** имеют вид:

$$f_i = c_{iklm}\, q_k \frac{\partial u_m}{\partial x_l} + e_{lik} q_k \frac{\partial \varphi}{\partial x_l}\,,$$
$$D_q = -\mathrm{e}_{ik}\, q_i \frac{\partial \varphi}{\partial x_k} + 4\mathrm{p}e_{ikl} q_i \frac{\partial u_l}{\partial x_k}. \qquad (6)$$

Подставляя (2) в (6), для сдвиговых волн получаем

$$\begin{pmatrix} f_y \\ D_\mathrm{q} \end{pmatrix} = \frac{i\omega\eta}{v}\begin{pmatrix} c_{44} & 0 \\ 0 & -\varepsilon_{33} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u_y \\ \varphi \end{pmatrix}. \qquad (7)$$

Согласно (5) $u_y$ и $\varphi$ будут ненулевыми, если

$$\varepsilon_{33}c_{44}\eta^4 + [\varepsilon_{33}(c_{66} - \rho v^2) + \varepsilon_{11}c_{44}]\eta^2 + $$
$$+ \varepsilon_{11}(c_{66} - \rho v^2) + 4\pi e^2 = 0. \qquad (8)$$

Биквадратное уравнение (8) определяет коэффициенты локализации $\eta_j$ парциальных волн.

Для волн в полупространстве $z > 0$ из четырех решений (8) следует отобрать только те два, у которых мнимая часть положительна: $\mathrm{Im}\eta_1 > 0$, $\mathrm{Im}\eta_2 > 0$. Очевидно, что все решения $\eta_j$ уравнения (8) будут чисто мнимыми, если его коэффициенты положительны, т.е. при условии

$$\varepsilon_{11}(c_{66} - \rho v^2) + 4\pi e^2 > 0.$$

Следовательно, фазовая скорость волны должна лежать в интервале $(0, v_\mathrm{L})$, где

$$v_\mathrm{L} = \sqrt{\frac{1}{\rho}\left(c_{66} + \frac{4\pi e^2}{\varepsilon_{11}}\right)}. \qquad (9)$$

Значение $v_\mathrm{L}$ (9) – предельная скорость поверхностной волны, которая в данном случае совпадает с фазовой скоростью объемной волны, распространяющейся в безграничном пьезоэлектрике в направлении оси $x$.

Из (5) и (7) определяются амплитуды парциальных волн

$$u_{jy} = (\varepsilon_{11} + \varepsilon_{33}\eta_j^2)U_j, \quad \varphi_j = -4\pi e U_j,$$
$$f_{iy} = \frac{i\omega c_{44}}{v}\eta_j u_y, \quad D_{iq} = \frac{i\omega\varepsilon_{33}}{v}\eta_j\varphi_j, \qquad (10)$$

где $U_j$ – весовые коэффициенты, $j = 1, 2$.

Для парциальных волн в полупространстве $z < 0$ коэффициенты локализации подчиняются тому же уравнению (8) (оно не изменяется при $e \to -e$), однако должны быть отобраны его решения уже с отрицательными мнимыми частями. При замене в (10) $e \to -e$ и $\eta_j \to -\eta_j$ выражения для амплитуд этих волн принимают вид

$$u'_{jy} = (\varepsilon_{11} + \varepsilon_{33}\eta_j^2)U'_j, \quad \varphi'_j = -4\mathrm{p}eU'_j,$$
$$f'_{jy} = \frac{i\omega c_{44}}{v}\eta_j u'_{jy}, \quad D'_{jy} = -\frac{i\omega\varepsilon_{33}}{v}\eta_j\varphi'_j. \qquad (11)$$

Неизвестные весовые коэффициенты $U_j$ и $U'_j$, а также фазовая скорость поверхностной волны могут быть найдены с использованием граничных условий.

## ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ. ДИСПЕРСИОННОЕ УРАВНЕНИЕ

Граничные условия записываются с учетом непрерывности полей **u**, $D_q$, **f** и $\varphi$ на границе раздела $z = 0$:

$$u_{1y} + u_{2y} = u'_{1y} + u'_{2y}, \quad D_{1q} + D_{2q} = D'_{1q} + D'_{2q},$$
$$f_{1y} + f_{2y} = f'_{1y} + f'_{2y}, \quad \varphi_1 + \varphi_2 = \varphi'_1 + \varphi'_2. \qquad (12)$$

При подстановке в (12) соотношений (10) и (11) приходим к следующим системам уравнений:

$$\begin{cases} (\varepsilon_{11} + \varepsilon_{33}\eta_1^2)U_1^{(-)} + (\varepsilon_{11} + \varepsilon_{33}\eta_2^2)U_2^{(-)} = 0, \\ \eta_1 U_1^{(-)} + \eta_2 U_2^{(-)} = 0, \end{cases}$$
$$\begin{cases} \eta_1(\varepsilon_{11} + \varepsilon_{33}\eta_1^2)U_1^{(+)} + \eta_2(\varepsilon_{11} + \varepsilon_{33}\eta_2^2)U_2^{(+)} = 0, \\ U_1^{(+)} + U_2^{(+)} = 0, \end{cases} \qquad (13)$$

где введены обозначения

$$U_j^{(\pm)} = \frac{1}{2}(U_j \pm U'_j), \quad j = 1,\ 2. \qquad (14)$$

Условие совместимости первой из них при допущении, что $\eta_1 \neq \eta_2$, имеет вид

$$\varepsilon_{33}\eta_1\eta_2 - \varepsilon_{11} = 0, \qquad (15)$$

а второй –

$$\varepsilon_{33}(\eta_1^2 + \eta_2^2 + \eta_1\eta_2) + \varepsilon_{11} = 0. \qquad (16)$$

Поскольку коэффициенты $\eta_1$ и $\eta_2$ чисто мнимые, причем $\mathrm{Im}\eta_{1,2} > 0$, то $\eta_1\eta_2 < 0$, и уравнение (15) не выполняется. Следовательно,

$$U_1^{(-)} = U_2^{(-)} = 0, \quad U_1 = U'_1 = U_1^{(+)},$$
$$U_2 = U'_2 = U_2^{(+)}. \qquad (17)$$

Воспользовавшись для решения (8) формулами Виета, имеем

$$\eta_1^2 + \eta_2^2 = -\frac{1}{\varepsilon_{33}c_{44}}[\varepsilon_{33}(c_{66} - \rho v^2) + \varepsilon_{11}c_{44}],$$
$$\eta_1\eta_2 = -\sqrt{\frac{\varepsilon_{11}(c_{66} - \rho v^2) + 4\pi e^2}{\varepsilon_{33}c_{44}}}. \qquad (18)$$

Подставляя (18) в (16), получаем

$$(\rho v^2 - c_{66})\sqrt{\frac{\varepsilon_{33}}{c_{44}}} = \sqrt{4\pi e^2 - \varepsilon_{11}(\rho v^2 - c_{66})}. \qquad (19)$$

При этом в силу уравнений (13) и (17)

$$U_1 = -U_2 = U_1' = -U_2'. \quad (20)$$

Дисперсионное уравнение (19) позволяет отыскать фазовую скорость $v = v_S$ сдвиговой ПАВ. Избавляясь в (19) от радикалов, имеем

$$\varepsilon_{33}(\rho v^2 - c_{66})^2 + \varepsilon_{11}c_{44}(\rho v^2 - c_{66}) - - 4\pi e^2 c_{44} = 0,$$

откуда

$$v_S^2 = \frac{1}{\rho}\left[c_{66} + \frac{\varepsilon_{11}c_{44}}{2\varepsilon_{33}}\left(\sqrt{1 + \frac{16\pi e^2\varepsilon_{33}}{\varepsilon_{11}^2 c_{44}}} - 1\right)\right]. \quad (21)$$

Покажем, что найденная фазовая скорость поверхностной волны не превышает предельного значения $v_L$ (9). Для этого учтем, что в большинстве практически важных случаев пьезоэлектрический эффект незначителен, т.е. $4\pi e^2 \ll c_{44}$. Разлагая квадратный корень в (21) в ряд по степеням $e^2$ и оставляя члены, содержащие $e^4$, получаем

$$v_S^2 \approx \frac{1}{\rho}\left(c_{66} + \frac{4\pi e^2}{\varepsilon_{11}} - \frac{16\pi^2 e^4\varepsilon_{33}}{\varepsilon_{11}^3 c_{44}}\right), \quad (22)$$

т.е. действительно выполняется неравенство $v_S < v_L$, а коэффициенты локализации $\eta_j$, удовлетворяющие (8), являются чисто мнимыми. Свободный член биквадратного уравнения (8)

$$\varepsilon_{11}(c_{66} - \rho v_S^2) + 4\pi e^2 \approx \frac{16\pi^2 e^4\varepsilon_{33}}{\varepsilon_{11}^2 c_{44}}$$

значительно меньше других коэффициентов этого уравнения, которое в указанном приближении принимает вид

$$\varepsilon_{33}c_{44}\eta^4 + \varepsilon_{11}c_{44}\eta^2 + \frac{16\pi^2 e^4\varepsilon_{33}}{\varepsilon_{11}^2 c_{44}} \approx 0.$$

Решения приближенного уравнения (8) есть

$$\eta_1 \approx i\sqrt{\frac{\varepsilon_{11}}{\varepsilon_{33}}}, \quad \eta_2 \approx \frac{4\pi i e^2}{c_{44}}\sqrt{\frac{\varepsilon_{33}}{\varepsilon_{11}^3}}. \quad (23)$$

Согласно (20) обе парциальные волны, формирующие результирующее поле поверхностной волны, характеризуются одинаковыми по модулю весами $U_1$ и $U_2$. Однако одна из этих волн (с коэффициентом $\eta_1$ (23)) сильно локализована вблизи границы раздела на расстояниях порядка $\lambda = 2\pi v_S/\omega$. Другая, с коэффициентом $\eta_2$, по модулю много меньшим единицы, является слабо локализованной. Ее вклад становится преобладающим на расстояниях от границы раздела, значительно превышающих $\lambda$. На таких расстояниях зависимость амплитуды упругих смещений $u_y$ от координаты $z$ согласно (2) и (10) записывается в виде

$$u_y(z) \approx (\varepsilon_{11} + \varepsilon_{33}\eta_2^2)U_2 \exp\left(\frac{\omega}{v_S} i\eta_2|z|\right) \approx$$
$$\approx \varepsilon_{11}U_2 \exp\left(\frac{\omega}{v_S} i\eta_2|z|\right).$$

В то же время с учетом (20) амплитуда на границе раздела

$$u_y(0) = (\varepsilon_{11} + \varepsilon_{33}\eta_1^2)U_1 + (\varepsilon_{11} + \varepsilon_{33}\eta_2^2)_2 =$$
$$= \varepsilon_{33}(-\eta_1^2 + \eta_2^2)U_2 \approx \varepsilon_{11}U_2.$$

Тогда характерная глубина проникновения $L$, равная расстоянию от границы раздела, на котором амплитуда уменьшается в 2.718 раз, определяется как

$$L = \lambda\frac{2c_{44}}{(4\pi e)^2}\sqrt{\frac{\varepsilon_{11}^3}{\varepsilon_{33}}} \quad (24)$$

и обратно пропорциональна квадрату пьезомодуля $e \equiv e_{222}$. Как видно, она может многократно превышать длину поверхностной волны $\lambda$.

Заметим, что, в силу соотношений (10), (11) и (20) функции $u_y(z)$ и $D_q(z)$ являются четными, а $f_y(z)$ и $\varphi(z)$ нечетными. При этом на границе раздела половин сдвоенного пьезокристалла упругие смещения и нормальная составляющая поля **D** достигают максимума, механические силы **f** и электростатический потенциал $\varphi$ отсутствуют. Они достигают максимума лишь на некотором удалении от границы раздела. Например, зависимость потенциала от координаты $z$ имеет вид ($z > 0$)

$$\varphi(z) = 4\pi e U_1\left[\exp\left(\frac{\omega}{v_S} i\eta_2 z\right) - \exp\left(\frac{\omega}{v_S} i\eta_1 z\right)\right].$$

Максимальное значение потенциала достигается на удалении

$$z_{\max} = \frac{v_S}{\omega i(\eta_2 - \eta_1)}\ln\frac{\eta_1}{\eta_2} \approx -\frac{v_S}{\omega i\eta_1}\ln\frac{\eta_1}{\eta_2} \approx$$
$$\approx \frac{\lambda}{2\pi}\sqrt{\frac{\varepsilon_{33}}{\varepsilon_{11}}}\ln\frac{c_{44}\varepsilon_{11}^2}{4\pi e^2\varepsilon_{33}}. \quad (25)$$

На этом же расстоянии обращается в ноль нормальная составляющая поля **D**.

Поскольку потенциал на границе раздела половин кристалла при распространении поверхностной волны равен нулю, металлизация границы не влияет на характеристики этой волны.

## ЧИСЛЕННЫЙ РАСЧЕТ ХАРАКТЕРИСТИК ПАВ В СДВОЕННОМ КРИСТАЛЛЕ GaSe

Пьезоэлектрические кристаллы селенида галлия GaSe с симметрией $\bar{6}m2$ характеризуются следующими компонентами тензора модулей упругости (в дин/см$^2$ [17]):

$$c_{11} = 1064 \times 10^9, \quad c_{33} = 358 \times 10^9, \quad c_{44} = 102 \times 10^9,$$
$$c_{12} = 300 \times 10^9, \quad c_{13} = 121 \times 10^9.$$

Как следствие, $c_{66} = (c_{11} - c_{12})/2 = 382 \times 10^9$ дин/см$^2$. Компоненты диэлектрического тензора при постоянных деформациях составляют $\varepsilon_{11} = 7.45$, $\varepsilon_{33} = 7.1$, а пьезоэлектрическая константа равна $e = 0.11$ Кл/м$^2$ $= 33 \times 10^3$ статКл/см$^2$ [18]. Плотность материала $\rho = 5.03$ г/см$^3$.

Рассчитаем характеристики рассмотренных выше ПАВ применительно к сдвоенному кристаллу из GaSe. Безразмерное отношение $4\pi e^2/c_{44}$, характеризующее величину пьезоэффекта, составляет здесь 0.13. Согласно (9) предельная скорость поверхностной волны равна $v_L = 2.76 \times 10^5$ см/с. Из расчета как точного значения фазовой скорости поверхностной волны $v_S$ по (21), так и приближенного значения по (22) следует, что она меньше предельной скорости $v_L$ лишь на 11 см/с. Точные значения параметров локализации $\eta_1$ и $\eta_2$, найденные из решения (8) при подстановке в него ранее рассчитанного значения скорости $v_S$, равны:

$$h_1 = 1.016i, \quad h_2 = 1.01744i.$$

Приближенные значения этих параметров, рассчитанные по формулам (23), незначительно отличаются от точных:

$$h_{1\,\mathrm{appr}} = 1.024i, \quad h_{2\,\mathrm{appr}} = 1.01758i.$$

Согласно (24) глубина проникновения поверхностной волны составляет $L = 9.1\lambda$. Наконец, в соответствии с (25) максимальное значение потенциала достигается на расстоянии $z_{\max} = 0.63\lambda$ от границы раздела.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На плоской границе раздела половин одного и того же пьезоэлектрического кристалла класса симметрии $\bar{6}m2$ возможно возбуждение слабо локализованных поверхностных акустических волн. Срезы этих половин перпендикулярны инверсионной оси $\bar{6}$, а сами они развернуты друг относительно друга на 60° или 180°, так что их тензоры пьезомодулей противоположны по знаку. Существование ПАВ, таким образом, обусловлено различием знаков пьезоэлектрических тензоров граничащих сред. Рассмотрено распространение сдвиговых поверхностных волн перпендикулярно любой из трех плоскостей симметрии, содержащей ось $\bar{6}$. Упругие смещения для этих волн параллельны границе раздела и перпендикулярны направлению распространения. Отметим, что такая поперечная поляризация ПАВ и их “двухпарциальность” оказались возможными в силу выбора указанного направления распространения. При любом другом выборе поверхностные волны (если они существуют) уже не будут чисто сдвиговыми. Вопрос о существовании поверхностных волн, распространяющихся в произвольном направлении вдоль границы раздела в сдвоенном кристалле, требует дополнительного исследования.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ


1. *Балакирев М.К., Гилинский И.А.* Волны в пьезокристаллах. Новосибирск: Наука, 1982. 239 с.
2. *Гуляев Ю.В.* // Письма в ЖЭТФ. 1969. Т. 9. № 1. С. 63.
3. *Bleustein J.L.* // Appl. Phys. Lett. 1968. V. 13. № 12. P. 412.
4. *Maerfeld C., Tournois P.* // Appl. Phys. Lett. 1971. V. 19. № 4. P. 117.
5. *Peuzin J.C., Lissalde F.C.* // Ferroelectrics. 1974. V. 7. P. 327.
6. *Koerber G., Vogel R.F.* // IEEE Trans. Sonics Ultrasonics. 1972. V. SU-19. № 1. P. 3.
7. *Koerber G., Vogel R.F.* // IEEE Trans. Sonics Ultrasonics. 1973. V. SU-20. № 1. P. 9.
8. *Darinskii A.N., Lyubimov V.N.* // J. Acoust. Soc. Am. 1999. V. 106(6). P. 3296.
9. *Darinskii A.N., Weihnacht M.* // Proc. R. Soc. London. A. 2005. V. 461. P. 895.
10. *Кессених Г.Г., Любимов В.Н., Санников Д.Г.* // Кристаллография. 1972. Т. 17. Вып. 3. С. 591.
11. *Любимов В.Н., Санников Д.Г.* // Кристаллография. 1979. Т. 24. Вып. 1. С. 5.
12. *Furs A.N., Barkovsky L.M.* // J. Phys. A: Math. Theor. 2007. V. 40. P. 309.
13. *Furs A.N., Barkovsky L.M.* // Electromagnetics. 2008. V. 28. № 3. P. 146.
14. *Фурс А.Н.* // Оптический журнал. 2018. Т. 85. № 2. С. 20.
15. *Даринский А.Н.* // Кристаллография. 2001. Т. 46. № 5. С. 916.
16. *Сиротин Ю.И., Шаскольская М.П.* Основы кристаллофизики. М.: Наука, 1975. 680 с.
17. Second and Higher Order Elastic Constants // Landolt-Börnstein – Group III Condensed Matter. Vol. 29a. Ed. Nelson D.F. Berlin; Heidelberg: Springer-Verlag, 1992.
18. Piezoelectric, Pyroelectric, and Related Constants // Landolt-Börnstein – Group III Condensed Matter. V. 29b. Ed. Nelson D.F. Berlin; Heidelberg: Springer-Verlag, 1993.