

## ФОТОТЕРМИЧЕСКОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ БЕССЕЛЕВЫХ СВЕТОВЫХ ПУЧКОВ В ПЕРИОДИЧЕСКИ ПОЛЯРИЗОВАННЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ КРИСТАЛЛАХ

© 2020 г. Г. С. Митюрин<sup>1,\*</sup>, Е. В. Лебедева<sup>2</sup>, П. А. Хило<sup>3</sup>, Д. Г. Митюрин<sup>4</sup>, А. Н. Сердюков<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины, Гомель, Беларусь

<sup>2</sup>Белорусский торгово-экономический университет потребительской кооперации, Гомель, Беларусь

<sup>3</sup>Гомельский государственный технический университет им. П.О. Сухого, Гомель, Беларусь

<sup>4</sup>БелНИПИнефть РУП “Производственное объединение “Беларуснефть”, Гомель, Беларусь

\*E-mail: george\_mityurich@mail.ru

Поступила в редакцию 24.10.2019 г.

После доработки 24.10.2019 г.

Принята к публикации 25.11.2019 г.

Рассмотрен механизм формирования фотодефлекционного отклика, возникающего в периодически поляризованном нелинейном кристалле, облучаемом бесселевым световым пучком. Найдено распределение тепловых полей, получено точное решение системы уравнений теплопроводности с использованием интегральных преобразований Фурье–Бесселя и Лапласа для трехслойной системы, состоящей из нелинейного кристалла, подложки и окружающей среды. Предложен способ управления амплитудой фотодефлекционного сигнала на основе применения аксиконов с регулируемым углом конусности или использования оптических схем, обеспечивающих изменение конусности бесселевых световых пучков.

DOI: 10.31857/S0023476120030212

### ВВЕДЕНИЕ

Воздействие мощного лазерного излучения на кристаллические среды позволяет существенно расширить область применения фотоакустических методов исследования вещества [1–4]. Рассмотрению нелинейных режимов импульсной генерации звука посвящено достаточно большое количество публикаций [5–10], однако интерес к практическим вопросам нелинейной фотоакустики не ослабевает.

Нелинейное взаимодействие световых волн в периодически поляризованных структурах, как отмечается в [11, 12], обладает большими потенциальными возможностями для эффективной генерации второй гармоники (ГВГ), а также для реализации параметрических эффектов генерации волн суммарной и разностной частот. Разработка параметрического генератора света на основе верных периодически поляризованных структур ниобата лития с плавной перестройкой длины волны излучения описана в [13]. Там же рассмотрена возможность использования генератора света в лазерном оптико-акустическом газоанализаторе медицинского назначения.

Цель настоящей работы – изучение особенностей фототермического преобразования бесселевых световых пучков (БСП) в нелинейных периодически поляризованных кристаллах и установление зависимости величины углов фотодефлекции от теплофизических и диссипативных параметров нелинейной среды и пространственного распределения светового поля.

### ГЕНЕРАЦИЯ ВТОРОЙ ГАРМОНИКИ ПРИ КВАЗИСИНХРОННОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ БЕССЕЛЕВЫХ СВЕТОВЫХ ПУЧКОВ

Рассмотрим нормальное падение амплитудно-модулированного на частоте  $\Omega$  БСП на периодически поляризованный нелинейный кристалл, вырезанный перпендикулярно оси третьего порядка [111] (рис. 1). В соответствии с [14] вдоль оси третьего порядка кристаллов кубической симметрии может возникать ГВГ. В [15] исследованы особенности удвоения частоты БСП при квазисинхронном взаимодействии световых пучков в периодически поляризованных кристаллах. Были рассмотрены кристаллические образцы с идеальной периодической структурой, состоя-

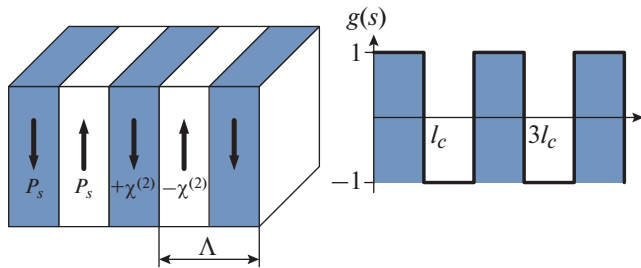


Рис. 1. Периодически поляризованная структура.

шей из противоположно поляризованных доменов, толщины которых равны когерентной длине, а эффективные коэффициенты нелинейной связи меняют знак при переходе от одной области к другой.

В рассматриваемом случае предполагается, что волна основной частоты распространяется в области прозрачности кристалла, а амплитудно-модулированное излучение второй гармоники интенсивно поглощается. Ситуация реализуема, например, в кристаллах типа селенитов, германате висмута, силикате висмута, которые прозрачны для излучения рубинового лазера ( $\lambda \approx 0.694$  мкм), но интенсивно поглощают излучение на частоте второй гармоники [16]. Отметим, что реализация условий фазового синхронизма в гиротропных кристаллах кубической симметрии возможна, как показано в [14], благодаря явлению естественной или вынужденной (эффект Фарадея) оптической активности кристалла. Кроме этого, наличие в нелинейных кристаллах периодической доменной структуры позволяет реализовать режим квазисинхронизма [15], что ведет к эффективной генерации излучения на удвоенной частоте.

Таким образом, фотоакустический сигнал возникает в кристаллической пространственно поляризованной пластинке вследствие поглощения модулированного по амплитуде БСП на частоте второй гармоники. Под воздействием пучка света исследуемый неоднородный образец периодически нагревается модулированным излучением, что приводит к возбуждению термоакустических колебаний поверхности, освещаемой поляризационными модами БСП. Это приводит к отклонению зондирующего пучка на угол дефлексии (рассматривается случай трансверсальной геометрии взаимодействия возбуждающего и зондирующего пучков (рис. 2)), величина которого зависит от термоупругих, нелинейных, оптических и дихроичных свойств исследуемого образца, а также поляризационных и энергетических параметров БСП.

Пусть на нелинейный кристалл вдоль оси третьего порядка падает мощный БСП основной ча-

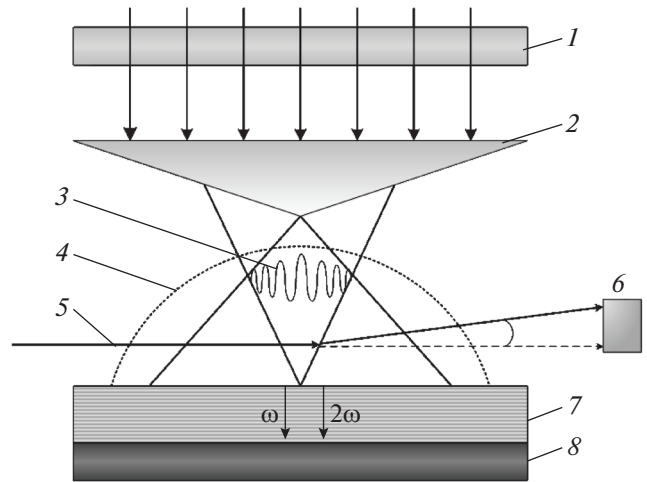


Рис. 2. Схема регистрации фотодефлекционного сигнала: 1 – модулятор, 2 – аксикон, 3 – БСП, 4 – “термическая” линза, 5 – зондирующий луч, 6 – позиционно-чувствительный фотодетектор, 7 – нелинейный периодически поляризованный кристалл, 8 – подложка.

стоты, электрическое поле которого  $E_1(\rho, z)$  задается соотношением

$$E_1(\rho, z) = A_1(z) J_0(q_1, \rho) e^{ik_{1z}z}, \quad (1)$$

где  $J_0(q_1, \rho)$  – функция Бесселя первого рода нулевого порядка,  $q_1 = k_1 \sin \gamma$  – поперечная составляющая волнового вектора  $\mathbf{k}_1$  на основной частоте,  $\gamma$  – угол конусности БСП (половинный угол при вершине конуса волновых векторов),  $k_{1z} = \sqrt{k_1^2 - q_1^2}$  – продольная компонента волнового вектора,  $\rho$  – радиальная координата. Из-за квадратичной периодической нелинейности в кристалле формируется область нелинейной поляризуемости на частоте второй гармоники  $2\omega$ , причем на удвоенной частоте происходит интенсивное поглощение.

Электромагнитное поле второй гармоники представим в виде ряда Фурье–Бесселя:

$$E_2(\rho, z) = \sum_{m=1}^M A_{2m}(z) J_0(q_{2m}, \rho) e^{ik_{2m}z}, \quad (2)$$

где  $q_{2m}$  – поперечная компонента волнового вектора  $\mathbf{k}_2$  на частоте второй гармоники,  $k_{2m}$  – волновое число волны удвоенной гармоники,  $m = 1, 2, 3 \dots, M$ ;  $M$  – общее число генерируемых мод,  $A_{2m}(z)$  – амплитуда поля на удвоенной частоте. В соотношение (2) введены нормированные функции Бесселя

$$j_0(q_{2m}, \rho) = \begin{cases} \frac{J_0(q_{2m}, \rho)}{\sqrt{\pi R_{2m} J_1(q_{2m}, R_B)}}, & \text{при } \rho < R_B, \\ 0, & \text{при } \rho \geq R_B. \end{cases} \quad (3)$$

При  $\rho = R_B$  и  $q_{2m} R_B = (m - 0.25)\pi$  функция Бесселя обращается в нуль, т.е., согласно (2), (3), поле  $E_2(\rho, z)$  представляет собой разложение по модам цилиндрической области радиусом  $R_B$ .

В (3)  $J_1(q_{2m}, R_B)$  – функция Бесселя первого порядка,  $R_B = (m\pi - \pi/4)q_{2m}^{-1}$  – радиус локализованного излучения БСП. Из (3) также следует условие нормировки

$$2\pi \int_0^{R_B} J_0^2(q_{2m}, \rho) \rho d\rho = 1. \quad (4)$$

Удобство нормировки (4) состоит, в частности, в возможности описания нелинейного взаимодействия в кристаллах единым интегралом перекрытия взаимодействующих мод БСП.

Процесс ГВГ в поглощающих кристаллах может быть описан системой укороченных уравнений [15, 17]:

$$\begin{cases} \frac{dE_1(\rho, z)}{dz} = i\sigma_1 E_2(\rho, z) E_1^*(\rho, z) e^{i\Delta k_z z}, \\ \frac{dE_2(\rho, z)}{dz} + \delta_2 E_2(\rho, z) = i\sigma_2 E_1^2(\rho, z) e^{-i\Delta k_z z}, \end{cases} \quad (5)$$

где  $\delta_2$  – коэффициент линейного поглощения волны второй гармоники,  $\sigma_{1,2} = 2\pi^2 d_Q / (\lambda n_{1,2})$  – коэффициент нелинейной связи волн,  $d_Q = 2d_{eff} / (\pi s)$  – перенормированный параметр квадратичной нелинейности,  $s$  – порядок квазисинхронизма для сред, обладающих периодичностью (в данном случае  $s = 1$ ),  $d_{eff}$  – значение эффективной квадратической нелинейности,  $\Delta k_z = k_{2m} - k_1 - sK$  – фазовая расстройка волны для продольных компонент БСП,  $K = 2\pi/\Lambda$ ,  $\Lambda$  – период доменной структуры.

Представляя поля посредством рядов Фурье, несложно привести систему уравнений (5) для амплитуд взаимодействующих волн к виду:

$$\begin{cases} \frac{dA_1}{dz} = i\sigma_1 A_1^* \sum_m q_m A_{2m} e^{i\Delta k_z z}, \\ \frac{dA_{2m}}{dz} + \delta_2 A_{2m} = i\sigma_2 q_m A_1^2 e^{-i\Delta k_z z}, \end{cases} \quad (6)$$

где  $q_m = 2\pi \int_0^{R_B} J_0^2(q, \rho) J_0(q_{2m}, \rho) \rho d\rho$  – интеграл перекрытия взаимодействующих мод. Решение системы уравнений (6) выполним в приближении заданной интенсивности, полагая, что  $|A_1|^2 = \text{const}$  [16].

В этом случае выражение для амплитуды поля второй гармоники имеет вид [18]:

$$A_{2m}(z) = \frac{i\sigma q_m |A_1|^2}{p_1} e^{\frac{\delta_2 z}{2}} e^{-i\frac{\Delta k_z z}{r}} \sin p_1 z, \quad (7)$$

где  $p_1 = \sqrt{0.25q^2 + b^2}$ ,  $b^2 = 2\sigma_1\sigma_2 |A_1|^2 \sum_m q_m^2$ .

Как следует из (7), интенсивность электрического поля на частоте второй гармоники  $J_{2\omega} \sim |A_{2m}|^2$ , возбужденной БСП, определяется интегралами перекрытия  $q_m$  парциальных световых пучков накачки, а также общим числом  $M$  генерируемых мод. Кроме того, амплитуда поля удвоенной гармоники  $A_{2m}$  при увеличении коэффициента поглощения  $\delta_2$  может достаточно сильно затухать, уменьшаясь по экспоненте, что экспериментально наблюдалось в [16] для кристаллов типа селенитов.

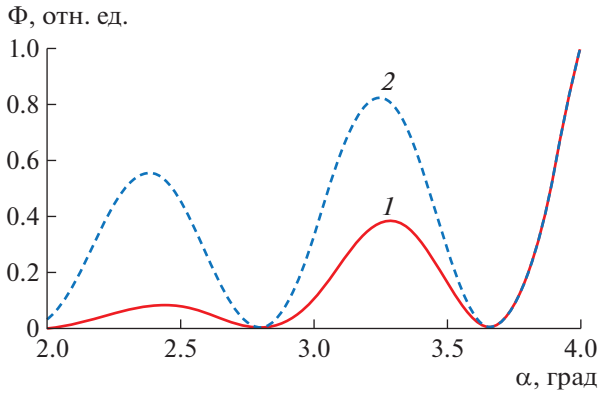
### РЕШЕНИЕ ТЕПЛОВОЙ ЗАДАЧИ. АМПЛИТУДА ФОТОДЕФЛЕКЦИОННОГО СИГНАЛА

Модулированное воздействие излучения второй гармоники на поглощающий в данном частотном диапазоне кристалл с регулярной доменной структурой приводит к возникновению периодической составляющей температурного поля, изменение которого описывается неоднородным уравнением теплопроводности [19]. Выделим временную часть системы уравнений теплопроводности для трехслойной системы окружающая среда–нелинейный периодически поляризованный кристалл–подложка

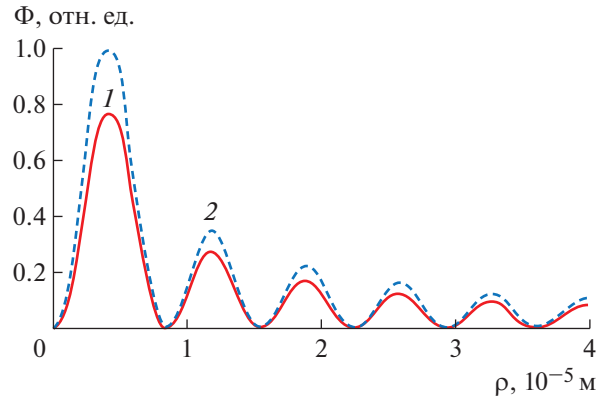
$$\begin{cases} \nabla^2 T_1 - \sigma_1 T = 0, & z < 0, \\ \nabla^2 T - \frac{1}{\beta_S} \frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{1}{2k_S} Q_{2\omega} (1 + e^{i\Omega t}), & 0 \leq z \leq l, \\ \nabla^2 T_2 - \sigma_2 T = 0, & z > l, \end{cases} \quad (8)$$

где коэффициент температуропроводности  $\beta_S$  связан с коэффициентом теплопроводности соотношением  $\beta_S = k_S / (\rho_0 C)$ ,  $\rho_0$  – плотность,  $C$  – удельная теплоемкость,  $Q_{2\omega}$  – скорость диссипации энергии БСП на удвоенной частоте,  $\sigma_{1,2}^2 = i\Omega / \beta_{1,2}$ . Выражение для скорости диссипации энергии  $Q_{2\omega}$ , исходя из материальных уравнений для изотропной поглощающей среды  $\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$ ,  $\mathbf{V} = \mu \mathbf{H}$  ( $\mu = 1$ ,  $\epsilon = \epsilon' + i\epsilon''$ ), общего соотношения для  $Q$  в электродинамике [20] и соотношений (2), (7), имеет вид

$$Q_{2\omega} = \frac{\omega}{8\pi} \epsilon'' \sum_{m=1}^M |A_{2\omega}^0|^2 J_0^2(q_{2\omega}, \rho) J_0^*(q_{2\omega}, \rho) e^{-2k_{2\omega} z}, \quad (9)$$



**Рис. 3.** Зависимость величины фотодефлексии от угла конусности  $\alpha$ : 1 – с учетом свойств подложки, 2 – без учета влияния подложки.



**Рис. 4.** Сравнение зависимостей фотодефлексионного сигнала от радиальной координаты  $\rho$ : 1 – с учетом свойств подложки, 2 – без учета влияния подложки.

где  $A_{2\omega}^0 = p_1^{-1} \sigma_2 q_m I_0 \exp(-\delta_2 z/2)$ ,  $I_0$  – интенсивность падающей волны.

Выражение (9) содержит сложную зависимость амплитуды поля  $A_{2\omega}$  от пространственной координаты  $z$  и интегралов перекрытия  $q_m$  взаимодействующих мод. При этом неоднородное уравнение теплопроводности (8) принимает трансцендентную форму. В том случае, когда толщина образца  $d$  удовлетворяет условию

$$d = \pm \frac{\pi}{2} n \left( b^2 - \frac{\delta_2^2}{4} \right)^{-1/2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

и реализовано условие фазового синхронизма  $\Delta k_z = 0$ ,  $\sin p_z = 1$  и выражение (7) упрощается, что дает возможность получения аналитических решений уравнения теплопроводности. В этом случае выражение для  $Q_{2\omega}$  примет вид

$$Q_{2\omega} = A_{2\omega} \exp(-\alpha_{2\omega} z), \quad (10)$$

где  $A_{2\omega} = \frac{\omega}{8\pi} \varepsilon'' \sum_{m=1}^M \frac{\sigma_2^2}{p_1^2} q_m^2 I_0 J_0^2(q_{2\omega}, \rho)$ ,  $\alpha_{2\omega} = 2(\delta_2 + k_{2\omega})$  – коэффициент оптического поглощения на частоте второй гармоники.

Решение системы уравнений теплопроводности (8) выполнено с использованием интегральных преобразований Фурье–Бесселя и Лапласа аналогично [21, 22] (Приложение). Для угла фотодефлексии  $\Phi$  получено выражение

$$\Phi(\rho, z, t) = \frac{\pi^2 w_0}{4n_{eff}} \frac{dn_{eff}}{dT} \bar{T} \times \int_0^t \frac{(1 + \cos \Omega t) x}{[w_0^2 + 8\beta_s(t - \tau)]^{3/2}} e^{-\frac{(x^2 + y^2)}{w_0^2 + 8\beta_s(t - \tau)}} e^{-\alpha_{2\omega} \beta_s(t - \tau)} d\tau, \quad (11)$$

где

$$\begin{aligned} \bar{T} = & 2\pi \left[ \frac{b_1^0 c_2^0 - b_2^0 c_1^0}{b_1^0 a_2^0 - b_2^0 a_1^0} e^{\sigma_s z} + \frac{a_1^0 c_2^0 - a_2^0 c_1^0}{b_1^0 a_2^0 - b_2^0 a_1^0} e^{-\sigma_s z} + e^{-\alpha_{2\omega} z} \right] \times \\ & \times \frac{A_1 [N_1 R_1(0) + N_2 R_2(0)]}{\alpha_{eff}^2 - \sigma_s^2} \times \\ & \times \frac{\omega}{16\pi} \varepsilon'' \sum_{m=1}^M \frac{\sigma_2^2}{p_1^2} q_m^2 I_0 e^{\frac{1}{4} q_{2\omega}^2 w_0^2} e^{-r^2/w_0^2}, \end{aligned}$$

$$A_1 = (1/2) A_{2\omega}^0 (1/2 q w_0)^{2m}; \quad N_1 = m^2/q^2;$$

$$N_2 = (1/4) q^2 w_0^4; \quad a_1^0 = k_s \sigma_s - k_1 \sigma_1,$$

$$a_2^0 = (k_s \sigma_s + k_2 \sigma_2) e^{\sigma_s l},$$

$$b_1^0 = k_s \sigma_s + k_1 \sigma_1, \quad b_2^0 = (k_s \sigma_s - k_2 \sigma_2) e^{-\sigma_s l},$$

$$c_1^0 = k_s \alpha_{2\omega} + k_1 \sigma_1, \quad c_2^0 = (k_s \alpha_{2\omega} - k_2 \sigma_2) e^{-\alpha_{2\omega} l}.$$

Выражение (11) показывает, что пространственное распределение температурного поля и амплитуды фотодефлексионного отклика в нелинейных средах сложным образом зависит от диссипативных, геометрических теплофизических и нелинейных параметров среды, а также энергетически временных и поляризационных свойств квазибездифракционного излучения.

Как видно на рис. 3, влияние подложки обуславливает смещение положений максимумов амплитуды фотодефлексионного сигнала в направлении больших углов конусности. При этом общий характер зависимости  $\Phi(\alpha)$  сохраняется, а величина амплитуды результирующего отклика уменьшается, что является следствием проник-

новения температурного поля в область подложки и окружающей среды (расплывания за пределы образца). Зависимость угла фотодифракции от радиальной координаты является экспоненциально убывающей и одновременно осциллирующей (рис. 4), что обусловлено модулирующим воздействием функций Бесселя.

Это обстоятельство важно учитывать для правильной интерпретации экспериментальных данных, полученных в результате прецизионных измерений амплитудно-фазовых характеристик фотодифракционного отклика от нелинейных периодически поляризованных кристаллических структур.

Квадрат интеграла перекрытия  $q_m^2$  имеет два максимума: при  $m = m_1 = 1$  и  $m = m_2 = (2q_1 R_{Bm})/\pi$  [15, 18]. Следовательно, наибольший вклад в эффективность ГВГ вносят две группы мод, локализованные в окрестности обозначенных максимумов. Вблизи  $m_1$  и  $m_2$  происходит наибольшее выделение тепловой энергии и генерация термоупругих волн, при этом амплитуда фотодифракционного сигнала достигает своего максимального значения. Также отметим, что из аналитического выражения (11) и приведенных выше графических зависимостей видно, что существует возможность эффективного влияния на амплитуду фотодифракционного сигнала путем изменения угла конусности БСП.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Построена модель фототермического преобразования бесселевых световых пучков в периодически поляризованных нелинейных кристаллах. В рамках этой модели получено точное решение системы уравнений теплопроводности для трехслойной системы, включающей в себя нелинейный кристалл, облучаемый квазибездифракционным излучением, подложку и окружающую среду. Установлено, что величина фотодифракционного отклика от образца нелинейного кристалла при учете параметров подложки и окружающей среды приблизительно на 0.22 отн. ед. ниже значения, полученного при расчетах, проведенных без учета этих параметров. Графический анализ также показывает, что при увеличении времени воздействия БСП на нелинейный кристалл происходит уменьшение амплитуды фотодифракционного сигнала, что объясняется размыванием поля температур в исследуемом образце вследствие теплообмена с окружающей средой и диэлектрической подложкой. Отметим, что существует возможность эффективного управления амплитудой фотодифракционного отклика от нелинейного кристалла, которая может быть реализована при использовании аксиконов с регулиру-

емым углом конусности, созданных, например, на основе кристаллов, обладающих эффектом Поккельса [23, 24]. Импульсное возбуждение ультразвуковых волн управляемыми БСП в образцах горных пород экспериментально продемонстрировано в [25]. В [21, 22, 26] исследована термооптическая управляемая генерация звука квазибездифракционным излучением в плотном слое хиральных и ахиральных углеродных нанотрубок, а также в магнитоактивных сверхрешетках, что подтверждает практическую значимость использования поляризационных мод БСП.

### ПРИЛОЖЕНИЕ

Выпишем интеграл, представляющий собой частное решение неоднородного уравнения теплопроводности,

$$I = \int_0^{\infty} r J_0(pr) \left[ \left( \frac{m}{qr} \right)^2 J_m^2(qr) + J_m'^2(qr) \right] \times e^{-r^2/w_0^2} dr = I_1 + I_2, \quad (A1)$$

где

$$I_1 = \left( \frac{m}{q} \right)^2 \int_0^{\infty} \frac{1}{r} J_0(pr) J_m^2(qr) e^{-r^2/w_0^2} dr, \quad (A2)$$

$$I_2 = \int_0^{\infty} r J_0(pr) J_m'^2(qr) e^{-r^2/w_0^2} dr, \quad (A3)$$

$p$  – параметр преобразования Фурье–Бесселя.

Перейдем в интеграле (A2) к переменной  $t = r^2$ :

$$I_1 = \left( \frac{m}{q} \right)^2 \int_0^{\infty} \frac{1}{r} J_0(pr) J_m^2(qr) e^{-r^2/w_0^2} dr = \frac{1}{2} \left( \frac{m}{q} \right)^2 \int_0^{\infty} \frac{1}{t} J_0(p\sqrt{t}) J_m^2(q\sqrt{t}) e^{-t/w_0^2} dt.$$

Для взятия интеграла воспользуемся преобразованием Лапласа [27]:

$$\int_0^{\infty} t^{\nu-1} J_{2\mu_1}(2\alpha_1^{1/2} t^{1/2}) \dots J_{2\mu_n}(2\alpha_n^{1/2} t^{1/2}) \exp(-p_0 t) dt = \frac{\Gamma(\nu + M) p_0^{-\nu-M} \alpha_1^{\mu_1} \dots \alpha_n^{\mu_n}}{\Gamma(2\mu_1 + 1) \dots \Gamma(2\mu_n + 1)} \Psi_2, \quad (A4)$$

$$\left( \nu + M; 2\mu_1 + 1, \dots, 2\mu_n + 1; \frac{\alpha_1}{p_0}, \dots, \frac{\alpha_n}{p_0} \right),$$

где  $\text{Re } p > 0$ ,  $M = \mu_1 + \dots + \mu_n$ ,  $\text{Re}(M + \nu) > 0$ ,

$$\Psi_2(\alpha; \gamma_1, \dots, \gamma_n; z_1, \dots, z_n) = \sum \frac{(\alpha)_{m_1+\dots+m_n} z_1^{m_1} \dots z_n^{m_n}}{(\gamma)_{m_1} \dots (\gamma)_{m_n} m_1! \dots m_n!}$$

– вырожденный гипергеометрический ряд многих переменных,  $(\alpha)_m = \Gamma(\alpha+m)/\Gamma(\alpha)$ ,  $\Gamma(n) = (n-1)!$  – гамма-функция.

Используя (A4), можем записать для (A2) следующее выражение:

$$I_1 = \frac{1}{2} \left(\frac{m}{q}\right)^2 \frac{\Gamma(m) \left(\frac{1}{w_0}\right)^{-m} \left(\frac{1}{4}q^2\right)^{\frac{1}{2}m} \left(\frac{1}{4}q^2\right)^{2m}}{\Gamma(1)\Gamma(m+1)\Gamma(m+1)} \times \Psi_2\left(m; 1, m+1, m+1; -\frac{1}{4}p^2w_0^2, -\frac{1}{4}q^2w_0^2, -\frac{1}{4}q^2w_0^2\right).$$

С помощью численного анализа вырожденно-гипергеометрического ряда трех переменных установлено, что вполне достаточно ограничиться первыми двумя членами. Следовательно, для интеграла  $I_1$  получаем

$$I_1 \approx \frac{1}{2} \left(\frac{m}{q}\right)^2 \left(\frac{1}{4}q^2\right)^m w_0^{2m} \times \left[ \left( \frac{1}{(m+1)!} - \frac{a(p)(m+2)!}{(m+1)!(m+1)!} \right) b^2 + 2 \left( \frac{a(p)}{m!} - \frac{1}{(m+1)!} \right) b + \frac{(m-1)!}{m!m!} - \frac{a(p)}{m!} \right], \quad (A5)$$

где  $a(p) = \frac{1}{4}p^2w_0^2$ ,  $b = \frac{1}{4}q^2w_0^2$ .

Аналогичным образом несложно получить соответствующее выражение для второго интеграла

$$I_2 \approx \frac{1}{2} \left(\frac{1}{4}q^2\right)^{m+1} w_0^{2m+1} \times \left[ \left( \frac{(m+3)!}{(m+2)!(m+2)!} - \frac{a(p)(m+4)!}{(m+2)!(m+2)!} \right) b^2 + 2 \left( \frac{a(p)(m+3)!}{(m+1)!(m+2)!} - \frac{1}{(m+1)!} \right) b + \frac{1}{(m+1)!} - \frac{a(p)(m+2)!}{(m+1)!(m+1)!} \right]. \quad (A6)$$

Подставляя (A5) и (A6) в (A1), получим конечное соотношение для искомого интеграла

$$I = \frac{1}{2} b^m \left[ \frac{m^2}{q^2} R_1(p) + w_0^2 b R_2(p) \right], \quad (A7)$$

где

$$R_1(p) = \left( \frac{1}{(m+1)!} - \frac{a(p)(m+2)!}{(m+1)!(m+1)!} \right) b^2 + 2 \left( \frac{a(p)}{m!} - \frac{1}{(m+1)!} \right) b + \frac{(m-1)!}{m!m!} - \frac{a(p)}{m!},$$

$$R_2(p) = \left( \frac{(m+3)!}{(m+2)!(m+2)!} - \frac{a(p)(m+4)!}{(m+2)!(m+2)!} \right) b^2 + 2 \left( \frac{a(p)(m+3)!}{(m+1)!(m+2)!} - \frac{1}{(m+1)!} \right) b + \frac{1}{(m+1)!} - \frac{a(p)(m+2)!}{(m+1)!(m+1)!}.$$

С помощью (A7) несложно записать полное решение неоднородного уравнения теплопроводности, которое на основе стандартных граничных условий и решений для температурных полей в окружающей среде и подложке позволяет найти распределение температуры в периодически поляризованном нелинейном кристалле, использованном при расчете амплитуды фотодефлекционного сигнала (11).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Mandelis A., Salnik A., Opsal J., Rosencwaig A. // J. Appl. Phys. 1999. V. 85. P. 1811.
2. Ошурко В.Б. // Квантовая электроника. 2004. Т. 35. № 2. С. 185.
3. Gusev V., Mandelis A., Bleiss R. // Int. J. Thermophys. 1993. V. 14. № 2. P. 321.
4. Мадвалиев У., Салихов Т.Х., Шарифов Д.М. // ЖТФ. 2004. Т. 74. № 2. С. 17.
5. Ахманов С.А., Гусев В.Э. // Успехи физ. наук. 1992. Т. 162. № 3. С. 3.
6. Kopylova D.S., Pelivanov I.M. // J. Acoust. Soc. Am. 2011. V. 130. № 4. P. 213.
7. Yelleswarapu C.S., Kothapalli S.R. // Optics Express. 2010. V. 18. № 9. P. 9020.
8. Blackman F., Antonolli L. // Appl. Opt. 2005. V. 44. № 1. P. 103.
9. Greogoire G., Tournat V., Gusev V. // Eur. Phys. J. Special Topics. 2008. V. 153. P. 313.
10. Митюрюч Г.С. // ЖТФ. 1989. Т. 59. Вып. 9. С. 118.
11. Хило П.А., Петрова Е.С., Хило Н.А. // Проблемы физики, математики и техники. 2013. Т. 15. № 2. С. 25.
12. Аветисян Ю.О. // Изв. НАН Армении. Физика. 2006. Т. 41. № 1. С. 8.
13. Колкер Д.Б., Бойко А.А., Духовникова Н.Ю. // Приборы и техника эксперимента. 2014. № 1. С. 85.
14. Бокуть В.Б., Сердюков А.Н. // Журн. прикл. спектроскопии. 1970. Т. 12. Вып. 1. С. 65.

15. Хило П.А. // Журн. прикл. спектроскопии. 2000. Т. 67. № 5. С. 595.
16. Батог В.Н., Бурков В.И., Кизель В.А. и др. // Кристаллография. 1971. Т. 16. Вып. 6. С. 1044.
17. Дмитриев В.Г., Тарасов Л.В. Прикладная нелинейная оптика. М.: Радио и связь, 1982. 352 с.
18. Mityurich G.S., Aleksiejuk M., Astakhov P.V. et al. // Int. J. Thermophys. 2011. V. 32. № 4. P. 844.
19. Mityurich G.S., Chernenok E.V., Serdyukov A.N. // J. Appl. Spect. 2015. V. 82. № 2. P. 254.
20. Ландау Л.Д. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982. 624 с.
21. Митюрин Г.С., Лебедева Е.В., Сердюков А.Н. // Проблемы физики, математики и техники. 2016. Т. 27. № 4. С. 19.
22. Митюрин Г.С., Лебедева Е.В., Сердюков А.Н. // Проблемы физики, математики и техники. 2017. Т. 33. № 4. С. 17.
23. Митюрин Г.С., Черненко Е.В., Сердюков А.Н. // Афіційны бюл. 2015. № 4. С. 146.
24. Митюрин Г.С., Черненко Е.В., Сердюков А.Н. // Афіційны бюл. 2016. № 2. С. 162.
25. Mityurich G.S., Kozhushko V.V., Mityurich D.G. et al. // 20<sup>th</sup> Int. Conf. Photoacoustic and Photothermal Phenomena. Moscow. 2019. P. 72.
26. Митюрин Г.С., Черненко Е.В., Свиридова В.В. и др. // Кристаллография. 2015. Т. 60. № 2. С. 299.
27. Бейтман Г., Эрдейи А. Таблицы интегральных преобразований: М.: Наука, 1969. Т. 1. 344 с.