

РАЗЛЁТ ПЛОТНОЙ ПЛАЗМЫ СМЕСИ ДЕЙТЕРИЯ И ТРИТИЯ В ПУСТОЕ ПРОСТРАНСТВО, В КОТОРОМ ИМЕЕТСЯ МАГНИТНОЕ ПОЛЕ

© 2019 г. *А.Л. Розов, Г.Л. Атоян, А.Г. Тяпко*

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого
rozov20@mail.ru

DOI: 10.1134/S0234087919110066

Работа направлена на определение параметров расширяющейся во внешнее магнитное поле плотной плазмы смеси дейтерия и трития, при которых выход термоядерной энергии из плазмы компенсирует или превосходит начальную тепловую энергию плазмы. Обычно оценки такого рода делаются на основе использования критерия Лоусона. В данной работе указанные параметры определяются на основе модели адиабатического разлёта в окружающее однородное магнитное поле плазменного шара в магнитогидродинамическом приближении для некоторых специальных режимов разлёта, обеспечивающих автомодельное распределение газодинамических величин. Полученные минимальные значения затрачиваемой тепловой энергии, при которых достигается её равенство получаемой интегральной энергии синтеза, сравниваются с оценками, полученными для условий инерционного термоядерного синтеза.

Ключевые слова: термоядерная энергия; параметры расширяющейся плазмы; магнитное поле.

THE EXPANSION OF THE DENSE PLASMA OF A MIXTURE OF DEUTERIUM AND TRITIUM INTO THE EMPTY SPACE IN WHICH THERE IS A MAGNETIC FIELD

A.L. Rozov, G.L. Atoyan, A.G. Tyapko

State Polytechnic University, St. Petersburg

The work is aimed at determining parameters of a deuterium-tritium mixture expanding into an external magnetic field, the output of thermonuclear energy from which compensates or exceeds the initial thermal energy of the plasma. This type of assessment is usually based on the Lawson criterion. In this paper, the parameters are determined on the basis of the model of adiabatic expansion into the surrounding homogeneous magnetic field of the plasma ball in the magnetohydrodynamic approximation for some special modes of expansion, providing a self-similar distribution of gas-dynamic quantities. The

obtained minimum values of the energy expended on the initial heating of the plasma, at which its equality of the resulting integrated energy of synthesis is achieved, are compared with the estimates obtained in the framework of inertial thermonuclear fusion.

Key words: thermonuclear energy; parameters of expanding plasma; magnetic field.

1. Введение

В настоящее время разрабатывается экспериментальный термоядерный реактор, основанный на удержании нагретой плазмы в определённом достаточно большом объёме магнитным полем (проект ИТЭР). Одновременно развивается принципиально другое направление термоядерной энергетики – инерционный термоядерный синтез (ИТС), основанный на нагреве плотного топлива до термоядерных температур так быстро, чтобы значительная энергия синтеза успела выделиться до того, как топливо успеет разлететься. Мишень обычно имеет размер диаметра около 1 мм [1, 2] или даже ещё меньше [3]. Исследования по программе MagLIF занимают промежуточное положение между магнитным удержанием плазмы и ИТС как по размерам топливной камеры (лайнера) ~ 1 см, так и по воздействию на топливо – с помощью драйвера и магнитного поля [1, 4].

Эффективность термоядерного горения выражается критерием Лоусона, отражающим баланс между термоядерной энергией и энергией, затраченной на нагрев топлива. Первоначально критерий Лоусона был записан для установок по магнитному удержанию плазмы в виде: $n\tau > 10^{14} \text{ с/см}^3$ (для Д-Т реакции), где n – количество ядер в 1 см^3 ; τ – время удержания нагретой до термоядерной температуры плазмы в секундах [1-3, 5, 6].

Для ИТС и MagLIF критерий Лоусона записывается в терминах параметра (ρR) – далее в виде произведения ρR : $\rho R > 1 \text{ г/см}^2$, где ρ – плотность топлива в г/см^3 ; R – начальный радиус в см [1-3, 6]. В настоящее время ставится задача выгорания ~ 30% топлива. В этом случае критерий Лоусона записывается в виде $\rho R \geq 3 \text{ г/см}^2$ [1-3, 6]. Для мишени диаметра около 1 мм и начальной плотности $\rho = 0.21 \text{ г/см}^3$ это условие означает необходимость начального взрывного сжатия топлива до очень высоких плотностей [1-3].

Для реализации ИТС и MagLIF считается необходимым при нагреве плазмы использовать α -частицы, выделяющиеся в ходе термоядерной реакции. Для этого α -частицы должны оставаться в процессе реакции внутри объёма топлива. Для ожидаемых при практической реализации термоядерного синтеза температур плазмы – 10-50 кэВ (более 100-500 миллионов градусов Кельвина) – полному торможению внутри плазмы α -частиц отвечает следующий диапазон критерия Лоусона: $\rho R \sim 0.3-3.5 \text{ г/см}^2$ [1, 6]. Для более высоких температур величина критерия Лоусона ещё выше.

Данная работа посвящена исследованию возможности получения энергии в результате нагрева маломасштабной термоядерной мишени (без начального взрывного сжатия) с последующим её разлётом в окружающее магнитное поле. Особенностью предлагаемого способа получения энергии является торможение разлёта мишени внешним магнитным полем для увеличения процента выгорания топлива. Принципиальное отличие MagLIF от способа получения термоядерной энергии, предлагаемого в статье – размер топлива (более чем на порядок) и тот факт, что магнитное удержание в MagLIF происходит только на начальной стадии – до взрыва лайнера и разрушения электропроводки. С последним связана одна из серьёзных трудностей практического внедрения MagLIF – на каждом цикле необходима быстрая замена электропроводки [4]. Целью работы является получение условий, когда выход термоядерной энергии компенсирует начальную тепловую энергию мишени. Минимальные значения этой энергии для различных величин магнитной индукции внешнего магнитного поля сравниваются с известными оценками, полученными в рамках ИТС.

Для достижения поставленной цели необходимо вывести уравнение разлёта плазменного шара смеси дейтерия и трития во внешнее магнитное поле и, рассчитывая для различных значений начального радиуса шара, начальной температуры нагрева мишени и величины магнитной индукции внешнего магнитного поля выделяющуюся при этом термоядерную энергию, найти условия, при которых эта энергия будет равна первоначальной тепловой энергии, затраченной на нагрев мишени.

В работе начальные оптимальные параметры смеси дейтерия и трития (при которых выход термоядерной энергии равен затраченной на нагрев топлива тепловой энергии) определяются не на основе использования критерия Лоусона, а на основе построения магнитогидродинамической модели процесса и получения численного решения для некоторых специальных режимов разлёта плазмы. Полученные решения показывают, как влияют различные параметры на величину выхода термоядерной энергии.

2. Разработка математической модели разлёта плазменного шара во внешнее магнитное поле

Предполагается адиабатический характер разлёта. В ряде работ (см., например, [1-6]) показано, что для мелкомасштабной плазмы с характерным размером $L < 1$ см, при высоких температурах нагрева $T > 10^8$ К, влиянием рекомбинации и тормозного излучения можно пренебречь. Также используется факт подавления электронной теплопроводности сильным магнитным полем [4]. Для рассматриваемых в статье условий – плотность 0.21 г/см^3 и

начальный радиус топлива менее 1 см – плазма прозрачна как для нейтронов, так и для α -частиц [1, 6]. В исследуемых процессах скорость разлёта плазмы на несколько порядков меньше скорости света. Поэтому для описания электромагнитных явлений используется система электромагнитных уравнений для движущихся сред, полученная в рамках классической механики [7, 8].

Для описания движения плазмы во внешнем магнитном поле обычно используется модель проводящей жидкости, состоящей из смеси двух различных составляющих плазму жидкостей – электронной и ионной компонент [9, 10]. Будем полагать, что эти компоненты для рассматриваемого случая всюду в плазме смешаны в равной концентрации, так что плазма в целом квазинейтральна.

При анализе плазменных процессов используются методы магнитной гидродинамики. Необходимым условием применимости этих методов является выполнение соотношения [9, 10]

$$R \gg D, \quad (1)$$

где R – радиус плазменного шара; D – дебаевский радиус.

Для оценки размеров дебаевского радиуса используется соотношение [9]

$$D \approx 4.75 \cdot 10^3 \cdot \sqrt{T/n}, \text{ м}, \quad (2)$$

где T – температура в градусах Кельвина; n – число молекул в 1 м^3 .

Для рассматриваемых условий: $T > 10^8$; $n \sim 5 \times 10^{28}$ получаем из (2)

$$D \sim 2 \times 10^{-7}, \text{ м}. \quad (3)$$

Для использования методов магнитной гидродинамики и адиабатического характера движения при выводе уравнения разлёта плазменного шара во внешнее магнитное поле будем полагать радиус шара $\sim 0.1\text{-}10$ мм.

Уравнения движения магнитной гидродинамики для обеих компонент плазмы имеют вид [9, 10]

$$\rho_e \frac{dv_e}{dt} = -neF_e - \nabla p_e - F_{ei}; \quad (4)$$

$$\rho_i \frac{dv_i}{dt} = neF_i - \nabla p_i + F_{ei}, \quad (5)$$

где ρ_e, ρ_i ; v_e, v_i ; p_e, p_i – плотность, векторы скорости и давление для электронной и ионной компонент соответственно; F_{ei} – вектор силы трения, испытываемой электронами, заключёнными в единичном объёме, со стороны

ионов; n – концентрация ядер дейтерия и трития; e – заряд электрона; F_e и F_i – векторы электромагнитных сил, действующих на электроны и ионы соответственно

$$F_e = neE_e, \quad F_i = neE_i, \quad (6)$$

E_e, E_i – векторы напряжённости электрического поля, действующие на электроны и ионы, соответственно.

Используя результаты [7, 8], запишем

$$E_e = -\frac{\partial A}{\partial t} - \nabla\varphi - \alpha B \times v_e; \quad E_i = -\frac{\partial A}{\partial t} - \nabla\varphi - \alpha B \times v_i, \quad (7)$$

A, φ – векторный и скалярный потенциалы соответственно; B – вектор магнитной индукции; t – время; α – коэффициент, $\alpha = (\mu\varepsilon - \mu_0\varepsilon_0) / (\mu\varepsilon)$; $\varepsilon_0, \varepsilon$ – электрическая проницаемость вакуума и среды соответственно; μ_0, μ – магнитная проницаемость вакуума и среды соответственно.

Величины, стоящие в правой части уравнений (4), (5), представляют собой силы, действующие на все частицы данного типа в единичном объёме и обусловленные наличием электромагнитного поля, градиента давления и столкновений с частицами другой компоненты плазмы.

Суммируя (4) и (5), приходим к модели однородной проводящей квазинейтральной жидкости, которую далее будем называть плазменным дисперсоидом

$$\rho \frac{dv}{dt} = -\nabla p + \alpha B \times j, \quad (8)$$

где ρ, v, j – плотность плазмы, скорость и плотность тока дисперсоида; p – суммарное давление.

$$\rho = n(m_e + m_i); \quad (9)$$

$$v = \frac{1}{\rho}(\rho_e v_e + \rho_i v_i); \quad (10)$$

$$j = ne(v_i - v_e); \quad (11)$$

$$p = p_e + p_i. \quad (12)$$

Уравнение неразрывности в рамках модели дисперсоида принимает вид [10]

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \rho v = 0. \quad (13)$$

В [11, 12] рассматривалась задача взаимодействия расширяющегося плазменного шара с бесконечно большой проводимостью с внешним однородным магнитным полем в сферической симметрии. Показано, что магнитное поле вытесняется из объёма, занимаемого плазмой, а разлетающееся плазменное облако испытывает сопротивление и тормозится. При этом на поверхности плазменного шара следует учитывать только составляющую электрического поля, возникающую вследствие движения границы шара в магнитном поле, которую в рамках модели дисперсоида с учётом (7) запишем в виде

$$E = -\alpha B \times v. \quad (14)$$

Имеет место материальное уравнение

$$j = \sigma E. \quad (15)$$

Уравнение (8) с учётом соотношений (14), (15) принимает вид

$$\rho \frac{dv}{dt} = -\nabla p + \alpha^2 \sigma B \times B \times v. \quad (16)$$

Сферическое вначале плазменное облако, расширяющееся во внешнем однородном магнитном поле, тормозится неравномерно и его форма с течением времени искажается, вытягиваясь в направлении полюсов. Однако на начальном этапе расширения, на котором происходит интенсивное выделение термоядерной энергии (двукратное расширение), поведение облака в целом укладывается в рамки оценок, основанных на предположении о сферической симметрии плазменного облака [11, 12].

Предполагая сферическую симметрию плазменного облака, с учётом геометрии силовых линий магнитного поля [11, 12] уравнения (13), (16) запишем в виде

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + v \frac{\partial \rho}{\partial r} + \rho \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{2rv}{r} = 0; \quad (17)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \alpha^2 \sigma B^2 v = 0, \quad (18)$$

где r – пространственная координата.

Уравнения (17), (18) описывают разлёт плазменного облака в окружающем однородном магнитном поле. К этим уравнениям необходимо до-

бавить термодинамическое соотношение, устанавливающее связь между давлением и плотностью плазмы. Полагая в данном случае температуры ионной и электронной компонент равными одной и той же величине T , приходим к соотношению [9, 10]

$$p = 2nkT, \quad (19)$$

где k – постоянная Больцмана. С учётом (19) уравнение (18) принимает вид

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{2k}{\rho} \frac{\partial(nT)}{\partial r} + \alpha^2 \sigma B^2 v = 0. \quad (20)$$

Для проведения приближённых оценок воспользуемся классом решений, приводящих к автомодельному распределению величин [13]

$$v = F(t)r; \quad (21)$$

$$\rho = \rho_0 (R_0 / R)^3; \quad (22)$$

$$T = T_0 (R_0 / R)^2 (1 - r^2 / R^2), \quad (23)$$

где R_0, R – начальный и на момент времени t радиусы плазменного шара, соответственно; $F(t)$ – функция от времени; ρ_0, T_0 – начальные плотность и температура в центре шара соответственно. Подставляя (21), (22) в (17), находим вид функции $F(t)$

$$F(t) = \dot{R} / R. \quad (24)$$

В соответствии с (22) имеем

$$n = n_0 (R_0 / R)^3, \quad (25)$$

где n_0 – начальная концентрация.

Подставляя (21)-(25) в (20), получаем уравнение для описания разлёта плазменного шара во внешнее однородное магнитное поле

$$\ddot{R} + \frac{\alpha^2 \sigma B^2}{\rho_0 c^2 R_0^3} R^3 \cdot \dot{R} = \frac{4kT_0 R_0^2}{5m_p} \frac{1}{R^3}. \quad (26)$$

В процессе разлёта в результате реакций термоядерного синтеза выделяется энергия [10]

$$E_c = \pi \varepsilon \int_0^t dt \int_0^{R(t)} n^2 \omega_{DT}(t, r) r^2 dr, \text{ эВ}, \quad (27)$$

где ε – энергия термоядерного нейтрона, $\varepsilon = 14.06 \cdot 10^6$ эВ; ω_{DT} – усреднение сечения реакций синтеза по максвелловскому распределению (для плотной плазмы максвелловское распределение вполне допустимо).

В расчётах для оценки величины ω_{DT} применялось соотношение [10]

$$\omega_{DT} = 1.6 \cdot 10^{-7} \frac{1}{T^{2/3}} \exp(-4.52 \cdot 10^3 / T^{1/3}), \text{ см}^3 / \text{сек} . \quad (28)$$

Начальная концентрация плотной $D - T$ смеси задавалась равной

$$n_0 = 5 \cdot 10^{22} , \text{ 1 / см}^3 . \quad (29)$$

Начальная тепловая энергия E_0 , затраченная на нагрев плазменного шара, рассчитывается по формуле

$$E_0 = 4\pi \int_0^{R_0} 3knTr^2 dr = \frac{24}{15} k\pi n_0 T_0 R_0^3 , \text{ эрг} . \quad (30)$$

3. Расчёты параметров, при которых выход термоядерной энергии компенсирует начальную тепловую энергию мишени

Рассчитывались для различных значений R_0, T_0, B величина затраченной тепловой энергии (30) и выделяющаяся термоядерная энергия (27) при разлёте плазменного шара (26). Как правило, расчёт заканчивался при двукратном расширении плазменного шара в связи с резким уменьшением интенсивности термоядерных реакций при дальнейшем разлёте. Находились условия, при которых выполнялось равенство энергий

$$E_c / E_0 = 1 . \quad (31)$$

Для различных значений магнитной индукции B , меняющихся от 0 до 10^9 Гс, были определены значения величин R_0, T_0 , соответствующие минимальной величине E_0 , удовлетворяющей уравнению (31).

Результаты расчётов приведены на рис.1. Данные, приведённые на рис.1, иллюстрируют влияние различных факторов на величину оптимальных параметров, при которых выход термоядерной энергии равен затраченной на нагрев тепловой.

Анализ результатов расчётов приведен в табл.1. В таблице отражено влияние трёх параметров – индукции внешнего магнитного поля, температуры и радиуса топлива на необходимую минимальную начальную тепловую энергию, при которой достигается её равенство выходной термоядерной энергии при разлёте разогретой плазмы смеси дейтерия и трития.

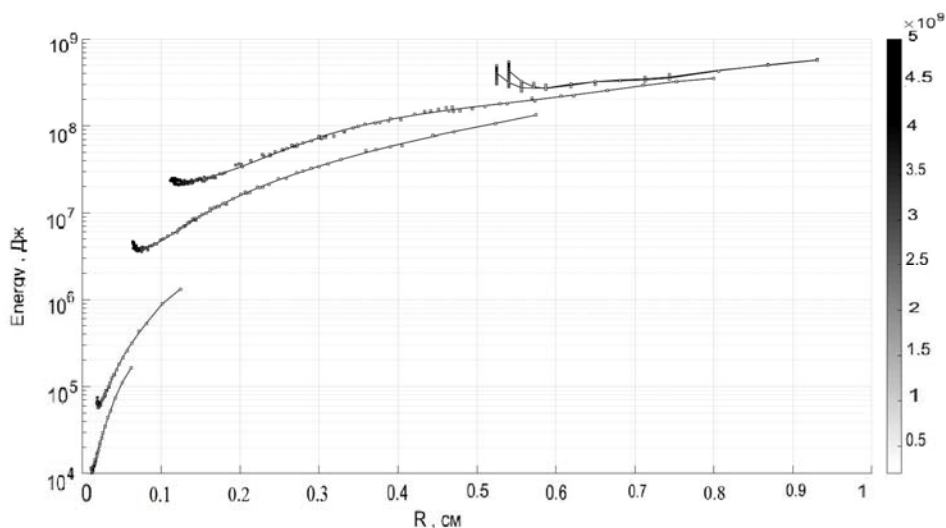


Рис.1. Условия равенства интегральной энергии синтеза и энергии, затраченной на начальный нагрев плазмы, для различных значений величины магнитной индукции внешнего магнитного поля: 0 Гс (верхняя кривая), 10^7 , 10^8 , $5 \cdot 10^8$ и 10^9 Гс (нижняя кривая). Справа отображена чёрно-белая шкала температур.

Таблица 1. Условия минимального значения энергии, затрачиваемой на начальный нагрев плазмы E_0 , при которых достигается её равенство получаемой интегральной энергии синтеза для различных значений R_0, T_0, B .

№ п/п	Магнитная индукция B , Гс	Энергия E_0 , Дж	Радиус R_0 , см	Температура T_0 , К
1	10^9	$1.02 \cdot 10^4$	$1.24 \cdot 10^{-2}$	$1.58 \cdot 10^9$
2	$5 \cdot 10^8$	$5.81 \cdot 10^4$	$2.03 \cdot 10^{-2}$	$2.05 \cdot 10^9$
3	10^8	$3.56 \cdot 10^6$	$7.51 \cdot 10^{-2}$	$2.47 \cdot 10^9$
4	$5 \cdot 10^7$	$2.10 \cdot 10^7$	$1.22 \cdot 10^{-1}$	$3.41 \cdot 10^9$
5	10^7	$2.51 \cdot 10^8$	$5.56 \cdot 10^{-1}$	$4.29 \cdot 10^8$
6	10^6	$2.62 \cdot 10^8$	$5.88 \cdot 10^{-1}$	$3.80 \cdot 10^8$
7	10^5	$2.62 \cdot 10^8$	$5.88 \cdot 10^{-1}$	$3.80 \cdot 10^8$
8	10^3	$2.62 \cdot 10^8$	$5.88 \cdot 10^{-1}$	$3.80 \cdot 10^8$
9	0	$2.62 \cdot 10^8$	$5.88 \cdot 10^{-1}$	$3.80 \cdot 10^8$

Интересно сравнить приведённые в табл.1 результаты расчётов необходимой минимальной тепловой энергии с известными оценками, полученными для ИТС.

Для мишени диаметром около 1 мм (объём $\approx 0.5 \text{ мм}^3$) требования по начальной тепловой энергии близки обоим способам $E \approx 10^6$ Дж ([1] и 2–3 строки в табл.1), а для мишени объёмом $\approx 0.015 \text{ мм}^3$ согласно ИТС потребуется $E \approx 1.6 \cdot 10^5$ Дж [3], в то время как предлагаемый способ потребует $E \approx 3 \cdot 10^4$ Дж (1-2 строки в табл.1).

Таким образом, получение энергии в результате нагрева маломасштабной термоядерной мишени с последующим её разлётом в окружающее магнитное поле при определённых режимах может потребовать существенно меньше необходимого энергетического вклада на начальный нагрев плазмы по сравнению с ИТС при одинаковых размерах мишени. Однако судить о преимуществе того или иного способа получения термоядерной энергии можно будет только после технического осуществления всех необходимых условий для проведения этих реакций.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дж. Дюдерштатт, Г. Мозес. Инерциальный термоядерный синтез. – М.: ЭА, 1984, 301с. *Dzh. Diudershtadt, G. Mozes. Inertsialnyi termoiadernyi sintez.* – М.: ЭА, 1984, 301 с.
2. М.М. Баско. Физические основы инерциального термоядерного синтеза. – М.: НИЯУ МИФИ, 2009, 172 с.
M.M. Basko. Fizicheskie osnovy inertsialnogo termoiadernogo sinteza. – М.: НИЯУ МИФИ, 2009, 172 с.
3. К.В. Хищенко, А.А. Чарахчян. О некоторых свойствах плоских волн термоядерного горения // ПМТФ, 2015, т.56, №1, с.104-115.
K.V. Khishchenko, A.A. Charakhchian. O nekotorykh svoistvakh ploskikh voln termoiadernogo goreniia // PMTF, 2015, t.56, №1, s.104-115.
4. A. Slutz et al. Pulsed-power-driven cylindrical liner implosions of laser preheated fuel magnetized with an axial field // *Physics of Plasmas*, 2010, 17, 056303.
5. С.Ю. Лукьянов. Горячая плазма и управляемый ядерный синтез. – М.: Наука, 1975, 407с.
S.Iu. Lukianov. Goriachaia plazma i upravliaemyi iadernyi sintez. – М.: Наука, 1975, 407 с.
6. Ядерный синтез с инерционным удержанием / Ред. Б.Ю. Шарков. – М.: Физматлит, 2005, 264 с.
Iadernyi sintez s inertsionnym uderzhaniem / Red. B.Iu. Sharkov. – М.: Физматлит, 2005, 264 с.
7. A. Rozov. Maxwell Equations for Slow-Moving Media // *Z. Naturforsch*, 2015, 70, 1019.
8. A. Rozov. Modelling of Electrodynamical Phenomena in Slowly Moving Media // *Z. Naturforsch*, 2017, 72, 757.
9. Shih-I Pai. Magnetgasdynamics and plasma dynamics. – Wien: Springer-Verlag, 1962, 267p.
10. Л.А. Арцимович. Управляемые термоядерные реакции. – М.: Физматгиз, 1963, 468 с.
L.A. Artsimovich. Upravliaemye termoiadernye reaktsii. – М.: Физматгиз, 1963, 468 с.
11. S. Katz. On a moving boundary problem // *J. Math. and Phys.*, 1961, 2, 149.
12. Ю.П. Райзер. О торможении и превращениях энергии плазмы // ПМТФ, 1963, №6, с.19-28.
Iu.P. Raizer. O tormozhenii i prevrashcheniiakh energii plazmy // PMTF, 1963, №6, s.19-28.
13. Я.Б. Зельдович, Ю.П. Райзер. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. – М.: Физматгиз, 1963, 632 с.
Ia.B. Zeldovich, Iu.P. Raizer. Fizika udarnykh voln i vysokotemperaturnykh gidrodinamicheskikh iavlenii. – М.: Физматгиз, 1963, 632 с.

Поступила в редакцию 06.03.2019
После доработки 22.04.2019
Принята к публикации 25.05.2019