

## **ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СВЕРХЗВУКОВОГО ОТРЫВНОГО ОБТЕКАНИЯ ОБРАТНОГО НАКЛОННОГО УСТУПА МЕТОДАМИ RANS И LES**

© 2019 г. *С.М. Босняков<sup>1</sup>, А.П. Дубень<sup>2</sup>, А.А. Желтоводов<sup>3</sup>,  
Т.К. Козубская<sup>2</sup>, С.В. Матяш<sup>1</sup>, С.В. Михайлов<sup>1</sup>*

<sup>1</sup> Центральный аэрогидродинамический институт им. Н.Е. Жуковского

<sup>2</sup> Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН

<sup>3</sup> Институт теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича  
СО РАН

bosnyakov@tsagi.ru; alexey.duben@gmail.ru

Работа частично поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (Грант 18-08-01436). Результаты работы ИПМ им. М.В. Келдыша РАН были получены в рамках госзадания с использованием вычислительных ресурсов ОВК НИЦ «Курчатовский институт» и Центра коллективного пользования сверхвысокопроизводительными вычислительными ресурсами МГУ имени М.В. Ломоносова.

DOI: 10.1134/S0234087919110017

Дано описание двух методов расчета обтекания сложных тестовых конфигураций. Один метод реализует хорошо известный подход к решению осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса (RANS) с замыкающей дифференциальной моделью турбулентности. Другой метод основан на вихреразрешающем подходе LES с пристеночным моделированием (WMLES). Рассмотрена классическая задача обтекания наклонного обратного уступа с образованием волн разрежения, интенсивных скачков уплотнения и зон отрывного течения. Проведено сопоставление расчетных и экспериментальных данных. Описана физическая картина реализующегося течения. Проведены оценки точности обоих подходов к решению поставленной задачи.

Ключевые слова: сверхзвуковой поток, обратный уступ, RANS, LES, WMLES, IDDES.

**NUMERICAL SIMULATION OF SUPERSONIC SEPARATED FLOW OVER  
INCLINED BACKWARD-FACING STEP USING RANS AND LES METHODS**

*S.M. Bosnyakov<sup>1</sup>, A.P. Duben<sup>2</sup>, A.A. Zheltovodov<sup>3</sup>, T.K. Kozubskaya<sup>2</sup>, S.V. Matyash<sup>1</sup>,  
S.V. Mikhailov<sup>1</sup>*

<sup>1</sup>Central Aerohydrodynamic Institute

<sup>2</sup>Keldysh Institute of Applied Mathematics of RAS

<sup>3</sup>Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics

A description of two methods for simulation of the flow around complex test configurations is considered. One method implements a well-known approach to solving the Reynolds-averaged Navier-Stokes equations with a closing differential turbulence model. Another method is based on scale-resolving wall-modelled LES approach (WMLES). The classical problem of the flow around the inclined backward-facing step with the generation of expansion waves, intensive shock waves and separated flow zones is considered. A comparison of computational and experimental data is done. The physics of the flow is described. The accuracy of the both approaches is evaluated.

Key words: supersonic flow, back step, RANS, LES, WMLES, IDDES.

## **Введение**

В рамках программы сотрудничества ЦАГИ-РАН в ИТПМ им. С.А. Христиановича СО РАН получены и систематизированы надежные экспериментальные данные [1], которые использованы для валидации применяемых в настоящее время расчетных методов с целью предсказания особенностей турбулентного отрывного обтекания сверхзвуковым потоком обратного наклонного уступа при значительном угле отклонения ( $-45^\circ$ ) подветренной грани. Известно, что в условиях безотрывных течений при небольших отклонениях обтекаемой поверхности осреднённые по Рейнольдсу уравнения Навье-Стокса (RANS) с различными замыкающими моделями турбулентности [2] позволяют получить приемлемые по точности результаты. С возникновением отрывных зон предсказание обтекания представляющих интерес различных тестовых конфигураций ухудшается. В ряде случаев расчет на основе RANS дает ошибки, неприемлемые для практических приложений [3]. Один из возможных перспективных подходов к моделированию турбулентных отрывных течений связан с применением вихреразрешающих методов типа LES (Large Eddy Simulation, моделирование крупных вихрей) [4,5] или гибридных RANS-LES подходов [6]. Последние в настоящее время получили широкое распространение ввиду того, что при их точности, в большинстве своем определяемой LES составляющей, реализация прикладных расчетов возможна при разумных вычислительных затратах за счет использования RANS в пристенных областях.

Для расчетов промышленно-ориентированных задач в мире используются как коммерческие, так и исследовательские программные продукты. При моделировании сложных турбулентных течений, к которым, в частно-

сти, относится и рассматриваемое в статье отрывное обтекание обратного наклонного уступа, первенство остается за наиболее развитыми исследовательскими кодами, которые обеспечивают приемлемое время реализации расчетов, совместимость форматов данных между численным и физическим экспериментами и, самое главное, достаточную для практических приложений точность. Среди наиболее известных программных комплексов для промышленности стоит отметить программный комплекс TAU [7], который разработан в DLR (Немецкий аэрокосмический центр). Указанный продукт реализует все известные подходы к решению уравнений RANS и в дополнение к этому – довольно широкий спектр вихреразрешающих подходов. Разработчиками кода проведена значительная работа по валидации и верификации TAU на примерах как безотрывных, так и отрывных течений. Наряду с положительными результатами расчета течений без отрыва продемонстрирована возможность надежного предсказания ограниченных (локальных) отрывных зон в трансзвуковом диапазоне скоростей. Аналогичным функционалом обладает программный продукт eLSA [8], разработанный в ONERA (Французский аэрокосмический центр). Интересно отметить, что eLSA – это одна из первых индустриальных программ, подготовленных в рамках объектно-ориентированного подхода. Ее созданию предшествовали многочисленные экспериментальные исследования, которые послужили надежной основой для ее разработки. Как и в предыдущем случае, наряду с подходами RANS, реализованы методы типа LES и гибридные RANS-LES подходы. В настоящей работе используются программный комплекс EWT ЦАГИ [9], в котором реализован большой набор моделей RANS, а также исследовательский код NOISEtte [10] ИПИМ им. М.В. Келдыша РАН, специализирующийся на вихреразрешающем моделировании турбулентных течений на основе гибридных RANS-LES методов и решении задач аэроакустики.

Задача обтекания обратного уступа является актуальной и вызывает интерес различных групп ученых. Так, физические особенности возникающего за наклонным уступом течения подробно исследованы с использованием различных вихреразрешающих подходов [11-13]. В частности, в работах [11,12] расчеты проводились с помощью метода LES, в [13] результаты получены с помощью подхода DNS (Direct Numerical Simulation, прямое численное моделирование). В частности, в последней из них [13] показано не только качественное, но и количественное соответствие расчетных и экспериментальных данных. Отмечено появление регулярных структур типа продольных вихрей Гертлера. Подробно исследованы волны сжатия и разрежения. В [14] приведены систематические данные, собранные за продолжительное время. При этом основное внимание уделено уступам сжатия.

Целями данной работы являются демонстрация возможностей численного решения задачи турбулентного отрывного обтекания наклонного обратного уступа методом RANS и гибридным RANS-LES подходом IDDES в стационарной и нестационарной постановках соответственно, а также валидация полученных решений путем сопоставления расчетных и экспериментальных данных с учетом основных факторов, влияющих на качество решения.

## 1. Математическая постановка задачи и метод решения в рамках RANS

Решается осредненная по Рейнольдсу система уравнений Навье-Стокса с замыкающей дифференциальной моделью турбулентности, сформулированной в рамках гипотезы Буссинеска [4]:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}_i}{\partial x_i} = \mathbf{W}, \quad \mathbf{u} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u_k \\ \rho E \\ \rho p_m^t \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}_i = \begin{bmatrix} \rho u_i \\ \rho u_k u_i + \Pi_{ki} \\ \rho E u_i + \Pi_{ki} u_k + \Theta_i + J_i(k) \\ \rho p_m^t u_i + J_i(p_m^t) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{W} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ S(p_m^t) \end{bmatrix}.$$

В обозначениях принято  $t$  – время,  $x_i$  ( $i=1...3$ ) – декартовы координаты,  $\rho$  – плотность газа,  $u_k$  ( $k=1...3$ ) – три компоненты скорости,  $E = u_i u_i / 2 + k + C_V T$  – полная энергия единицы массы газа ( $k = \widetilde{u_i'' u_i''} / 2$  – кинетическая энергия турбулентности,  $C_V$  – удельная теплоемкость единицы массы газа при постоянном объеме,  $T$  – температура),  $p_m^t$  ( $m=1, \dots, N_{turb}$ ) –  $m$ -й параметр турбулентности ( $N_{turb}$  – число дифференциальных уравнений модели турбулентности),

$$\Pi_{ki} = \left( p + \frac{2}{3} \rho k \right) \delta_{ki} - (\mu + \mu_t) \left[ \frac{\partial u_k}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_k} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_j}{\partial x_j} \delta_{ki} \right]$$

– сумма молекулярного и турбулентного потоков  $k$ -й компоненты импульса в направлении оси  $x_i$  ( $p$  – давление,  $\mu$  и  $\mu_t$  – молекулярная и турбулентная вязкость),  $\Theta_i = - \left( \frac{\mu}{Pr} + \frac{\mu_t}{Pr_t} \right) C_P \frac{\partial T}{\partial x_i}$  – сумма молекулярного и турбулентного потоков тепла вдоль оси  $x_i$  ( $C_P$  – удельная теплоемкость при постоянном давлении,  $Pr=0.72$ ,  $Pr_t=0.9$ ),  $J_i(p^t) = - \left( \frac{\mu}{Pr(p^t)} + \frac{\mu_t}{Pr_t(p^t)} \right) \frac{\partial p^t}{\partial x_i}$  – сумма молекулярного и турбулентного потоков параметра турбулентности  $p^t$  вдоль оси  $x_i$  ( $Pr(p^t)$  и  $Pr_t(p^t)$  – молекулярное и турбулентное числа Прандтля для

параметра  $p^t$ ),  $S(p_m^t)$  – источниковый член в уравнении для  $p_m^t$ . Предполагается суммирование по повторяющемуся индексу. Параметры осреднены по Фавру [4]. Система уравнений замыкается уравнением состояния  $p = \rho RT$  ( $R$  – газовая постоянная для воздуха). Константы  $Pr(p^t)$ ,  $Pr_t(p^t)$  и выражение для  $S(p_m^t)$  зависят от выбранной модели турбулентности. Здесь рассматривается SST  $k-\omega$  модель турбулентности [15] (далее используется обозначение SST). Расчеты выполнены с использованием солвера ZEUS [9] (EWT ЦАГИ), разработанного на основе неявного метода 2-го порядка аппроксимации по пространству и 1-го по времени. Применяется многоблочная структурированная сетка с шестигранными ячейками. Для аппроксимации конвективных потоков используется метод Годунова-Колгана [16,17], для диффузионных потоков применяется центрально-разностная аппроксимация, модифицированная на случай неравномерных сеток.

## 2. Математическая постановка задачи и метод решения в рамках IDDES

Вихреразрешающее моделирование задачи проводилось с помощью гибридного RANS-LES подхода IDDES [18] на основе модели замыкания SST [15]. Для расчетов использовался вычислительный алгоритм, реализованный в программном комплексе NOISEtte [10]. В его основе лежит оригинальная EBR схема [19] повышенной точности, основанная на квазиодномерной реконструкции переменных, используемая для аппроксимации конвективных потоков. Применимость данной схемы для моделирования трансзвуковых и сверхзвуковых течений обеспечивается ее WENO-EBR расширением [20]. Для интегрирования по времени использовалась неявная схема второго порядка точности с линеаризацией по Ньютону разностной системы уравнений. На каждой временной итерации проводилось несколько итераций по Ньютону до сходимости по относительной невязке. Для решения системы алгебраических уравнений использовался солвер бисопряженных градиентов. Подход IDDES был адаптирован [21] в рамках вычислительного алгоритма, реализованного в NOISEtte, и успешно применялся [22,23] для моделирования трансзвуковых турбулентных течений.

Для создания нестационарного турбулентного потока вверх по течению от кромки уступа использовался генератор синтетической турбулентности, предложенный в [24], с помощью которого на входной границе задавались соответствующие пульсации скоростей.

## 3. Экспериментальная модель и особенности эксперимента в ИТПМ

Экспериментальное исследование проведено А.А. Желтоводовым. Детальное описание условий проведения эксперимента приведено в [1]. Экс-

периментальная модель (рис.1) представляла собой прямоугольные в плане параллельные пластины (1 и 3) шириной 400 мм, образующие прямой уступ высотой  $h = 15$  мм на расстоянии 315 мм от передней кромки пластины. Общая длина модели 585 мм. С помощью вкладыша (2) с углом отклонения подветренной грани  $-45^\circ$  реализована наклонная поверхность уступа. Модель установлена горизонтально на специальной опоре, размещенной под рабочей частью сверхзвуковой аэродинамической трубы (САДТ) Т-313 ИТПМ СО РАН [25], с помощью вертикального пилона, который проходил через технологический люк в ее полу. При этом положение поверхности пластины (1) примерно соответствовало горизонтальной плоскости симметрии рабочей части.

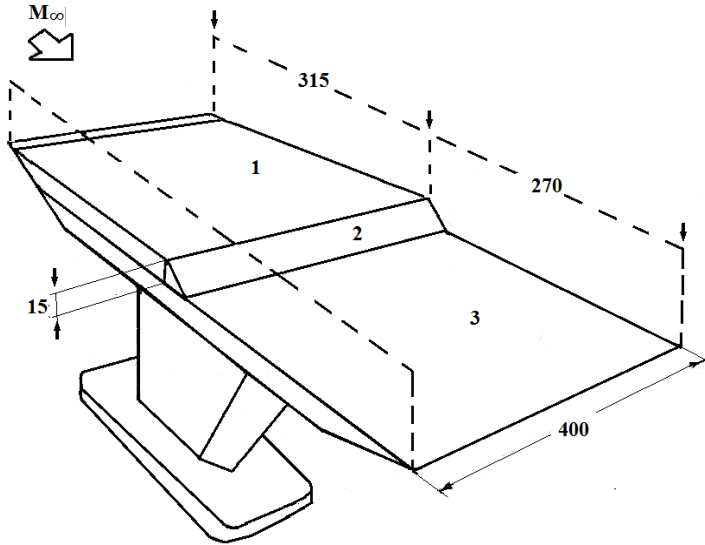


Рис.1. Схема экспериментальной модели.

В данной работе проводится сравнение результатов расчетов с экспериментальными данными для условий сверхзвукового ( $M_\infty=3$ ) обтекания описанной выше модели. Поверхности пластины (1), вкладыша (2), а также задней пластины (3) были дренированы. Дренажные отверстия диаметром 0.5 мм располагались в окрестности плоскости симметрии модели с переменным шагом от 1 до 5 мм. Для исключения влияния ламинарно-турбулентного перехода в пограничном слое на исследуемое течение на поверхности пластины (1) на расстоянии 3 мм от ее передней кромки располагался проволочный турбулизатор диаметром 0.5 мм. Измерения профилей полного давления в невозмущенном пограничном слое перед уступом, в отрывной зоне и далее вниз по потоку проводились в окрестности вертикальной плоскости симметрии модели с помощью соответствующих миниатюрных пнев-

мозондов. Зонды перемещались по вертикали в направлении от поверхности модели с помощью координатника. Минимальный шаг и точность их перемещения по вертикали 0.1 мм, по горизонтали – 0.5 мм. Момент касания пневмозондов с поверхностью контролировался с помощью электрического контакта. Все зонды были изготовлены из медицинских игл с малым диаметром 0.87 мм и закреплены на тонких обтекателях с острой (толщиной 0.02-0.05 мм) передней кромкой. Входное отверстие было сплющено и имело высоту 0.1 мм. Для измерений в области возвратного течения в зоне отрыва использовался соответствующий зонд, ориентированный навстречу этому течению.

В табл.1 указаны номинальные значения параметров набегающего потока в рабочей части САДТ Т-313 и максимальные их отклонения от эксперимента к эксперименту.

**Таблица 1.** Параметры набегающего потока.

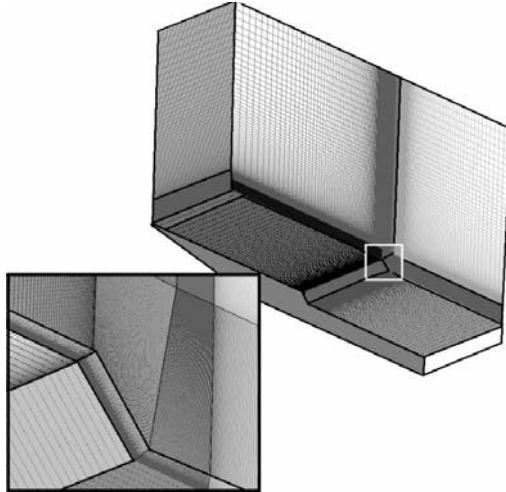
Модель	$M_\infty$	$p_0$ , кПа	$p_\infty$ , кПа	$T_0$ , К	$Re_l \cdot 10^{-6} \text{ м}^{-1}$
BFS 45	3.01±0.005	419.7±2	11.2±0.1	292±4	32.7±0.7

Степень неоднородности полей чисел Маха  $M_\infty$  в зоне расположения модели не превышала 1% [25]. Согласно термоанемометрическим измерениям [26], параметры турбулентности в набегающем внешнем потоке характеризовались относительным уровнем пульсаций массового расхода  $\langle m \rangle / m = \langle \rho u \rangle / \rho u = 0.51\%$  и температуры торможения  $\langle T_0 \rangle / T_{0c} = 0.03\%$ . Относительный уровень пульсаций скорости составлял  $\langle u \rangle / u = 0.13\%$ . При этом распространяющиеся в потоке возмущения представляли собой акустическую моду пульсаций, генерируемых пограничным слоем на стенках сопла и рабочей части САДТ. Основные измерения распределений давления на поверхности модели проводились с помощью многоканального пневмокоммутатора с тензометрическими датчиками номинала 0.1 МПа класса 0.2. Также использованы групповые регистрирующие манометры ГРМ-2 класса 0.5 с пределами измерения 0÷1 атм. Это гарантировало точность измерений не хуже 0.5%. Проведенные сопоставления данных, полученных с использованием этих приборов, показали хорошую повторяемость измерений, разброс которых находился в пределах 1%.

#### 4. Особенности построения расчетной сетки для RANS и IDDES

Расчетная сетка для RANS состоит из 12 блоков и содержит 12 млн. ячеек (рис.2). Моделируются только верхние поверхности пластин и наклонная грань уступа. Это означает, что краевые эффекты в данной постановке

не учитываются. Все размеры задачи приведены к высоте ступеньки, равной  $h=15$  мм. Сетка построена таким образом, что непосредственно к поверхностям прилегает 4 блока. Они имеют равную высоту  $\Delta_1=1.67h$ . В вертикальном направлении проведено сгущение узлов к стенке по закону геометрической прогрессии. В результате высота ячеек у всех поверхностей



**Рис.2.** Фрагменты сетки для расчета по модели RANS.

стала равной  $\Delta_2=1.33 \cdot 10^{-5}h$ . Кроме того, сгущение узлов выполнено в продольном направлении с коэффициентом 100. В результате размеры ячеек с разных сторон обоих изломов стали приблизительно равными, что обеспечило непрерывность (но не гладкость) сеточных функций. Промежуточный слой сетки имеет высоту  $\Delta_3=17.8h$ , а верхняя граница расчетной области проходит по координате  $y=26.67h$  (начало координат находится на кромке уступа). В продольном направлении сетка ограничена размерами:  $26.67 < x/h < < 20$ . Ширина расчетной области равна полуширине модели:  $0 < z/h < 13.22$ . Это обеспечивает приемлемое соотношение сторон ячеек за пределами пограничного слоя и отсутствие значительного влияния сетки на периодическую структуру вихрей Гертлера.

На рис.3 представлен фрагмент неструктурированной вычислительной сетки, использованной для моделирования течения с помощью IDDES подхода, в двумерном (XY) сечении. Входная, выходная вниз по потоку и верхняя границы расчетной области располагались на расстояниях  $3h$ ,  $50h$  и  $50h$  соответственно от кромки уступа. В поперечном направлении, где на границах ставились условия периодичности, размер расчетной области составлял  $1.5h$ . Первый пристеночный шаг сетки выбирался из условия  $y^+ \leq 1$ , необходимого для постановки условий прилипания. В продольном и попе-



речном направлениях в зоне основного турбулентного взаимодействия (от входной границы  $x=-3h$  до  $x=8h$  и от твердой поверхности до расстояния  $\approx 0.8h$ ) шаги сетки не превышали значения  $0.017h$  и  $0.01h$  соответственно. Это было меньше, чем  $\delta_{0.99}/10$  для шага вдоль координаты  $X$  и  $\delta_{0.99}/20$  вдоль  $Z$  ( $\delta_{0.99}$  – толщина пограничного слоя), рекомендуемых для IDDES расчета в режиме LES с пристеночным моделированием (WMLES режиме). В самой чувствительной области, в районе склона уступа, сетка сгущалась так, чтобы  $\Delta \leq 0.01h$  в тангенциальном направлении. Коэффициенты разбега и сгущения во всей области не превышали 1.1. Итоговый размер трехмерной неструктурированной вычислительной сетки составил 18.5 млн. узлов.

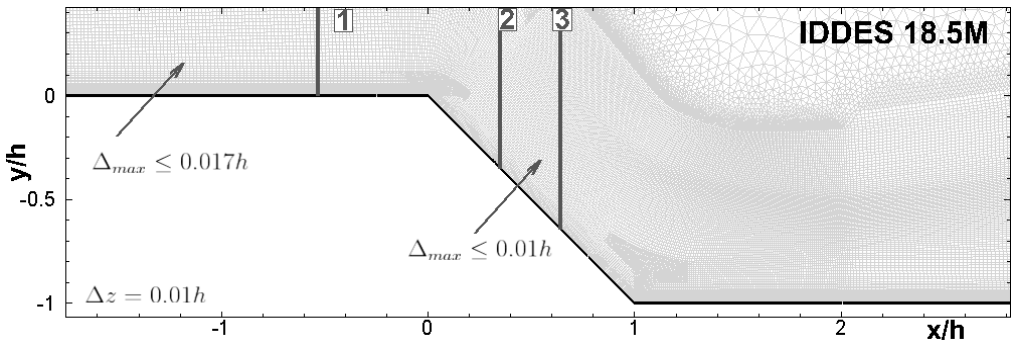


Рис.3. Фрагмент вычислительной сетки для расчета по модели IDDES.

## 5. Особенности вычислительной постановки задач

Как отмечено выше, сетки построены таким образом, что краевые эффекты не учитываются. На боковых границах ставится периодическое граничное условие. Тем не менее, данная постановка не является двумерной, так как, в общем, не препятствует образованию в решении продольных вихревых структур, которые наблюдались в эксперименте. На твердых поверхностях выполняется граничное условие прилипания с учетом теплоизолированной стенки, как в эксперименте, на которой реализуется температура восстановления. При реализации RANS расчет проводится вплоть до поверхностей пластин без применения «закона стенки». При этом использована линейная неявная разностная схема, что позволило применить достаточно большой расчетный шаг по времени, соответствующий коэффициенту устойчивости 50 (аналог числа CFL). Сходимость решения контролировалась по функции плотности. Расчет останавливался при достижении стабилизации решения с точностью  $\varepsilon < 0.0001$ , где  $\varepsilon = \max(\Delta\rho/\rho)$  по всем ячейкам. Особое внимание уделено начальному сечению ( $x=0$ ), соответствующему вершине (положению передней кромки наклонной грани) уступа. Пограничный слой в указанном сечении рассчитан с достаточной точностью для

«привязки» к эксперименту, его толщина равнялась  $\delta_{0,99}=4.3\text{ мм}=0.2867h$ . Соответствующая толщина в эксперименте была несколько выше  $\delta_{0,99}=5.8\text{ мм}=0.3867h$ , но при этом оказались близкими формы профилей и величина формпараметра  $H$ .

Для проведения IDDES расчета на входной границе, расположенной на расстоянии  $3h$  от кромки уступа, задавались нестационарные трехмерные турбулентные пульсации с помощью метода, описанного в [24]. Необходимые профили газодинамических величин, турбулентных переменных ( $k$  и  $\omega$ ), а также необходимых для генератора синтетической турбулентности компонент тензора рейнольдсовых напряжений были получены в процессе предварительного 2D SST RANS расчета плоской пластины. При этом профиль на входной границе задавался такой, чтобы в сечении  $x=-0.53h$  толщины вытеснения  $\delta^*=0.123h$  и потери импульса  $\theta=0.0253h$  максимально соответствовали указанным экспериментальным значениям.

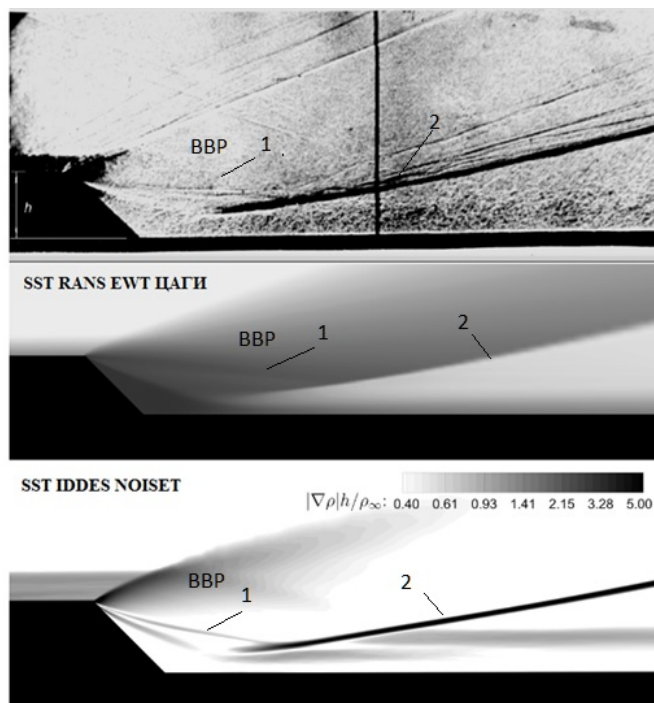
Для минимизации численной диссипации и сохранения устойчивости счета в области разрешенных турбулентных структур использовалась гибридная численная схема [19,20], эффективно сочетающая противопоточную, центрально-разностную и монотонизированную WENO аппроксимации. Максимальное число Куранта для всей области было равно 150. При этом в области разрешаемой в расчетах турбулентности (начиная с расстояния свыше  $\approx 0.005h$  от обтекаемой поверхности) оно не превышало 1.

Для получения результатов IDDES расчета сначала, стартовав с двумерного RANS решения, в течение  $30h/U_\infty$  моделировался «переходный» период до получения статистически установившегося течения. Далее проводилось накопление статистики в течение времени  $80h/U_\infty$ . При этом осреднение полей производилось как по времени, так и по пространству по поперечному (вдоль оси  $Z$ ) направлению.

## 6. Физические особенности течения за обратным клином

Согласно экспериментам, детально описанным в [1,11,12], при сверхзвуковом обтекании рассматриваемого наклонного уступа от его вершины во внешний поток распространяется веер волн разрежения (ВВР) (см. рис.4, сверху). В результате отрыва пограничного слоя ниже вершины от поверхности наклонной грани образуется отрывной (или краевой) скачок (1), а при повороте течения параллельно поверхности за уступом формируется основной скачок (2), который фактически является инициатором отрыва. Таким образом, отрывное течение в окрестности уступа напоминает возникающее под воздействием скачка в угле сжатия перед ориентированной против потока наклонной ступенькой, которое численно моделировалось в [26]. За-

фиксированные в эксперименте на теплеровской фотографии особенности течения для рассматриваемого случая (рис.4, сверху) хорошо воспроизводятся как с помощью метода RANS, так и IDDES (рис.4, в центре и снизу соответственно).



**Рис.4.** Теплеровская фотография обтекания наклонного уступа (сверху), поля плотности (расчет RANS, в центре) и модуля градиента плотности (расчет IDDES, снизу).

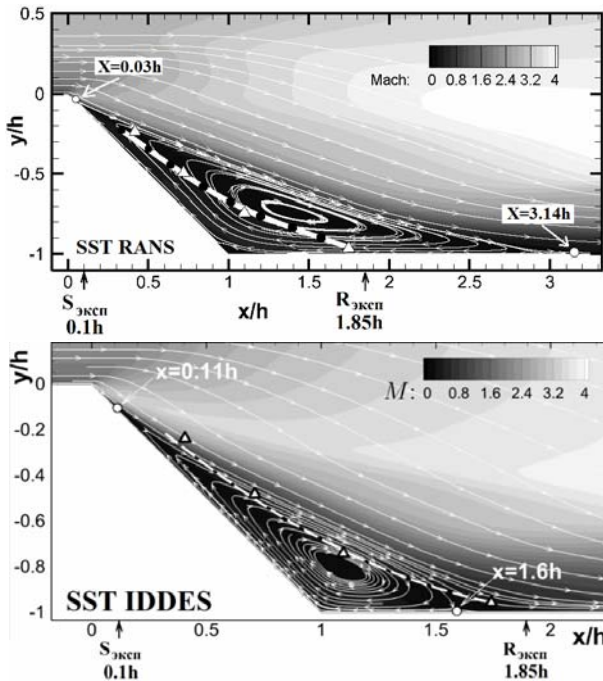
На рис.5 приведены полученные в расчетах поля чисел Маха и линии тока, которые характеризуют рециркуляционное течение в зоне отрыва за уступом в вертикальном сечении, совпадающем с плоскостью симметрии модели. Штриховой линией обозначено зафиксированное в экспериментах положение линии нулевой продольной скорости, которая отделяет зоны прямого и возвратного течений. Как и выше, показаны результаты расчетов на основе RANS (рис.5, сверху) и IDDES (рис.5, снизу) подходов. В табл.2 указаны координаты линий (точек) отрыва (S) и присоединения (R), которые получены экспериментально и в расчетах и обозначены на отмеченных выше рис.5. Сопоставление положения точек отрыва и присоединения потока в эксперименте и расчетах дано в табл.2.

Как отмечалось в [1,12,26], подход RANS завышает размеры отрывных зон. В данном случае указанный вывод подтверждается. Получено, что рассчитанный с применением SST RANS отрыв присоединяется к поверхности

клина с «задержкой» по сравнению с экспериментом:  $x=3.14h$  в расчете против  $x=1.85h$  в эксперименте. В расчете на основе подхода IDDES соответствующее значение варьируется в поперечном направлении от  $1.57h$  до  $1.7h$  (в среднем –  $1.6h$ ). Это связано с наличием продольных периодических вихревых структур, что будет обсуждено далее. Значения точек присоединения, полученные с помощью метода IDDES, достаточно близки к эксперименту (рис.5, снизу и табл.2).

**Таблица 2.** Значения точек отрыва и присоединения потока.

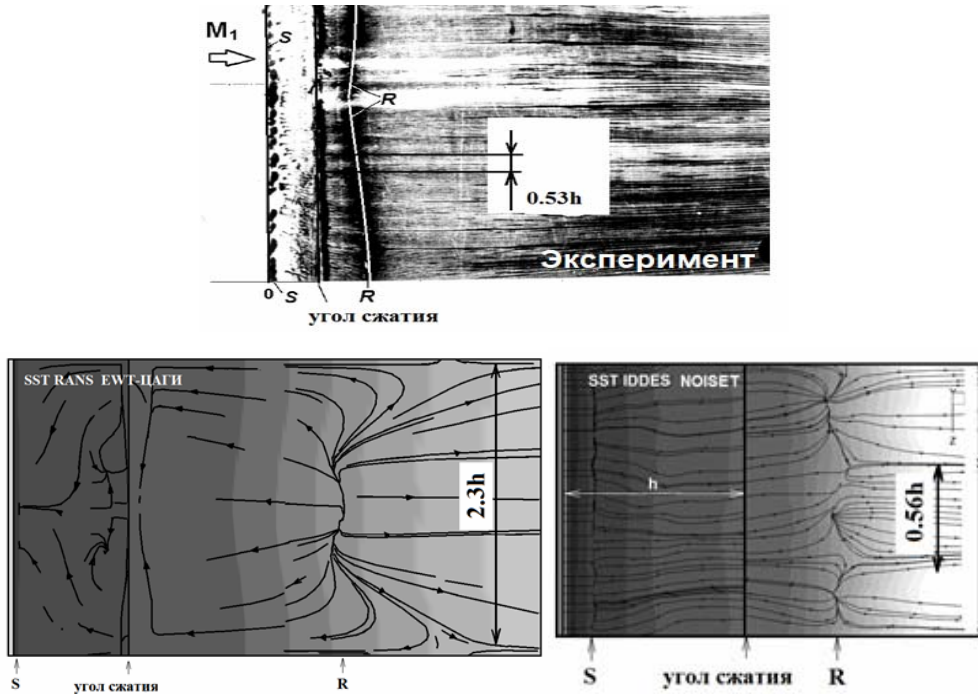
	Эксперимент	SST RANS	SST IDDES
Отрыв S	$0.1h$	$0.03h$	$0.11h$
Присоединение R	$1.85h$	$3.14h$	$1.57\div 1.7h$



**Рис.5.** Поля чисел Маха и линии тока в отрывной зоне из расчетов на основе RANS (сверху) и IDDES (снизу).

На рис.6 (сверху) приведена фотография (при виде сверху) предельных линий тока на поверхности модели, зафиксированных в эксперименте с помощью саже-масляной визуализации. Буквой S отмечена линия отрыва (стекания) на наклонной грани за вершиной уступа, а буквой R – линия присоединения (растекания). На фотографии также просматриваются расположенные по ширине модели характерные продольные линии стекания и растекания, которые ассоциируются с возникающими продольными периодиче-

скими вихревыми структурами (вихрями Гертлера). Измерения дают оценку для характерного размера отмеченных вихревых структур  $D=0.53h$ .



**Рис.6.** Фотография предельных линий тока на поверхности в эксперименте (сверху) и предсказанные линии тока на поверхности по результатам расчетов по моделям RANS и IDDES (снизу).

Аналогичные особенности течения на поверхности обнаружены в расчетах. На рис.6 (снизу) приведены результаты, полученные в рамках моделей SST RANS и SST IDDES. Оценка показывает, что характерный размер вихревых структур, полученных при помощи уравнений RANS в 4 раза превышает соответствующий размер из расчета по модели IDDES. При этом IDDES дает результат, близкий к эксперименту (табл.3). Здесь необходимо отметить, что полученные с помощью данного метода продольные вихревые структуры являются квазистационарными, то есть их положение не менялось в процессе расчета.

**Таблица 3.** Характерные размеры вихревых структур.

	Эксперимент	SST RANS	SST IDDES
Размер вихревых структур	$0.53h$	$2.3h$	$0.56h$

### 7. Распределения статического и полного давлений

Полученные в расчетах распределения статического давления на поверхности модели вдоль центральной линии, совпадающей с плоскостью ее

симметрии, приведены совместно с экспериментальными данными на рис. 7. Выполненный для невязкого обтекания предварительный расчет на основе уравнений Эйлера показал, что статическое давление за волнами разрежения падает непосредственно за вершиной уступа до низких значений  $p/p_\infty=0.012$ , а в случае реального течения в эксперименте его величина не опускается ниже  $p/p_\infty=0.014$ .

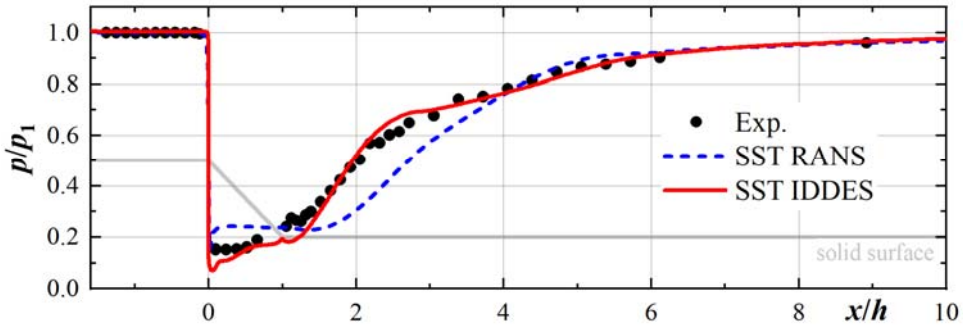


Рис.7. Распределение статического давления по поверхности модели (светло-серой линией обозначен контур поверхности модели).

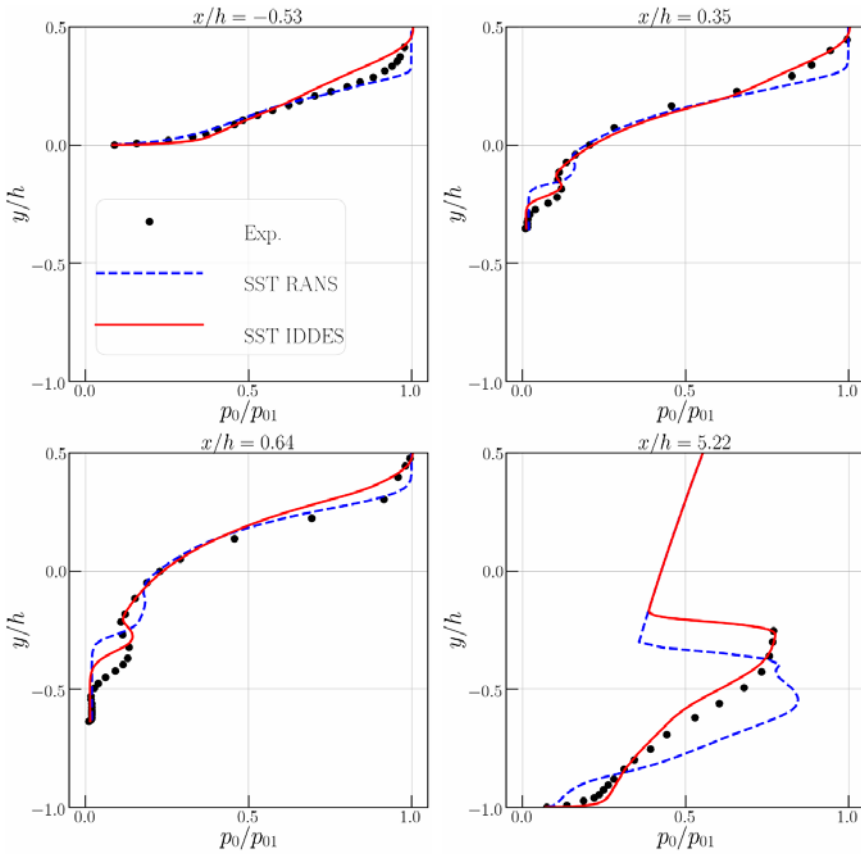
Полученные в расчетах распределения давления с использованием различных моделей заметно отличаются. Например, модель SST RANS (рис. 7, пунктирная линия) дает завышенный уровень давления при  $0 < x/h \leq 1$ , по сравнению с экспериментом. При этом наблюдаемая в расчете протяженная область с «полочкой» почти постоянного давления с превышающим зафиксированные в эксперименте значения при  $0.2 \leq x/h \leq 1.8$ , по всей видимости, обусловлена завышенным размером предсказанной отрывной зоны.

В результате проведенного анализа создается впечатление, что SST RANS реализует решение с повышенной «диссипацией». Об этом свидетельствует низкий уровень разрежения потока в угле и позднее присоединение оторвавшегося течения. В случае SST IDDES (рис.7, сплошная линия) проявляются признаки пониженной диссипации. Так, минимальное давление непосредственно за вершиной уступа опускается ниже экспериментального уровня, а размеры отрывной зоны сокращаются. Очевидно, что расчеты на основе SST IDDES хорошо согласуются с экспериментом. Если не учитывать небольшую область непосредственно в окрестности вершины уступа, то ошибка расчета по уровню статического давления не превышает 5-10%, что вполне приемлемо для практических приложений. Неоднородность течения по поперечному ( $Z$ ) направлению вследствие наличия продольных вихревых структур (вихрей Гертлера) в расчете IDDES слабо сказалась на распределении давления на стенке: отклонение соответствующих значений по поперечному направлению превышало 1% только в области  $1.3 < x/h \leq 3.5$ , при этом максимальное отклонение составило 3.5%.

Значительный интерес представляют анализ расчетов профилей полно-

го давления, которые в экспериментах измерялись при помощи пневмозонда Пито. Как известно, в условиях сверхзвуковых течений таким способом измеряется «полное» давление с учетом его потерь в прямом скачке уплотнения, возникающем перед зондом. Для корректных измерений в областях зоны отрыва такие пневмозонды ориентируются навстречу возникающему возвратному течения [1,13]. В данном случае такая корректировка не использовалась.

На рис.8 приведены сопоставления расчетных и экспериментальных профилей «полного» давления в различных вертикальных сечениях, которые обозначены на рис.3 вертикальными линиями. Первое сечение ( $x/h=0.53$ ) расположено перед вершиной уступа, второе сечение ( $x/h=0.35$ ) – вблизи точки отрыва потока, третье сечение ( $x/h=0.64$ ) – над наклонной гранью уступа



**Рис.8.** Распределения полного давления в различных сечениях.

перед последующим углом сжатия, а четвертое (не показано) – над горизонтальной поверхностью за уступом (в области течения за скачком уплотнения 2, см. рис.4). На рис.8 используется отнесенная к высоте уступа вертикальная координата  $Y$  и отношение измеряемого (и рассчитанного) локаль-

ного «полного» давления  $p_0$  к его значению в набегающем внешнем потоке  $p_{01}$  (в начальном сечении 1). В зоне возвратного течения используется расчетное значение статического давления, которое близко к величине давления, реализующегося в застойной зоне у входного отверстия пневмозонда.

Как следует из рис.8, расчеты на основе модели SST IDDES заметно лучше соответствуют экспериментальным данным, чем выполненные по модели SST RANS. Подчеркнем, что метод SST IDDES вихререзрешающего моделирования турбулентных течений обеспечивает удовлетворительное предсказание размеров отрывной зоны и возникающих продольных вихревых структур (вихрей Гертлера). Наблюдаемое завышение линейных размеров отрывной зоны и отличие размеров прогнозируемых вихрей Гертлера в расчетах в рамках SST RANS подхода, по сравнению с наблюдаемыми в экспериментах, приводят к искажению профилей полного давления в характерных сечениях.

### Заключение

Проведенные исследования свидетельствуют о том, что модели RANS не способны с достаточной точностью описать образующееся отрывное турбулентное течение. В то же время вихререзрешающий метод IDDES дает вполне приемлемые результаты и их точность улучшается при локальном измельчении сетки в чувствительных областях. В первую очередь такой результат объясняется возможностью модели IDDES описывать и численно воспроизводить нестационарные вихревые структуры, учет которых принципиальным образом влияет на формируемое течение.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. С.М. Босняков, В.В. Власенко, М.Ф. Енгулатова, А.А. Желтоводов, Т.К. Козубская, С.В. Матяш, С.В. Михайлов. Валидация вычислительных методологий и оценка ключевых факторов, влияющих на моделирование течения за клином разрежения / Результаты фундам. исслед. в прикл. задачах авиастроения. Вып.2. – М.: Наука, 2019.  
*S.M. Bosnyakov, V.V. Vlasenko, M.F. Engulatova, A.A. Zheltovodov, T.K. Kozubskaya, S.V. Matyash, S.V. Mikhailov. Validatsiia vychislitelnykh metodologii i otsenka kliuchevykh faktorov, vliiauiushchikh na modelirovanie techeniia za klinom razrezheniia / Resultaty fundam. issled. v prikl. zadachakh aviastroeniia. Vyp.2. – М.: Nauka, 2019.*
2. J.B. Vos, A. Rizzi, D. Darracq, E.H. Hirschfeld. Navier–Stokes solvers in European aircraft design // *Progress in Aerospace Sciences*, 2002, v. 38, p. 601–697.
3. С.М. Босняков, А.В. Волков, В.В. Власенко, М.Ф. Енгулатова, С.В. Матяш, С.В. Михайлов, А.А. Бабулин. Точность расчета отрывных зон с применением различных дифференциальных моделей турбулентности при сверхзвуковом обтекании пространственного клина торможения / Результаты фундаментальных исследований в прикладных задачах авиастроения. – М.: Наука, 2016, с. 240-251;  
*S.M. Bosnyakov, A.V. Volkov, V.V. Vlasenko, M.F. Engulatova, S.V. Matyash, S.V. Mikhailov, A.A. Babulin. Tochnost rascheta otrivnykh zon s primeneniem razlichnykh different-*



- sialnykh modelei turbulentsnosti pri sverkhzvukovom obtekanii prostranstvennogo klina tormozheniia // Resultaty fundamentalnykh issledovaniy v prikladnykh zadachakh aviastroeniia. – М.: Nauka, 2016, s.240-251.
4. *K.N. Volkov, V.N. Emelianov.* Моделирование крупных вихрей в расчетах турбулентных течений / Сер. Фундамент. и прикладная физика. – М.: Физматлит, 2008, 368 с.  
*K.N. Volkov, V.N. Emelianov.* Modelirovanie krupnykh vikhrei v raschetakh turbulentnykh techenii / Seriya Fundamentalnaia i prikladnaia fizika. – М.: Fizmatlit, 2008, 368s.
  5. *U. Piomelli.* Large-eddy simulation: achievements and challenges // Progress in Aerospace Sciences. 1999. v.35, p.335-362.
  6. *B. Chaouat.* The State of the Art of Hybrid RANS/LES Modeling for the Simulation of Turbulent Flows // Flow, Turbulence and Combustion, 2017, v.99, issue 2, p.279–327.
  7. *T. Gerhold, J. Evans.* Efficient computation of 3D flows for complex configurations with the DLR TAU Code // Proceedings of the 11th AG STAB/DGLR Symposium, 1998, Notes on numerical fluid mechanics, v.72. Braunschweig: Vieweg, 1999.
  8. *L. Cambier, M. Gazaix.* An efficient object-oriented solution to CFD complexity // AIAA Paper 2002-0108, 2002.
  9. Практические аспекты решения задач внешней и внутренней аэродинамики с применением технологии ZEUS в рамках пакета EWT-ЦАГИ / Ред. С.М. Босняков. Труды ЦАГИ, выпуск 2735, 2015.  
*Prakticheskie aspekty resheniia zadach vneshnei i vnutrennei aerodinamiki s primeneniem tekhnologii ZEUS v ramkakh paketa EWT-TSAGI / Red. S.M. Bosnyakov. Trudy TSAGI, vypusk 2735, 2015.*
  10. *I.V. Abalakin, P.A. Bakhvalov, A.V. Gorobets, A.P. Duben, T.K. Kozubskaya.* Параллельный программный комплекс NOISETTE для крупномасштабных расчетов задач аэродинамики и аэроакустики // Вычисл. методы и программир., 2012, т.13, с.110-125;  
*I.V. Abalakin, P.A. Bakhvalov, A.V. Gorobets, A.P. Duben, T.K. Kozubskaya.* Parallelnyi programnyi kompleks NOISETTE dlia krupnomasshtabnykh raschetov zadach aerodinamiki i aeroakustiki // Vychislit. metody i programm., 2012, t.13, s.110-125 (in Russian)
  11. *D. Knighta, H. Yana, A.G. Panarasb, A. Zheltovodov.* Advances in CFD prediction of shockwave turbulent boundary layer interactions // Progress in Aerospace Sciences, 2003, v.39, p.121–184. doi:10.1016/S0376-0421(02)00069-6
  12. *W.A. El-Askary.* Simulation of supersonic turbulent flow in the vicinity of an inclined backward-facing step // Journal International Journal of Computational Fluid Dynamics, 2011, v.25, issue 7, p.407-423. doi:10.1080/10618562.2011.618455
  13. *J. Fang, Y. Yao, A. Zheltovodov, Z. Li, L. Lu.* Direct numerical simulation of supersonic turbulent flows around a tandem expansion-compression corner // Physics of Fluids, 2015, v.27, 125104; doi:10.1063/1.4936576
  14. *D.S. Dolling.* Fifty years of shock-wave/boundary-layer interaction research: What next? // AIAA J., 2001, v.39(8), p.1517–1531. doi:10.2514/2.1476
  15. *F.R. Menter.* Improved two-equation  $k-\omega$  turbulence models for aerodynamic flows // NASA TM-103975, 1992.
  16. *C.K. Годунов.* Численное решение многомерных задач газовой динамики. – М.: Наука, 1976.  
*S.K. Godunov.* Chislennoe reshenie mnogomernykh zadach gazovoi dinamiki. – М.: Nauka, 1976.
  17. *В.П. Колган.* Применение принципа минимальных значений производной к построению конечноразностных схем для расчета разрывных решений газовой динамики // Уч. зап. ЦАГИ, 1972, т.3:6, с.68–77.  
*V.P. Kolgan.* Application of the principle of minimum derivatives to the construction of

- difference schemes for computing discontinuous solutions of gas dynamics // Uch. Zap. TsaGI, 1972, v.3:6, p.68–77.
18. *M.L. Shur, P.R. Spalart, M.Kh. Strelets, A.K. Travin.* A hybrid RANS-LES approach with delayed-DES and wall-modeled LES capabilities // International Journal of Heat and Fluid Flow, 2008, v.29(6), p.1638-1649.
  19. *P. Bakhvalov, I. Abalakin, T. Kozubskaya,* Edge-based reconstruction schemes for unstructured tetrahedral meshes // Int. J. Numer. Methods Fluids, 2016, v.81(6), p.331–356
  20. *P. Bakhvalov, T. Kozubskaya.* EBR-WENO scheme for solving gas dynamics problems with discontinuities on unstructured meshes // Comp. Fluids, 2017, v.157, p.312-324.
  21. *А.П. Дубень.* Вычислительные технологии для моделирования сложных пристеночных турбулентных течений на неструктурированных сетках // Матем. моделирование, 2013, т.25, № 9, с.4-16.  
*A.P. Duben.* Computational technologies for simulation of complex near-wall turbulent flows using unstructured meshes. Math. Mod. and Comp. Simul., 2014, v.6(2), p.162–171.
  22. *Б.Н. Даньков, А.П. Дубень, Т.К. Козубская.* Численное моделирование трансзвукового турбулентного обтекания клиновидного тела с обратным уступом // Матем. моделирование, 2015, т.27, № 10, с.81-95.  
*B. Dankov, A.P. Duben, T.K. Kozubskaya.* Numerical simulation of the transonic turbulent flow around a wedge-shaped body with a backward-facing step // Math. Mod. and Comp. Simul., 2016, v.8(3), p.274–284.
  23. *А.П. Дубень, Н.С. Жданова, Т.К. Козубская.* Численное исследование влияния дефлектора на аэродинамические и акустические характеристики турбулентного течения в каверне // Известия РАН. Механика жидкости и газа, 2017, № 4, с.1–12.  
*A.P. Duben, N.S. Zhdanova, T.K. Kozubskaya.* Numerical investigation of the deflector effect on the aerodynamic and acoustic characteristics of turbulent cavity flow // Fluid Dyn., 2017, v.52(4), p.561-571.
  24. *M.L. Shur, P.R. Spalart, M.K. Strelets, A.K. Travin.* Synthetic turbulence generators for RANS-LES interfaces in zonal simulations of aerodynamic and aeroacoustic problems // Flow Turbulence Combust., 2014, v.93, No. 1, p.63–92.
  25. *И.И. Волонихин, В.Д. Григорьев, В.С. Демьяненко, Х.И. Писаренко, А.М. Харитонов.* Сверхзвуковая аэродинамическая труба Т-313 // Сб. науч. тр. ИТПМ СО АН СССР: Аэрофизические исследования. – Новосибирск: 1972, с.8–11;  
*I.I. Volonikhin, V.D. Grigoriev, V.S. Demianenko, H.I. Pisarenko, A.M. Kharitonov.* Sverkhzvukovaia aerodinamicheskaiia truba T-313 // Sb. nauch. tr. ITPM SO AN SSSR. Aerofizicheskie issledovaniia. – Novosibirsk: 1972, s.8-11.
  26. *В.А. Лебига.* Термоанемометрия нестационарных процессов сжимаемых течений // Новосибирск: Изд-во НГТУ, 1997;  
*V.A. Lebiga.* Termoanemometriia nestatsionarnykh protsessov szhimaemykh techenii // Novosibirsk: Izd-vo NGTU, 1997.
  27. *А.А. Бабулин, С.М. Босняков, В.В. Власенко, М.Ф. Енгулатова и др.* Опыт валидации и настройки моделей турбулентности применительно к задаче об отрыве пограничного слоя на клине конечной ширины // ЖВМиМФ, 2016, т.56, № 6, с.1034-1048;  
*A.A. Babulin, S.M. Bosnyakov, V.V. Vlasenko, M.F. Engulatova et al.* Experience of validation and tuning of turbulence models as applied to the problem of boundary layer separation on a finite-width wedge // Comp. Math.&Math. Phys., 2016, v.56(6), p.1020–1033.

Поступила в редакцию 04.03.2019

После доработки 22.05.2019

Принята к публикации 01.07.2019