

ДИФРАКЦИЯ И РАССЕЯНИЕ ИОНИЗИРУЮЩИХ ИЗЛУЧЕНИЙ

УДК 548.73

ТЕОРИЯ ЛАУЭ-ДИФРАКЦИИ РЕНТГЕНОВСКИХ ЛУЧЕЙ В ТОЛСТОМ МОНОКРИСТАЛЛЕ С НАКЛОННОЙ СТУПЕНЬКОЙ НА ВЫХОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ. II. АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ

© 2020 г. В. Г. Кон¹, И. А. Смирнова^{2,*}

¹ Национальный исследовательский центр “Курчатовский институт”, Москва, Россия

² Институт физики твердого тела РАН, Черноголовка, Россия

*E-mail: irina@issp.ac.ru

Поступила в редакцию 24.10.2019 г.

После доработки 26.11.2019 г.

Принята к публикации 02.12.2019 г.

Получено аналитическое решение задачи о дифракции Лауэ рентгеновской сферической волны в монокристалле с наклонной ступенькой на выходной поверхности. Общие формулы применяются для конкретного случая дифракции плоской волны в толстом кристалле в условиях реализации эффекта Бормана. Показано, что при условии увеличения толщины со стороны отраженного пучка относительная амплитуда отраженной волны определяется тремя комплексными членами, что формально может приводить к интерференции с увеличением максимумов интенсивности до 9 раз по отношению к ее значению в кристалле без ступеньки. Формула для проходящего пучка содержит только два члена, и увеличение не может быть более чем в 4 раза. Результаты расчетов по аналитической формуле совпадают с результатами, полученными численным методом, рассмотренным в первой части работы.

DOI: 10.31857/S0023476120040128

ВВЕДЕНИЕ

В статье представлены результаты второй части работы, первая часть которой опубликована в [1]. Теоретически решается задача о распределении в пространстве (поперек пучка) интенсивностей проходящей и отраженной волн в случае дифракции Лауэ рентгеновских лучей в толстом монокристалле с наклонной ступенькой на выходной поверхности. В первой части работы задача была решена численно. Было показано, что в переходной области между границей ступеньки и границей треугольника Бормана с вершиной на нижней границе ступеньки имеет место эффект сильного перераспределения интенсивности отраженного пучка таким образом, что максимумы интенсивности увеличиваются более чем в 7 раз по сравнению с ее значением перед ступенькой. Одновременно средняя по области интерференции интенсивность проходящего пучка существенно уменьшается, как и суммарная интенсивность двух пучков, что свидетельствует о нарушении условий для эффекта Бормана.

В [1] было показано, что задачу удобно разбить на два этапа. На первом этапе рассматривают кристалл в форме пластины, и решение находят методом преобразования Фурье, как сделано в [2–6]. На втором этапе необходимо решать урав-

нения Такаги [7]. Если в образце нет деформации кристаллической решетки, но он имеет форму со сложной границей, то решение уравнений Такаги можно получить в интегральной форме [8–14]. Иногда интегральная форма уравнений не дает прямого решения задачи, а приводит к уравнению, которое в ряде случаев удается решить аналитически.

Именно такой случай реализуется в рассматриваемой задаче дифракции Лауэ в монокристалле с наклонной ступенькой на выходной поверхности. В работе представлен вывод аналитического решения для второго этапа задачи. Используется метод, который впервые был применен в [15].

ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ И ЕЕ АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ

Схема численного эксперимента показана в первой части работы. Предполагается, что монокристаллическая сферическая волна от точечного источника рентгеновского излучения, расположенного на расстоянии L от образца, падает на монокристалл в форме пластины толщиной t (максимальная толщина). На выходной поверхности кристалла имеется наклонная ступенька высотой t_0 . Будем считать, что известны волновые

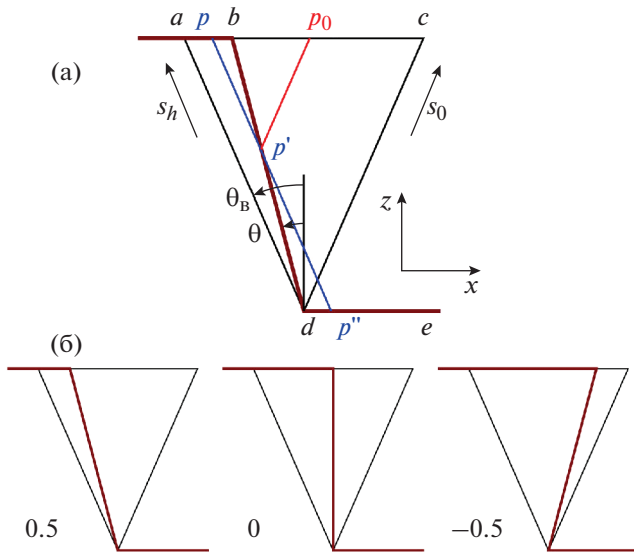


Рис. 1. Выходная граница кристалла в форме ступеньки и треугольник Бормана, в котором хотя бы одно поле зависит от координаты x (а). Различные варианты наклона ступеньки (б) при разных значениях параметра $R = \text{tg } \theta / \text{tg } \theta_B$ (указаны на рисунке).

функции $E_0(x)$ и $E_h(x)$ для проходящего и отраженного пучков на толщине $z = t_1 = t - t_0$.

На втором этапе необходимо решить уравнения Такаги [7]:

$$\frac{2}{i} \frac{\partial E_0}{\partial s_0} = X_0 E_0 + X_{-h} E_h \exp(i\mathbf{h}\mathbf{u}), \quad (1)$$

$$\frac{2}{i} \frac{\partial E_h}{\partial s_h} = [X_0 + 2\alpha_q] E_h + X_h E_0 \exp(-i\mathbf{h}\mathbf{u}). \quad (2)$$

Здесь $X_{0,h,-h} = K\chi_{0,h,-h}$, где $K = 2\pi/\lambda$ – волновое число, $\chi_0, \chi_h, \chi_{-h}$ – компоненты Фурье поляризуемости кристалла для векторов обратной решетки $0, \mathbf{h}, -\mathbf{h}$ соответственно, координаты s_0 и s_h отсчитываются вдоль направлений проходящей и отраженной волн, \mathbf{u} – вектор смещения из-за возможной деформации кристаллической решетки, параметр отклонения от условия Брэгга $\alpha_q = K(\theta - \theta_0)\sin 2\theta_B$, λ – длина волны рентгеновского излучения. Угол $\theta - \theta_0$ описывает угловое положение кристалла относительно падающего излучения.

Рассмотрим случай, когда $\alpha_q = 0$ и в кристалле нет деформаций ($\mathbf{u} = 0$). В случае совершенного кристалла решение уравнений (1), (2) можно получить в интегральной форме через известные поля E_0 и E_h на некоторой границе внутри треугольника Бормана с вершиной в точке наблюдения и сторонами в направлениях проходящей (s_0) и отраженной (s_h) волн [8–14]. В [1] рассматривали случай, когда толщина плоской части кристалла t_1 велика по сравнению с толщиной дифракционной фокусировки [6, 16]: $t_{df} = L|\chi_h|F$, где $F =$

$= 1/(\sin\theta_B \sin 2\theta_B)$, θ_B – угол Брэгга. Тогда на толщине t_1 в области ступеньки на горизонтальной оси x волновая функция близка к константе, что соответствует плоской волне.

В отличие от [1] рассмотрим случай падающей плоской волны при точном выполнении условия Брэгга. Расстояние от точечного источника до кристалла должно быть значительно больше расстояния дифракционной фокусировки: $L_{df} = t_1 C$, где $C = (|\chi_h|F)^{-1}$. Для $t_1 = 1$ мм это расстояние равно $L_d = 32.9$ м. Заметим, что коллимацию падающего пучка на источниках синхротронного излучения третьего поколения легко выполнить с помощью составной преломляющей линзы [17].

На рис. 1а показана форма образца в области ступеньки на выходной поверхности, а также треугольник Бормана, в котором хотя бы одна волновая функция зависит от координаты x . Используем прием, который впервые был предложен в [15]. Он состоит в рассмотрении вместо реальных волновых функций разности волновых функций для исследуемого образца $E_k(\mathbf{r})$ и образца в форме пластины $A_k(z)$. Заметим, что в случае плоской волны функция $A_k(z)$ известна в аналитическом виде. Ясно, что интегральные уравнения для разностей будут такие же, однако граничные условия существенно различаются, потому что разность равна нулю там, где кристалл однороден по оси x .

Итак, рассмотрим функции

$$e_k(\mathbf{r}) = (E_k(\mathbf{r}) - A_k(z))F_0^{-1}(z), \quad k = 0, h, \quad (3)$$

где

$$A_k(z) = C_k F_0(z) F_h^{-1}(z), \quad F_{0,h} = \exp(iX_{0,h}z/2\gamma_0). \quad (4)$$

Здесь $\gamma_0 = \cos \theta_B$, коэффициенты C_k зависят от нормировки. В случае плоской волны они равны ± 0.5 для $k = 0, h$ соответственно. Заметим, что поля $e_k(\mathbf{r})$ отличны от нуля только внутри треугольника acd (рис. 1а).

Согласно интегральной формулировке теории [12] функцию $e_h(p)$ в точке p на отрезке ab можно выразить через функции на линиях ad и db . Но разности полей на линии ad равны нулю, поэтому имеем решение в виде:

$$e_h(p) = e_h(p') - \int_{dp'} ds_0 \frac{\partial R}{\partial s_0} e_h - \frac{i}{2} X_h \int_{dp'} ds_h R e_0, \quad (5)$$

$$R = J_0(X((s_{0p} - s_0)(s_{hp} - s_h))^{1/2}), \quad (6)$$

где $X = (X_h X_{-h})^{1/2}$, s_{0p}, s_{hp} – координаты точки p . Здесь и далее используем обозначения $J_n(x)$ для функции Бесселя n -го порядка. С другой сторо-

ны, функция $e_0(p')$ на линии db является решением интегрального уравнения

$$e_0(p') = \int_{dp'} ds_h \frac{\partial R}{\partial s_h} e_0 + \frac{i}{2} X_{-h} \int_{dp'} ds_0 R e_h, \quad (7)$$

если функция $e_h(\mathbf{r})$ известна на этой линии. В рассматриваемом случае линия db является прямой. Введем координаты ξ и ξ_η для точек на линии dp' и в точке p' . Связь новых координат со старыми имеет вид

$$\begin{aligned} z &= \cos \theta_B (s_0 + s_h) = \xi \cos \theta, \\ x &= \sin \theta_B (s_0 - s_h) = -\xi \sin \theta. \end{aligned} \quad (8)$$

Обозначим аргумент функции Бесселя в (6) буквой A . С учетом (8) легко получить, что на линии db

$$\begin{aligned} s_0 &= \gamma_1 \xi, & s_h &= \gamma_2 \xi, \\ A &= b(\xi_\eta - \xi), & b &= X(\gamma_1 \gamma_2)^{1/2}, \end{aligned} \quad (9)$$

где

$$\xi_\eta = \xi_0 - \eta D_1, \quad \xi_0 = \frac{t_0}{\gamma}, \quad D_1 = \frac{\gamma_0}{\sin(\theta_B - \theta)}, \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= \frac{\sin(\theta_B - \theta)}{\sin 2\theta_B}, & \gamma_2 &= \frac{\sin(\theta_B + \theta)}{\sin 2\theta_B}, \\ & & \gamma &= \cos \theta. \end{aligned} \quad (11)$$

Здесь ξ_η – длина отрезка dp' , η – длина отрезка pb . Найдем зависимость интенсивностей проходящей и отраженной волн от параметра η .

Интеграл в (7) вычисляется по координате ξ в пределах от нуля до ξ_η . С целью упрощения записи сделаем замену переменных $\xi \rightarrow \xi_\eta - \xi$, которая не меняет пределов интегрирования. Тогда для производной можно записать выражение

$$\frac{\partial R}{\partial s_h} = \frac{1}{2} X \left(\frac{s_0}{s_h} \right)^{1/2} J_1(A) = \frac{1}{2} X \left(\frac{\gamma_1}{\gamma_2} \right)^{1/2} J_1(b\xi). \quad (12)$$

В результате уравнение (7) после замены переменных принимает вид

$$\begin{aligned} e_0(\xi_\eta) &= \frac{b}{2} \int_0^{\xi_\eta} d\xi e_0(\xi_\eta - \xi) J_1(b\xi) + \\ &+ \frac{i}{2} X_{-h} \gamma_1 \int_0^{\xi_\eta} d\xi e_h(\xi_\eta - \xi) J_0(b\xi). \end{aligned} \quad (13)$$

Справа стоят интегралы в виде свертки. Для решения интегрального уравнения (13) применим к нему преобразование Лапласа

$$e(q) = \int_0^\infty d\xi \exp(-q\xi) e_0(\xi) \quad (14)$$

и используем его свойство, согласно которому свертка двух функций превращается в произведение их образов. Тогда имеем

$$e_0(q) = \frac{b}{2} e_0(q) [J_1(b\xi)]_q + \frac{i}{2} X_{-h} \gamma_1 e_h(q) [J_0(b\xi)]_q. \quad (15)$$

Квадратные скобки обозначают преобразование Лапласа функции внутри них, которое зависит от аргумента q . В справочнике [18] есть интеграл с номером 6.646.1, который можно преобразовать к виду

$$\begin{aligned} \left[\left(\frac{\xi}{\xi + a} \right)^{n/2} J_n(b[\xi(\xi + a)]^{1/2}) \right]_q &= \\ &= \frac{b^n \exp(a_2(q - u))}{u(q + u)^n}, \end{aligned} \quad (16)$$

где

$$a_2 = a/2, \quad u = (q^2 + b^2)^{1/2}. \quad (17)$$

Подставим (16) при $a = n = 0$ в (15) и выполним вычисления, используя обозначение $W = iX_{-h}\gamma_1/2$:

$$\begin{aligned} e_0(q) &= W e_h(q) \left(\frac{[J_0(b\xi)]_q}{1 - (b/2)[J_1(b\xi)]_q} \right) = \\ &= \frac{W e_h(q)}{u - (b^2/2)(u + q)^{-1}}. \end{aligned} \quad (18)$$

Можно показать, что знаменатель в правой части (18) равен $(u + q)/2$, а обратная функция $2/(u + q)$ равна преобразованию Лапласа функции $U(b\xi)$, где

$$U(x) = 2 \frac{J_1(x)}{x}. \quad (19)$$

Решение интегрального уравнения (13) после обратной замены переменных $\xi \rightarrow \xi_\eta - \xi$ имеет следующий вид:

$$e_0(\xi_\eta) = \frac{i}{2} X_{-h} \gamma_1 \int_0^{\xi_\eta} d\xi U(b[\xi_\eta - \xi]) e_h(\xi). \quad (20)$$

Рассмотрим уравнение (5). В данном случае ситуация сложнее, поскольку аргумент функции Бесселя зависит от координат точки p на линии ab . Эти координаты равны: $z_p = t_0 = \xi_0 \cos \theta$, $x_p = -\xi_0 \sin \theta - \eta$, а для точки на отрезке dp' координаты определены в (8). В результате простых вычислений легко получить, что

$$\begin{aligned} s_{op} - s_o &= \gamma_1 \xi_d, \\ s_{hp} - s_h &= \gamma_2 (\xi_d + a), \quad \xi_d = \xi_\eta - \xi, \end{aligned} \quad (21)$$

$$R = J_0(b\sigma_\xi), \quad \frac{\partial R}{\partial s_0} = \frac{b\sigma_\xi}{2\gamma_1} J_0(b\sigma_\xi), \quad (22)$$

$$a = \varepsilon \eta, \quad \varepsilon = D_1 + D_2,$$

$$\begin{aligned} \sigma_\xi &= (\xi_d [\xi_d + a])^{1/2}, \\ \sigma_\xi &= \left(\frac{\xi_d + a}{\xi_d} \right)^{1/2}, \quad D_2 = \frac{\gamma_0}{\sin(\theta_B + \theta)}. \end{aligned} \quad (23)$$

С учетом описанных выше соотношений уравнение (5) имеет следующий вид:

$$e_h(\eta) = e_h(\xi_\eta) - \frac{b}{2} \int_0^{\xi_\eta} d\xi e_h(\xi) \zeta_\xi J_1(b\sigma_\xi) - \frac{i}{2} X_h \gamma_2 \int_0^{\xi_\eta} d\xi e_0(\xi) J_0(b\sigma_\xi). \quad (24)$$

Интегралы снова представляют собой свертку двух функций, поэтому удобно использовать преобразование Лапласа, однако в данном случае имеем функции от более сложного аргумента. Применим преобразование Лапласа к третьему члену в (24) и подставим (18). Получаем с учетом формулы (16):

$$\frac{b}{2} e_h(q) \frac{b \exp(a_2(q-u))}{u(q+u)} = \frac{b}{2} e_h(q) \left[\left(\frac{\xi}{\xi+a} \right)^{1/2} J_1(b[\xi(\xi+a)]^{1/2}) \right]_q. \quad (25)$$

Переходя из q -пространства обратно в ξ -пространство и прибавляя первый член, получаем для суммы второго и третьего членов выражение

$$-\frac{b}{2} \int_0^{\xi_\eta} d\xi e_h(\xi) J_1(b\sigma_\xi) \left[\left(\frac{\xi_d+a}{\xi_d} \right)^{1/2} - \left(\frac{\xi_d}{\xi_d+a} \right)^{1/2} \right]. \quad (26)$$

Выполняя вычисления для волновой функции отраженного пучка на линии ab , получаем вместо (24) более удобную формулу

$$e_h(\eta) = e_h(\xi_\eta) - \frac{1}{4} b^2 \varepsilon \eta \int_0^{\xi_\eta} d\xi e_h(\xi) \times U(b[|\xi_\eta - \xi| |\xi_\eta - \xi + \varepsilon \eta|]^{1/2}). \quad (27)$$

Эта формула выражает неизвестную функцию $e_h(\eta)$ на линии ab через известную функцию $e_h(\xi)$ на линии bd . Эта функция известна, так как функция $E_h(\mathbf{r})$ на этой линии просто переносится с линии de в направлении отраженного пучка, т.е. ее значение в точке p' совпадает с ее значением в точке p'' , а разность легко вычислить.

Формулу для функции $e_0(\eta)$ на линии ab получим аналогично (24) с очевидными изменениями:

$$e_0(\eta) = \frac{b}{2} \int_0^{\xi_\eta} d\xi e_0(\xi) \frac{1}{\zeta_\xi} J_1(b\sigma_\xi) + \frac{i}{2} X_{-h} \gamma_1 \int_0^{\xi_\eta} d\xi e_h(\xi) J_0(b\sigma_\xi). \quad (28)$$

Применим преобразование Лапласа к первому члену в правой части с учетом (25) и подставим $e_0(q)$ из (18). В результате получим выражение,

равное второму члену, если заменить в нем $J_0(b\sigma_\xi)$ на $J_2(b\sigma_\xi) \zeta_\xi^{-2}$. Соответственно получаем в сумме:

$$\frac{J_0(b\sigma_\xi)(\xi_d+a) + J_2(b\sigma_\xi)\xi_d}{\xi_d+a} = \frac{U(b\sigma_\xi)\xi_d + J_2(b\sigma_\xi)a}{\xi_d+a}. \quad (29)$$

Здесь использовано соотношение $J_0 + J_2 = U$. Ответ можно записать в виде

$$e_0(\eta) = \frac{i}{2} X_{-h} \gamma_1 \int_0^{\xi_\eta} d\xi U_1(\xi_\eta - \xi, \eta) e_h(\xi), \quad (30)$$

где

$$U_1(\xi, \eta) = \frac{\xi U(b[\xi(\xi + \varepsilon \eta)]^{1/2}) + \varepsilon \eta J_0(b[\xi(\xi + \varepsilon \eta)]^{1/2})}{\xi + \varepsilon \eta}. \quad (31)$$

Функции на линии bc вычисляются проще. Так, поле $E_h(\mathbf{r})$ на этой линии просто переносится с линии de в направлении отраженного пучка и в случае падающей плоской волны не зависит от x . А поле $E_0(\mathbf{r})$ переносится с линии bd в направлении проходящего пучка. То есть поле в точке p_0 равно полю в точке p' . Поле $E_0(\mathbf{r})$ на линии bd вычисляется по формуле (20).

РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Рассмотрим те же параметры, что и первой части работы, а именно: энергию фотонов $E = \hbar\omega = 10$ кэВ, $t_1 = 1$ мм, кристалл кремния, отражение 220, угол Брэгга $\theta_B = 18.84^\circ$. Для функции $e_h(\xi)$ на линии bd получим выражение с учетом (4):

$$e_h(\xi) = C_h F_h^{-1}(t_1) [F_0^{-1}(\gamma\xi) - F_h^{-1}(\gamma\xi)]. \quad (32)$$

Удобно анализировать отношение интенсивностей пучков на полной толщине t в кристалле со ступенькой к отношению в кристалле без ступеньки. Для этого рассмотрим отношение $R_h(\eta) = E_h(\eta)/A_h(t)$ на линии ab . Тогда из (27) с учетом (4) имеем

$$R_h(\eta) = 1 + g_h(\gamma D_1 \eta) - G_h(\eta), \quad (33)$$

где

$$G_h(\eta) = \frac{1}{4} b^2 \varepsilon \eta \int_0^{\xi_\eta} d\xi g_h(t_0 - \gamma\xi) \times U(b[|\xi_\eta - \xi| |\xi_\eta - \xi + \varepsilon \eta|]^{1/2}), \quad (34)$$

$$g_h(x) = C F_0(x) - F_h(x), \quad C = F_h(t_0) F_0^{-1}(t_0). \quad (35)$$

В интеграле $G_h(\eta)$ удобно сделать замену переменных $\xi = \xi_\eta - \xi_1$ без изменения пределов интегрирования, окончательно получим

$$G_h(\eta) = \frac{1}{4} b^2 \varepsilon \eta \int_0^{\xi_\eta} d\xi_1 \times \quad (36)$$

$$\times g_h(\gamma D_1 \eta + \gamma \xi_1) U(b(\xi_1 |\xi_1 + \varepsilon \eta|)^{1/2}).$$

Заметим, что при $\eta = \eta_m = t_0/\gamma D_1$ второй и третий члены в (33) равны нулю и отношение равно единице, т.е. решение непрерывно на границе треугольника Бормана. При $\eta = 0$ параметр $R_h(0) = F_h(t_0)/F_0(t_0)$, и относительная интенсивность очень слабо зависит от высоты ступеньки, однако реальная интенсивность от высоты ступеньки не зависит и равна интенсивности поля на толщине t_1 .

Итак, формула для относительной интенсивности содержит три члена, причем второй и третий члены являются комплексными. Соответственно в сумме три члена формально могут увеличить интенсивность в 9 раз, если их модули примерно равны. В [1] было показано, что численный расчет приводит к увеличению максимумов интенсивности более чем в 7 раз. Формула (33) позволяет проанализировать, как это происходит.

Из формулы (30) с учетом (4) получаем формулу для отношения $R_0(\eta) = E_0(\eta)/A_0(t)$ на линии ab :

$$R_0(\eta) = 1 - G_{01}(\eta), \quad (37)$$

где

$$G_{01}(\eta) = \frac{i}{2} X_{-h} \gamma_1 \int_0^{\xi_\eta} d\xi_1 g_h(\gamma D_1 \eta + \gamma \xi_1) U_1(\xi_1, \eta). \quad (38)$$

В формуле (37) всего два члена, т.е. формально максимум интенсивности может увеличиваться до четырех.

Рассмотрим отношение $R_0(\eta) = E_0(\eta)/A_0(t)$ на линии bd . В этом случае координата η отсчитывается от точки b в сторону точки d , а $\xi_\eta = \xi_0 - \eta D_2$. Точке p' соответствует точка p_0 на рис. 1а. Делая те же преобразования, что и раньше, получаем

$$R_0(\eta) = F_0^{-1}(\gamma D_2 \eta) [F_h(\gamma D_2 \eta) - G_{02}(\eta)], \quad (39)$$

где

$$G_{02}(\eta) = \frac{i}{2} X_{-h} \gamma_1 \int_0^{\xi_\eta} d\xi_1 g_h(\gamma D_2 \eta + \gamma \xi_1) U(b \xi_1). \quad (40)$$

При выводе формулы (39) было учтено, что напряженность поля E_0 в точках η на отрезке bc и ξ_η на отрезке bd имеет одно и то же значение, а также что $C_h = -C_0$. При $\eta = 0$ формула (39) дает такое же значение, что и формула (37), а при $\eta = \eta_m = t_0/\gamma D_2$ выражение равно $F_h(t_0)/F_0(t_0)$, т.е. чуть больше единицы, так как на высоте t_0 реальное поле не поглощается, а знаменатель в отношении соответствует толщине t .

На рис. 1б показаны три типа наклона ступеньки, которые можно характеризовать разными

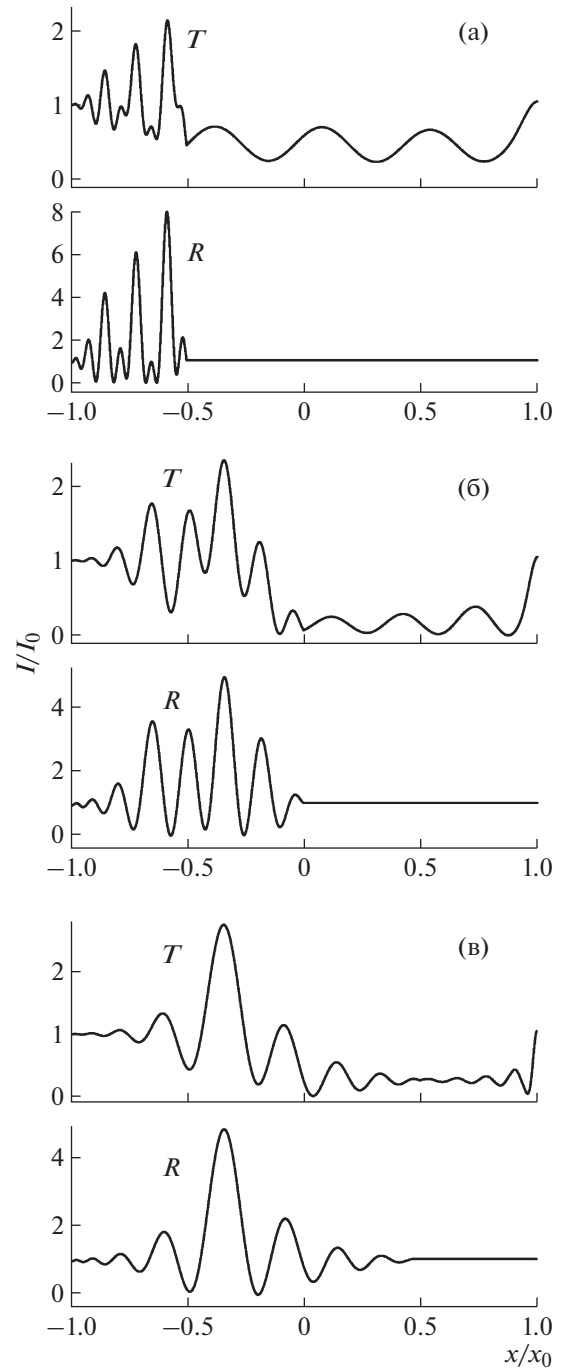


Рис. 2. Зависимость относительной интенсивности проходящего (T) и отраженного (R) пучка на участке выходной поверхности, совпадающей с основанием треугольника Бормана (линия ac на рис. 1а), $x_0 = 68.2$ мкм, R : 0.5 (а), 0 (б), -0.5 (в).

ми значениями параметра $R = \text{tg } \theta / \text{tg } \theta_B$ при отсчете угла θ , как на рис. 1а. На рис. 2 показаны распределения вычисленной по формулам (33), (37), (39) относительной интенсивности $I/I_0 = |R_{0,h}|^2$ проходящего (T) и отраженного (R) пуч-

ков на всем основании ac треугольника Бормана для условий: $t_0 = 0.2$ мм, $R = 0.5, 0, -0.5$ соответственно. Результаты расчета численным методом [1] для тех же параметров совпадают с данными, полученными в настоящей работе. Интересно, что результат расчета [1] в случае $L = 2$ м не сильно отличается от того, который показан на рис. 2а. Дело в том, что толстый кристалл на малом расстоянии от точечного источника излучения сам создает расходящуюся сферическую волну, которая в области ступеньки почти совпадает с плоской волной.

Как следует из расчетов, наиболее интересные результаты получаются при положительных значениях параметра R , когда отличие от единицы невелико. В этом случае интенсивность отраженного пучка осциллирует с малым периодом, достигая в максимумах наиболее высоких значений, близких к девяти. Но это происходит не всегда, а периодически зависит от высоты ступеньки.

Относительная интенсивность отраженного пучка остается больше, чем падающего пучка, для всех значений $|R| < 1$. При $|R| > 1$ формулы (33), (37), (39) не применимы, и расчет надо делать иначе. Отметим, что наблюдается некоторая корреляция между максимумами и минимумами интенсивности прошедшего и отраженного пучков в том смысле, что они возникают одновременно. В этом заключается отличие данных осцилляций от экстинкционных осцилляций интенсивности плоской волны в зависимости от толщины кристалла, когда интенсивность прошедшего пучка перетекает в интенсивность отраженного и обратно.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кон В.Г., Смирнова И.А. // Кристаллография. 2020. Т. 65. № 4. С. 515.
2. Kato N. // Acta Cryst. 1961. V. 14. P. 526.
3. Kato N. // Acta Cryst. 1961. V. 14. P. 627.
4. Kato N. // J. Appl. Phys. 1968. V. 39. P. 2225.
5. Kato N. // J. Appl. Phys. 1968. V. 39. P. 2231.
6. Афанасьев А.М., Кон В.Г. // ФТТ. 1977. Т. 19. С. 1775.
7. Takagi S. // Acta Cryst. 1962. V. 15. P. 1311.
8. Слободецкий И.Ш., Чуховский Ф.Н., Инденбом В.Л. // Письма в ЖЭТФ. 1968. Т. 8. С. 90.
9. Uragami T.S. // J. Phys. Soc. Jpn. 1969. V. 27. P. 147.
10. Uragami T.S. // J. Phys. Soc. Jpn. 1970. V. 28. P. 1508.
11. Uragami T.S. // J. Phys. Soc. Jpn. 1971. V. 31. P. 1141.
12. Afanas'ev A.M., Kohn V.G. // Acta Cryst. A. 1971. V. 27. P. 421.
13. Saka T., Katagawa T., Kato N. // Acta Cryst. A. 1971. V. 28. P. 102.
14. Saka T., Katagawa T., Kato N. // Acta Cryst. A. 1971. V. 28. P. 113.
15. Афанасьев А.М., Кон В.Г. // Укр. физ. журн. 1972. Т. 17. С. 424. <http://kohnvict.ucoz.ru/art/004r.pdf>
16. Kohn V.G., Smirnova I.A. // Acta Cryst. A. 2018. V. 74. P. 699.
17. Snigirev A., Kohn V., Snigireva I., Lengeler B. // Nature. 1996. V. 384. P. 49.
18. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Физматлит, 1963. 1100 с.