

## **ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ ГИДРАТА ПРИ НАГНЕТАНИИ ХОЛОДНОГО ГАЗА В СНЕЖНЫЙ МАССИВ**

© 2019 г. *В.Ш. Шагапов*<sup>1</sup>, *А.С. Чиглинцева*<sup>1,2</sup>, *О.А. Шепелькевич*<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Институт механики им. Р.Р. Мавлютова – обособленное структурное подразделение Федерального государственного бюджетного научного учреждения Уфимского федерального исследовательского центра РАН, Уфа

<sup>2</sup> Уфимский государственный нефтяной технический университет, Уфа

<sup>3</sup> Башкирский государственный университет, Уфа  
changelina@ Rambler.ru

DOI:10.1134/S0234087919010040

Решена задача об образовании гидрата в снежном массиве, в исходном состоянии насыщенном газом, при нагнетании этого же газа. Построенная математическая модель основывается на уравнениях механики сплошной среды. Для осесимметричной задачи с протяженной областью фазовых переходов построены автоматические решения, описывающие поля температур и давлений, а также насыщенностей снега, гидрата и газа в массиве. Численное решение задачи было реализовано методом стрельбы. Показано, что в зависимости от исходного термобарического состояния системы «газ–лед», а также интенсивности нагнетания газа, определяемой массовым его расходом, в области фильтрации можно выделить три характерные зоны, отличающиеся по своей структуре и протяженности: ближняя, в которой снег полностью перешёл в состав гидрата, и, следовательно, присутствуют только фазы гидрата и газа, промежуточная, в которой происходит образование гидрата из газа и льда, и дальняя, насыщенная фазами газа и льда. Изучено влияние массового расхода нагнетаемого газа, начальной снегонасыщенности и исходной температуры массива на протяженность объемной зоны образования гидрата в условиях отрицательной температуры, а также на величину температуры и гидратонасыщенности на границе, разделяющей ближнюю и промежуточную зоны.

Ключевые слова: фильтрация газа, снежный массив, образование гидрата, осесимметричная постановка, автоматическое решение.

### **NUMERICAL SIMULATION OF HYDRATE FORMATION AT INJECTION COLD GAS IN THE SNOW MASSIF**

*V.Sh. Shagapov*<sup>1</sup>, *A.S. Chiglintseva*<sup>1,2</sup>, *O.A. Shepelkevich*<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Mavlyutov Institute of Mechanics – Subdivision of the Ufa Federal Research Centre of the Russian Academy of Sciences, Ufa, Russia Federation

<sup>2</sup> Ufa State Petroleum Technological University, Ufa, Russia Federation

<sup>3</sup> Bashkir State University, Ufa, Russia Federation

The problem of the formation of hydrate in a snow massif, in the initial state saturated with gas, with the injection of the same gas is solved. The constructed mathematical model is based on the equations of continuum mechanics. For the axisymmetric formulation with an extended region of phase transitions, self-similar solutions are constructed that describe the temperature and pressure fields, as well as the saturation of snow, hydrate, and gas in the massif. The numerical solution of the problem was realized by the method of shooting. It is shown that, depending on the initial thermobaric state of the gas-ice system, as well as the intensity of gas injection, determined by its mass flow, three characteristic zones can be distinguished in the filtration area, differing in their structure and extent: near, in which the snow has completely passed to the hydrate, and therefore only the hydrate and gas phases are intermediate, in which the formation of hydrate from gas and ice occurs, and the distant gas, which is saturated with phases of gas and ice. The influence of the mass flow rate of the injected gas, the initial snow saturation and the initial temperature of the massif on the extent of the hydrate volume formation zone under negative temperature conditions, as well as on the temperature and hydration saturation at the boundary separating the near and intermediate zones is studied.

Key words: gas filtration, snow massif, hydrate formation, axisymmetric formulation, self-similarity solution.

## **1. Введение**

Газовые гидраты, как известно, представляют собой твердые кристаллические соединения (клатраты), образованные молекулами воды и основными компонентами природного газа [1]. Гидраты рассматриваются промышленно развитыми странами в качестве наиболее перспективного нетрадиционного источника природного газа, что связано со значительными запасами углеводородов в гидратной форме. Поэтому на сегодняшний день во многих лабораториях, научных центрах и энергетических компаниях всего мира проводятся исследования, связанные с возможностью освоения таких ресурсов.

Благоприятные термобарические условия для образования газогидратов существуют на суше в области распространения многолетнемерзлых пород и на дне Мирового океана [1-3]. В 2009 году на озере Байкал была развернута широкомасштабная научно-исследовательская экспедиция. В ходе погружения глубоководного аппарата «Мир – 2», на глубине 1400 метров были обнаружены массивные холмы газогидратов. В общей сложности на озере Байкал открыто 44 месторождения газовых гидратов [2, 3].

В настоящее время выявлено более 230 газогидратных залежей [4, 5]. В 1967 г. открыто Мессояхское газовое месторождение, на котором в 1969 г. была обнаружена газогидратная залежь. Здесь запасы газа, по оценкам специалистов, составляют до 30 млрд м<sup>3</sup> [4]. Первая в мире добыча газа из гидратного пласта, расположенного на глубине 300 м ниже морского дна, была осуществлена в начале 2013 года у острова Хонсю, Япония [6].

Известно, что газогидраты можно использовать как удобную форму для хранения и утилизации парниковых, радиоактивных, промышленных и других газов, тем самым предотвращая выбросы вредных веществ в атмосферу [7, 8]. Так, в 2003 году в Японии компания Mitsui Engineering & Shipbuilding (MES) впервые в мире разработала демонстрационный наземный проект по транспортировке и хранению природного газа в форме гидратных гранул. В 2009 году MES совместно с Chugoku Electric Power построили первую в мире производственную установку для гидрата природного газа мощностью 5 тонн в сутки [8]. Разработана концепция производства газогидратов с использованием естественно-низких температурных условий северных регионов России [9]. Экспериментальные результаты получения гидрата метана и этана с высоким содержанием газа в твердой фазе в условиях свободной конвекции в камерах-реакторах закрытого типа в системах «вода-природный газ» и «формованный лед-природный газ» описаны в [9].

На сегодняшний день имеется множество теоретических и экспериментальных работ, связанных с изучением процессов образования и разложения газовых гидратов в пористых средах. В [10] исследовано такое явление, как период индукции гидратообразования при контакте воды и газа. Проанализированы температурные поля, обусловленные тепловыделением при гидратообразовании на поверхности контакта массива гидрата и раствора газа. Решена задача об отборе свободного и связанного в гидрате газа в режиме десорбции [11]. Описан способ добычи газа из гидратного массива с помощью изменения термобарических условий. В [12] предложена принципиальная технологическая схема и построена теоретическая модель возможной добычи газа из гидратного массива путем закачки теплой воды. Изучено влияние различных режимов воздействия теплоносителем на интенсивность выхода газа. В [13] численно исследуется процесс образования газогидрата в природном пласте, насыщенном газом и водой, в результате нагнетания газа. Построены автомодельные решения плоскоодномерной задачи, описывающие распределения основных параметров в пласте. Установлено, что в зависимости от параметров нагнетаемого газа образование газогидрата может происходить как на фронтальной поверхности, так и в протяженной области. Плоскоодномерная теоретическая модель для процесса образования газогидрата при нагнетании газа в пористый резервуар, частично насыщенный водой, а также в снежный массив, насыщенный тем же газом, рассмотрена в [14-16]. Получены численные решения как для диффузионного механизма, так и для равновесной схемы гидратообразования. В [17] исследуются особенности образования газовых гидратов при

инъекции газа в пористую среду, в исходном состоянии заполненную газом и льдом. Построены автомодельные решения одномерной задачи, описывающие распределения основных параметров в пласте. Показано, что существуют решения, согласно которым образование газогидрата может происходить в трех различных режимах. В [18] исследуется образование гидрата из льда при инъекции газа в пористую среду. Методом ловли фронта в узел сетки получено численное решение задачи. Проведен анализ влияния льдонасыщенности, а также параметров на границе среды на особенности протекания процесса. В плоскоодномерной автомодельной постановке в [19] изучен процесс образования газогидратов при инъекции газа в частично насыщенную водой пористую среду. Проанализировано влияние исходных параметров пористой среды (пористости, проницаемости и содержания влаги), температуры и интенсивности нагнетаемого газа на картину гидродинамических и температурных полей в пористой среде. Показано, что в зависимости от интенсивности нагнетания холодного газа во влажную пористую среду процесс может происходить в нескольких режимах, с качественно различающейся структурой зон гидратообразования. В [20] решена задача о нагнетании теплого гидратообразующего газа в снежный массив, в исходном состоянии насыщенный тем же газом, при переходе системы «газ-снег» через точку плавления льда.

Целью данной работы является изучение процесса нагнетания холодного гидратообразующего газа в снежный массив, насыщенный тем же газом, в осесимметричной постановке, когда в системе не достигается температура плавления льда. Настоящая статья является продолжением исследований, выполненных в работах [17, 20-23], в которых построены математические модели в прямолинейно-параллельном приближении. В настоящей работе при математическом моделировании процесса образования гидрата в промежуточной области было учтено влияние как кондуктивной, так и конвективной составляющей в уравнении притока тепла. При этом для описания полей давления и гидратонасыщенности использовалась система нелинеаризованных дифференциальных уравнений, в то время как в [24], с использованием линеаризации Лейбензона, получено приближенное аналитическое решение для распределения данных полей в объемной области. Результаты, полученные при решении подобного рода задач, представляют собой некоторый начальный этап процесса образования газогидрата в массивах и пластах конечной длины и могут использоваться для тестирования выбранных численных алгоритмов.

## 2. Постановка задачи и основные уравнения

Предположим, что имеется однородный горизонтальный снежный массив постоянной толщины и неограниченной протяженности, насыщенный в исходном состоянии газом  $S_{g0}$  при давлении  $p_0$  и температуре  $T_0$ , соответствующим термодинамическим условиям существования данных фаз в свободном состоянии. При этом полагаем, что для исходного состояния системы «газ-лед» начальная температура  $T_0$  находится ниже точки плавления льда ( $T_0 < T^{(0)}$ ,  $T^{(0)} = 0^\circ\text{C}$ ) и давление  $p_0$  меньше равновесного давления фазовых переходов  $p_s(T_0)$  системы «газ-лед-гидрат» [20, 21]:

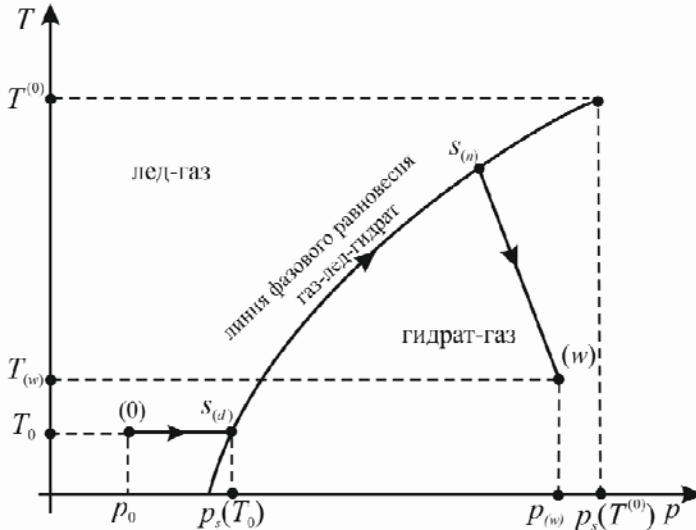
$$\begin{aligned} T &= T_0, \quad p = p_0, \quad p_0 < p_s(T_0), \\ S_i &= S_{i0}, \quad S_g = S_{g0}, \quad S_h = 0 \quad (t = 0, 0 < r < \infty). \end{aligned} \quad (1)$$

Полагаем, что кровля и подошва массива непроницаемы и являются слабыми проводниками тепла. Пусть в массиве пробурена скважина радиуса  $r = r_w$ , вскрывшая массив на всю толщину. Представляется, что через скважину закачивается холодный газ (одноименный исходному) с постоянным массовым расходом  $Q_g$ , отнесенным на единицу длины скважины (текущее давление на границе скважины  $p_{(w)}$ ), и постоянной температурой  $T_g$  ( $T_{(w)} = T_g \leq 0^\circ\text{C}$ ).

В зависимости от исходного термобарического состояния системы «газ-лед», а также интенсивности нагнетания газа, определяемой значением массового расхода  $Q_g$ , будем полагать, что в области фильтрации газа ( $r > r_{(w)}$ ) могут возникать три характерные зоны: ближняя, где находятся только газ и гидрат, промежуточная, в которой газ и снег переходят в состав гидрата и находятся в состоянии фазового равновесия, и дальняя, заполненная газом и снегом. Соответственно здесь вводятся две фронтальные границы: между дальней и промежуточной зонами, где начинается переход газа и льда в состав гидрата, и между ближней и промежуточной зонами, на которой заканчивается процесс образования гидрата.

На рис.1 на фазовой плоскости давление-температура ( $p, T$ ) проиллюстрирован режим нагнетания газа в массив, насыщенный снегом и газом. Граничное условие при  $r = r_{(w)}$  отмечено точкой ( $w$ ). Точки  $s_{(n)}$  и  $s_{(d)}$  на кривой фазового равновесия системы «газ-лед-гидрат» соответствуют ближней и дальней границам промежуточной области. Участок линии на линии фазового равновесия между данными точками соответствует промежуточной области, а участки между ( $w$ ) и  $s_{(n)}$ , а также  $s_{(d)}$  и  $(0)$  – ближней и дальней

областям соответственно. Исходное состояние массива, насыщенного газом и снегом, на фазовой диаграмме отмечено точкой (0). Здесь при достижении некоторого значения давления в массиве  $p_s(T_0)$ , вследствие нагнетания газа, соответствующего условию для образования гидрата для данной температуры  $T_0$ , происходит переход снега и газа в гидратное состояние, при этом образуется промежуточная зона и соответственно появляется фронтальная граница (на фазовой плоскости отмечена точкой  $s_{(d)}$ ), на которой начинается процесс образования гидрата. Поскольку нагнетание газа происходит при значениях температуры и давления, находящихся в области стабильности гидрата ( $p_{(w)} > p_s(T_{(w)})$ ), будет образовываться ближняя зона, насыщенная только газом и гидратом. Следовательно, появляется вторая подвижная граница между ближней и промежуточной зонами, на которой завершается процесс образования гидрата (отмечена точкой  $s_{(n)}$ ).



**Рис.1.** Схема режима нагнетания газа в снежный массив, при котором не достигается температура плавления льда ( $T^{(0)}=0^\circ\text{C}$ ) в плоскости давление-температура ( $p, T$ ).

Снег и гидрат будем считать несжимаемыми, а газ – калорически совершенным

$$\rho_i, \rho_h = \text{const}, \quad p = \rho_g R_g T. \quad (2)$$

Здесь процессы фильтрации и теплопереноса сопровождаются переходами газа и льда в гидратное состояние. В этом случае система основных уравнений представляет собой законы сохранения масс газа, снега и прито-

ка тепла, фильтрации газа, которая в осесимметричном приближении примет вид [17, 20, 24-30]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(S_g \rho_g) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r S_g \rho_g v_g) &= -\rho_h G \frac{\partial S_h}{\partial t}, \\ \frac{\partial}{\partial t}(S_i \rho_i) &= -\rho_h (1-G) \frac{\partial S_h}{\partial t}, \\ \frac{\partial}{\partial t}(\rho c T) + \rho_g c_g S_g v_g \frac{\partial T}{\partial r} &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \rho_h l_h \frac{\partial S_h}{\partial t}, \end{aligned} \quad (3)$$

$$S_g v_g = -\frac{k_g}{\mu_g} \frac{\partial p}{\partial r},$$

$$(\rho c = \rho_g S_g c_g + \rho_h S_h c_h + \rho_i S_i c_i, \lambda = \lambda_g S_g + \lambda_h S_h + \lambda_i S_i),$$

где  $G$  – массовая концентрация газа в гидрате,  $\rho_j$  и  $S_j$  ( $j=h, i, g$ ) – истинные плотности и насыщенности  $j$ -й фазы, индексы  $h, i$  и  $g$  относятся к гидрату, снегу и газу,  $v_g, k_g, c_g$  и  $\mu_g$  – соответственно скорость, проницаемость, удельная теплоемкость при постоянном объеме и динамическая вязкость газовой фазы,  $p$  – давление,  $T$  – температура,  $l_h$  – удельная теплота образования гидрата, отнесенная на единицу его массы,  $\rho c$  и  $\lambda$  – удельная теплоемкость в единице объема и коэффициент теплопроводности системы «газ-лед-гидрат».

Фазовые насыщенности должны удовлетворять условию [26]

$$S_g + S_i + S_h = 1. \quad (4)$$

Поскольку в работе рассматриваются достаточно большие масштабы времени, которые значительно превышает характерное время диффузионной кинетики процесса, то в работе принимается равновесная схема образования гидрата, предполагающая, что его интенсивность лимитируется отводом скрытой теплоты гидратообразования. Поэтому в зоне, где одновременно находятся лед, газ и гидрат, должно выполняться условие фазового равновесия, т.е. температура и текущее значение давления связаны следующим соотношением [20-22]:

$$T_s(p) = T_{(s0)} + T_* \ln(p/p_{(s0)}), \quad (5)$$

где  $T_{(s0)}$ ,  $T_*$ ,  $p_{(s0)}$  – эмпирические параметры, зависящие как от вида газогидрата, так и от рассматриваемых диапазонов температур и давлений ( $T_{(s0)}$  – равновесная температура при  $p = p_{(s0)}$ ) [16].

На границах раздела между рассматриваемыми зонами, где терпят скачки насыщенности фаз, а также потоки массы и тепла, выполняются соотношения, следующие из условий баланса массы и тепла [24, 25]:

$$\begin{aligned} \left[ (S_h \rho_h (1-G) + S_i \rho_i) \dot{r}_{(s)} \right] &= 0, \\ \left[ \rho_g S_g (v_g - \dot{r}_{(s)}) - \rho_h S_h G \dot{r}_{(s)} \right] &= 0, \\ \left[ \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right] &= \left[ \rho_h l_h S_h \dot{r}_{(s)} \right]. \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь  $[\psi]$  – скачок параметра  $\psi$  на границе между зонами  $r = r_{(s)}$  ( $s = n, d$ ),  $\dot{r}_{(s)}$  – скорость движения этой границы;  $s = n$  – относится к границе между ближней и промежуточной областями,  $s = d$  – к границе между промежуточной и дальней областями.

В результате нагнетания газа вблизи скважины образуется зона, насыщенная газом и гидратом. Рассматривая достаточно большие времена после начала нагнетания газа, когда размеры этой области значительно превышают радиус скважины ( $r_{(s)} \gg r_w$ ), можно полагать, что ее размер достаточно слабо оказывает влияние на особенности протекания рассматриваемого процесса. Тогда с учетом закона Дарси (четвертое уравнение (3)) и уравнения состояния для газа (2) условия на границе скважины ( $r = r_w$ ) запишем в виде

$$-\frac{k_g \pi}{\mu_g R_g T_g} \left( r \frac{\partial p^2}{\partial r} \right) = Q_g = \text{const}, \quad T_{(w)} = T_e = \text{const} \quad (r_w \rightarrow 0, t > 0). \quad (7)$$

### 3. Решения в ближней и дальней областях

Из первого уравнения системы (3) с учётом закона Дарси (четвёртое уравнение системы (3)) и (2), учитывая, что насыщенности газа и гидрата постоянны ( $S_g, S_h = \text{const}$ ), получим уравнение пьезопроводности для ближней зоны ( $r_w < r < r_{(n)}$ )

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{k_g}{\mu_g S_{ge}} p \frac{\partial p}{\partial r} \right). \quad (8)$$



Проинтегрировав второе уравнение системы (3) с учётом начального условия (1) получим

$$S_h = \frac{\rho_i}{\rho_h(1-G)}(S_{i0} - S_i), \quad S_g = 1 - S_{i0} + \left(1 - \frac{\rho_i}{\rho_h(1-G)}\right)(S_{i0} - S_i). \quad (9)$$

Поскольку в ближней зоне весь снег перешел в состав гидрата ( $S_i = 0$ ), из (9) получим выражение для гидратонасыщенности

$$S_{he} = \frac{\rho_i S_{i0}}{\rho_h(1-G)}, \quad S_{ge} = 1 - S_{he}. \quad (10)$$

Из третьего уравнения системы (3) с учётом закона Дарси получим уравнение для температуропроводности для ближней зоны ( $r_w < r < r_n$ )

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho c T) = \rho_g c_g \frac{k_g}{\mu_g} \frac{\partial p}{\partial r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \lambda_{(1)} \frac{\partial T}{\partial r} \right). \quad (11)$$

В дальней зоне ( $r_d < r < \infty$ ) происходит фильтрация калорически совершенного газа без образования гидрата, поэтому изменение температуры незначительно. Тогда из уравнения неразрывности для газа (первое уравнение системы (3)) с учётом закона Дарси, полагая  $T = T_0$ ,  $S_h = 0$ , и уравнения состояния (2), получим нелинейное уравнение фильтрации в следующем виде:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{k_g}{\mu_g S_{g0}} p \frac{\partial p}{\partial r} \right). \quad (12)$$

#### 4. Уравнение пьезопроводности в промежуточной области

Второе уравнение из системы (3) с учетом (4) можно привести к виду

$$\frac{\partial S_g}{\partial t} = \left( \frac{\rho_h(1-G)}{\rho_i} - 1 \right) \frac{\partial S_h}{\partial t}. \quad (13)$$

Подставляя (13) в первое уравнение системы (3), используя закон Дарси и уравнение состояния для газа (2), получим следующее уравнение для изменения гидратонасыщенности в промежуточной области:

$$\frac{\partial S_h}{\partial t} = \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{k_g}{\mu_g} \frac{p}{R_g T_s(p)} \frac{\partial p}{\partial r} \right) - S_g \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{p}{R_g T_s(p)} \right) \right) / \bar{\rho}, \quad (14)$$

где  $\tilde{\rho} = \frac{p}{R_g T_s(p)} \left( \frac{\rho_h(1-G)}{\rho_i} - 1 \right) + \rho_h G$ .

Из уравнения притока тепла (третье уравнение системы (3)), учитывая закон Дарси (четвертое уравнение системы (3)), выражение (14) и условие фазового равновесия (5), получим

$$\begin{aligned} & \rho c \frac{T_*}{p} \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{c_g k_g T_*}{R_g T_s(p) \mu_g} \left( \frac{\partial p}{\partial r} \right)^2 = \\ & = \frac{\lambda T_*}{r p} \left( \frac{\partial p}{\partial r} + r \left( \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} - \frac{1}{p} \left( \frac{\partial p}{\partial r} \right)^2 \right) \right) + \frac{\rho_h l_h}{\tilde{\rho} R_g T_s(p)} \times \\ & \times \left[ \frac{k_g}{\mu_g r} \left( \frac{r(T_s(p) - T_*)}{T_s(p)} \left( \frac{\partial p}{\partial r} \right)^2 + p \frac{\partial p}{\partial r} + r p \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} \right) - S_g \frac{(T_s(p) - T_*)}{T_s(p)} \frac{\partial p}{\partial t} \right]. \end{aligned} \quad (15)$$

Соответствующее распределение температуры связано с давлением в промежуточной области условием фазового равновесия (5).

Интегрируя (13) и учитывая начальные условия (1), получим выражение для текущего значения газонасыщенности от текущего значения гидратонасыщенности в промежуточной зоне

$$S_g = S_{g0} - \left( 1 - \frac{\rho_h(1-G)}{\rho_i} \right) S_h.$$

## 5. Граничные условия между зонами

Из условий сохранения на границах между зонами (6) с учётом закона Дарси для ближней границы ( $r = r_{(n)}$ ) получим [24, 25]

$$-\frac{k_g}{\mu_g} \left( \frac{\partial p}{\partial r} \right)_{(n)}^- + \frac{k_g}{\mu_g} \left( \frac{\partial p}{\partial r} \right)_{(n)}^+ = \left( (S_{g(n)}^- - S_{g(n)}^+) + \frac{\rho_h G}{\rho_{g(n)}} (S_{h(n)}^- - S_{h(n)}^+) \right) \dot{r}_{(n)}. \quad (16)$$

Здесь и далее верхние индексы (-) и (+) соответствуют значению параметров, терпящих разрыв, перед и за границей.

Условие баланса тепла (третье выражение (6)) запишется в виде

$$\left( \lambda_{(1)} \frac{\partial T}{\partial r} \right)_{(n)}^- - \left( \lambda_{(2)} \frac{\partial T}{\partial r} \right)_{(n)}^+ = \rho_h l_h (S_{h(n)}^- - S_{h(n)}^+) \dot{r}_{(n)}. \quad (17)$$

Насыщенности фаз при этом связаны следующими соотношениями

$$S_{h(n)}^- = S_{h(e)}, \quad S_{g(n)}^- = S_{g(e)}, \quad S_{g(n)}^+ = 1 - S_{i0} - (1 - \rho_h(1 - G)/\rho_i) S_{h(n)}^+. \quad (18)$$

На дальней границе ( $r = r_{(d)}$ ) полагаем, что гидратонасыщенность не терпит разрыв ( $S_{h(d)}^- = S_{h(d)}^+ = 0$ ), тогда из условий (6) при  $r = r_{(d)}$  получим

$$-\left(\frac{\partial p}{\partial r}\right)_{(d)}^- + \left(\frac{\partial p}{\partial r}\right)_{(d)}^+ = 0. \quad (19)$$

В промежуточной области ( $r_{(n)} < r < r_{(d)}$ ) температура и давление связаны условием фазового равновесия (5), поэтому соответствующие производные на фронтальных границах  $r = r_{(n)}$  и  $r = r_{(d)}$  должны быть связаны следующими соотношениями:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial r}\right)_{(n)}^+ = \frac{T_*}{p_{(n)}} \left(\frac{\partial p}{\partial r}\right)_{(n)}^+ \quad \text{и} \quad \left(\frac{\partial T}{\partial r}\right)_{(d)}^- = \frac{T_*}{p_{(d)}} \left(\frac{\partial p}{\partial r}\right)_{(d)}^-. \quad (20)$$

## 6. Автомодельные решения

Введем следующую автомодельную переменную [20, 31]:

$$\xi = r / \left( 2\sqrt{\chi_0^{(p)} t} \right), \quad (21)$$

где  $\chi_0^{(p)} = k_g p_0 / (S_{g0} \mu_g)$  – коэффициент пьезопроводности.

Пренебрегая переменностью температуры в ближней зоне (т.к. в этой зоне для температуры по шкале Кельвина выполняется условие  $\Delta T / T \ll 1$ ) и применяя линеаризацию Лейбензона [17, 20] в уравнениях неразрывности (8) и (12), в автомодельных переменных систему из (8), (11) и (12) можно привести к виду

$$\begin{aligned} -\left(\xi + \frac{S_{g0}}{2S_{ge}} \frac{1}{\xi}\right) \frac{dp_{(1)}^2}{d\xi} &= \frac{S_{g0}}{2S_{ge}} \frac{d^2 p_{(1)}^2}{d\xi^2}, \\ -\xi \frac{dT_{(1)}}{d\xi} &= \frac{Pe_{(1)} \Phi_{(1)}}{p_0^2} \frac{dp_{(1)}^2}{d\xi} \frac{dT_{(1)}}{d\xi} + 2\Phi_{(1)} \left( \frac{1}{\xi} \frac{dT_{(1)}}{d\xi} + \frac{d^2 T_{(1)}}{d\xi^2} \right), \\ -\left(\xi + \frac{1}{2\xi}\right) \frac{dp_{(3)}^2}{d\xi} &= \frac{1}{2} \frac{d^2 p_{(3)}^2}{d\xi^2}, \end{aligned} \quad (22)$$

где  $\varphi_{(1)} = \chi^{(T)}/4\chi_0^{(p)}$ ,  $Pe_{(1)} = \rho_{g0} c_g k_g p_0 / (\lambda_{(1)} \mu_g)$  – число Пекле,  $\chi^{(T)} = \lambda_{(1)} / (\rho c)$  – коэффициент температуропроводности. Здесь и в дальнейшем нижние индексы 1, 2 и 3 относятся к ближней, промежуточной и дальней зонам соответственно.

Проинтегрировав первое и второе уравнения (22) для распределений давления и температуры в ближней зоне ( $0 < \xi < \xi_{(n)}$ ) с учетом граничных условий (7), получим следующие решения:

$$p_{(1)}^2 = p_{(n)}^2 + \frac{Q_g \mu_g R_g T_g}{k_g \pi} \int_{\xi}^{\xi_{(n)}} \frac{1}{\xi} \exp\left(-\frac{\xi^2}{\eta_{(1)}}\right) d\xi, \quad (23)$$

$$T_{(1)} = T_{(n)} + \frac{\left(T_g - T_{(n)}\right) \int_{\xi}^{\xi_{(n)}} \frac{1}{\xi} \exp\left(-\frac{\xi^2}{4\varphi_{(1)}} - \frac{Pe_{(1)}}{2p_0^2} p_{(1)}^2\right) d\xi}{\int_0^{\xi_{(n)}} \frac{1}{\xi} \exp\left(-\frac{\xi^2}{4\varphi_{(1)}} - \frac{Pe_{(1)}}{2p_0^2} p_{(1)}^2\right) d\xi},$$

где  $\eta_{(1)} = S_{g0}/S_{g(e)}$ .

Для дальней зоны ( $\xi_{(d)} < \xi < \infty$ ) с учетом начальных условий (1) можно записать:

$$p_{(3)}^2 = p_0^2 + \frac{\left(p_{(d)}^2 - p_0^2\right) \int_{\xi}^{\infty} \frac{1}{\xi} \exp(-\xi^2) d\xi}{\int_{\xi_{(d)}}^{\infty} \frac{1}{\xi} \exp(-\xi^2) d\xi}. \quad (24)$$

Для промежуточной зоны уравнения (14) и (15) в автомодельной переменной запишутся в следующем виде:

$$\frac{d^2 p_{(2)}}{d\xi^2} = \frac{B \frac{dp_{(2)}}{d\xi} + C \left(\frac{dp_{(2)}}{d\xi}\right)^2}{A}, \quad (25)$$

$$\frac{dS_{h(2)}}{d\xi} = -\frac{1}{\tilde{\rho} \xi R_g T_s(p_{(2)})} \times$$

$$\times \left[ \frac{k_g}{2\mu_g \chi_0^{(p)}} \left( p_{(2)} \frac{d^2 p_{(2)}}{d\xi^2} + \left(1 - \frac{T_*}{T_s(p_{(2)})}\right) \left(\frac{dp_{(2)}}{d\xi}\right)^2 + \frac{p_{(2)}}{\xi} \frac{dp_{(2)}}{d\xi} \right) + \right.$$

$$+ S_g \xi \left[ 1 - \frac{T_*}{T_s(p_{(2)})} \right] \left( \frac{dp_{(2)}}{d\xi} \right), \quad (26)$$

$$A = \frac{1}{\chi_0^{(p)}} \left( \lambda + \frac{\rho_h l_h p_{(2)}^2 k_g}{\tilde{\rho} R_g T_s(p_{(2)}) T_* \mu_g} \right),$$

$$B = -2\rho c \xi - \frac{\lambda}{\xi \chi_0^{(p)}} - \frac{\rho_h l_h p_{(2)}}{\tilde{\rho} R_g T_s(p_{(2)}) T_*} \left( \frac{k_g p_{(2)}}{\mu_g \xi \chi_0^{(p)}} + \frac{2S_g (T_s(p_{(2)}) - T_*) \xi}{T_s(p_{(2)})} \right),$$

$$C = \frac{1}{\chi_0^{(p)}} \left( \frac{\lambda}{p_{(2)}} - \frac{p_{(2)} k_g c_g}{R_g \mu_g T_s(p_{(2)})} - \frac{\rho_h l_h p_{(2)} k_g (T_s(p_{(2)}) - T_*)}{\tilde{\rho} R_g T_s^2(p_{(2)}) T_* \mu_g} \right).$$

Условия (16) и (17) для ближней границы ( $\xi = \xi_{(n)}$ ) в автомодельных координатах примут вид

$$-\left( \frac{dp}{d\xi} \right)_{(n)}^- + \left( \frac{dp}{d\xi} \right)_{(n)}^+ = \frac{2\chi_0^{(p)} \mu_g}{k_g} \left( (S_{g(n)}^- - S_{g(n)}^+) + \frac{\rho_h G}{\rho_{g(n)}} (S_{h(n)}^- - S_{h(n)}^+) \right) \xi_{(n)}, \quad (27)$$

$$\lambda_{(1)} \left( \frac{dT}{d\xi} \right)_{(n)}^- - \lambda_{(2)} \left( \frac{dT}{d\xi} \right)_{(n)}^+ = 2\rho_h l_h \chi_0^{(p)} (S_{h(n)}^- - S_{h(n)}^+) \xi_{(n)}. \quad (28)$$

Первое соотношение из (20) в автомодельных координатах примет вид

$$\left( \frac{dT}{d\xi} \right)_{(n)}^+ = \frac{T_*}{p_{(n)}} \left( \frac{dp}{d\xi} \right)_{(n)}^+. \quad (29)$$

Используя аналитические решения (23) и соотношение (29), условия (27) и (28) можно привести к виду

$$\begin{aligned} & \frac{Q_g \mu_g R_g T_g}{2p_{(n)} k_g \pi \xi_{(n)}} \exp \left( -\frac{\xi_{(n)}^2}{\eta_{(1)}} \right) + q_{(n)} = \\ & = \frac{2\chi_0^{(p)} \mu_g \xi_{(n)}}{k_g} \left( (S_{g(n)}^- - S_{g(n)}^+) + \frac{\rho_h G}{\rho_{g(n)}} (S_{h(n)}^- - S_{h(n)}^+) \right), \end{aligned} \quad (30)$$

$$\frac{\lambda_{(1)}(T_{(n)} - T_g) \frac{1}{\xi_{(n)}} \exp\left(-\frac{\xi_{(n)}^2}{4\varphi_{(1)}} - \frac{\text{Pe}_{(1)} p_{(n)}^2}{2p_0^2}\right)}{\int_0^{\xi_{(n)}} \frac{1}{\xi} \exp\left(-\frac{\xi^2}{4\varphi_{(1)}} - \frac{\text{Pe}_{(1)} p_{(1)}^2}{2p_0^2}\right) d\xi} - \lambda_{(2)} \frac{T_* q_{(n)}}{p_{(n)}} = \quad (31)$$

$$= 2\rho_h l_h \chi_0^{(p)} (S_{h(n)}^- - S_{h(n)}^+) \xi_{(n)},$$

$$q_{(n)} = \left(\frac{dp_{(2)}}{d\xi}\right)_{\xi_{(n)}}.$$

Выражая из условия фазового равновесия (5)  $T_{(n)}$  через  $p_{(n)}$  и подставляя его в условие (29), получим на ближней границе  $\xi = \xi_{(n)}$  следующие выражения, связывающие неизвестный параметр  $q_{(n)}$ , значение координаты границы  $\xi_{(n)}$  и значение давления на ней  $p_{(n)}$

$$\Psi_1(\xi_{(n)}, p_{(n)}, q_{(n)}) = \frac{Q_g \mu_g R_g T_g}{2p_{(n)} k_g \pi \xi_{(n)}} \exp\left(-\frac{\xi_{(n)}^2}{\eta_{(1)}}\right) + q_{(n)} - \frac{2\chi_0^{(p)} \mu_g}{k_g} \xi_{(n)} \times \quad (32)$$

$$\times \left( (S_{g(n)}^- - S_{g(n)}^+) + \frac{\rho_h G}{\rho_{g(n)}} (S_{h(n)}^- - S_{h(n)}^+) \right),$$

$$\Psi_2(\xi_{(n)}, p_{(n)}, q_{(n)}) = \frac{\lambda_{(1)}(T_{(n)} - T_g) \frac{1}{\xi_{(n)}} \exp\left(-\frac{\xi_{(n)}^2}{4\varphi_{(1)}} - \frac{\text{Pe}_{(1)} p_{(n)}^2}{2p_0^2}\right)}{\int_0^{\xi_{(n)}} \frac{1}{\xi} \exp\left(-\frac{\xi^2}{4\varphi_{(1)}} - \frac{\text{Pe}_{(1)} p_{(1)}^2}{2p_0^2}\right) d\xi} - \quad (33)$$

$$- \lambda_{(2)} \frac{T_*}{p_{(n)}} q_{(n)} - 2\rho_h l_h \chi_0^{(p)} (S_{h(n)}^- - S_{h(n)}^+) \xi_{(n)}.$$

На границе  $\xi = \xi_{(d)}$  условие (19) запишется в виде

$$\left(\frac{dp}{d\xi}\right)_{(d)}^- = \left(\frac{dp}{d\xi}\right)_{(d)}^+. \quad (34)$$

Для промежуточной области ( $\xi_{(n)} \leq \xi \leq \xi_{(d)}$ ) уравнения, представляющие собой систему из трех обыкновенных дифференциальных уравнений (25) и (26), можно записать в виде

$$\begin{aligned} \frac{dp_{(2)}}{d\xi} &= q, \\ \frac{dq}{d\xi} &= \frac{Bq + Cq^2}{A}, \\ \frac{dS_{h(2)}}{d\xi} &= -\frac{1}{\tilde{\rho}\xi R_g T_s(p_{(2)})} \times \\ &\times \left[ \frac{k_g}{2\mu_g \chi_0^{(p)}} \left( p_{(2)} \frac{dq}{d\xi} + \left( 1 - \frac{T_*}{T_s(p_{(2)})} \right) q^2 + \frac{p_{(2)}}{\xi} q \right) + S_g \xi \left( 1 - \frac{T_*}{T_s(p_{(2)})} \right) q \right]. \end{aligned} \quad (35)$$

Счёт по системе обыкновенных дифференциальных уравнений (35) начинается от правой границы  $\xi = \xi_{(d)}$ , значение которой выбирается произвольным образом, в сторону левой границы  $\xi = \xi_{(n)}$  с отрицательным шагом. Здесь неизвестными параметрами являются значения функции  $q_{(n)}$ , координаты фронтальных границ  $\xi_{(n)}$  и  $\xi_{(d)}$ , а также значения давления на этих границах  $p_{(n)}$  и  $p_{(d)}$ . За начальные данные Коши на дальней границе  $\xi = \xi_{(d)}$  можно взять следующие величины:

$$p_{(d)} = p_s(T_0), \quad q_{(d)} = \left( \frac{dp}{d\xi} \right)_{(d)}^+, \quad S_h = 0. \quad (36)$$

Исходя из равенства (36) и используя для дальней зоны решение (24), значение  $q_{(d)}$  определяется на основе выражения

$$q_{(d)} = (p_0^2 - p_{(d)}^2) \frac{\exp(-\xi_{(d)}^2)}{2p_{(d)}\xi_{(d)} \int_{\xi_{(d)}}^{\infty} \frac{1}{\xi} \exp(-\xi^2) d\xi} \quad (37)$$

Численное решение задачи было реализовано методом стрельбы [17, 24]. В ходе счёта вместо значений  $\xi_{(n)}$ ,  $p_{(n)}$  и  $q_{(n)}$  в (32) и (33) подставляются текущие значения  $\xi$ ,  $p$  и  $q$ , полученные интегрированием системы (33). Каждый вариант счёта прекращается при достижении  $\psi_1$  нулевого значения ( $\psi_1(\xi_{(n)}, p_{(n)}, q_{(n)}) = 0$ ). «Пристрелка» по параметру  $\xi_{(d)}$  продолжается до достижения с некоторой заданной точностью условия  $\psi_2(\xi_{(n)}, p_{(n)}, q_{(n)}) = 0$ .

**7. Результаты расчетов.** Для параметров, определяющих свойства фаз снега, газа и гидрата были приняты следующие значения:  $\rho_i = 900 \text{ кг/м}^3$ ,  $\rho_h = 910 \text{ кг/м}^3$ ,  $c_g = 1650 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}$ ,  $c_i = 2090 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}$ ,  $c_h = 2200 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}$ ,  $\lambda_g = 0.03 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$ ,  $\lambda_i = 2 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$ ,  $\lambda_h = 0.5 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$ ,  $l_h = 1.45 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг}$ ,  $G = 0.12$ ,  $\mu_g = 9.5 \cdot 10^{-6} \text{ Па}\cdot\text{с}$ ,  $k_g = 10^{-15} \text{ м}^2$ ,  $R_g = 520 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}$ ,  $T_{(s0)} = 263 \text{ К}$ ,  $p_{(s0)} = 1.86 \text{ МПа}$ ,  $T_* = 30 \text{ К}$ .

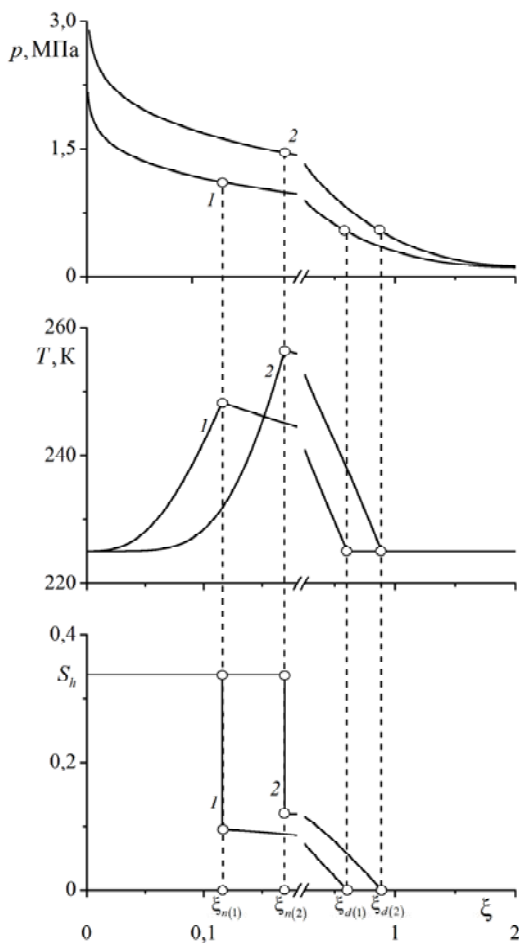
Исходные значения давления, температуры снежного массива и нагнетаемого газа с постоянным массовым расходом  $Q_g = 2 \cdot 10^{-3} \text{ кг/(м}\cdot\text{с)}$  принимались соответственно равными:  $p_0 = 0.1 \text{ МПа}$ ,  $T_0 = 225 \text{ К}$  и  $T_e = 225 \text{ К}$ , начальная снегонасыщенность –  $S_{i0} = 0.3$ .

Распределения давления  $p$ , температуры  $T$  и гидратонасыщенности  $S_h$  в массиве при различных массовых расходах газа иллюстрируются на рис.2. Из графика видно, что при увеличении массового расхода закачиваемого газа, что соответствует росту давления нагнетания газа, происходит увеличение протяженности зоны образования гидрата, поскольку повышается интенсивность подвода газа, что приводит к росту гидратонасыщенности на ближней границе. Здесь следует отметить, что при этом температура в массиве также растет, что связано с повышением давления, которое, согласно выражению (5), приводит к росту равновесной температуры гидратообразования. Принятая схема с двумя подвижными межфазными границами позволяет построить физически непротиворечивые решения. Принятая схема с двумя подвижными межфазными границами позволяет построить физически непротиворечивые решения. Из рисунка видно, что согласно принятым значениям массового расхода газа, максимальная температура, реализуемая в массиве, не достигает точки плавления льда ( $T^{(0)} = 0^\circ \text{С}$ ), что исключает появление фазы воды в массиве. В случае же больших значений расхода газа, что приводит к росту давления на границе скважины, и соответственно к повышению температуры в массиве, которая может быть выше температуры плавления льда, следует рассматривать дополнительно зону, в которой образование гидрата будет происходить из газа и воды вдоль кривой фазового равновесия. В случае же больших значений расхода газа, что приведет к росту давления, и соответственно к повышению температуры в массиве, которая может быть выше температуры плавления льда, следует рассматривать дополнительно зону, в которой образование гидрата будет происходить из газа и воды вдоль кривой фазового равновесия.

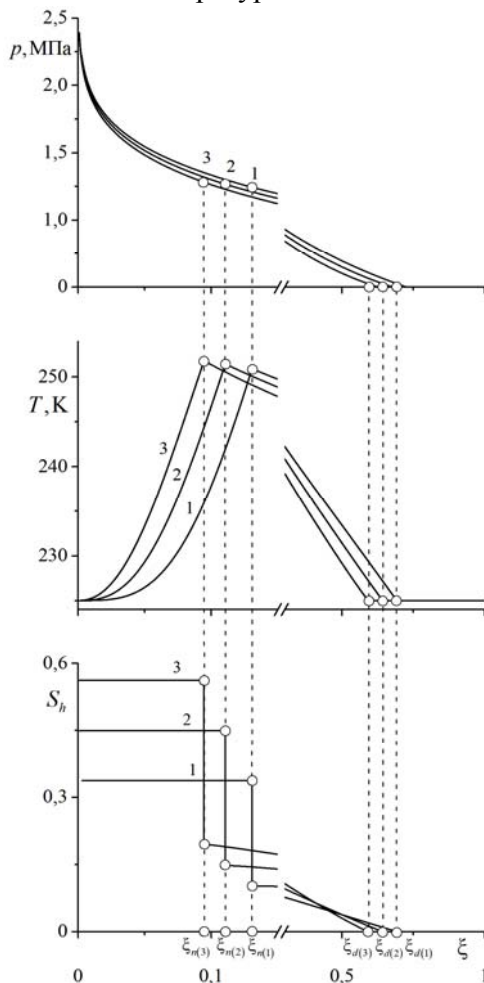
На рис.3 представлены аналогичные распределения, что и на рис.2, при различных начальных значениях снегонасыщенности массива  $S_{i0}$ . Показано,



что с ростом насыщенности снега в массиве протяженность объемной зоны образования гидрата уменьшается, поскольку при заданном массовом расходе газа увеличивается доля его потребления, необходимая для образования гидрата, что в свою очередь приводит к более быстрому снижению давления, при этом отмечается незначительное повышение температуры в массиве.



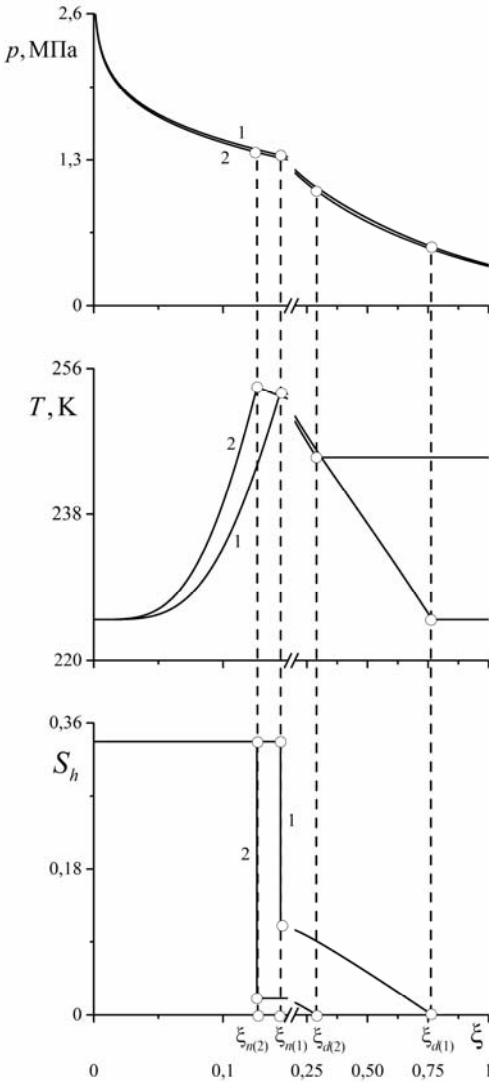
**Рис.2.** Распределение давления  $p$ , температуры  $T$  и гидратонасыщенности  $S_h$  в массиве при различных массовых расходах газа  $Q_g$ : 1)  $2 \cdot 10^{-3}$ , 2)  $3 \cdot 10^{-3}$ , 3)  $4 \cdot 10^{-3}$  кг/(м·с).



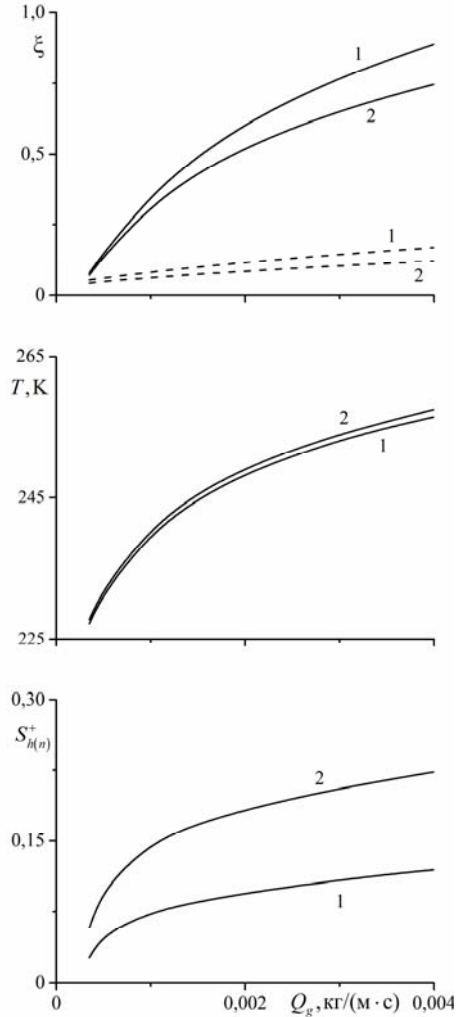
**Рис.3.** Распределение давления  $p$ , температуры  $T$  и гидратонасыщенности  $S_h$  в массиве при различных начальных значениях снегонасыщенности  $S_{i0}$ : 1) 0.3, 2) 0.4, 3) 0.5.

На рис.4 представлены аналогичные распределения, что и на рис.2, при различных значениях исходной температуры массива  $T_0$ . Числа на кривых 1, 2 соответствуют значениям 225 и 245К. Видно, что в случае низкотемператур-

ных массивов при заданной интенсивности нагнетания газа протяженность объемной зоны образования гидрата увеличивается, при этом наблюдается некоторый рост величины гидратонасыщенности  $S_{(n)}^+$  на ближней границе.



**Рис.4.** Распределение давления  $p$ , температуры  $T$  и гидратонасыщенности  $S_h$  в массиве при различных начальных значениях температуры массива  $T_0$ : 1) 225, 2) 245К.



**Рис.5.** Зависимости автомодельных координат границ ( $\xi_{(n)}$  – ближняя граница (штриховая линия) и  $\xi_{(d)}$  – дальняя граница (сплошная линия), максимальной температуры, реализуемой в массиве, и гидратонасыщенности на ближней границе от массового расхода газа  $Q_g$  при различных начальных значениях снегонасыщенности массива  $S_{i0}$ : 1) 0.3, 2) 0.5.

Зависимости автомоделных координат границ, максимальной температуры, реализуемой в массиве, и гидратонасыщенности на ближней границе от массового расхода газа  $Q_g$  при различных начальных значениях снегонасыщенности массива  $S_{i0}$  представлены на рис.5. Установлено, что с увеличением расхода газа протяженности объемной зоны образования гидрата и ближней области увеличиваются, причем становятся тем больше, чем меньше исходная снегонасыщенность.

## 8. Заключение

Показано, что при нагнетании гидратообразующего газа в снежный массив, насыщенный тем же газом, возможно образование трех характерных зон в области фильтрации: ближней, насыщенной газом и гидратом, промежуточной, в которой газ, снег и гидрат находятся в состоянии фазового равновесия, и дальней – заполненной газом и снегом. Построены автомоделные решения для осесимметричной постановки, описывающие распределения основных параметров в массиве. Показано, что увеличение массового расхода нагнетаемого газа и уменьшение исходной температуры массива приводят к росту как протяженности объемной зоны образования гидрата, так и гидратонасыщенности на ближней границе. Также установлено, что с увеличением доли снега в массиве наблюдается уменьшение протяженности зоны фазовых переходов.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Истомин В.А., Якушев В.С.* Газовые гидраты в природных условиях. – М.: Недра, 1992, 236 с.;  
*Istomin V.A., Yakushev V.S.* Gazovye gidraty v prirodnyh usloviyah. – М.: Nedra, 1992, 236s.
2. *Егоров А.В., Рожков А.Н., Vogt П.Р., Крейн К.* Газогидраты непосредственно на морском дне. Природное явление и теоретическое обоснование. – М.: Институт проблем механики РАН, 2012, 22 с.;  
*Egorov A.V., Rozhkov A.N., Vogt P.R., Krejn K.* Gazogidraty neposredstvenno na morskome dne. Prirodnoe yavlenie i teoreticheskoe obosnovanie. – М.: Institut problem mekhaniki RAN, 2012, 22 s.
3. *Хлыстов О.М., Нишио Ш., Манаков А.Ю., Сугияма Х., Хабубев А.В., Белоусов О.В., Грачев М.А.* Опыт картирования кровли приповерхностных газовых гидратов озера Байкал и извлечение газа из них // Геология и геофизика, 2014, т.55, №9, с.1415–1425;  
*Khlystov O.M., Khabuev A.V., Belousov O.V., Grachev M.A., Nishio S., Sugiyama H., Manakov A.Y.* The experience of mapping of baikal subsurface gas hydrates and gas recovery // Russian Geology and Geophysics, 2014, v.55, №9, p.1122–1129.
4. *Макогон Ю.Ф., Омельченко Р.Ю.* Мессояха – газогидратная залежь, роль и значение // Геология и полезные ископаемые Мирового океана, 2012, №3, с.5–19;  
*Makogon YU.F., Omel'chenko R.YU.* Messoyaha – gazogidratnaya zalezh', rol' i znachenie // Geologiya i poleznye iskopaemye Mirovogo okeana, 2012, №3, s.5–19.

5. Иванов М.Г., Чудаков Г.М., Терещенко И.А., Поляков А.В., Степанов М.С., Ханюченко Н.Д. Проблемы промышленного освоения природных метаногидратов // Научные труды КубГТУ, 2017, №2, с.296–309;  
*Ivanov M.G., Chudakov G.M., Tereshchenko I.A., Polyakov A.V., Stepanov M.S., Hanyuchenko N.D. Problemy promyshlennogo osvoeniya prirodnyh metanogidratov // Nauchnye trudy KubGTU, №2, 2017, s.296–309.*
6. Yamamoto K., Kanno T., Wang X.-X., Tamaki M., Fujii T., Chee S.-S., Wang X.-W., Pitmenov V., Shako V. Thermal responses of a Gas hydrate-Bearing Sediment to a Depressurization Operation // The Royal Society of Chemistry, 2017, v. 7, p. 5554–5577.
7. Бондарев Э.А., Рожин И.И., Попов В.В., Аргунова К.К. Оценка возможности подземного хранения гидратов природного газа в зоне многолетней мерзлоты // Криосфера Земли, 2015, т.ХІХ, № 4, с.64–74;  
*Bondarev E.A., Rozhin I.I., Popov V.V., Argunova K.K. Ocenka vozmozhnosti podzemnogo hraneniya gidratov prirodnoho gaza v zone mnogoletnej merzloty // Kriosfera Zemli, 2015, t.XIX, № 4, s.64–74.*
8. Nakai S. Development of Natural Gas Hydrate (NGH) Supply Chain // Proceedings, 25th World Gas Conference, Kuala Lumpur, Malaysia, 4-8 June, 2012, p.3040–3050.
9. Семенов М.Е., Шиц Е.Ю., Сафронов А.Ф. Исследование особенностей искусственного получения гидратов метана и этана в условиях свободной конвекции // Газохимия, 2011, №1, с.18–23;  
*Semenov M.E., Shic E.YU., Safronov A.F. Issledovanie osobennostey iskusstvennogo polucheniya gidratov metana i ehtana v usloviyah svobodnoj konvekcii // Gazohimiya, 2011, №1, s.18–23.*
10. Шагапов В.Ш., Шепелькевич О.А., Ялаев А.В. Начальный этап образования гидрата в объеме жидкости на примесных частицах при контакте газа и воды // Теоретические основы химической технологии, 2017, т.51, №4, с.441–450;  
*Shagapov V.Sh., Shepelkevich O.A., Yalaev A.V. The initial stage of hydrate formation in liquid volume on impurity particles upon contact of gas and water // Theoretical Foundations of Chemical Engineering, 2017, v.51, iss.4, p.448–457.*
11. Назмутдинов Ф.Ф., Хабибуллин И.Л. Математическое моделирование десорбции газа из газового гидрата // Известия РАН. Механика жидкости и газа, 1996, №5, с.118–125;  
*Nazmutdinov F.F., Habibullin I.L. Matematicheskoe modelirovanie desorbicii gaza iz gazovogo gidrata // Izvestiya RAN. Mekhanika zhidkosti i gaza, 1996, №5, s.118–125.*
12. Шагапов В.Ш., Чиглинцева А.С., Сыртланов В.Р. О возможности вымывания газа из газогидратного массива посредством циркуляции теплой воды // Прикладная механика и техническая физика, 2009, т.50, №4, с.100–111;  
*Shagapov V.Sh., Chiglintseva A.S., Syrtlanov V.R. Possibility of Gas Washout from a Gas-hydrate Massif by circulation of warm water // J. of Applied Mechanics and Technical Physics, 2009, v.50, №4, p.628–637.*
13. Шагапов В.Ш., Мусакаев Н.Г., Хасанов М.К. Нагнетание газа в пористый резервуар, насыщенный газом и водой // Теплофизика и аэромеханика, 2005, т.12, №4, с.645–656;  
*Shagapov V.Sh., Musakaev N.G., Khasanov M.K. Nagnetanie gaza v poristyj rezervuar, nasyshchennyj gazom i vodoj // Teplofizika i aehromekhanika, 2005, t.12, №4, s.645–656.*
14. Шагапов В.Ш., Рафикова Г.Р., Хасанов М.К. К теории образования газогидрата в частично водонасыщенной пористой среде при нагнетании метана // Теплофизика высоких температур, 2016, т.54, №6, с.911–920;  
*Shagapov V.Sh., Rafikova G.R., Khasanov M.K. On the theory of formation of gas hydrate*

- in partially water-saturated porous medium when injecting methane // High Temperature, 2016, v.54, № 6, p.858–866.
15. *Шагапов В.Ш., Чиглинцева А.С., Белова С.В.* Задача об образовании газогидрата в замкнутом объеме, насыщенном газом и снегом // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика, 2017, №46, с.86–101;  
*Shagapov V.Sh., Chiglintseva A.S., Belova S.V.* The problem of gas hydrate formation in a closed volume saturated with gas and snow // Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics, 2017, v.46. p.86–101.
  16. *Шагапов В.Ш., Чиглинцева А.С., Белова С.В.* Математическое моделирование нагнетания гидратообразующего газа в снежный массив, насыщенный тем же газом // Труды Института механики им. Р.Р. Мавлютова Уфимского научного центра РАН, 2016, т.11, №2, с.233–239.  
*Shagapov V.Sh., Chiglintseva A.S., Belova S.V.* Matematicheskoe modelirovanie nagnetaniya gidratoobrazuyushchego gaza v snezhnyj massiv, насыщенный тем же газом // Trudy Instituta mekhaniki im. R.R. Mavlyutova Ufimskogo nauchnogo centra RAN, 2016, t.11, №2, s.233–239.
  17. *Хасанов М.К.* Исследование режимов образования газогидратов в пористой среде, частично насыщенной льдом // Теплофизика и аэромеханика, 2015, т.22, №2, с.255–266;  
*Khasanov M.K.* Investigation of regimes of gas hydrate formation in a porous medium, partially saturated with ice // Thermophysics and Aeromechanics, 2015, v.22, №2, p.245–255.
  18. *Хасанов М.К., Столповский М.В.* Численное моделирование гидратообразования в частично насыщенной льдом пористой среде конечной протяженности // Научно-технический вестник Поволжья, 2015, № 6, с.34–37;  
*Khasanov M.K., Stolpovskij M.V.* Chislennoe modelirovanie gidratoobrazovaniya v chastichno насыщенной льдом пористой среде конечной протяженности // Nauchno-tekhnicheskij vestnik Povolzh'ya, 2015, № 6, s.34–37.
  19. *Шагапов В.Ш., Нурисламов О.Р.* Некоторые особенности синтеза газогидратов нагнетанием газа во влажную пористую среду // Теоретические основы химической технологии, 2010, т.44, №3, с.275–285;  
*Shagapov V.Sh., Nurislamov O.R.* Some features of the synthesis of gas hydrates by gas injection into a moist porous medium // Theoretical Foundations of Chemical Engineering, 2010, v.44, №.3, p.260–271.
  20. *Шагапов В.Ш., Чиглинцева А.С.* О нагнетании гидратообразующего газа в снежный массив, насыщенный тем же газом, при переходе через точку плавления льда // Теплофизика и аэромеханика, 2018, т.25, №1, с.89–104;  
*Shagapov V.Sh., Chiglintseva A.S.* On injection of hydrate-forming gas into a gas-saturated snowy agglomerate while transition through the ice melting point // Thermophysics and Aeromechanics, 2018, v.25, №.1, p. 89–104.
  21. *Чиглинцева А.С.* Автомодельное решение задачи образования гидрата в снежном массиве // Вычислительная механика сплошных сред, 2017, т.10, №2, с.212–224;  
*Chiglintseva A.S.* Avtomodel'noe reshenie zadachi obrazovaniya gidrata v snezhnom massive // Vychislitel'naya mekhanika sploshnyh sred, 2017, t.10, №2, s.212–224.
  22. *Чиглинцева А.С., Шагапов В.Ш.* О нагнетании гидратообразующего газа в пласт снега, насыщенный тем же газом // Труды Института механики им. Р.Р. Мавлютова УНЦ РАН, 2017, т.12, №2, с.219–226;  
*Chiglintseva A.S., Shagapov V.Sh.* O nagnetanii gidratoobrazuyushchego gaza v plast snega, насыщенный тем же газом // Trudy Instituta mekhaniki im. R.R. Mavlyutova UNC RAN, 2017, t.12, №2, s.219–226.

23. *Шагапов В.Ш., Чиглинцева А.С., Русинов А.А.* Математическое моделирование процесса образования гидрата в пласте, насыщенном снегом, при нагнетании холодного газа // Вычислительная механика сплошных сред, 2016, т.9, №2, с.173–181;  
*Shagapov V.Sh., Chiglintseva A.S., Rusinov A.A.* Matematicheskoe modelirovanie processa obrazovaniya gidrata v plaste nasyshchennom snegom pri nagnetanii holodnogo gaza // Vychislitel'naya mekhanika sploshnyh sred, 2016, t.9, №2, s.173–181.
24. *Гималтдинов И.К., Хасанов М.К.* Математическая модель образования газогидрата при инъекции газа в пласт, частично насыщенный льдом // Прикладная математика и механика, 2016, т.80, №1, с.80–90;  
*Gimaltdinov I.K., Khasanov M.K.* Mathematical model of the formation of a gas hydrate on the injection of gas into a stratum partially saturated with ice // Journal of Applied Mathematics and Mechanics, 2016, v.80, №1, p.57–64.
25. *Шагапов В.Ш., Хасанов М.К., Мусакаев Н.Г.* Образование газогидрата в пористом резервуаре, частично насыщенном водой, при инъекции холодного газа // Прикладная механика и техническая физика, 2008, т.49, №3, с.137–150;  
*Shagapov V.Sh., Khasanov M.K., Musakaev N.G.* Formation of a gas hydrate due to injection of a cold gas into a porous reservoir partly saturated by water // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics, 2008, v.49, №3, p.462–472.
26. *Шагапов В.Ш., Мусакаев Н.Г.* Динамика образования и разложения гидратов в системах добычи, транспортировки и хранения газа. – М.: Наука, 2016, 240 с.;  
*Shagapov V.Sh., Musakaev N.G.* Dinamika obrazovaniya i razlozheniya gidratov v sistemah dobychi, transportirovki i hraneniya gaza. – М.: Nauka, 2016, 240 s.
27. *Цыпкин Г.Г.* Течения с фазовыми переходами в пористых средах. – М.: Физматлит, 2009, 232 с.;  
*Tsyppkin G.G.* Tcheniya s fazovymi perekhodami v poristyh sredah. – М.: Fizmatlit, 2009, 232s.
28. *Нигматулин Р.И.* Динамика многофазных сред. – М.: Наука, 1987, ч.2, 360 с.  
*Nigmatulin R.I.* Dinamika mnogofaznyh sred. – М.: Nauka, 1987, ch.2, 360 s.
29. *Рагимли П.И., Повешченко Ю.А., Рагимли О.Р., Подрыга В.О., Казакевич Г.И., Гасилова И.В.* Использование расщепления по физическим процессам для моделирования диссоциации газовых гидратов // Математ. моделир., 2017, т.29, №7, с.133–144.  
*Rahimly P.I., Poveshchenko Yu.A., Rahimly O.R., Podryga V.O., Kazakevich G.I., Gasilova I.V.* The Use of Splitting with Respect to Physical Processes for Modeling the Dissociation of Gas Hydrates // Mathem. Mod. and Comp. Simulat., 2018, v.10, Iss.1, p.69–78.
30. *Дарищева В.И., Кокорева В.И., Полищук А.М., Чубанова О.В., Якуш С.Е.* Моделирование фильтрационных процессов при циклической эксплуатации нефтяной скважины // Математическое моделирование, 2016, т.28, №5, с.69–80;  
*Darishcheva V.I., Kokoreva V.I., Polishchuk A.M., Chubanova O.V., Yakush S.E.* Modeling of filtration processes during the cyclic operation of an oil production well // Mathematical Models and Computer Simulations, 2016, v.8, Iss.6, p.725–733.
31. *Шагапов В.Ш., Галимзянов М.Н., Запихахина М.Н.* Моделирование процесса образования льда при инъекции воды в пористую среду, насыщенную льдом и газом // Вестник Башкирского университета, 2013, т.18, №1, с.22–26.  
*Shagapov V.Sh., Galimzyanov M.N., Zapivahina M.N.* Modelirovanie processa obrazovaniya l'da pri inzhekcii vody v poristuyu sredyu, nasyshchennuyu l'dom i gazom // Vestnik Bashkirskogo universiteta, 2013, t.18, №1, s.22–26.