

НЕСТАЦИОНАРНАЯ ТЕРМИЧЕСКИ-НЕРАВНОВЕСНАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ ПРЕДСКАЗАНИЯ ВЫНОСА ШЛАМА ПРИ БУРЕНИИ НАКЛОННО-НАПРАВЛЕННЫХ СКВАЖИН

© 2019 г. *П.А. Лыхин¹, К.В. Торопецкий², В.Н. Ульянов¹, Э.В. Усов³,
В.И. Чухно³*

¹ООО «Новосибирский научно-технический центр», Новосибирск

²ООО «НовосибирскНИПИнефть», Новосибирск

³ Новосибирский национальный исследовательский государственный университет, Новосибирск usovev@gmail.com

DOI:10.1134/S0234087919010052

Представлена нестационарная математическая модель для моделирования движения шлама в потоке бурового раствора при бурении горизонтальных и наклонно-направленных скважин. В основе лежит двухслойная модель, которая учитывает шлам в потоке флюида, а также неподвижную шламовую подложку. Приведены соотношения, которые позволяют рассчитывать массообмен между подложкой и шламом в потоке, трение и теплообмен шлама с потоком флюида, а также теплообмен флюида и подложки с затрубным пространством. Реализованы опции для моделирования движения флюида с обычной и неньютоновской реологией. Предполагается, что жидкость двигается в кольцевом канале, образованном стенкой скважины и буровой колонной. Учитывается наличие эксцентриситета в канале. Для моделирования движения и теплообмена шлама и флюида решается система уравнений, которая отражает собой законы сохранения массы, энергии и импульса для каждого компонента в отдельности. Численная реализация основана на методе конечных объемов, конвективные члены записаны в противопоточном виде. Представлены результаты тестовых расчетов, демонстрирующих работоспособность предложенной модели. Рассмотрена задача по вытеснению шлама из произвольно-ориентированной скважины.

Ключевые слова: моделирование, шлам, скважина, многокомпонентная модель, флюид.

TRANSIENT THERMAL-NONEQUILIBRIUM MODEL FOR PREDICTION OF CUTTING REMOVAL DURING DRILLING OF DIRECTIONAL WELLS

P.A. Lyhin¹, K.V. Toropetsky², V.N. Ulyanov¹, E.V. Usov³, V.I. Chuhno³

¹ NNTC, Novosibirsk

² NovosibirskNIPIneft, Novosibirsk

³ Novosibirsk State University, Novosibirsk

Transient thermal-nonequilibrium mathematical model for prediction of cutting removal during drilling of directional wells is presented in current paper. The model is based on two-layer model that takes into account the cutting in the fluid flow and motionless cutting substrate. The paper gives the relationships that allow calculating the mass exchange between the substrate and the cutting in the stream, the interphase friction and heat transfer between cutting and fluid flow and fluid flow with walls of the well. Options for simulation of Newtonian and non-Newtonian fluid are implemented into the model. It is assumed that the fluid moves in the annular channel formed by the well walls and the drill string. The presence of eccentricity in the channel is taken into account. To simulate the motion and heat transfer, a system of mass, momentum and energy equations is solved. Numerical method is based on control volume approach. There are some calculation results that demonstrate ability of the model to simulate displacement of the cutting from the well.

Key words: simulation, cutting, well, multicomponent model, fluid.

1. Введение

По мере исчерпания запасов легко извлекаемых углеводородов происходит усложнение технологий бурения, в том числе позволяющих существенно увеличить дебит скважины, за счет бурения горизонтальных и наклонно-направленных скважин. С 2005 по 2015 год количество пробуренных горизонтальных скважин в мире увеличилось с 10% до 79%. Повышение одновременно сложности и скорости бурения вызывает дополнительные осложнения, вызванные неполным выносом шлама из пространства между буровой колонной и стенкой скважины. Расчет оптимальных режимов бурения невозможен без достоверной оценки движения шлама на поверхность.

По этой причине весьма актуальной является задача моделирования выноса образующегося в процессе бурения шлама с учетом его осаждения на стенки канала, повторного выноса со стенок в зависимости от скорости вращения бурильной колонны, величины эксцентриситета и реологии бурового раствора. Также необходимо принять во внимание, что свойства бурового раствора зависят достаточно сильно от температуры и поскольку температура может достигать более ста градусов, необходим учет теплообмена с горными породами и выносимым шламом.

2. Современное состояние исследований

К настоящему времени расчетному и экспериментальному исследованию поведения шлама в буровом растворе посвящено достаточно большое число публикаций. В экспериментах [1-3], проведенных во вращающихся наклонных кольцевых каналах с песком и водой, было выявлено формиро-

вание нескольких типов структур. Первый тип относится к частицам шлама, которые взвешены в потоке жидкости. Второй тип – это движущиеся по поверхности стенки дюны. Третий связан с движущейся шламовой подложкой. Четвертый – с неподвижной подложкой, называемой глинистой коркой.

По большому счету, все четыре типа могут быть сведены к двум: к частицам шлама, взвешенным в потоке бурового раствора, и к шламовой подложке. Предлагаемые разными авторами расчетные методики отличаются в основном тем, какие типы структур, относящихся к подложке, рассматриваются.

Так в [4] представлена нестационарная модель, основанная на решении системы уравнений сохранения массы и импульса. Изменение энергии и температуры компонент потока не учитываются. При этом рассматривается двухслойная модель. Первый слой включает в себя жидкость со шламом, второй – подвижную шламовую подложку. Учитывается седиментация и повторный вынос шлама в поток жидкости. Предложенная модель может быть применена для расчета течения ньютоновских жидкостей и жидкостей со степенной реологией. Похожая модель рассмотрена в [5]. По сравнению с [4] в [5] учтено вращение буровой колонны.

В цикле работ [6-8] предложена трехслойная модель. Рассматривается шлам в потоке жидкости, шлам в подвижной подложке и шлам, образующий неподвижную подложку. Указанная модель является стационарной, жидкость предполагается ньютоновской, теплообмен не рассматривается. Трехслойная стационарная модель была усовершенствована в [9] для случая движения шлама в кольцевом канале с эксцентриситетом. В последнее время также развиваются методы для расчета процессов с использованием CFD-подходов для исследования переноса шлама в горизонтальном кольцевом канале [10,11]. Исследования ограничены изучением поведения шлама в жидкости с обычной реологией без учета теплообмена.

К настоящему времени известно достаточно мало работ, посвященных развитию нестационарной модели при включенном теплообмене, учете вращения буровой колонны, при наличии эксцентриситета кольцевого канала и произвольной реологии бурового раствора. Представленная статья посвящена решению указанных проблем. В качестве базовой модели используется двухслойная модель с хорошо развитой системой соотношений для расчета переноса шлама в потоке бурового раствора.

3. Базовая система уравнений

Двухслойная модель, развитая в [4,5], предполагает, что верхний слой соответствует жидкости с взвешенными в ней частицами. Нижний слой со-

ответствует неподвижной подложке, которая образована выпавшими в осадок частицами шлама. Для каждого слоя записываются уравнения сохранения массы, энергии и импульса для каждой компоненты: шлама или жидкости.

Уравнение сохранения массы для неподвижной подложки имеет следующий вид:

$$\partial A_{sub} \rho_{sub} / \partial t = \Gamma_{dep} - \Gamma_{entr} . \quad (1)$$

Уравнение сохранения массы для взвешенных в потоке частиц имеет вид

$$\partial A_f C_s \rho_s / \partial t + \partial A_f C_s \rho_s u_s / \partial l = -\Gamma_{dep} + \Gamma_{entr} . \quad (2)$$

Уравнение сохранения массы для жидкости имеет вид

$$\partial A_f (1 - C_s) \rho_f / \partial t + \partial A_f (1 - C_s) \rho_f u_f / \partial l = 0 . \quad (3)$$

В уравнениях выше ρ_{sub} , ρ_s , ρ_f – плотность подложки, твердых частиц и жидкости соответственно; u_s , u_f – скорость твердых частиц и жидкой фазы; A_{sub} , A_f – поперечные сечения пространства скважины, занятые подложкой и подвижной фазой; C_s – объемная доля твердых частиц в движущейся фазе, $A_{sub} + A_f = A$ – полная площадь поперечного сечения канала; l – координата вдоль ствола скважины.

В уравнениях учтено, что концентрация взвешенных в потоке частиц и толщина неподвижной подложки изменяются из-за осаждения шлама на подложку Γ_{dep} и уноса с подложки Γ_{entr} .

Скорость твердых частиц в жидкой фазе и скорость жидкой фазы могут быть найдены путем решения уравнений сохранения импульса. При этом импульс системы может изменяться из-за действия гравитационных сил, трения частиц с потоком жидкости, трения о неподвижную подложку, трения со стенками канала, а также за счет осаждения и уноса частиц.

$$\begin{aligned} & \partial A_f C_s \rho_s u_s / \partial t + \partial A_f C_s \rho_s u_s^2 / \partial l + C_s A_f \partial p / \partial l = \\ & = -u_s \Gamma_{dep} - A_f C_s \rho_s g \sin \theta + N_{sf} - N_{ssub} - N_{sw} . \end{aligned} \quad (4)$$

Для жидкой фазы:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial A_f (1 - C_s) \rho_f u_f}{\partial t} + \frac{\partial A_f (1 - C_s) \rho_f u_f^2}{\partial l} + (1 - C_s) A_f \frac{\partial p}{\partial l} = \\ & = -(1 - C_s) A_f \rho_f g \sin \theta - N_{sf} - N_{fsub} - N_{fw} . \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь N_{sf} – трение между жидкостью и твердыми частицами; N_{ssub} – трение твердых частиц о неподвижную подложку; N_{sw} – трение частиц о стенку канала; N_{fsub} – трение жидкой фазы о неподвижную подложку; N_{fw} – трение жидкости о стенку канала. В настоящей модели будем также предполагать, что подложка неподвижна, что справедливо для больших скоростей бурения при относительно большом размере частиц шлама.

Для того чтобы учесть теплообмен частиц шлама, жидкости и шламовой положки между собой, а также со стенками канала, запишем для каждой компоненты уравнения сохранения энергии.

Уравнение для неподвижной подложки:

$$\partial A_{sub} \rho_{sub} h_{sub} / \partial t = -\Gamma_{entr} h_{sub} + \Gamma_{dep} h_s + Q_{subf} + Q_{wsub}. \quad (6)$$

Конвективные члены в уравнении отсутствуют, так как подложка неподвижна.

Твердые частицы в жидкой фазе описываются следующим уравнением:

$$\partial A_f C_s \rho_s h_s / \partial t + \partial (A_f C_s \rho_s h_s u_{s2}) / \partial l = \Gamma_{entr} h_{sub} - \Gamma_{dep} h_s + Q_{sf} + Q_{ws}. \quad (7)$$

Для жидкой фазы имеет место

$$\begin{aligned} \partial A_f (1 - C_s) \rho_f h_f / \partial t + \partial (A_f (1 - C_s) \rho_f h_f u_f) / \partial l = \\ = Q_{fs} + \sum Q_{wf i} + Q_{fsub}. \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь h_{sub} , h_s , h_f – удельная энтальпия (Дж/кг) частиц подложки, частиц в потоке и флюида соответственно; Q_{subf} , Q_{wsub} , Q_{sf} , Q_{ws} , Q_{fs} , $Q_{wf i}$ – скорости теплообмена подложка–жидкость; стенка–подложка, твердые частицы–жидкость, стенка–твердые частицы в потоке, жидкость–твердые частицы и стенка–жидкость соответственно (Вт/м).

Должно быть принято во внимание, что скорости теплообмена подложка–жидкость и жидкость–твердые частицы должны быть связаны соотношениями теплового баланса

$$Q_{fsub} = -Q_{subf}, \quad Q_{sf} = -Q_{fs}. \quad (9)$$

Сумма в правой части уравнения (8) для теплового потока от стенок к жидкости берется по всем структурам, контактирующим с жидкостью: стенкой скважины ($i=out$) и стенкой буровой колонны ($i=in$).

4. Способы замыкания системы уравнений

Представим способы замыкания системы уравнений (6)–(8). Массовая скорость седиментации может быть определена через установившуюся скорость осаждения частиц u_{dep} с использованием данных работы [4]:

$$\Gamma_{dep} = C_s \rho_s L_{12} u_{dep} \sin \theta,$$

где θ – угол наклона ствола скважины по отношению к горизонту, L_{12} – длина границы раздела неподвижной подложки и потока в поперечном сечении. Скорость осаждения u_{dep} в потоке зависит от скорости осаждения одиночной частицы u_∞ и концентрации частиц. Из простых соображений понятно, что скорость осаждения u_{dep} должна стремиться к нулю при стремлении концентрации к единице. При стремлении же концентрации к нулю скорость должна быть равна скорости осаждения одиночной частицы. В соответствии с рекомендациями работ [5,12] предлагается степенной вид зависимости от концентрации:

$$u_{dep} = u_\infty (1 - C_s)^m.$$

Показатель степени m был определен в работе Ричардсона и Заки [13]. Показатель зависит как от числа Рейнольдса, так и от отношения гидравлического диаметра трубы к размеру частиц.

$$m = 4.65 + 19.5 \cdot d_s / D_h, \text{ если } Re_{dep} < 0.2,$$

$$m = (4.35 + 17.5 \cdot d_s / D_h) Re_{dep}^{-0.03}, \text{ если } 0.2 < Re_{dep} < 1,$$

$$m = (4.45 + 18 \cdot d_s / D_h) Re_{dep}^{-0.1}, \text{ если } 1 < Re_{dep} < 200,$$

$$m = 4.45 \cdot Re_{dep}^{-0.1}, \text{ если } 200 < Re_{dep} < 500,$$

$$m = 2.39, \text{ если } 500 < Re_{dep}.$$

Установившаяся скорость движения одиночной частицы диаметром d_s может быть найдена из баланса сил вязкого трения, силы тяжести и выталкивающей силы.

$$u_\infty = \left[4 \left(\rho_s / \rho_f - 1 \right) g d_s / 3 \xi_D \left(Re_{dep} \right) \right]^{1/2}, \quad (10)$$

где $Re_{dep} = \rho_f u_\infty d_s / \mu_f$.

Коэффициент трения ξ_D для частиц в потоке ньютоновской жидкости может быть рассчитан с использованием корреляции Клифта и Гэвина, имеющей широкую область применимости по числу Рейнольдса Re_{dep} [14,15]:

$$\xi_D = 24/Re_{dep} \cdot (1 + 0.15 Re_{dep}^{0.687}) + 0.42 / (1 + 4.25 \cdot 10^4 Re_{dep}^{-1.16}).$$

Представленное соотношение позволяет с хорошей точностью аппроксимировать область стоксова трения при малых числах Рейнольдса, а также переход к области, где коэффициент трения становится фактически постоянным.

Для жидкости, подчиняющейся закону Хершеля-Балкли:

$$\tau = \tau_o + K(du_x/dy)^n,$$

в настоящее время не существует работ по определению коэффициента m для расчета скорости осаждения в потоке частиц. Используем значения коэффициентов, полученных для жидкостей со степенным реологическим законом в качестве приближения.

Скорость осаждения, согласно [16],

$$\text{для } Re_{dn} \leq 0.3, \quad Re_{dn} = \rho_f u_\infty^{2-n} d_s^n / K :$$

$$(1 - C_s) = (u_{dep}/u_\infty)^{0.218 - 0.404(d_s/D_h)} - 0.862 \cdot (1 - n)(u_{dep}/u_\infty)^{0.802 - 1.35(d_s/D_h)}.$$

Для $0.3 < Re_{dn} \leq 165$ [17]:

$$u_{dep}/u_\infty = (4.7 + 8.8 \cdot d_s/D_h) Re_{dn}^{-0.1}.$$

Расчет u_∞ проводится по формуле (10) с использованием следующих выражений для ξ_d , взятых из [18].

Для ламинарного режима:

$$\xi_d = 24/Re_{hb}, \quad Re_{hb} < 1.$$

Для турбулентного режима можно использовать постоянное значение:

$$\xi_d = 0.4, \quad Re_{hb} > 100.$$

Между режимами можно использовать линейную интерполяцию. В выражениях выше введены следующие обозначения:

$$\text{Re}_{hb} = \text{Re}_{dn} / (1 + (7\pi/24)Bi_{hb}), \quad Bi_{hb} = \tau_o / K(u_{dep}/d_s)^n.$$

Также, следуя методике из [5], можно использовать формулы для ньютоновской жидкости с заменой Re_d на Re_{hd} .

Скорость уноса Γ_{entr} определяется по соотношениям из [5]:

$$\Gamma_{entr} = \rho_s L_{12} u_{entr}.$$

Предполагается, что унос связан с действием напряжения трения на границе между подложкой и жидкостью, которое вызывает отрыв частиц шлама от подложки и перенос их в ядро потока:

$$u_{entr} = \begin{cases} m_{entr}(u_{12} - u_{12}^*), & u_{12} > u_{12}^* \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}.$$

Здесь $u_{12} = \sqrt{\tau_{12}/\rho_f}$ – динамическая (пульсационная) скорость. Определение τ_{12} будет дано ниже.

$$u_{12}^* = \begin{cases} \sqrt{(\rho_s / \rho_f - 1)gd_s(\cos\theta + \text{ctg}\beta \cdot \sin\theta) / 3\xi_d^*}, & \theta > \beta, \\ \sqrt{(\rho_s / \rho_f - 1)2gd_s \cdot \text{ctg}\beta \cdot \sin\theta / 3\xi_d^*}, & \theta < \beta, \end{cases}$$

$$\xi_d^* = 0.4, \quad \beta = 35^\circ, \quad m_{entr} = \begin{cases} 0.2, & \theta > \beta, \\ 1, & \theta < \beta. \end{cases}$$

Трение твердых частиц в потоке с жидкостью может быть рассчитано с использованием следующего соотношения [5]:

$$\tau_{sf} = 1 / (1 - C_s)^{1.65} \cdot 6C_s / d_s \cdot \xi_d \rho_f |u_f - u_s| (u_f - u_s) / 8.$$

Трение твердых частиц о неподвижный слой:

$$\tau_{ssub} = C_s L_{12} \tau_{12}.$$

Трение жидкой фазы о неподвижный слой:

$$\tau_{fsub} = (1 - C_s) L_{12} \tau_{12}.$$

Здесь $\tau_{12} = \xi_{12} \rho_f |u_f - u_{sub}| (u_f - u_{sub}) / 8$.

Коэффициент трения ξ_{12} для ньютоновской жидкости может быть рассчитан с использованием соотношения Коллебука-Уайта [19]:

$$1/\sqrt{\xi_{12}} = -2\lg\left(2.51/(\text{Re}_{12}\sqrt{\xi_{12}}) + d_s/3.7\right).$$

$$\text{Re}_{12} = \rho_f u_f D_2 / \mu_f, \quad D_2 = 4A_f / (L_2 + L_{12}), \quad L_2 = L_{2in} + L_{2out}.$$

В представленном выражении L_2 – периметр канала, смачиваемый флюидом, со стороны буровой колонны; L_{2in} – смоченный периметр со стороны буровой колонны; L_{2out} – периметр со стороны стенки скважины. Для жидкости, подчиняющейся закону Хершеля-Балкли, выражение для коэффициента трения будет приведено ниже.

Трение со стенками канала рассчитывается согласно стандартным формулам:

$$\tau_{sw} = C_s L_2 \tau_w, \quad \tau_{fw} = (1 - C_s) L_2 \tau_w, \quad \tau_w = \xi_w \rho_f u_f |u_f| / 8.$$

Коэффициент трения для ньютоновской жидкости определяется по соотношениям, приведенным, например, в [20]:

$$\xi_w = \begin{cases} 64/\text{Re}_f, & \text{Re}_f < 2000 \\ 0.316/\text{Re}_f^{0.25}, & \text{Re}_f > 4000. \end{cases}$$

Здесь $\text{Re}_f = \rho_f u_f D_{h2} / \mu_f$, $D_{h2} = 4A_f / L_2$, μ_f – динамическая вязкость жидкости.

Для жидкости, подчиняющейся закону Хершеля-Балкли, коэффициент трения взят из [21]:

$$\begin{cases} \xi_w = 64/(\psi \text{Re}_f^{hb}), & \text{Re}_f^{hb} < 2000, \\ \sqrt{4/\xi_w} = 4/n^{0.75} \cdot \lg\left(\text{Re}_f^{hb} (\xi_w/4)^{(2-n)/n}\right) - 0.4/n^{1.2}, & \text{Re}_f^{hb} > 4000. \end{cases}$$

Первое выражение соответствует ламинарному режиму течения, второе – турбулентному. Для непрерывности решения применяется линейная интерполяция между режимами по числу Рейнольдса, которое в данном случае определено как

$$\text{Re}_f^{hb} = \rho u_f^{2-n} D_{h2}^n / \left(K(0.75 + 0.25/n)^n 8^{n-1}\right), \quad \text{He} = \rho \tau_0^{(2/(n-1))} D_{h2}^2 / K^{2/n},$$

$$\psi = (1+3n)^n (1-\xi_0)^{(1+n)} \left[(1-\xi_0)^2 / (1+3n) + 2\xi_0(1-\xi_0) / (1+2n) + \xi_0^2 / (1+n) \right]^2.$$

ξ_0 находится из уравнения

$$\text{Re}_f^{hb} = 2\text{He}[n / (1 + 3n)]^n [\Psi / \xi_0]^{(2-n)/n}.$$

Представим выражения для определения скоростей теплообмена со стенкой:

$$Q_{wsub} = L_1 \alpha_{wsub} (T_w - T_{sub}), \quad (11)$$

$$Q_{ws} = 0,$$

$$Q_{wfi} = L_{2i} \alpha_{wfi} (T_{wi} - T_f). \quad (12)$$

Здесь T_w , T_{sub} , T_f – температура внутренней поверхности стенки, подложки и жидкости соответственно; α_{wsub} , α_{wfi} – коэффициенты теплообмена стенка–подложка и стенка–жидкость; индекс $i = in, out$:

$$\alpha_{wsub} = \lambda_1 / D_{h1}, \quad D_{h1} = 4A_{sub} / L_1, \quad \alpha_{wfi} = \text{Nu}(\lambda_f / D_{h2}).$$

В общем случае для жидкости, подчиняющейся степенному реологическому закону, в ламинарной [22] и турбулентной области [23]

$$\text{Nu} = \begin{cases} 8(5n+1)(3n+1)/(31n^2+12n+1), & \text{Re}_f < 2000, \\ (0.0081+0.0149n)\text{Re}_f^{0.8}\text{Pr}_f^{0.4}, & \text{Re}_f > 4000. \end{cases}$$

$\text{Pr}_f = \frac{\mu_f c_{pf}}{\lambda_f}$, c_{pf} – теплоемкость жидкости, λ_f – ее теплопроводность.

Также как и для коэффициента трения, используется линейная интерполяция по числу Рейнольдса. Здесь в числах Прандтля и Рейнольдса используется динамическая вязкость, вычисленная по формуле из [22]:

$$\mu_f = K(8u_f / D_{h2})^{n-1}.$$

Выражения для скорости межфазного теплообмена подложка–флюид Q_{subf} и частицы в потоке–флюид Q_{sf} [24]:

$$Q_{subf} = L_{12} \alpha_{subf} (T_f - T_{sub}), \quad \alpha_{subf} = \text{Nu} \cdot \lambda_f / D_{h12}, \quad D_{h12} = 4A_f / L_{12},$$

$$Q_{sf} = 6C_s A_f / d_s \cdot \alpha_{sf} (T_f - T_s), \quad (13)$$

$$\alpha_{sf} = \alpha_s \alpha_f / (\alpha_s + \alpha_f), \quad \alpha_s 6C_s / d_s = c_{pk} \rho_s C_s / t_s,$$

$$t_k = d_s^2 / [4\pi^2 \lambda_s / (c_{ps} \rho_s)] \quad [24],$$

λ_s – коэффициент теплопроводности твердых частиц, c_{ps} – теплоемкость твердых частиц. Выражение (13) построено с использованием уравнения теплового баланса (9) и предположения, что частицы имеют сферическую форму. При этом коэффициент теплоотдачи в твердых сферических частицах находится из решения задачи об установлении профиля температуры.

Коэффициент теплоотдачи:

$$\alpha_f = Nu_{fd} (\lambda_f / d_s).$$

Для ньютоновской жидкости используется соотношение [25]

$$Nu_{fs} = 2 + (0.4 Re_{fs}^{1/2} + 0.06 Re_{fs}^{2/3}) \cdot Pr_2^{0.4},$$

где $Re_{fs} = \rho_f \cdot d_s \cdot |u_s - u_f| / \mu_f$.

Для неньютоновской жидкости со степенным реологическим законом [18]

$$Nu_{fs} = 0.65 \cdot (Re_{fs} Pr_f)^{1/2} (-4n^2 + 6n + 1 / (2n + 1))^{1/2}.$$

Рассмотрим способ вычисления периметров L_1 , L_2 , L_{12} :

$$L_1 = D_2 \theta_h + D_1 \theta_p, \quad L_2 = \pi(D_1 + D_2) - L_1, \quad L_{12} = D_2 \sin \theta_h - D_1 \sin \theta_p,$$

$$L_{1in} = D_1 \theta_p, \quad L_{1out} = D_2 \theta_h, \quad L_{2in} = \pi D_1 - D_1 \theta_p, \quad L_{2out} = \pi D_2 - D_2 \theta_h.$$

В выражениях выше приняты следующие обозначения: D_1 – внешний диаметр буровой колонны; D_2 – внутренний диаметр скважины. Углы θ_p , θ_h – углы, под которыми видна подложка из центра буровой колонны и из центра скважины соответственно. Углы могут быть найдены из площади, занимаемой неподвижной подложкой A_1 в поперечном сечении скважины.

Возможны несколько вариантов расположения подложки. Для каждого варианта способ расчета углов будет своим. Если уровень подложки относительно нижнего края скважины меньше нижнего уровня бура $H < H_{low}$, где $H_{low} = D_2/2 - \Delta - D_1/2$, Δ – смещение центра бура относительно центра скважины, тогда имеем

$$\theta_p = 0, \quad \theta_h = \arccos(1 - H / (D_2 / 2)).$$

Если уровень выше нижнего края бура, но выше верхнего $H_{low} \leq H < H_h$, $H_h = D_2/2 - \Delta + D_1/2$, то

$$\theta_p = \arccos[(D_2/2 - \Delta - H)/(D_1/2)], \quad \theta_h = \arccos(1 - H/(D_2/2)).$$

В том случае, если толщина больше высоты верхнего края бура $H_h \leq H$, $H_h = D_2/2 - \Delta + D_1/2$, имеем

$$\theta_p = \pi, \quad \theta_h = \arccos[1 - H/(D_2/2)].$$

Площадь неподвижного слоя связана с углами соотношением

$$A_{sub} = D_{out}^2/4 \cdot (\theta_h - \sin \theta_h \cos \theta_h) + D_{in}^2/4 \cdot (\theta_p - \sin \theta_p \cos \theta_p).$$

Так как углы являются функциями от толщины неподвижного слоя, зная площадь, можно определить толщину. По толщине восстанавливаются углы.

Согласно [10,11] влияние вращения буровой колонны существенно только при малых скоростях жидкости. Несмотря на указанный факт, необходимо иметь модель для предсказания влияния скорости вращения на перенос шлама. Пользуясь подходом из [5], при расчете корреляций должна быть сделана следующая замена во всех вышеприведенных соотношениях:

$$u_{f2} \rightarrow [u_{f2}^2 + u_\theta^2]^{1/2},$$

где $u_\theta = \omega_p D_1/4$ – средняя скорость вращения жидкости в пространстве между стенкой скважины и буровой колонны, ω_p – угловая скорость вращения бура.

5. Численная аппроксимация системы уравнений

Проведем линеаризацию системы уравнений (1)–(5), при этом учтем, что плотность жидкости зависит от давления p . Учтем, что полная площадь сечения канала $A_{sub} + A_f = A$ не изменяется со временем.

Уравнение неразрывности для неподвижной подложки

$$\rho_{sub} \partial A_{sub} / \partial t = \Gamma_{dep} - \Gamma_{entr}. \quad (14)$$

Уравнение неразрывности для твердых частиц в жидкой фазе

$$\rho_s (A - A_{sub}) \partial C_s / \partial t - \rho_s C_s \partial A_f / \partial t + \partial (A - A_s) C_s \rho_s u_s / \partial l = -\Gamma_{dep} + \Gamma_{entr}. \quad (15)$$

Уравнение неразрывности для жидкой фазы

$$-(A - A_{sub})\rho_f \partial C_s / \partial t + (A - A_{sub})(1 - C_s)(\partial \rho_f / \partial p)_{h_f} \partial p / \partial t + \\ + (A - A_{sub})(1 - C_s)(\partial \rho_f / \partial h_f)_p \partial h_f / \partial t + \partial (A - A_{sub})(1 - C_s)\rho_f u_f / \partial l = 0. \quad (16)$$

Преобразуем уравнения сохранения импульса (4), (5) с использованием уравнений сохранения массы (2), (3). В итоге получим следующие уравнения.

Уравнение импульса для твердых частиц в жидкой фазе

$$A_f C_s \rho_s \partial u_s / \partial t + A_f C_s \rho_s u_s \cdot \partial u_s / \partial l + C_s A_f \partial p / \partial l = \\ = -u_s \Gamma_{entr} - C_s A_f \rho_s g \sin \theta + N_{sf} - N_{ssub} - N_{sw}. \quad (17)$$

Уравнение импульса для жидкости

$$A_f (1 - C_s) \rho_f \cdot \partial u_f / \partial t + A_f (1 - C_s) \rho_f u_f \partial u_f / \partial l + (1 - C_s) A_f \partial p / \partial l = \\ = -(1 - C_s) A_f \rho_f g \sin \theta - N_{sf} - N_{fsub} - N_{fw}. \quad (18)$$

Преобразуем уравнения сохранения энергии (6)–(8) с использованием уравнений сохранения массы (2), (3).

Уравнение для неподвижной подложки

$$A_{sub} \rho_{sub} \partial h_{sub} / \partial t = \Gamma_{dep} (h_s - h_{sub}) + Q_{subf} + Q_{wsub}.$$

Твердые частицы в жидкой фазе описываются следующим уравнением:

$$A_f C_s \rho_s \partial h_s / \partial t + \partial A_f C_s \rho_s u_s h_s / \partial l - h_s \partial A_f C_s \rho_s u_s / \partial l = \Gamma_{entr} (h_{sub} - h_s) + Q_{sf} + Q_{ws}.$$

Для жидкой фазы

$$A_f (1 - C_s) \rho_f \partial h_f / \partial t + \partial A_f (1 - C_s) \rho_f u_f h_f / \partial l - h_f \partial A_f (1 - C_s) \rho_f u_f / \partial l = \\ = Q_{fs} + \sum Q_{wfi} + Q_{fsub}.$$

В качестве неизвестных используем A_{sub} , C_s , p , u_s , u_f , h_{sub} , h_s , h_f .

Перепишем систему уравнений (14) – (18) в конечно-разностном виде.

Сохранение массы:

$$\rho_{sub} (A_{subj-1/2}^{n+1} - A_{subj-1/2}^n) / \Delta t = \Gamma_{dep}^n - \Gamma_{entr}^n,$$

$$\rho_{sj} A_{ff-1/2}^n (C_{sj}^{n+1} - C_{sj}^n) / \Delta t^n - \rho_{sj}^n C_{sj}^n (A_{subj-1/2}^{n+1} - A_{subj-1/2}^n) / \Delta t^n +$$

$$\begin{aligned}
& + (A_{ff+1/2}^n u_{sj+1/2}^{n+1} (C_s \rho_s)_{j+1/2}^n - A_{ff-1/2}^n u_{sj-1/2}^{n+1} (C_s \rho_s)_{j-1/2}^n) / \Delta l_j = -\Gamma_{dep j}^{n+1} + \Gamma_{entr j}^{n+1}, \\
& - A_{ff-1/2}^n \rho_{ff}^n (C_{sj}^{n+1} - C_{sj}^n) / \Delta t^n + A_{ff-1/2}^n (1 - C_s)_j^n (\partial \rho_f / \partial p)_T (p_j^{n+1} - p_j^n) / \Delta t^n + \\
& + \left[A_{ff+1/2}^n u_{ff+1/2}^n ((1 - C_s) \rho_f)_{j+1/2}^n - A_{ff-1/2}^n u_{ff-1/2}^n ((1 - C_s) \rho_f)_{j-1/2}^n \right] / \Delta l_j = 0.
\end{aligned}$$

$$\text{Здесь } (C_k \rho_k)_{j+1/2}^n = \begin{cases} (C_k \rho_k)_j^n, & u_k > 0 \\ (C_k \rho_k)_{j+1}^n, & u_k \leq 0. \end{cases}$$

Сохранение импульса:

$$\begin{aligned}
& A_{ff+1/2}^n (C_s \rho_s)_{j+1/2}^n (u_{sj+1/2}^{n+1} - u_{sj+1/2}^n) / \Delta t^n + \\
& + A_{ff+1/2}^n u_{sj+1/2}^n (C_s \rho_s)_{j+1/2}^n (u_{sj+1/2}^{n+1} - u_{sj-1/2}^{n+1}) / \Delta l_{j+1/2} + \\
& + A_{fj+1/2}^n (C_s)_{j+1/2}^n (p_{j+1}^{n+1} - p_j^{n+1}) / \Delta l_{j+1/2} = -u_{sj+1/2}^{n+1} \Gamma_{entr j}^n - \\
& - (A_f C_s \rho_s \sin \theta)_{j+1/2} g + \tau_{sf} - \tau_{ssub} - \tau_{sw}, \\
& A_{fj+1/2}^n ((1 - C_s) \rho_f)_{j+1/2}^n (u_{fj+1/2}^{n+1} - u_{fj+1/2}^n) / \Delta t^n + \\
& + A_{fj+1/2}^n u_{fj+1/2}^n ((1 - C_s) \rho_f)_{j+1/2}^n (u_{fj+1/2}^{n+1} - u_{fj-1/2}^{n+1}) / \Delta l_{j+1/2} + \\
& + A_{fj+1/2}^n ((1 - C_s))_{j+1/2}^n (p_{j+1}^{n+1} - p_j^{n+1}) / \Delta l_{j+1/2} = \\
& = -((1 - C_s) A_f \rho_f \sin \theta)_{j+1/2} g - N_{sf} - N_{fsub} - N_{fw}.
\end{aligned}$$

В уравнениях импульса для расчета величин на границах ячейки используется линейная интерполяция:

$$(C_s \rho_s)_{j+1/2}^n = \left[(C_s \rho_s)_{j+1}^n \Delta l_j + (C_s \rho_s)_j^n \Delta l_{j+1} \right] / (\Delta l_j + \Delta l_{j+1}).$$

Уравнения сохранения энергии выглядят следующим образом:

$$\begin{aligned}
& A_{subj-1/2}^n \rho_{subj}^n (h_{subj}^{n+1} - h_{subj}^n) / \Delta t = \Gamma_{dep}^n (h_{sj}^{n+1} - h_{subj}^{n+1}) + Q_{subf}^{n+1} + Q_{wsub}^{n+1}, \\
& n_{ff-1/2} C_{sj}^n \rho_{sj}^n (h_{sj}^{n+1} - h_{sj}^n) / \Delta t + \\
& + \left(A_{ff+1/2}^n (C_s \rho_s h_s)_{j+1/2}^n u_{sj+1/2}^{n+1} - A_{ff-1/2}^n (C_s \rho_s h_s)_{j-1/2}^n u_{sj-1/2}^{n+1} \right) / \Delta l_j -
\end{aligned}$$

$$-h_{sj}^n \left(A_{ff+1/2}^n (C_s \rho_s)^n_{j+1/2} u_{sj+1/2}^{n+1} - A_{ff-1/2}^n (C_s \rho_s)^n_{j-1/2} u_{sj-1/2}^{n+1} \right) / \Delta l_j =$$

$$= \Gamma_{entr} (h_{sub}^{n+1} - h_s^{n+1}) + Q_{sf}^{n+1} + Q_{ws}^{n+1},$$

$$A_{ff-1/2}^n (1 - C_s)^n_{sj} \rho_{ff}^n (h_{ff}^{n+1} - h_{ff}^n) / \Delta t +$$

$$+ \left[A_{ff+1/2}^n \left((1 - C_s) \rho_f h_f \right)^n_{j+1/2} u_{ff+1/2}^{n+1} - A_{ff-1/2}^n \left((1 - C_s) \rho_f h_f \right)^n_{j-1/2} u_{ff-1/2}^{n+1} \right] / \Delta l_j -$$

$$- h_{ff}^n \left[A_{ff+1/2}^n \left((1 - C_s) \rho_f \right)^n_{j+1/2} u_{ff+1/2}^{n+1} - A_{ff-1/2}^n \left((1 - C_s) \rho_f \right)^n_{j-1/2} u_{ff-1/2}^{n+1} \right] / \Delta l_j =$$

$$= Q_{fs}^{n+1} + \sum Q_{wfi}^{n+1} + Q_{fsub}^{n+1}.$$

Здесь n – номер временного слоя, j – номер расчетной ячейки. Все скалярные величины (давление p , концентрация C_s , плотность ρ) определены в центрах ячеек (j). Все потоковые переменные (площади A , скорости u) – на их границах ($j+1/2$).

В том случае если нам известна температура внутренней поверхности стенки T_w , расчет тепловыделения должен рассчитываться по соотношениям (11), (12).

В том случае если необходимо учесть теплообмен горных пород с температурой T_r , в выражениях (11), (12) температура T_w должна быть заменена на T_r , а коэффициенты теплоотдачи α_{wsub} и α_{wf} должны быть соответственно заменены на следующие выражения:

$$k_{wsub} = [\alpha_{wsub}^{-1} + \sum_i d_i / 2\lambda_i \cdot \ln(d_{i-1} / d_i)]^{-1},$$

$$k_{wf} = [\alpha_{wf}^{-1} + \sum_i d_i / 2\lambda_i \ln(d_{i-1} / d_i)]^{-1}.$$

Здесь λ_i – коэффициент теплопроводности материала, d_i – внешний диаметр слоя, d_{i-1} – внутренний диаметр слоя. Сумма берется по всем слоям с материалами, отделяющими горные породы от жидкости внутри скважины.

6. Результаты тестовых расчетов

Описанные выше уравнения и соотношения были реализованы в виде расчетного программного модуля. С использованием модуля были проведены тестовые расчеты, демонстрирующие способность разработанной модели предсказывать вынос и осаждение шлама в стволе скважины с учетом теплообмена.

Рассмотрим тестовый пример выноса шлама из скважины общей длиной 2400 м. Длина нижней горизонтальной части составляет 500 м. Далее следует секция длиной 400 м, угол наклона которой постепенно изменяется от 0° до 90° . Длина верхней вертикальной части составляет 1500 м. Задано начальное распределение шлама, температуры жидкости и шлама по всей длине скважины. Частицы шлама и бурового раствора находятся в тепловом равновесии. Скорость бурового раствора равна 0.4 м/с. Внутренний диаметр скважины 0.4 м. Диаметр бура 0.2 м. На рис.1,2 представлено начальное распределение шлама и его температуры по длине скважины. Также представлено распределение в моменты времени 500 и 2000 с. Видно, как шлам эффективно вытесняется буровым раствором.

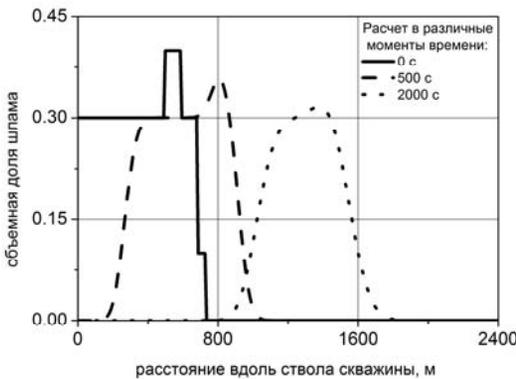


Рис.1. Профиль концентрации шлама в разные моменты времени.

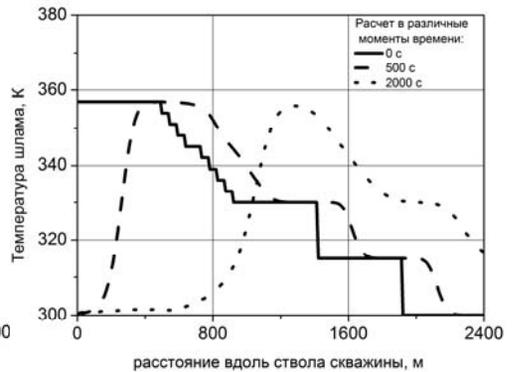


Рис.2. Распределение температуры шлама в разные моменты времени.

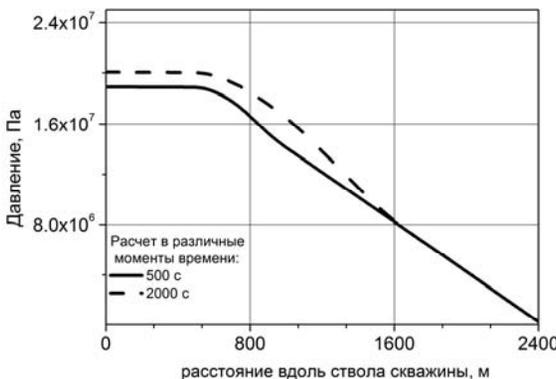


Рис.3. Распределение давления в скважине в разные моменты времени.

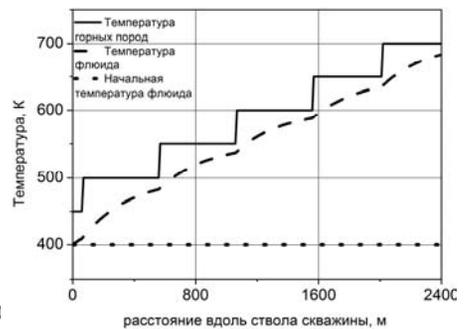


Рис.4. Распределение температуры по длине скважины.

При этом можно наблюдать небольшое уменьшение доли шлама, вызванное его осаждением на стенки трубы. Распределение давления по длине канала представлено на рис.3. Видно, что основной перепад в 20 атмосфер

связан с гидростатическим давлением вертикального столба.

Также были проведены расчеты, демонстрирующие работоспособность модели учета теплообмена флюида с горными породами. Начальное значение температуры флюида, распределение температуры горных пород по длине скважины, а также температура флюида в момент времени 10^5 секунд показаны на рис.4. Как можно увидеть из рисунка, температура флюида следует за температурой горных пород.

7. Заключение

Предложена нестационарная математическая модель, позволяющая описывать движение шлама в скважине при вытеснении его буровым раствором с учетом процессов теплообмена как между шламом и жидкостью, так и жидкости и шлама с затрубным пространством. Модель может быть использована для буровых растворов как с обычной ньютоновской реологией, так и с реологией степенной жидкости и жидкости, подчиняющейся закону Хершля-Балкли. В модели учитывается механическое трение между шламом и жидкостью, возможность осаждения шлама на стенки трубы, а также вращение буровой колонны.

Представлены результаты тестовых расчетов по вытеснению шлама и в условиях сложно ориентированной скважины, демонстрирующие особенности поведения шлама притеснении. Также приведены результаты тестовых расчетов по теплообмену флюида с горными породами, окружающими скважину. Выполненные расчеты позволяют сделать вывод о работоспособности предложенной модели и корректности получаемых результатов. Представленная модель может быть использована для математического моделирования поведения шлама в горизонтальных и наклонных скважинах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. *J.T. Ford, J.M. Peden, M.B. Oyenevin et all.* Experimental Investigation of Drilled Cuttings Transport in Inclined Boreholes // SPE Annual Technical Conference and Exhibition, 1990, p.197-206.
2. *M. Kamyab, V. Rasouli.* Experimental and numerical simulation of cuttings transportation in coiled tubing drilling // J. Natural Gas Science and Engineering, 2016, v.29, p.284-302.
3. *R.E. Osgouei.* Determination of Cuttings Transport Properties of Gasified Drilling Fluids. Ph.D thesis. Middle East Technical University, Turkey, 2010, 236 p.
4. *Q.T. Doan, M. Oguztoreli, Y. Masuda et all.* Modeling of Transient Cuttings Transport in Underbalanced Drilling (UBD) // SPE Journal, 2003, v.2, №2, p.160-170.
5. *S. Naganawa, T. Nomuro.* Simulating transient behavior of cuttings transport over whole trajectory of extended-reach well // Society of Petroleum Engineers. IADC/SPE 103923. Asia Pacific Drilling Technology Conference and Exhibition, 2006, p.1-9.
6. *P. Doron, D. Grancia, D. Barnea.* Slurry flow in horizontal pipes – experimental and modeling // Int. J. Multiphase Flow, 1987, v.13, №4, p.535-547.

7. P. Doron, M. Simkhis, D. Barnea. Flow of solid-liquid mixtures in inclined pipes // Int. J. Multiphase Flow, 1996, v.23, №2, p.273-283.
8. P. Doron, D. Barnea. Flow pattern maps for solid-liquid flow in pipes // Int. J. Multiphase Flow, 1997, v.22, № 2, p.313-323.
9. H. Cho, N. Shah, S. Osisanya. A Three-Segment Hydraulic Model for Cuttings Transport in Coiled Tubing Horizontal and Deviated Drilling // Journal of Canadian Petroleum Technology, 2002, v. 41, №6, p.32-39.
10. T.N. Ofei, S. Irawan. Modeling of pressure drop in eccentric narrow horizontal annuli with the presence of cuttings and rotating drillpipe // Int. J. Oil, Gas and Coal Technology, 2015, v.9, №1, p.39-60.
11. T.N. Ofei, S.A. Alhemyari. Computational Fluid Dynamics Simulation Of The Effect Of Drill Pipe Rotation On Cuttings Transport In Horizontal Wellbores Using A Newtonian Fluid // International Field Exploration and Development Conference (IFEDC 2015), 2015, 20-21 Sept, p.1-8.
12. G.B. Wallis. One-dimensional two-phase flow. – McGraw-Hill, 1969, 408 p.
13. J.F. Richardson, W.N. Zaki. Sedimentation and fluidisation: Part I // Chemical Eng. Research and Design, 1997, v.75, p.82-100.
14. R. Clift and W.H. Gauvin. Motion of Particles in Turbulent Gas Streams // British Chemical Engineering, 1971, v.16, №2-3, p.229–232.
15. R. Clift, J.R. Grace, M.E. Weber. Bubbles, Drops, and Particles. – Courier Corporation, 2005, 381 p.
16. I. Machac, M. Balcar, Z. Lecjaks. Creeping flow of non-Newtonian liquids through fluidized beds of spherical particles // Chem. Eng. Sci., 1986, v.41, p.591-596.
17. I. Machac, P. Mikulasek, I. Ulbrichova. Non-Newtonian fluidisation of spherical particle beds // Chem. Eng. Sci., 1993, v.48, p.2109-2118.
18. R.P. Chhabra. Bubbles, Drops and Particles in Non-Newtonian Fluids. 2nd edition. –Taylor Francis, 2007, 204 p.
19. F. Colebrock. Turbulent flow in pipes with particular reference to the transition region between the smooth and rough pipe laws // Journal of the Instr. of Civil Engineers, 1939, №4, p.14-25.
20. П.Л. Кириллов, В.П. Бобков, А.В. Жуков, Ю.С. Юрьев. Справочник по теплогидравлическим расчетам в ядерной энергетике. Том 1. – М.: ИздАТ, 2010, 776 с.
P.L. Kirillov, V.P. Bobkov, A.V. Zhukov, Yu.S. Iurev. Spravochnik po teplogidravlicheskim raschetam v iadernoi energetike. Tom 1. – М.: ИздАТ, 2010, 776 s.
21. M.R. Malin. Turbulent pipe flow of Herschel-Bulkley fluids // International Communications in Heat and Mass Transfer, 1998, v.25, i.3, p.321-330;
22. Encyclopedia of Life Support Systems (EOLSS). Chapter 17 / Crispulo Gallegos (Ed.). – Oxford: Eolss Publishers UK, 2009.
23. J.P. Hartnett, B.K. Rao. Heat transfer and pressure drop for purely viscous non-Newtonian fluids in turbulent flow through rectangular passages // Heat and Mass Transfer, 1987, v.21, №5, p.261-267.
24. А.В. Лыков. Теория теплопроводности. – М.: Высшая школа, 1967, 600 с.
A.V. Lykov. Teoriia teploprovodnosti. – М.: Vysshaya shkola, 1967, 600 s.
25. S. Whitaker. Forced convection heat transfer correlations for flow in pipes, past flat plates, single cylinders, single spheres, and for flow in packed beds and tube bundles // AIChE J, 1972, v.18, p.361-371.

Поступила в редакцию 18.02.18

После доработки 18.02.18

Принята к публикации 09.04.18