

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ
МАКЕТА КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА
НА АЭРОДИНАМИЧЕСКОМ ПОДВЕСЕ
ДЛЯ ОТРАБОТКИ РЕЖИМА ОДНООСНОЙ СТАБИЛИЗАЦИИ
МАГНИТНЫМИ КАТУШКАМИ**

© 2019 г. *М.Ю. Овчинников¹, Д.С. Ролдугин¹, Р.А. Боргес²,
Ш. Каппелетти³, С. Баттистини³*

¹Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН

²Университет Бразилиа, Бразилиа

³Университет Ноттингема, Великобритания

rolduginds@gmail.com

DOI: 10.1134/S0234087919110030

Проводится математическое моделирование управляемого углового движения макета системы ориентации космического аппарата на сферическом аэродинамическом подвесе. При этом ставится задача отработки алгоритма магнитной ориентации, обеспечивающего одноосную стабилизацию аппарата на Солнце. Подобраны режимы движения макета, позволяющие в наземных условиях провести отработку алгоритма управления. Среди них получена устойчивая прецессия макета и движение, близкое к плоскому. Проведено математическое моделирование движения макета в этих режимах, показывающее возможность его реализации на современном лабораторном оборудовании.

Ключевые слова: аэродинамический подвес, угловое движение, магнитное управление, одноосная стабилизация.

**MODELLING OF A SATELLITE MOCKUP ANGULAR MOTION
ON THE AIR BEARING
WITH THE ONE-AXIS MAGNETIC ATTITUDE CONTROL**

M. Yu. Ovchinnikov¹, D.S. Roldugin¹, R.A. Borges², S. Cappelletti³, S. Battistini³

¹Keldysh Institute of Applied Mathematics of RAS

²University of Brasilia, Brazil

³University of Nottingham, UK

Angular motion of the mockup of the satellite attitude control system on the air bearing is considered. The general purpose of the work is to verify the one-axis magnetic attitude

control algorithm. This control is designed to maintain the satellite solar panels attitude towards the Sun. Specific mockup motion patterns are found. These patterns allow the comparison between the ground-based control performance results and its expected in-flight operation. Asymptotically stable precession and near planar motion are outlined. Mathematical modelling is performed for these patterns. Their applicability for the laboratory experiments is shown.

Key words: air bearing, angular motion, magnetic attitude control, one-axis stabilization

1. Введение

В работе проводится математическое моделирование углового движения макета системы ориентации, размещенного на аэродинамическом подвесе. Сферический аэродинамический подвес – наиболее удобный и распространенный способ экспериментального представления углового движения спутника [1-5]. Подвес представляет собой две сферы, вложенные друг в друга (рис.1). Внешняя сфера имеет некоторое, обычно небольшое, число отверстий для выхода воздуха. За счет этого между внешней и внутренней сферами создается воздушная прослойка, практически исключающая трение.



Рис.1. Сферический аэродинамический подвес Specialty Components.

Лабораторное тестирование макета системы ориентации космического аппарата позволяет проверить логику работы бортового компьютера и реализацию алгоритмов определения состояния макета. Прямая проверка работы алгоритмов управления угловым движением обычно оказывается невозможной. Космический аппарат движется относительно центра масс под действием внешних и управляющих моментов. Макет системы ориентации имеет три степени свободы, однако только вращение вокруг местной вертикали оказывается неограниченным, «завалиться» на бок макет может обычно на угол около 30° . Основной возмущающий момент, действующий на макет – момент сил гравитации – имеет существенно большую величину,

нежели действующие на аппарат в орбитальном полете. В результате исполнительные элементы могут оказаться в принципе неспособными парировать возмущающий момент. Более того, не каждый режим движения может быть реализован на аэродинамическом подвесе из-за ограничения угла наклона.

Режим движения макета, рассматриваемый в работе – одноосная ориентация, возможно, с вращением вокруг ориентируемой оси, реализуемая с помощью алгоритма *Sdot* [6,7]. Из-за вращения необходимо, чтобы заданное направление было близко к местной вертикали. Основная проблема возникает при реализации управления магнитными катушками. В отличие от маховиков и двигателей ориентации, катушки неспособны парировать момент сил гравитации, если центр масс макета смещен относительно центра давления. В результате возникает задача поиска такого режима движения макета, который позволил бы проверить работу алгоритма управления как такового и его реализации на бортовом компьютере. Этот режим движения должен быть устойчив к возмущениям, чтобы была возможна его реализация на лабораторном оборудовании. В работе найдена асимптотически устойчивая прецессия и близкое к плоскому движение и проведено моделирование соответствующего движения макета, показывающее, что такая реализация возможна.

2. Уравнения движения

Используются две системы координат:

- лабораторная система $OX_1X_2X_3$, O – центр вращения макета, OX_3 направлена вертикально вверх;
- связанная система $Ox_1x_2x_3$, оси направлены по главным осям инерции макета.

Ориентация макета задается углами φ, ψ, θ (последовательность поворотов 3-1-3) и α, β, γ (последовательность поворотов 2-3-1) и компонентами угловой скорости. При моделировании используется кватернион. Динамические уравнения движения макета в связанных осях представлены в виде

$$\mathbf{J} \frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{J}\boldsymbol{\omega} = \mathbf{M}_{gp} + \mathbf{M}_{yup}, \quad (1)$$

\mathbf{M}_{gp} – момент сил гравитации, \mathbf{M}_{yup} – управляющий магнитный момент. Для спутника \mathbf{J} – тензор инерции, вычисленный для связанной системы, находящейся в центре масс. При этом оси обычно направлены по главным осям спутника. В случае макета возможны два варианта. Можно поместить связанную с макетом систему координат в его центр масс. В этом случае

уравнения получаются те же, \mathbf{J} – тензор инерции в главных центральных осях. Однако такой подход заставляет учитывать дополнительные возмущения, действующие в центре вращения, и движение центра масс относительно центра вращения. Поэтому обычно применяется более естественный подход – описание движения макета относительно центра вращения. Это усложняет вид матрицы \mathbf{J} , но упрощает запись действующих на спутник возмущений. Матрицу \mathbf{J} можно представить как

$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} I_{11} + mr_2^2 + mr_3^2 & I_{12} - mr_1 r_2 & I_{13} - mr_1 r_3 \\ I_{12} - mr_1 r_2 & I_{22} + mr_1^2 + mr_3^2 & I_{23} - mr_2 r_3 \\ I_{13} - mr_1 r_3 & I_{23} - mr_2 r_3 & I_{33} + mr_1^2 + mr_2^2 \end{pmatrix}, \quad (2)$$

где I_{ij} – компоненты тензора инерции для центра масс макета, \mathbf{r} – вектор, соединяющий центр вращения и центр масс. Если выбрать оси связанной системы так, что при переносе в центр масс они совпадают с главными центральными осями инерции, недиагональные члены «центрального» тензора инерции I_{ij} окажутся нулевыми.

Момент сил гравитации для макета массой m

$$\mathbf{M}_{gp} = -m\mathbf{g}\mathbf{r} \times (a_{13}, a_{23}, a_{33}).$$

Динамические уравнения дополняются кинематическими соотношениями

$$\begin{aligned} \frac{d\psi}{dt} &= \frac{1}{\sin \theta} (\omega_1 \sin \varphi + \omega_2 \cos \varphi), \\ \frac{d\theta}{dt} &= \omega_1 \cos \varphi - \omega_2 \sin \varphi, \\ \frac{d\varphi}{dt} &= \omega_3 - \text{ctg} \theta (\omega_1 \sin \varphi + \omega_2 \cos \varphi). \end{aligned} \quad (3)$$

и

$$\begin{aligned} \frac{d\alpha}{dt} &= \frac{1}{\cos \beta} (\Omega_2 \cos \gamma - \Omega_3 \sin \gamma), \\ \frac{d\beta}{dt} &= \Omega_2 \sin \gamma + \Omega_3 \cos \gamma, \\ \frac{d\gamma}{dt} &= \Omega_1 - \text{tg} \beta (\Omega_2 \cos \gamma - \Omega_3 \sin \gamma). \end{aligned}$$

При проведении численного моделирования используются кинематические соотношения для кватерниона.

3. Плоское движение макета

Движение в горизонтальной плоскости представляет особый интерес с точки зрения моделирования динамики спутника на аэродинамическом подвесе. Несмотря на то что такой подвес имеет три степени свободы, значительная часть экспериментов сводится к плоскому движению, так как только вокруг вертикали есть возможность полного вращения макета. Управляющий момент формируется по закону

$$\mathbf{M} = \mathbf{m} \times \mathbf{B} = k \cos \delta (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{S}) \times \mathbf{B}. \quad (4)$$

Здесь k – положительный коэффициент усиления, \mathbf{S} – некоторое выделенное в лабораторной системе направление, δ – угол между этим направлением и вектором магнитной индукции. Алгоритм обеспечивает [7] ориентацию вектора кинетического момента спутника вдоль направления \mathbf{S} , ориентацию оси максимального момента инерции вдоль вектора кинетического момента и, возможно, закрутку вокруг этой оси.

Существует плоское движение спутника под управлением алгоритма (4) на полярной орбите. Если в уравнениях (1) опустить момент сил гравитации (уравнения движения спутника относительно центра масс), положить $\alpha = \gamma = 0$, $\omega_1 = \omega_2 = 0$, задать требуемое направление ориентации \mathbf{S} в горизонтальной плоскости, то движение на полярной орбите описывается уравнением

$$\ddot{\beta} + \chi \dot{\beta} (\mathbf{B} \cdot \mathbf{S})^2 = 0, \quad (5)$$

где $\chi = kB_0 / C$. Чтобы получить (5), перепишем управляющий момент в виде

$$\mathbf{M} = k (\mathbf{B} \cdot \mathbf{S}) (-\boldsymbol{\omega} (\mathbf{B} \cdot \mathbf{S}) + \mathbf{S} (\mathbf{B} \cdot \boldsymbol{\omega})). \quad (6)$$

Тогда, если \mathbf{S} и \mathbf{B} лежат в горизонтальной плоскости,

$$\mathbf{M} = -k (\mathbf{B} \cdot \mathbf{S})^2 \boldsymbol{\omega}.$$

Предположим, что имитатор геомагнитного поля создает в лабораторной системе координат модельное поле упрощенного прямого диполя [8],

$$\mathbf{B} = B_0 \begin{pmatrix} -\sin \Theta \sin 2\omega_0 t \\ \sin \Theta \cos 2\omega_0 t \\ \cos \Theta \end{pmatrix}, \quad (7)$$

где $\omega_0 = 10^{-3} \text{ с}^{-1}$ соответствует высоте орбиты около 350 км. Тогда из (5) при $\Theta = \pi / 2$ получаем

$$\ddot{\beta} + \chi \cos^2 2t \dot{\beta} = 0,$$

откуда

$$\dot{\beta}(t) = \dot{\beta}(0) \exp\left(-\frac{1}{2}\chi\left(t + \frac{1}{4}\sin t\right)\right).$$

Найти β в конечном виде не удастся. Рассмотрим более простой случай – постоянное поле, направленное вдоль второй оси опорной системы координат. Тогда уравнение (5) дает

$$\beta(t) = \beta(0) - \dot{\beta}(0)(\exp(-t / \chi) - 1) / \chi \approx \beta(0) + \dot{\beta}(0) / \chi. \quad (8)$$

С помощью этого простого соотношения можно оценить положение, в котором должен оказаться макет. В случае разбалансировки макета этот результат оказывается примерным, так как в уравнения появляется момент сил гравитации. Пример численного моделирования движения, близкого к плоскому, приведен на рис.2, 3. На этих рисунках γ_{ii} – углы между соответствующими осями опорной и связанной систем координат.

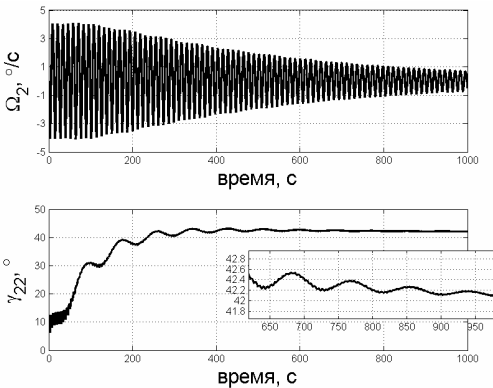


Рис.2. Движение оси максимального момента инерции.

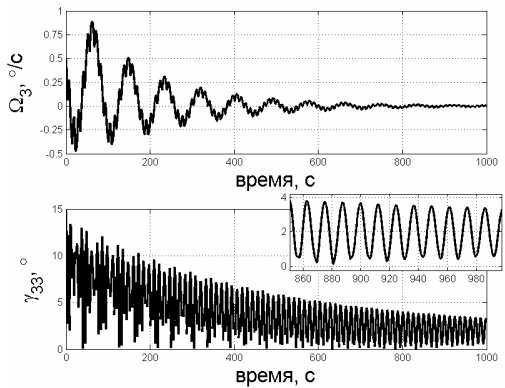


Рис.3. Движение вертикальной оси.

Начальные данные $\alpha(0) = \gamma(0) = 10^\circ$, $\beta(0) = 6^\circ$, $\omega_1(0) = \omega_2(0) = 0$, $\omega_3(0) = 0.5^\circ/\text{с}$. Исходный тензор инерции в системе, связанной с центром масс спутника, $\mathbf{J} = (1.3, 1.7, 1.5)$ кг·м², масса макета 15 кг, положение центра масс $\mathbf{r} = (0.1, 0, -3)$ мм, коэффициент $\chi = 1 \cdot 10^{-2}$ А·с/кг (при этом управляющий момент не превышает 10^{-4} Н·м, что при поле имитатора до 140.000 нТл соответствует магнитным катушкам с дипольным моментом порядка 1 А·м²), направление поля в опорной системе координат $(0, 1, 0)$. В результате работы алгоритма Sdot происходит демпфирование угловой скорости, макет наклоняется на

угол около 2° (положению равновесия в гравитационном поле соответствует наклон на 1.9°) и поворачивается на угол $\beta \approx 42^\circ$. При этом уравнение плоского движения (8) дает 56° . Из (6) видно, что разбалансировка макета, приводящая к отклонению движения от плоского, вызывает появление позиционной части момента, величина которого тем больше, чем больше отклонение. Таким образом, следует ожидать, что макет будет стремиться повернуться в требуемом направлении до тех пор, пока не произойдет гашение угловой скорости превалирующей демпфирующей компонентой в управлении. Результат, получаемый на макете, должен быть близок к заданному соотношением (8), но меньше него.

Аналогичные результаты моделирования при заметно большем смещении центра масс $\mathbf{r} = (1, 0, -3)$ мм приведены на рис.4, 5 (положению равновесия соответствует наклон примерно на 18.4°).

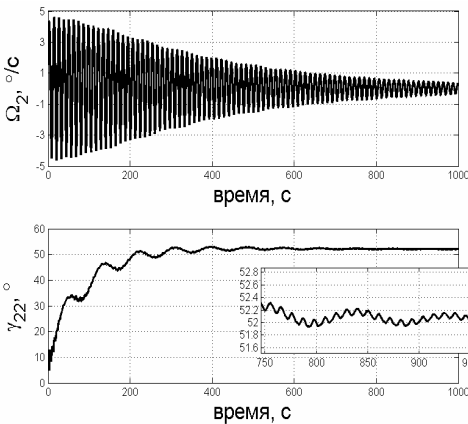


Рис.4. Движение оси максимального момента инерции.

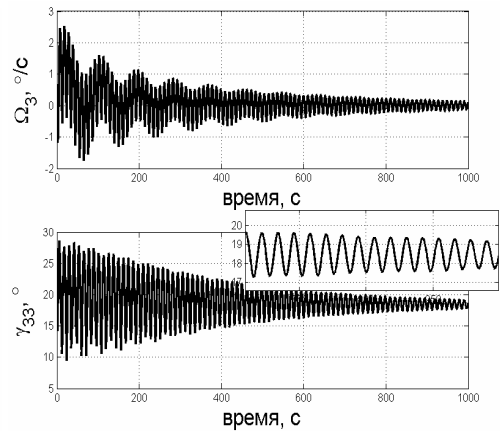


Рис.5. Движение вертикальной оси.

Таким образом, в «плоском» эксперименте возможна ограниченная проверка работоспособности алгоритма *Sdot*. Должно наблюдаться демпфирование угловой скорости и поворот в плоскости на угол, примерно задаваемый соотношением (8). Проверка закрутки (кинетический момент должен быть направлен вдоль оси максимального момента инерции) оказывается невозможной.

4. Пространственное движение макета

Полная проверка работы алгоритма ориентации на макете возможна, если требуемое направление мало отклоняется от местной вертикали. При этом в примере моделирования, приведенном выше, момент сил гравитации

на порядок превосходит управляющий момент. Система управления неспособна удержать макет, он в любом случае оказывается наклоненным в гравитационном поле. Вместо того чтобы бороться с моментом сил гравитации, можно использовать его для задания специфического режима движения макета. Ориентация примерно вокруг вертикали обеспечивается не только управлением, но и динамическими характеристиками макета. Макет совершает движение, аналогичное регулярной прецессии. Макет не может вращаться только вокруг третьей оси, так как в этом случае центр масс начнет подниматься. Первая и третья компонента скорости таковы, что вектор скорости направлен вертикально – центр масс вращается в горизонтальной плоскости. В (6) это дает нулевой момент, т. к. выполняется соотношение

$$\mathbf{A}^T \boldsymbol{\omega} = \mathbf{S}(\mathbf{B} \cdot \boldsymbol{\omega}) / (\mathbf{B} \cdot \mathbf{S}). \quad (9)$$

Если алгоритм *Sdot* заменить на асимптотически демпфирующий, макет полностью останавливается. Если требуемое направление \mathbf{S} не совпадает с вертикалью, момент оказывается ненулевым и происходит демпфирование угловой скорости до нуля. Макет заваливается набок и останавливается, что подтверждается моделированием. Аналогичная ситуация наблюдается, если рассмотреть динамически симметричное тело, что может значительно упростить исследование этого случая (при этом третий момент инерции наибольший). Важно отметить, что макет заваливается не точно в положение равновесия. Оно несколько отличается, что позволяет гравитационному моменту скомпенсировать гироскопический. А именно, регулярная прецессия, задаваемая соотношениями

$$\omega_3 = \omega_{30} = \text{const}, \quad \omega_1 = \text{const}, \quad \omega_2 = 0, \quad \theta = \theta_0 = \text{const}, \quad (10)$$

исходя из кинематики требует

$$\cos \varphi = 0, \quad \omega_1 = \omega_3 \tan \theta, \quad \psi = \omega_1 / \sin \theta u + \psi_0. \quad (11)$$

В этом случае сразу выполняется (9). Для существования положения равновесия остается удовлетворить равенство гравитационного и гироскопического моментов, задаваемое как

$$\delta = mgr_3(\sin \theta + \varepsilon \cos \theta) + (C - A)\omega_3^2 \tan \theta = 0, \quad (12)$$

где $\varepsilon = -r_1/r_3$ ($r_3 < 0$, так как центр масс макета смещен вниз). Выражение (12) связывает скорость закрутки вокруг оси симметрии и угол нутации. Из-за наличия смещения центра масс нельзя реализовать любую регулярную

прецессию (в которой два параметра – угол нутации и скорость вращения), как в случае Лагранжа. Условие $\cos \varphi = 0$ (и следующее из него $d\varphi/du = 0$) оказывается совместно в кинематике и в выражении (9), но добавляет связь на параметры прецессии. В результате получается лишь однопараметрическое семейство прецессий. Уравнения (12) можно несколько упростить, приняв во внимание, что положение равновесия лишь мало отличается от задаваемого действием гравитационного поля, и что это смещение мало. А именно, положим

$$\tan \theta_0 \approx \theta_0 \approx \varepsilon(-1 + \mu),$$

где μ характеризует отклонение от положения равновесия в гравитационном поле без учета действия управляющего момента, и используется линеаризация малого угла θ_0 . Тогда, раскладывая (12) до третьей степени малого параметра μ , получаем

$$\omega_3^2 \approx \frac{mgr^3}{C-A} \left[\left(-\frac{1}{3}\varepsilon + \frac{1}{24}\varepsilon^4 \right) + \mu \left(1 + \frac{1}{6}\varepsilon^2 + \frac{1}{24}\varepsilon^4 \right) + \mu^2 \left(1 + \frac{1}{6}\varepsilon^2 + \frac{1}{24}\varepsilon^4 \right) + \mu^3 \left(1 + \frac{1}{24}\varepsilon^4 \right) \right].$$

Это соотношение явно задает ω_3 как функцию положения равновесия. В нем можно отбросить члены порядка ε^4 , несколько потеряв в точности.

Скорость закрутки зависит от начальных условий и близка к исходной. Если рассмотреть движение в постоянном вертикальном поле, то существует интеграл уравнений движения – проекция вектора кинетического момента на вертикаль. При этом результаты моделирования существенно не отличаются от вращающегося поля. Интеграл энергии дает

$$L_{3f} = A\omega_3 \operatorname{tg} \theta \sin \theta + C\omega_3 \cos \theta = \mathbf{J}\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{AS}. \quad (13)$$

Соотношения (12) и (13) позволяют получить конкретную прецессию, на которую выходит макет. Исследование линеаризованных уравнений показывает, что это движение асимптотически устойчиво. Таким образом, использование алгоритма *Sdot* позволяет получить достаточно грубый режим движения, пригодный для реализации на лабораторном оборудовании.

В качестве примера проведем моделирование, считая, что $\Theta = 60^\circ$ в (7), смещение центра масс макета $\mathbf{r} = (1, 0, -3)$ мм, тензор инерции $\mathbf{J} = (1.3, 1.7, 1.5)$ кг·м², и учтем действие случайных возмущений, величина которых лишь в несколько раз меньше величины управляющего момента. Результат представлен на рис.6.

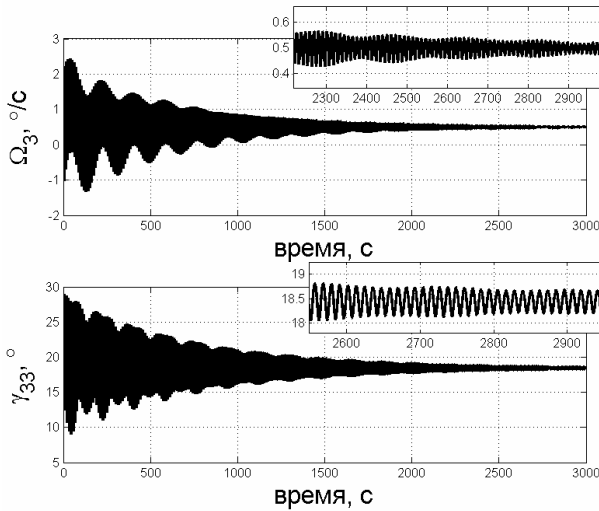


Рис.6. Моделирование прецессии макета.

Использование выражения (12) оказывается затруднительным из-за его высокой чувствительности к точности определения угла нутации θ . Тем не менее использование найденной прецессии в лабораторных экспериментах возможно. Подготовка к проведению таких экспериментов в настоящее время проводится в Университете Бразилиа. Соответствующий стенд представлен на рис.7.

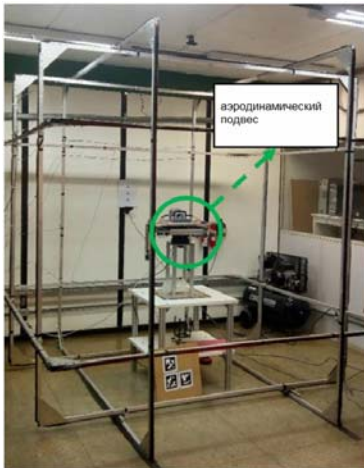


Рис.7. Стенд в Университете г. Бразилиа.

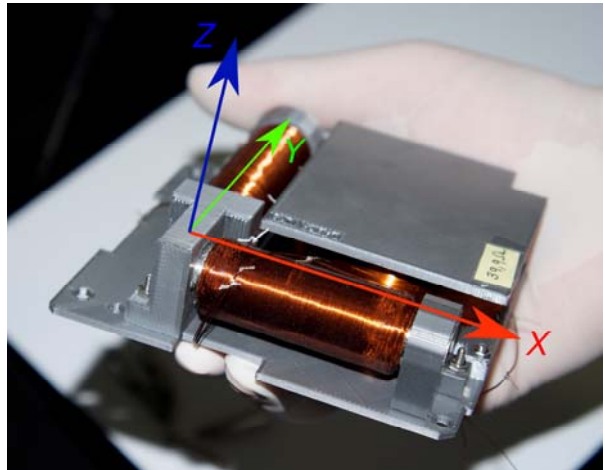


Рис. 8. Магнитные катушки.

Макет системы ориентации оснащен магнитными катушками (рис.8), бортовым компьютером, радио модулем и датчиками ориентации (однако

для определения ориентации обычно используется более точная система независимых измерений, основанная на анализе видеоизображений меток специальной формы). На платформу возможна установка спутников стандарта *CubeSat*. Кольца Гельмгольца служат для создания требуемого магнитного поля величиной до 140.000 нТл.

Заключение

В работе проведено моделирование движения макета космического аппарата на сферическом аэродинамическом подвесе. Макет должен находиться в одноосной стабилизации, обеспечиваемой магнитными катушками. Выделен близкий к плоскому режим движения, приводящий к успокоению аппарата и позволяющий качественно проверить работу системы управления. Найдена устойчивая прецессия, допускающая аналогию с орбитальным движением аппарата и позволяющая полностью проверить работу алгоритма управления.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Д.С. Иванов и др. Испытания алгоритмов управления ориентацией микроспутника “Чибис-М” на лабораторном стенде // Известия РАН. Теория и системы управления, 2012, № 1, с. 118–137.
англ. пер.: D.S. Ivanov et al. Testing of attitude control algorithms for microsatellite "Chibis-M" at laboratory facility // Journal of Computer and Systems Sciences International, 2012, v. 51, № 1, p.106-125.
2. W. Haeussermann, H. Kennel. A Satellite Motion Simulator // Automatica, 1960, v.5, № 12, p. 22–25, 90–91.
3. M.A. Peck et al. An Airbearing-Based Testbed for Momentum Control Systems and Spacecraft Line of Sight // Adv. Astronaut. Sci., 2003, v. 114, paper AAS 03-127.
4. J. Prado et al. Three-axis air-bearing based platform for small satellite attitude determination and control simulation // J. Appl. Res. Technol. 2005, v. 3, № 3, p. 222–237.
5. I. Ishioka et al. HIL Testing of the B-dot Attitude Control Law // III IAA Latin American CubeSat Workshop. Ubatuba, 2018, paper IAA-BR-18-09-05.
6. М.Ю. Овчинников et al. New one-axis one-sensor magnetic attitude control theoretical and in-flight performance // Acta Astronaut., 2014, v. 105, № 1, p. 12–16.
7. S.O. Karpenko et al. One-axis attitude of arbitrary satellite using magnetorquers only // Cosm. Res., 2013, v. 51, № 6, p. 478–484.
8. М.Ю. Овчинников et al. Geomagnetic field models for satellite angular motion studies // Acta Astronaut., 2018, v.144, p. 171–180.

Поступила в редакцию 20.05.2019

После доработки 22.05.2019

Принята к публикации 27.06.2019