

КОМБИНИРОВАННАЯ ЧИСЛЕННАЯ МОДЕЛЬ ЦУНАМИ

© 2019 г. *М.А. Носов*^{1,2}, *С.В. Колесов*¹

¹ МГУ им. М.В.Ломоносова, физический факультет m.a.nosov@mail.ru

² Институт морской геологии и геофизики РАН

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты №16-55-50018, №16-05-00053).

DOI:10.1134/S0234087919010039

Построена численная модель, описывающая динамику поверхностных гравитационных и акустических волн, возбуждаемых в океане малыми динамическими деформациями дна. В основу модели положена линейная потенциальная теория. Модель представляет собой комбинацию двух динамически сопряженных блоков: глубоководного и мелководного. Глубоководный блок решает трехмерную задачу потенциальной теории волн в сигма-сферических координатах, мелководный блок – двумерную задачу теории длинных волн в сферических координатах. Изложены результаты тестирования модели с применением аналитического решения задачи для плоского горизонтального дна. Проведен сравнительный анализ результатов воспроизведения цунами на Центральных Курилах 15.11.2006 и 13.01.2007 с использованием вновь построенной и традиционной длинноволновой моделей.

Ключевые слова: волны цунами, фазовая дисперсия, потенциальная теория, теория длинных волн, численное моделирование.

COMBINED NUMERICAL MODEL OF TSUNAMI

M.A. Nosov^{1,2}, *S.V. Kolesov*¹

¹ Lomonosov Moscow State University, Faculty of Physics m.a.nosov@mail.ru

² Institute of Marine Geology and Geophysics, Russian Academy of Sciences

A numerical model describing dynamics of surface gravity waves and acoustic waves excited in the ocean by small dynamic deformations of the bottom is constructed. The model is based on the linear potential theory. The model represents a combination of two dynamically coupled blocks: deep-water and shallow. The deep-water block solves a three-dimensional problem of potential wave theory in a sigma-spherical coordinates, the shallow block – a two-dimensional problem of shallow water theory in spherical coordinates. Results of testing of the numerical model with use of analytical solution of the problem in case of flat horizontal bottom are shown. A comparative analysis of results of simulations of tsunamis on November 15, 2006 and January 13, 2007 on the Central Kuril Islands with use of newly constructed and traditional long-wave models is carried out.

Key words: tsunami waves, phase dispersion, potential theory, long-wave theory, numerical simulation.

1. Введение

Для численного моделирования волн цунами обычно используют уравнения гидродинамики, которые проинтегрированы вдоль вертикальной координаты. За счет снижения размерности исходной трехмерной задачи такой подход обеспечивает существенный выигрыш в объеме необходимых вычислений, что позволяет воспроизводить трансокеанское или даже глобальное распространение волн. Простейшим вариантом вертикально интегрированных уравнений являются уравнения теории длинных волн, которые положены в основу многих современных численных моделей цунами [1-5].

Серьезным недостатком теории длинных волн является пренебрежение фазовой дисперсией, проявления которой свойственны гравитационным волнам на воде и волнам цунами, в частности [6-9]. Если в длинноволновом пределе ($kH \ll 1$, где k – волновое число, H – глубина океана) дисперсионное соотношение для гравитационных волн $\omega^2 = gk \tanh(kH)$ разложить в ряд Тейлора по малому параметру kH , то первый (линейный) член этого разложения будет соответствовать теории длинных волн, в рамках которой фазовая скорость не зависит от длины волны. Для учета дисперсии в разложении следует удержать по меньшей мере еще один (кубический) член. Учет двух членов разложения соответствует уравнениям Буссинеска, которые аналогично уравнениям теории длинных волн также являются вертикально интегрированными, но описывают слабо диспергирующие волны [10]. В практику моделирования цунами модели, построенные на основе уравнений Буссинеска, стали активно внедряться в начале 21-го века [11-13].

По сравнению с уравнениями теории длинных волн уравнения Буссинеска обладают значительно более сложной структурой и включают в себя члены с производными более высоких порядков. В этой связи объем вычислений, необходимый для численного интегрирования уравнений Буссинеска, оказывается весьма значительным. Кроме того, уравнения Буссинеска, как и любое приближение, имеют ограниченную область применимости. Например, сильно диспергирующие волны цунами, вызываемые обвалами, подводными вулканическими взрывами или падением метеоритов, уравнения Буссинеска корректно описывать не могут.

Еще одним общим недостатком всех вертикально интегрированных моделей является невозможность воспроизведения гидроакустических эффектов, сопутствующих волнам цунами [9, 14, 15]. Один из таких эффектов известен еще с середины 20-го века. Речь идет о T -фазе – гидроакустических волнах с частотами более 2 Гц, которые возникают при подводных землетрясениях и распространяются в подводном звуковом канале на тыся-

чи километров от источника [16, 17]. Сравнительно недавно были обнаружены и более низкочастотные гидроакустические волны от подводных землетрясений, для которых волноводом служит вся водная толща [9, 18-20].

Отмеченные выше недостатки вертикально интегрированных моделей говорят о том, что в моделировании динамики цунами и сопутствующих явлений будущее принадлежит трехмерным гидродинамическим моделям. Отдельные разработки в этом направлении успешно ведутся еще с начала 21-го века [21-24]. Конечно, воспроизведение динамики цунами и сопутствующих явлений на акваториях океанских масштабов с использованием полных трехмерных уравнений гидродинамики представляет собой трудно-разрешимую вычислительную задачу. Но применение приближений, позволяющих вычлнить из полных уравнений интересующие нас волновые процессы, может способствовать значительному облегчению этой задачи.

Достаточно корректно описать диспергирующие волны цунами и сопровождающие их гидроакустические эффекты можно с использованием известного приближения уравнений гидродинамики – потенциальной теории. Первые попытки численной реализации такого подхода с использованием равномерных по вертикали (*z*-leveled) сеток были сделаны нами в работах [19, 25]. Недостатком этих первых моделей являлась невозможность описания динамики водного слоя на мелководье. В силу специфики метода расчетная область ограничивалась изобатой, соответствующей нескольким шагами сетки по вертикали (~ 100 м), что делало невозможным не только расчет, но и оценку высот заплеска цунами на побережье. Численная модель, описываемая в настоящей работе, свободна от указанного недостатка. Модель представляет собой комбинацию глубоководного и мелководного блоков, которые динамически сопряжены вдоль заданной изобаты. Глубоководный 3D блок построен в рамках потенциальной теории в сигма-координатах. Мелководный 2D блок построен на основе теории длинных волн, уравнения которой записаны также в терминах потенциала скорости течения. В дальнейшем для краткости будем называть эту модель комбинированной или СРТМ (Combined Potential Tsunami Model).

Выделение глубоководного и мелководного блоков отвечает физическим особенностям динамики водного слоя в области больших глубин и на мелководье. С одной стороны, из-за существования частоты отсечки гидроакустические волны не могут проникать на малые глубины [9]. Следовательно, на мелководье вполне приемлемым является приближение несжимаемой жидкости. С другой стороны, при приближении гравитационных волн к берегу отношение длины волны к глубине всегда возрастает, поэто-

му, начиная с определенных глубин, волна на мелководье может классифицироваться как длинная (нелинейную трансформацию волн мы здесь не рассматриваем).

Настоящая работа преследует следующие цели: (1) детальное описание комбинированной модели СРТМ, (2) ее верификация с применением аналитического решения и (3) демонстрация работоспособности СРТМ и ее преимуществ по сравнению с классической длинноволновой моделью на примере воспроизведения цунами на Центральных Курилах 15.11.2006 и 13.01.2007.

2. Математическая модель

Будем рассматривать слой идеальной (невязкой) однородной жидкости переменной глубины H в поле силы тяжести. Эффектами вращения Земли пренебрежем. Сверху слой жидкости ограничен свободной поверхностью, давление вдоль которой будем полагать неизменным в пространстве и во времени. Снизу слой ограничен подвижным непроницаемым и абсолютно жестким дном. Введем локальную прямоугольную систему координат, начало которой расположим на невозмущенной свободной поверхности. Ось Oz направим вертикально вверх, а оси Ox и Oy – на восток и на север соответственно.

Будем полагать, что до момента начала землетрясения $t = 0$ жидкость находится в состоянии гидростатического равновесия, поверхность дна является неподвижной и ее положение описывается уравнением $z = -H(x, y)$. В процессе землетрясения при $t > 0$ поверхность дна приходит в движение, и теперь ее положение определяется уравнением $z = -H(x, y) + \eta(x, y, t)$, где $\eta(x, y, t)$ – динамическая деформация дна малой амплитуды ($|\eta| \ll H$). Искомые движения водного слоя представляют собой отклонения от состояния гидростатического равновесия, которые возникают в результате динамической деформации дна.

Разделим расчетную область на две части: глубоководную и мелководную. Разделение будем проводить по фиксированной изобате H_0 . В глубоководной части задачу будем рассматривать в рамках линейной потенциальной теории сжимаемой жидкости (глубоководный блок). В мелководной части жидкость будем полагать несжимаемой и воспользуемся линейной теорией длинных волн (мелководный блок). Вдоль изобаты H_0 оба блока динамически сопрягаются. Гравитационные волны имеют возможность свободно проникать как из глубоководной области в мелководную, так и в обратном направлении.

Вначале остановимся подробнее на описании глубоководного блока. С учетом предположения о потенциальности поля скорости течения ($\mathbf{v} = \nabla F$) в линейном приближении уравнения Эйлера сводятся к волновому уравнению относительно потенциала скорости течения F , дополненному граничными условиями на поверхности и на дне [9, 19, 26]:

$$\partial^2 F / \partial t^2 - c^2 \Delta F = 0, \quad (1)$$

$$z = 0: \quad \partial^2 F / \partial t^2 + g(\partial F / \partial z) = 0, \quad (2)$$

$$z = -H(x, y): \quad \frac{\partial F}{\partial \mathbf{n}} = (\mathbf{U}, \mathbf{n}), \quad (3)$$

где c – скорость звука в воде, \mathbf{n} – единичный вектор нормали к поверхности дна, g – ускорение свободного падения, $\mathbf{U} = (U_x, U_y, U_z)$ – вектор скорости деформации дна. Граничное условие (3) представляет собой условие непротекания с учетом подвижности границы. В силу того что мы ограничиваемся случаем малых деформаций дна, глубину бассейна и вектор нормали можно полагать неизменными. На внешних границах расчетной области, проходящих по океану, ставилось условие свободного прохода 1-го порядка для гидроакустических волн.

Мелководный блок основан на линейной теории длинных волн, уравнения которой могут быть сведены к неоднородному волновому уравнению, записанному также относительно потенциала скорости течения [9, 27]:

$$\frac{\partial^2 F}{\partial t^2} - g(\nabla, H\nabla F) = -g \frac{\partial \eta}{\partial t}, \quad (4)$$

где $\partial \eta / \partial t$ – скорость смещения поверхности дна, а ∇ – дифференциальный оператор, действующий в горизонтальном направлении. С компонентами вектора скорости деформации дна величина $\partial \eta / \partial t$ связана следующей формулой [28]:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = U_x \frac{\partial H}{\partial x} + U_y \frac{\partial H}{\partial y} + U_z. \quad (5)$$

Вблизи берега на изобате H_1 уравнение (4) дополним условием непротекания, которое фактически представляет собой горизонтальную проекцию условия (3). Это традиционное для моделей цунами граничное условие физически эквивалентно наличию вертикальной непроницаемой стенки, установленной вдоль изобаты H_1 .

Простота динамического сопряжения глубоководного и мелководного блоков вдоль изобаты H_0 обеспечивается тем, что в обоих случаях уравнения записаны относительно единой искомой функции F . В этой связи формулировка граничных условий сопряжения вдоль изобаты H_0 является излишней. При переходе от глубоководной области к мелководной меняется тип уравнений, используемых для вычисления значений потенциала F в узловых точках.

Важнейшим элементом описываемой модели является использование для глубоководного блока сигма-сферической системы координат, которая отображает расчетную область сложной формы (ограниченную неровным дном) на прямоугольную область. Этот весьма распространенный при моделировании динамики океана и атмосферы подход – например, [29] – позволяет существенно упростить постановку граничных условий на дне. Введем сигма-сферическую систему координат таким образом, чтобы ее связь с прямоугольной системой осуществлялась по следующим формулам:

$$x(\sigma, \theta, \varphi) = [R_E - \sigma H(\theta, \varphi)] \cos \theta \cos \varphi, \quad (6)$$

$$y(\sigma, \theta, \varphi) = [R_E - \sigma H(\theta, \varphi)] \cos \theta \sin \varphi, \quad (7)$$

$$z(\sigma, \theta, \varphi) = [R_E - \sigma H(\theta, \varphi)] \sin \theta, \quad (8)$$

где R_E – радиус Земли, φ – долгота, θ – широта и σ – сигма-координата, величина которой варьируется от 0 на невозмущенной свободной поверхности жидкого слоя до 1 на дне.

В сигма-сферической системе координат система уравнений глубоководного блока (1)-(3) приобретает вид

$$\frac{\partial^2 F}{\partial t^2} - \frac{c^2}{h_\theta h_\varphi h_\sigma} \left\{ \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{h_\varphi h_\sigma}{h_\theta} \frac{\partial F}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{h_\theta h_\sigma}{h_\varphi} \frac{\partial F}{\partial \varphi} \right) + \frac{\partial}{\partial \sigma} \left(\frac{h_\theta h_\varphi}{h_\sigma} \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right) \right\} = 0, \quad (9)$$

$$\sigma = 0: \quad \frac{\partial^2 F}{\partial t^2} - \frac{g}{h_\sigma} \frac{\partial F}{\partial \sigma} = 0, \quad (10)$$

$$\sigma = 1: \quad -\frac{1}{h_\sigma} \frac{\partial F}{\partial \sigma} = (\mathbf{U}, \mathbf{n}), \quad (11)$$

где h_φ , h_θ , h_σ – коэффициенты Ламе, которые вычисляются с использованием формул (6)-(8) стандартным образом

$$\begin{aligned}
 h_\varphi &= \sqrt{(\partial x/\partial \varphi)^2 + (\partial y/\partial \varphi)^2 + (\partial z/\partial \varphi)^2} = \\
 &= \sqrt{\cos^2 \theta (R_E - \sigma H)^2 + \sigma^2 (\partial H/\partial \varphi)^2} \approx \sqrt{R_E^2 \cos^2 \theta + \sigma^2 (\partial H/\partial \varphi)^2}, \quad (12)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 h_\theta &= \sqrt{(\partial x/\partial \theta)^2 + (\partial y/\partial \theta)^2 + (\partial z/\partial \theta)^2} = \\
 &= \sqrt{(R_E - \sigma H)^2 + \sigma^2 (\partial H/\partial \theta)^2} \approx \sqrt{R_E^2 + \sigma^2 (\partial H/\partial \theta)^2}, \quad (13)
 \end{aligned}$$

$$h_\sigma = \sqrt{(\partial x/\partial \sigma)^2 + (\partial y/\partial \sigma)^2 + (\partial z/\partial \sigma)^2} = H. \quad (14)$$

В мелководной области мы используем вертикально интегрированную модель. Здесь мы применяем сферические координаты, которые связаны с прямоугольными следующим образом:

$$x(r, \theta, \varphi) = r \cos \theta \cos \varphi, \quad (15)$$

$$y(r, \theta, \varphi) = r \cos \theta \sin \varphi, \quad (16)$$

$$z(r, \theta, \varphi) = r \sin \theta. \quad (17)$$

Параметры Ламе, отвечающие формулам (15)-(17), имеют известный классический вид:

$$h_\varphi^* = r \cos \theta, \quad (18)$$

$$h_\theta^* = r, \quad (19)$$

$$h_r^* = 1. \quad (20)$$

В силу того что дифференциальный оператор ∇ , входящий в уравнение (4), действует только в горизонтальном направлении, переменная r полагалась постоянной и равной радиусу Земли: $r = R_E$. В сферических координатах уравнение (4) записывается следующим образом:

$$\frac{\partial^2 F}{\partial t^2} - \frac{g}{R_E^2 \cos \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(H \cos \theta \frac{\partial F}{\partial \theta} \right) - \frac{g}{R_E^2 \cos^2 \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(H \frac{\partial F}{\partial \varphi} \right) = -g \frac{\partial \eta}{\partial t}. \quad (21)$$

Все интересующие нас величины, такие как смещение свободной поверхности ξ , давление p и вектор скорости течения \mathbf{v} выражаются через потенциал согласно следующим классическим формулам [26]:

$$\xi = -\frac{1}{g} \frac{\partial F}{\partial t} \Big|_{\sigma=0}, \quad p = -\rho \frac{\partial F}{\partial t}, \quad \mathbf{v} = \nabla F. \quad (22)$$

Уравнения в обоих блоках комбинированной модели решаются численно на равномерной сетке явным конечно-разностным методом. Для вычисления производных применялся шаблон «крест». Структура расположения узловых точек (вертикальное сечение) схематически представлена на рис.1. В глубоководной области число слоев (разбиений по вертикали) выбиралось равным N , а в мелководной области рассматривался один слой. Но для приграничных узловых точек мелководной области N -слойная структура сохранялась. Это было необходимо для обеспечения возможности вычисления горизонтальных производных в приграничных узловых точках глубоководной области. На рис.1 приграничные узловые точки мелководной области показаны серым цветом. Значение потенциала в «серых» точках определялось исходя из предположения о том, что вертикальная скорость частиц воды равна скорости смещения дна в вертикальном направлении: $\partial F / \partial z = \partial \eta / \partial t$. Горизонтальные шаги по пространству – по долготе $\Delta \varphi$ и по широте $\Delta \theta$ – при переходе от глубоководного блока к мелководному не менялись.

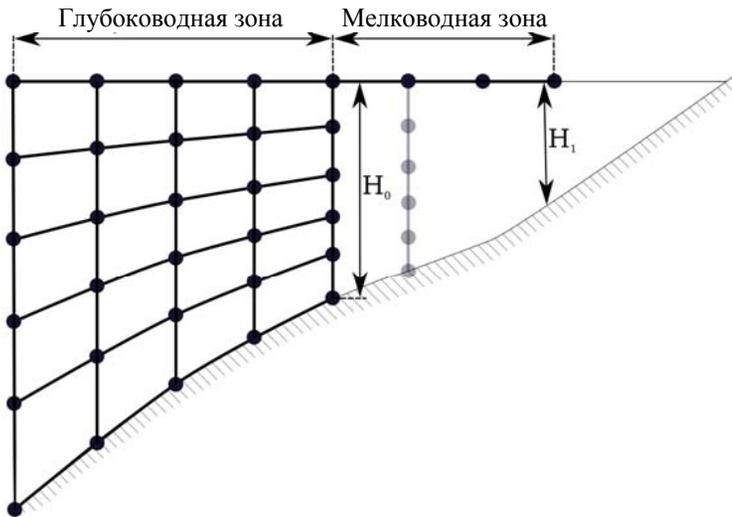


Рис.1. Схема расположения узловых точек комбинированной модели (вертикальное сечение). H_0 – изобата сопряжения глубоководного и мелководного блоков, H_1 – изобата постановки граничного условия отражения вблизи берега. Серым оттенком выделены приграничные узловые точки, добавленные в мелководный блок для вычисления горизонтальных производных

Устойчивость численной схемы обеспечивается выбором временного шага с учетом условия Куранта-Фредерикса-Леви. В глубоководной области шаг по времени определялся минимальным шагом по пространству и скоростью звука в воде: $\Delta t_1 < \min(\Delta_{lon}, \Delta_{lat}, \Delta_z) / c$, где $\Delta_{lon} = R_E \Delta \varphi \cos \theta$ – шаг в долготном направлении, $\Delta_{lat} = R_E \Delta \theta$ – шаг в широтном направлении, $\Delta_z =$

$= H(\varphi, \theta)/(N-1)$ – шаг в вертикальном направлении. На практике минимальный шаг по пространству всегда соответствовал шагу сетки в вертикальном направлении в области изобаты $H_0: \min(\Delta_z) = H_0/(N-1)$. В мелководной области условие на шаг по времени накладывалось исходя из величины минимального горизонтального шага по пространству и максимальной скорости длинных волн, которая достигалась на максимальной в этой области глубине, т.е. на изобате $H_0: \Delta t_2 < \min(\Delta_{lon}, \Delta_{lat})/\sqrt{gH_0}$. Единый для обоих блоков шаг по времени определялся из условия $\Delta t < \min(\Delta t_1, \Delta t_2)$.

Выбор изобаты H_0 , разделяющей глубоководную и мелководную области, проводится с учетом следующих двух соображений. Во-первых, в мелководную область, где работает модель несжимаемой жидкости, заведомо не должны проникать гидроакустические волны. Это требование определяет минимальный период воспроизводимых гидроакустических волн:

$$T_{ac} > T_{ac}^{\min} = 4H_0 / c. \quad (23)$$

Во-вторых, гравитационные волны, распространение которых в мелководном блоке описывается теорией длинных волн, должны быть достаточно длинными, так чтобы дисперсионные эффекты не успели проявиться. Для этого удаление изобаты H_0 от берега L не должно превышать расстояния дисперсионного разрушения [9, 30]

$$L < \frac{\lambda(gH)^{1/2}}{(gH)^{1/2} - C_{gr}}, \quad (24)$$

где $C_{gr} = d\omega/dk$ – групповая скорость гравитационных волн. Это условие ограничивает период воспроизводимых гравитационных волн, который можно оценить по приближенной формуле, получаемой из (24) в длинноволновом пределе:

$$T_g > T_g^{\min} = (2\pi^2 H_0^{1/2} L)^{1/3} / g^{1/2}. \quad (25)$$

В качестве характерного примера выберем $H_0 = 1000$ м. В этом случае минимальный период воспроизводимых гидроакустических волн, рассчитанный по формуле (23), составит $T_{ac}^{\min} \approx 2.7$ с. Оценка минимального периода воспроизводимых гравитационных волн, полученная по формуле (25) при расстоянии до берега 100 км, дает $T_g^{\min} \approx 127$ с. Специфика генерации

волновых возмущений в сжимаемом водном слое динамическими деформациями дна позволяет при едином источнике говорить о различных минимальных периодах гравитационных и гидроакустических волн. Дело в том, что минимальный период акустических волн определяется спектральным составом временного закона движения дна. А период гравитационных волн, будучи ограниченным снизу величиной $\sim 3\sqrt{H/g}$ [9,31], как правило, определяется пространственной структурой источника.

Заметим, что уменьшение величины H_0 , с одной стороны, расширяет диапазоны периодов воспроизводимых гидроакустических и гравитационных волн, но, с другой стороны, приводит к уменьшению шага по времени, что увеличивает время счета.

3. Тестирование модели СРТМ на аналитическом решении

Тестирование модели выполнялось с привлечением аналитического решения задачи о возбуждении акустических и гравитационных волн малыми динамическими осесимметричными деформациями дна $\eta(r,t)$ в бассейне фиксированной глубины $H = \text{const}$. В соответствии с решением этой задачи, полученным в [32], динамика смещения свободной поверхности рассчитывается по следующим формулам:

$$\xi(r,t) = -g^{-1} \int_0^{\infty} dk \int_{s-i\infty}^{s+i\infty} dp p \exp(pt) J_0(kr) A(p,k), \quad (26)$$

$$A(p,k) = -\frac{pk \Psi(p,k)}{\alpha \left[sh(\alpha H) + p^2 g^{-1} \alpha^{-1} ch(\alpha H) \right]},$$

$$\Psi(p,k) = \frac{1}{2\pi i} \int_0^{\infty} dr \int_0^{\infty} dt \eta(r,t) r J_0(kr) \exp(-pt), \quad (27)$$

$$\alpha^2 = k^2 + p^2 c^{-2},$$

где J_0 – функция Бесселя первого рода нулевого порядка.

В качестве модельного источника волн рассмотрим деформацию дна гауссовой формы, которая плавно нарастает со временем от нуля до некоторого фиксированного значения (остаточная деформация)

$$\eta(r,t) = \frac{U_0 \tau}{2} \exp\left(-\frac{r^2}{a^2}\right) \cdot \begin{cases} t/\tau - \sin(2\pi t/\tau)/2\pi, & 0 \leq t \leq \tau, \\ 1, & t > \tau, \end{cases} \quad (28)$$

где U_0 – амплитуда скорости деформации дна, a – радиус источника, τ – продолжительность деформации дна. При законе деформации дна (28) интегралы в (27) легко вычисляются аналитически. Интегралы в (26) рассчитывались численно.

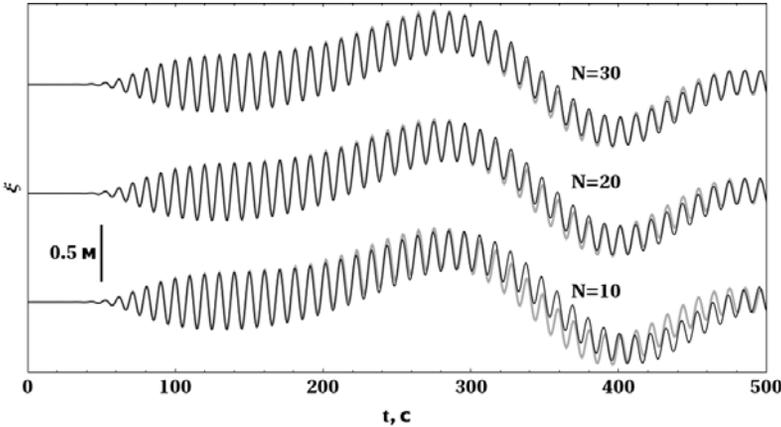


Рис.2. Смещение свободной поверхности воды, вызванное динамической деформацией дна, как функция времени: сопоставление аналитического решения (серая линия) и численного расчета (черная линия). N – число вертикальных разбиений в численной модели. Расчет выполнен на удалении $r=5a$ от центра источника при $a = 11.1$ км, $H=4$ км, $\tau = 10$ с, $U_0 = 1$ м/с. Вертикальный отрезок показывает масштаб амплитуды «0.5 м»

Для тестовых численных расчетов была выбрана расчетная область размером 4×4 градуса ($\approx 440 \times 440$ км), центр которой располагался на экваторе. Область деформации дна радиусом 0.1 град. ($a \approx 11.1$ км) располагалась в центре расчетной области. Глубина океана составляла 4 км, продолжительность деформации дна – $\tau = 10$ с, скорость деформации $U_0 = 1$ м/с. Шаги сетки по широте и долготе были равными и составляли 0.01 град. Число разбиений по вертикали составляло $N=10, 20, 30$. На рис.2 представлены временные развертки смещения свободной поверхности на удалении от центра источника $r = 5a$. Серой линией показан расчет, выполненный по аналитической формуле (26), черной линией – численный расчет, выполненный при различном числе разбиений по вертикали. Волновые формы содержат проявления короткопериодных гидроакустических волн, которые сосуществуют с длиннопериодными диспергирующими гравитационными волнами. Видно, что даже при небольшом числе слоев ($N=10$) численная модель неплохо воспроизводит не только характер движения свободной поверхности воды, но и амплитудные характеристики. Незначительное рассогласование сигналов, полученных аналитически и численно, монотонно уменьшается при увеличении числа слоев.

4. Расчет цунами 2006 и 2007 гг. на Центральных Курилах

Для сравнения комбинированной и классической длинноволновой моделей были выбраны цунами, вызванные землетрясениями на Центральных Курилах 15.11.2006 ($M_w=8.3$) и 13.01.2007 ($M_w=8.1$). На рис.3 показана расчетная область, которая простиралась по долготе от 149° до 157° в.д. и по широте от 43° до 50° с.ш. Векторные поля остаточных (косейсмических) деформаций дна в очагах цунами были рассчитаны нами в [33] с использованием формул Окада [34] по данным о структуре подвижки, которые доступны в цифровом формате на сервере Геологической службы США (USGS). Результаты расчетов остаточных деформаций дна показаны на рис.3. Горизонтальная компонента деформации представлена черными стрелками, а вертикальная – белыми изолиниями (сплошные линии – поднятие, пунктир – опускание).

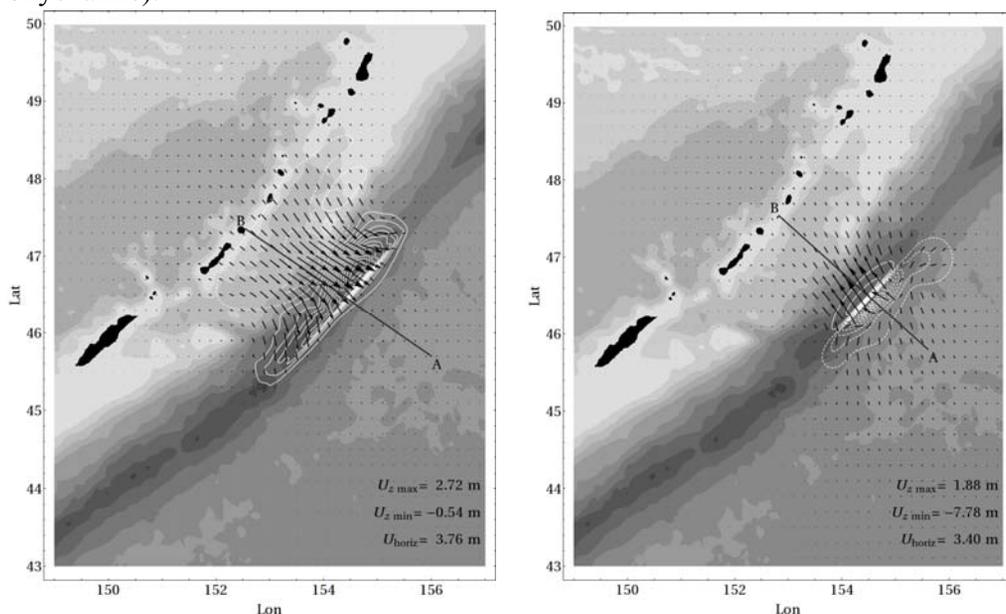


Рис.3. Расчетная область и остаточные (косейсмические) деформации дна в очагах цунами 15.11.2006 (слева) и 13.01.2007 (справа). Черными стрелками показана горизонтальная компонента деформаций, белыми изолиниями – вертикальная компонента (сплошная линия – поднятие, пунктир – опускание). В правом нижнем углу представлены амплитудные значения деформаций дна. Изобаты построены с интервалом 1 км. Отрезки АВ показывают положение разрезов, представленных на рис.6, 7

При численном моделировании цунами использовались батиметрические данные цифрового атласа GEBCO с пространственным шагом 30 угл. сек. На основе этих данных была сгенерирована прямоугольная равномерная расчетная сетка, содержащая 961×841 узлов по горизонтали ($\Delta\varphi = \Delta\theta =$

= 30 угл.сек.). Число слоев по вертикали в глубоководном блоке комбинированной модели составило $N=20$. Сопряжение глубоководного и мелко-водного блоков производилось по изобате $H_0 = 1000$ м. Условие отражения ставилось на изобате $H_1 = 10$ м. При проведении численных расчетов с использованием комбинированной модели СРТМ мы полагали, что формирование остаточной деформации дна океана происходит за конечное время, соответствующее продолжительности вспарывания основной части разрыва в очагах рассматриваемых землетрясений $\tau = 20$ с. Заметим, что полная продолжительность вспарывания разрывов в очагах рассматриваемых сейсмических событий заметно больше (СМТ Half Duration: 34.4 с и 27.4 с для 15.11.2006 и 13.01.2007 соответственно).

В основу классической длинноволновой модели распространения цунами положено уравнение (21), в котором правая часть полагалась нулевой (неподвижное дно). Горизонтальная структура расчетной сетки длинноволновой и комбинированной моделей были эквивалентны ($\Delta\varphi = \Delta\theta = 30$ угл.сек.). Процесс генерации волн предполагается мгновенным. Описывается этот процесс путем задания начального возвышения на поверхности воды при нулевом начальном поле скорости течения [27]. Начальное возвышение рассчитывалось по векторному полю остаточной деформации дна и распределению глубин океана вблизи источника с применением методики, которая учитывает вклад вертикальных и горизонтальных деформаций дна, а также сглаживающий эффект водного слоя [33, 35].

На рис.4, 5 представлено смещение свободной поверхности в моменты времени 300 сек (верхний ряд) и 720 сек (нижних ряд) с момента начала землетрясения для обоих сейсмических событий. Изображения в левом столбце представляют собой результат расчета с применением классической длинноволновой модели, в правом столбце – с применением комбинированной модели. Из рисунков видно, что форма возмущений поверхности заметно различается. В отличие от длинноволновой модели комбинированная модель воспроизводит характерный диспергирующий «хвост», который следует за лидирующей волной. Особенно ярко этот эффект проявляется для события 13.01.2007, что обусловлено параметрами источника: узкой областью деформаций дна, сравнимой с глубиной океана. Распределение волновой энергии на большую область пространства из-за дисперсии, очевидно, должно сопровождаться уменьшением амплитуды цунами.

Переоценка амплитуды цунами, свойственная расчетам по длинноволновой модели, особенно хорошо прослеживается на разрезах, представленных на рис.6, 7. На этих рисунках показана эволюция смещения свободной поверхности вдоль отрезков АВ (см. рис.3) в моменты времени от 60 до

900 с. Из рисунков хорошо видна разница волновых форм, воспроизводимых длинноволновой и комбинированной моделями. Примечательно, что эта разница присуща не только событию 13.01.2007, которое характеризуется узким очагом, но и событию 15.11.2006, очаг которого имеет существенно большие горизонтальные размеры. Также можно отметить, что длинноволновая модель переоценивает скорость распространения цунами, что является еще одним следствием пренебрежения эффектами дисперсии.

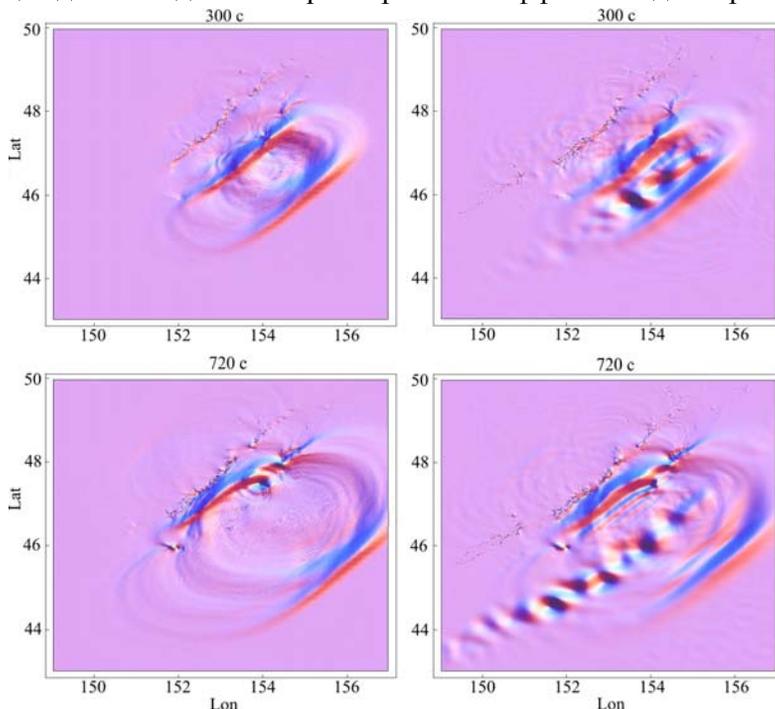


Рис.4. Смещение свободной поверхности при цунами 15.11.2006 спустя 300 с (верхний ряд) и 720 с (нижний ряд) после начала землетрясения. Расчет выполнен с применением традиционной длинноволновой модели (левая колонка) и комбинированной модели СРТМ (правая колонка).

Еще одно различие между комбинированной и длинноволновой моделями состоит в поверхностных проявлениях низкочастотных упругих колебаний водного слоя, захваченных глубоководным Курильским желобом. Этот эффект обязан волноводным свойствам сжимаемого водного слоя. Низкочастотные гидроакустические волны, сформировавшиеся на больших глубинах, в силу существования частоты отсечки не могут распространяться вверх по склону и остаются захваченными глубоководным желобом. В реальности на существование этих захваченных волн сильное влияние будет оказывать конечная упругость пород, слагающих дно. Напомним, что в модели дно полагается абсолютно жестким.

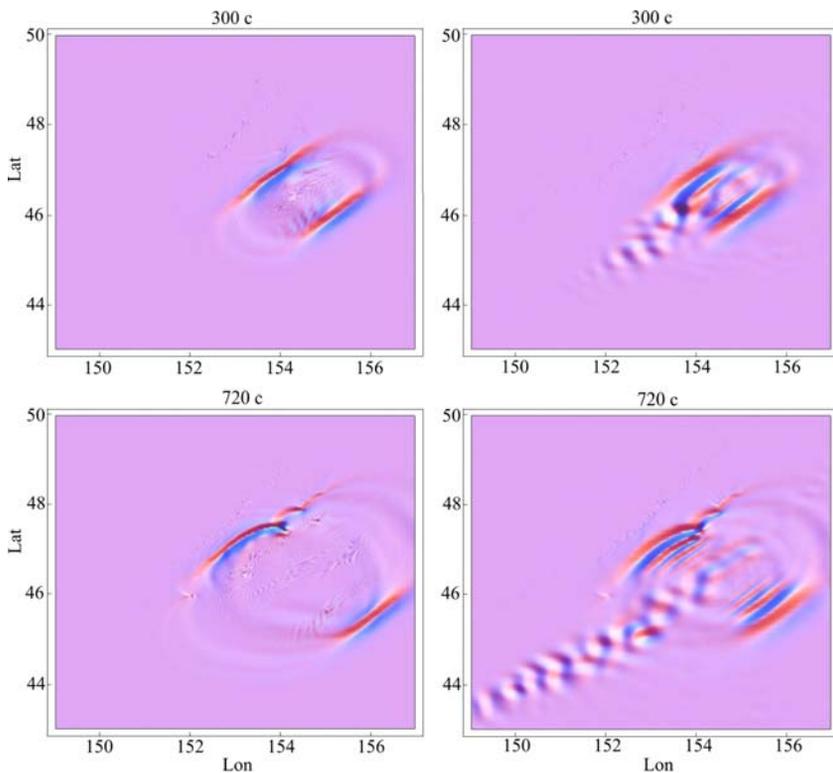


Рис.5. Смещение свободной поверхности при цунами 13.01.2007 спустя 300 с (верхний ряд) и 720 с (нижний ряд) после начала землетрясения. Расчет выполнен с применением традиционной длинноволновой модели (левая колонка) и комбинированной модели СРТМ (правая колонка).

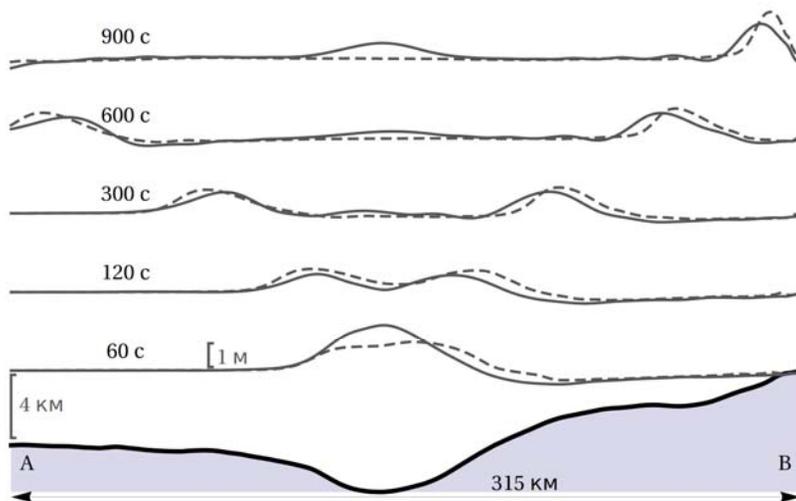


Рис.6. Смещение свободной поверхности вдоль линии АВ (см. рис.3а) при цунами 15.11.2006 в последовательные моменты времени. Сплошная линия – комбинированная модель СРТМ, пунктир – теория длинных волн. Снизу показан профиль дна и указана длина разреза (315 км).

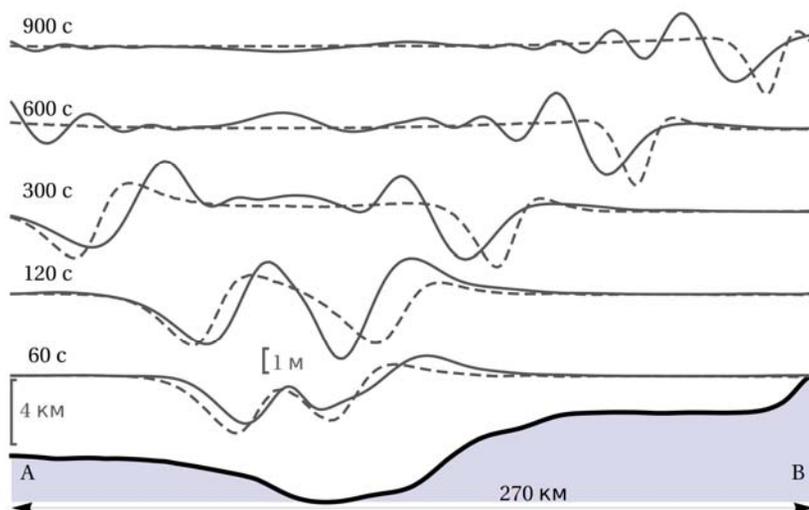


Рис.7. Смещение свободной поверхности вдоль линии АВ (см. рис.3б) при цунами 13.01.2007 в последовательные моменты времени. Сплошная линия – комбинированная модель СРТМ, пунктир – теория длинных волн. Снизу показан профиль дна и указана длина разреза (270 км).

4. Результаты

Разработана комбинированная численная модель СРТМ генерации и распространения цунами с учетом сжимаемости воды в рамках линейной потенциальной теории. Модель состоит из двух динамически сопряженных блоков: глубоководного и мелководного. В глубоководном блоке решается трехмерная задача с использованием сигма-сферической системы координат, в мелководном блоке – двумерная задача с использованием сферических координат. Модель описывает динамику сжимаемого водного слоя в бассейне с произвольным распределением глубин, возмущенного малыми динамическими деформациями океанического дна, происходящими по произвольному пространственно-временному закону. Модель верифицирована с применением аналитического решения задачи для случая плоского горизонтального дна.

Для выявления преимуществ СРТМ по сравнению с традиционной длинноволновой моделью было произведено численное воспроизведение цунами на Центральных Курилах 15.11.2006 и 13.01.2007. Сопоставление результатов расчетов показало, что традиционная длинноволновая модель дает завышенную оценку амплитуды цунами и времени вступления лидирующей волны. Кроме того, существенно отличаются волновые формы: комбинированная модель СРТМ, в отличие от длинноволновой, воспроизводит фазовую дисперсию цунами, которая оказывается весьма значитель-

ной даже на расстояниях в первые сотни километров от источника. Показано, что модель СРТМ способна воспроизводить эффекты, связанные с сжимаемостью воды, в частности, захват упругих колебаний водного слоя глыбоводным желобом.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *V.V. Titov, F.I. Gonzalez, H.O. Mofjeld, A.J. Venturato.* NOAA Time Seattle Tsunami Mapping Project: Procedures, Data Sources, and Products. NOAA Technical Memorandum OAR PMEL-124, 2003, 21 p.
2. *F. Imamura, A.C. Yalciner, G. Ozyurt.* Tsunami Modelling Manual (TUNAMI model). Revision due on APRIL, 2006, 58 p.
3. *A.I. Zaytsev, A.G. Chernov, A.C. Yalciner, E.N. Pelinovsky, A.A. Kurkin.* MANUAL Tsunami Simulation/Visualization Code NAMI DANCE versions 4.9, 2010.
4. *О.В. Булатов, Т.Г. Елизарова.* Регуляризованные уравнения мелкой воды для численного моделирования течений с подвижной береговой линией // Журнал вычислительной математики и математической физики, 2016, т.56, №4, с.665-684; англ.пер.: *O.V. Bulatov, T.G. Elizarova.* Regularized shallow water equations for numerical simulation of flows with a moving shoreline // Computational Mathematics and Mathematical Physics, 2016, v.56, №4, p.661-679.
5. *М.А. Носов.* Волны цунами сейсмического происхождения: современное состояние проблемы // Известия РАН. Физика атмосферы и океана, 2014, т.50, № 5, с.540–551; англ.пер.: *M.A. Nosov.* Tsunami waves of seismic origin: The modern state of knowledge // Izvestiya - Atmospheric and Oceanic Physics, 2014, v.50, №5, p.474–484.
6. *F.I. González, Ye.A. Kulikov.* Tsunami dispersion observed in the deep ocean // Tsunamis in the World. – Springer Netherlands, 1993. p.7-16.
7. *S. Glimsdal, G.K. Pedersen, C.B. Harbitz, F. Løvholt.* Dispersion of tsunamis: does it really matter? // Nat. Hazards Earth Syst. Sci., 2013, v.13, p.1507-1526.
8. *S. Watada, S. Kusumoto, K. Satake.* Traveltime delay and initial phase reversal of distant tsunamis coupled with the self-gravitating elastic earth // J. Geophys. Res. Solid Earth, 2014, v.119, p.4287–4310.
9. *B.W. Levin, M.A. Nosov.* Physics of Tsunamis, Second Edition. – Cham-Heidelberg-New York-Dordrecht-London. Springer, 2016, 388 p.
10. *P.A. Madsen, R. Murray, O.R. Sørensen.* A new form of the Boussinesq equations with improved linear dispersion characteristics // Coastal engineering, 1991, v.15, №4, p.371-388.
11. *F. Løvholt, G. Pedersen, S. Glimsdal.* Coupling of Dispersive Tsunami Propagation and Shallow Water Coastal Response // The Open Oceanography Journal, 2010, v.4, p.71-82.
12. *F. Shi, J.T. Kirby, J.C. Harris, J.D. Geiman, S.T. Grilli.* A high-order adaptive time-stepping TVD solver for Boussinesq modeling of breaking waves and coastal inundation // Ocean Modelling, 2012, v.43-44, p.36–51.
13. *J. Kim, G.K. Pedersen, F. Løvholt, R.J. LeVeque.* A Boussinesq type extension of the GeoClaw model—a study of wave breaking phenomena applying dispersive long wave models // Coastal Engineering, 2017, v.122, p.75-86.
14. *M.A. Nosov.* Tsunami generation in compressible ocean // Physics and Chemistry of the Earth, Part B: Hydrology, Oceans and Atmosphere, 1999, v.24, №. 5, p.437-441.

15. G.R. Gislér. Tsunami simulations // *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 2008, v.40. p.71-90.
16. M. Ewing, I. Tolstoy, F. Press. Proposed use of the T phase in tsunami warning systems // *Bulletin of the Seismological Society of America*, 1950, v.40, № 1, p.53-58.
17. E.A. Okal, P.J. Alasset, O. Hyvernaud, F. Schindelé. The deficient T waves of tsunami earthquakes // *Geophysical Journal International*, 2003, v.152, № 2, p.416-432.
18. М.А. Носов, С.В. Колесов, А.В. Остроухова, А.Б. Алексеев, Б.В. Левин. Упругие колебания водного слоя в очаге цунами // *ДАН*, 2005, т.404, №2. с.255-258.
англ.пер.: M.A. Nosov, S.V. Kolesov, A.V. Ostroukhova, A.B. Alekseev, B.W. Levin. Elastic oscillations of the water layer in a tsunami source // *Doklady earth sciences*, Springer, 2005, v.404, p.1097-1100.
19. М.А. Носов, С.В. Колесов. Elastic oscillations of water column in the 2003 Tokachi-oki tsunami source: in-situ measurements and 3-D numerical modelling // *Nat. Hazards Earth Syst. Sci.*, 2007, v.7, p.243-249.
20. W. Li, H. Yeh, K. Hirata, T. Baba. Ocean-bottom pressure variations during the 2003 Tokachi-Oki Earthquake // *Nonlinear Wave Dynamics* (Ed: P. Lynett), World Scientific Publishing Co., Singapore, 2009, p.109-126.
21. T. Ohmachi, H. Tsukiyama, H. Matsumoto. Simulation of tsunami induced by dynamic displacement of seabed due to seismic faulting // *Bulletin of the Seismological Society of America*, 2001, v.91, №6, p.1898-1909.
22. B.H. Choi, E. Pelinovsky, D.C. Kim, I. Didenkulova, S.B. Woo. Two- and three-dimensional computation of solitary wave runup on non-plane beach // *Nonlin. Processes Geophys.*, 2008, v.15, p.489-502.
23. T. Maeda, T. Furumura. FDM simulation of seismic waves, ocean acoustic waves, and tsunamis based on tsunami-coupled equations of motion // *Pure Appl. Geophys.*, 2013, v.170, №1-2, p.109-127.
24. A. Kozelkov, A. Kurkin, E. Pelinovskii, V. Kurulin. Modeling the cosmogenic tsunami within the framework of the Navier-Stokes equations with sources of different types // *Fluid Dynamics*, 2015, v.50, Iss.2, p.306-313.
25. A. Bolshakova, S. Inoue, S. Kolesov, H. Matsumoto, M. Nosov, T. Ohmachi. Hydroacoustic effects in the 2003 Tokachi-oki tsunami source // *Russ. J. Earth. Sci.*, 2011, v.12, ES2005, doi:10.2205/2011ES000509.
26. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Теоретическая физика: Т.6. Гидродинамика. – М.: Наука, 1986, 736 с.
L.D. Landau, E.M. Lifshitz. Course of Theoretical Physics. V.6. Fluid mechanics. 2nd ed. – Pergamon Press, 1987, 539 p.
27. М.А. Носов, А.В. Мoshenceva, С.В. Колесов. Horizontal motions of water in the vicinity of a tsunami source // *Pure Appl. Geophys.*, 2013, v.170. №9-10, p.1647-1660.
28. М.А. Носов, А.В. Bolshakova, С.В. Колесов. Displaced water volume, potential energy of initial elevation, and tsunami intensity: Analysis of recent tsunami events // *Pure and Applied Geophysics*, 2014, v.171, №12, p.3515-3525.
29. A.F. Blumberg, G.L. Mellor. A description of a three-dimensional coastal ocean circulation model // *Three-Dimensional Coastal Ocean Models. Coastal and Estuarine Series*, 1987, v.4, N. Heaps, Ed., Amer. Geophys. Union, p.1-16.
30. М.А. Носов. Адаптация расчетной сетки при моделировании волн цунами. // *Математическое моделирование*, 2017, т.29, №12, с.63-76;

- M.A. Nosov.* Adapting a Mesh when Simulating Tsunami Waves // *MM&CS*, 2018, t.10, №4, s.431-440.
31. *Y. Kaneda, H. Matsumoto, M.A. Nosov, S.V. Kolesov.* Analysis of Pressure and Acceleration Signals from the 2011 Tohoku Earthquake Observed by the DONET Seafloor Network // *Journal of Disaster Research*, 2017, v.12, №1, p.163–175.
32. *М.А. Носов.* О возбуждении цунами в сжимаемом океане вертикальными подвижками дна // *Известия РАН, Физика атмосферы и океана*, 2000, т.36, №5, с.718-726.
англ.пер.: *M.A. Nosov.* Tsunami generation in a compressible ocean by vertical bottom motions. *Izvestiya, Atmospheric and Oceanic Physics*, 2000, v.36, №5, p.661–669.
33. *M.A. Nosov, S.V. Kolesov.* Optimal initial conditions for simulation of seismotectonic tsunamis // *Pure and Applied Geophysics*, 2011, v.168, №6-7, p.1223–1237.
34. *Y. Okada.* Surface deformation due to shear and tensile faults in a half-space // *Bull. Seis. Soc. Am.*, 1985, v.75, №4, p.1135-1154.
35. *М.А. Носов, К.А. Семенцов.* Расчет начального возвышения в очаге цунами с использованием аналитических решений // *Известия РАН. Физика атмосферы и океана*, 2014, т.50, №5, с.612-620;
англ.пер.: *M.A. Nosov, K.A. Sementsov.* Calculation of the initial elevation at the tsunami source using analytical solutions // *Izvestiya - Atmospheric and Oceanic Physics*, 2014, v.50, №5, p.539–546.

Поступила в редакцию 30.10.2017.