

МЕТОДИКА СВЯЗАННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ОДНОМЕРНЫХ И ТРЕХМЕРНЫХ ЗАДАЧ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ГИДРОДИНАМИКИ

© 2019 г. *А.В. Ялозо¹, А.С. Козелков^{1,2,3}, А.А. Куркин², В.В. Курулин¹,
И.Л. Матерова¹, Д.А. Уткин¹*

¹ Федеральное государственное унитарное предприятие «Российский Федеральный Ядерный Центр Всероссийский научно-исследовательский институт экспериментальной физики», Нижегородская обл., г. Саров

² Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева», г. Нижний Новгород

³ Саровский физико-технический институт – филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», Нижегородская обл., г. Саров

yalozo@mail.ru

DOI: 10.1134/S0234087919120013

Работа выполнена в рамках государственного задания в сфере научной деятельности (Задания № 5.4568.2017/6.7 и № 5.5176.2017/8.9) и при поддержке грантов Президента РФ по государственной поддержке ведущих научных школ РФ НШ-2685.2018.5 и научных исследований молодых российских ученых-докторов наук МД-4874.2018.9.

Представлена методика связанного 1D-3D моделирования задач вычислительной гидродинамики. Методика основана на одновременном расчете трехмерных и одномерных областей и организации связи между двумя частями задачи посредством передачи граничных условий. Область в трехмерном приближении моделируется на основе решения уравнений Навье-Стокса. Расчет одномерных областей основан на использовании основных законов сохранения и эмпирических характеристик элементов. Корректность предложенных решений проверяется на нескольких задачах. По всем задачам проводится сравнение полученных результатов с имеющимися аналитическими решениями либо экспериментальными данными.

Ключевые слова: одномерная модель, трехмерная модель, численное моделирование, уравнения Навье-Стокса, законы сохранения, гидравлический расчет, программа FlowDesigner, пакет программ ЛОГОС.

METHODS OF RELATED SIMULATION OF ONE-DIMENSIONAL AND THREE-DIMENSIONAL PROBLEMS OF COMPUTATIONAL FLUID DYNAMICS

A.V. Yalozo¹, A.S. Kozelkov^{1,2,3}, A.A. Kurkin², V.V. Kurulin¹, I.L. Materova¹, D.A. Utkin¹

¹ Federal State Unitary Enterprise “Russian federal nuclear center “All-russian research institute of experimental physics”, Nizhny Novgorod region, Sarov

² Nizhny Novgorod State Technical University n.a. R.E. Alekseev, Nizhny Novgorod

³ Sarov Institute of Physics and Technology, National Research Nuclear University «Moscow Engineering Physics Institute», Nizhny Novgorod region, Sarov

In this study the method is presented for coupled 1D-3D modeling of computational fluid dynamics problems. The method is based on the simultaneous calculation of three-dimensional and one-dimensional areas and the organization of communication between the two parts of the task by transferring boundary conditions. The domain in the three-dimensional approximation is modeled based on the solution of the full Navier-Stokes equations. The calculation of one-dimensional areas is based on the use of basic conservation laws and empirical characteristics of elements. The correctness of the proposed solutions is checked on several problems. For all tasks, the obtained results are compared with available analytical solutions or experimental data.

Keywords: one-dimensional model, three-dimensional model, numerical simulation, Navier-Stokes equations, conservation laws, hydraulic calculation, FlowDesigner program, LOGOS software package.

1. Введение

В области математического моделирования гидродинамических течений можно выделить два основных класса задач и два независимых подхода к их решению. К первому классу относят прямое трехмерное моделирование турбулентных гидродинамических течений в объектах сложной геометрической конфигурации, например, в реакторах, турбинах, корабельных установках и др. Математическое моделирование гидродинамических течений в таких изделиях осуществляется с целью точной оценки технических характеристик, учитывающих взаимовлияние различных физических процессов и позволяющих максимально точно воспроизвести трехмерную картину течения. Моделирование такого класса гидродинамических задач основано на численном решении системы уравнений Навье–Стокса [1–3]. К недостаткам такого подхода относят необходимость построения сеточной модели в сложных геометрических конфигурациях и значительную вычислительную дороговизну [4, 5].

Второй класс задач – моделирование гидросистем, которые представляют собой сеть разветвленных трубопроводов достаточной протяженности, например, системы сбора и подготовки нефти и газа, водо- и газоснабжения, топливные и гидравлические системы летательных аппаратов, системы кондиционирования и др. Математическое моделирование таких систем осуществляется с целью оценки местных гидравлических сопротивлений и расходов на каждом участке разветвленной сети. Учитывая значительные геометрические размеры таких систем, применение здесь прямых методов трехмерного численного моделирования не представляется возможным. Оптимальным подходом является использование методов теории гидравлических цепей (ТГЦ) [6], основанных на постулатах Кирхгофа и оперирующих интегральными балансами потоков. Методы ТГЦ позволяют рассчитать гидравлические и тепловые потоки в сложных разветвленных системах при относительно небольших вычислительных затратах. Главным недостатком таких методов является сильная зависимость результатов расчета от эмпирических данных, таких как коэффициент местного гидравлического сопротивления и т.д. [7].

Существуют задачи, решение которых с применением только одного из описанных подходов является невозможным. Например, гидросистемы, содержащие элементы с неизвестными эмпирическими характеристиками, либо участки, на которых важно получить детализированные по пространству результаты. Оптимальным подходом для такого класса задач является построение гибридных моделей, сочетающих в себе прямое численное моделирование и полуэмпирическую оценку с использованием ТГЦ [8–12]. В данном подходе задача целиком решается в одномерном приближении с использованием ТГЦ, при этом выделяются один или несколько участков, гидродинамические характеристики которых, оцениваются с помощью численного решения уравнений Навье-Стокса в трехмерной постановке. Такой подход позволяет получить распределение интегральных характеристик по всей системе при относительно небольших вычислительных затратах. При этом на критически важных участках сохраняется возможность получения наиболее детализированных результатов посредством трехмерного математического моделирования.

Гибридные модели широко применяются для решения задач в различных областях промышленности. Так, отдельные фрагменты системы жидкостного охлаждения легкового автомобиля в [9, 10] моделируется в связанной постановке с целью оптимизации отдельных компонентов. В [8, 11] такой подход используется для моделирования кровеносной системы чело-

века с учетом различных патологий. В [12] на примере моделирование части системы охлаждения реактивного двигателя показано, что точность итогового результата связанной модели сопоставима с полностью трехмерной постановкой, при этом связанная модель позволила существенно ускорить общее время решения задачи. Однако в большинстве работ слабо освещаются численные алгоритмы для моделирования одномерных и трехмерных моделей, отсутствуют упоминания о методах восстановления картины течения на границах сопряжения разномасштабных областей и другие особенности построения вычислительной методики.

В настоящей работе предложена гибридная модель, основанная на одновременном расчете одномерных и трехмерных частей задачи. Предложен метод организации обменов интегральными значениями давлений и объемных расходов на границах их сопряжения с учетом восстановления картины развитого течения в трехмерной области. Приведены результаты решения задач с использованием представленной модели.

2. Описание методики связанного моделирования

Связь одномерной и трехмерной моделей течения жидкости основывается на организации обменов граничными условиями между разномасштабными областями по ходу проведения расчета. Для описания этой процедуры рассмотрим простейший фрагмент гидравлической системы, состоящий из последовательно соединенных труб (рис.1).

Интересующая область, в которой важно получить детализированные результаты, представляется трехмерной областью Ω_{3D} . Трехмерное течение жидкости будем описывать системой уравнений, включающих в себя уравнение неразрывности, уравнение сохранения импульса, уравнение переноса объемной доли и уравнение состояния фазы [13]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i) = 0, \\ \frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_i u_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \tau_{ij} + \rho g_i, \\ \frac{\partial \rho_\xi \alpha_\xi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(u_i \rho_\xi \alpha_\xi) = 0, \\ \rho_\xi = \rho_\xi(p), \end{array} \right. \quad (1)$$

где t – время, u_i – вектор скорости, x_i – пространственный вектор, p – давление, τ_{ij} – тензор вязких напряжений, g_i – вектор ускорения свободного па-

дения, ξ – индекс, указывающий номер фазы, α_ξ – объемная доля фазы, ρ – результирующая плотность, представляющая собой усредненное значение плотности по всем фазам:

$$\rho = \sum_{\xi} \rho_{\xi} \alpha_{\xi} . \quad (2)$$

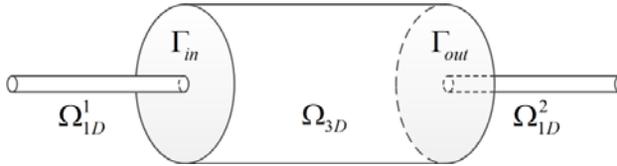


Рис.1. Простейший фрагмент гидравлической системы.

Дискретизация системы (1) может быть осуществлена любым известным способом. Оптимальным выбором дискретизации является метод конечных объемов [14–17], обладающий хорошими консервативными свойствами и позволяющий осуществить дискретизацию сложных вычислительных областей на произвольных неструктурированных сетках с ячейками произвольной формы.

Основная сложность при численном решении системы (1) заключается в определении связи поля давления с полем скорости. Процедура согласования поля давления с полем скорости должна приводить к одновременному удовлетворению уравнений неразрывности (первое уравнение системы) и сохранения импульса (второе уравнение системы). Наиболее распространенными являются методы типа SIMPLE, основанные на процедуре коррекции давления или принципе расщепления неизвестных [14]. В настоящей работе будем опираться на алгоритм, основанный на методе PISO [18].

Для численного решения итоговая система уравнений должна быть дополнена начальными и граничными условиями, которые зависят от решаемой задачи. Типы граничных условий для динамики вязкой несжимаемой жидкости можно найти в многочисленной литературе (напр., [14, 16, 19]). Получаемая матрица для давления является симметричной и не имеет строгого диагонального преобладания. Такие матрицы, как правило, плохо обусловлены и требуют больших ресурсов для своего решения. При этом классические итерационные методы (например, методы Гаусса–Зейделя, SOR) в большинстве случаев демонстрируют медленную сходимость. Для повышения эффективности вычислительного алгоритма находит применение многосеточный метод, в основе которого лежит использование последовательности вложенных сеток и операторов перехода от одной сетки к другой.

В [5, 20] подробно рассмотрены вопросы, связанные с реализацией и практическим применением параллельного алгебраического многосеточного метода (Algebraic Multigrid, AMG) с агрегативным способом огрубления для численного решения получаемой СЛАУ. Использование многосеточных технологий позволяет значительно ускорить время решения СЛАУ по сравнению с классическими итерационными методами, ускорив общее время решения задачи в несколько раз.

Остальная часть системы на рис.1, где не требуется проведение детализированного расчета, представляется в виде одномерных областей Ω_{1D}^1 и Ω_{1D}^2 . Детальное изложение используемой одномерной методики расчета разветвленной сети трубопроводов представлено в [21, 22]. В рамках представленной работы предлагается дополнить ее возможностью учета сил инерции, действующих на протекающее по трубам вещество.

Любой разветвленный трубопровод, как правило, содержит множество протяженных элементов. Если такой трубопровод также содержит элементы, приводящие к скачкообразным изменениям расходов с течением времени (открытие/закрытие клапанов, включение/отключение насосов и т.п.), в случае нестационарного расчета на транспортируемое по протяженным элементам вещество начинают действовать инерциальные силы, оказывая существенное влияние на общую картину течения, поэтому важно обеспечить их корректный учет.

Для трубы длиной L и площадью поперечного сечения S массу m движущегося по трубе вещества плотностью ρ можно вычислить как

$$m = \rho LS. \quad (3)$$

Падение полного давления ΔP на каком-либо элементе сети определяется следующим образом [21, 22]:

$$\Delta P = \zeta \cdot \frac{\rho \cdot V^2}{2} = \zeta \cdot \frac{\rho}{2} \cdot \left(\frac{Q}{S} \right)^2, \quad (4)$$

где ζ – коэффициент гидравлического сопротивления элемента; ρ – плотность жидкости; V – линейная скорость потока; Q – объемный расход; S – площадь поперечного сечения элемента.

Согласно [6], уравнение (4) можно дополнить потерей давления на преодоление сил инерции:

$$\Delta P = \zeta \cdot \frac{\rho}{2} \cdot \left(\frac{Q}{S} \right)^2 + \frac{F}{S}, \quad (5)$$

где F – силы инерции, которые можно определить следующим образом:

$$F = m \cdot \frac{dV}{dt} = \rho \cdot L \cdot S \cdot \frac{dQ}{dt \cdot S} = \rho \cdot L \cdot \frac{dQ}{dt}, \quad (6)$$

где t – время. Подставляя (6) в (5) получим:

$$\Delta P = \zeta \cdot \frac{\rho}{2} \cdot \left(\frac{Q}{S} \right)^2 + \frac{\rho \cdot L}{S} \cdot \frac{dQ}{dt}. \quad (7)$$

Решаем уравнение методом Эйлера по времени, $j = 0, \dots, T$,

$$\Delta P = \zeta \cdot \frac{\rho}{2} \cdot \left(\frac{Q^{j+1}}{S} \right)^2 + \frac{\rho \cdot L}{S} \cdot \frac{Q^{j+1} - Q^j}{\Delta t}. \quad (8)$$

Уравнение (8) содержит нелинейные члены, поэтому воспользуемся итеративной процедурой (n – номер итерации):

$$\Delta P = Q^{n+1} \cdot \left(\zeta \cdot \frac{\rho}{2} \cdot \frac{Q^{n+1}}{S^2} + \frac{\rho \cdot L}{S \cdot \Delta t} \right) - Q^j \cdot \frac{\rho \cdot L}{S \cdot \Delta t}. \quad (9)$$

Линеаризуем уравнение (9) и запишем его следующим образом:

$$\Delta P - k \cdot Q^{n+1} = Q^j \cdot \frac{\rho \cdot L}{S \cdot \Delta t}, \quad (10)$$

где $k = \zeta \cdot \frac{\rho}{2} \cdot \frac{Q^{n+1}}{S^2} + \frac{\rho \cdot L}{S \cdot \Delta t}$.

Таким образом, использование уравнения (10), описывающее перепад давления на протяженных элементах при составлении общей СЛАУ обеспечивает учет сил инерции, действующих на протекающее по ним вещество.

Для связи трехмерной области Ω_{3D} , в качестве граничных условий будем задавать значение массового расхода G_{in} на входе и значение давления P_{out} на выходе, рассчитанные в одномерной области. Из трехмерной в одномерную область будем передавать значение перепада давления

$$\Delta P = P_{in} - P_{out}, \quad (10)$$

где $P_{in} = \int_{\Gamma_{in}} p ds / |\Gamma_{in}|$ – давление, осредненное по сечению трехмерной области.

Исходя из данных требований, можно сформулировать следующий алгоритм связи одномерной и трехмерной моделей течения жидкости (рис.2):

1. Начальная инициализация одномерной и трехмерной областей.
2. Выполнение одной счетной итерации в одномерной области, получение новых значений G_{in} и P_{out} .

3. Передача значений G_{in} и P_{out} из одномерной в трехмерную область, восстановление структуры развитого течения на входной границе трехмерной области.

4. Выполнение одной счетной итерации в трехмерной области, получение нового значения $\Delta P = P_{in} - P_{out}$.

5. Передача значения ΔP из трехмерной области в одномерную.

6. Проверка критериев сходимости задачи и при необходимости запуск следующей итерации со второго пункта.

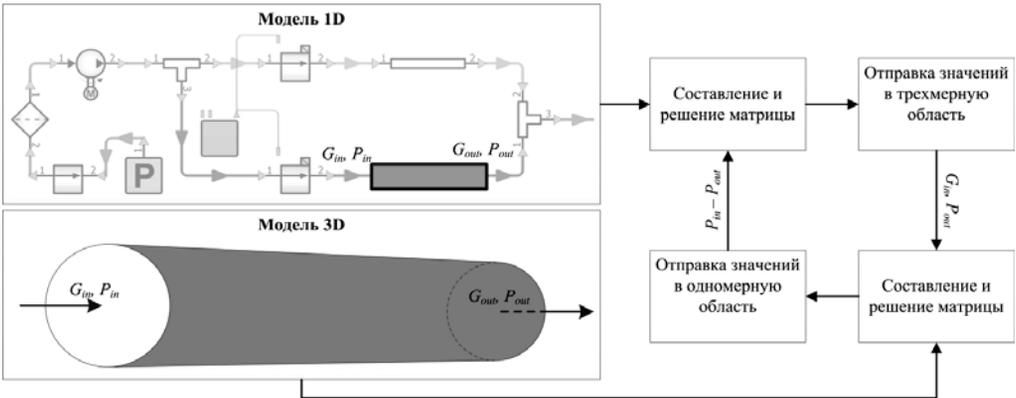


Рис.2. Связь одномерной и трехмерной моделей.

Таким образом, такой подход к организации связи разномасштабных областей заключается в организации повторяющихся обменов данными внутри одного временного шага до тех пор, пока не выполнится заданный критерий точности. Представленный подход позволяет выделить неограниченное количество трехмерных областей в задаче.

На входной границе трехмерной расчетной области фиксируется интегральная величина – массовый расход через входную границу, при этом профиль скорости и турбулентных параметров из 1D расчета неизвестны. Принимается допущение, что в трехмерную область всегда входит полностью развитый поток: развитый профиль скорости и турбулентных параметров. Это допущение вполне оправдано в случае, когда трехмерный элемент располагается вниз по потоку от протяженных трубопроводов. В ином случае большую роль играет предыстория потока, которую определяет конфигурация предшествующих одномерных элементов. Однако на практике учесть такую предысторию потока не представляется возможным.

Метод обеспечения полностью развитого потока на входе в трехмерную область заключается в удовлетворении нескольких условий: заданный массовый расход и равенство нулю производных скорости и турбулентных

параметров по направлению нормали к границе: $\partial u_i / \partial n = 0$, $\partial k / \partial n = 0$, $\partial \omega / \partial n = 0$. Соблюдение заданного массового расхода обеспечивается следующим алгоритмом. Скорость на каждой грани входной границы полагается равной скорости в центре прилегающей ячейки, которая была получена при решении системы алгебраических линейных уравнений [22] $u_{i,k} = u_{i,c}$, что обеспечивает удовлетворение условия $\partial u_i / \partial n = 0$. Далее по полученному распределению скорости рассчитывается массовый поток, который используется для вычисления коэффициента

$$\delta = G / G_{def}, \quad (12)$$

где G_{def} – нужный массовый расход, G – фактический массовый расход, полученный после удовлетворения условия $\partial u_i / \partial n = 0$.

Далее коэффициент δ используется для вычисления результирующей скорости на каждой грани входной границы: $u_{i,k} = u_{i,c} / \delta$.

Получившаяся скорость $u_{i,k}$ должна обеспечивать нужный массовый расход G_{def} . Применения данного алгоритма при итеративной процедуре получения решения в трехмерной области обеспечит полностью развитый поток на входе.

Следует отметить, что физическое время одной счетной итерации для связанного расчета будет равняться максимальному времени расчета наибольшей (по числу расчетных ячеек) трехмерной области. Для сокращения общего времени счета целесообразно выполнять моделирование каждой из трехмерных областей в параллельном режиме. При этом максимальную эффективность удастся достичь путем разбиения на процессоры каждой из трехмерных областей таким образом, чтобы физическое время расчетного шага для всех трехмерных областей было одинаковым.

3. Численные эксперименты

Описанная выше одномерная модель течения жидкости реализована в программе «FlowDesigner» [21, 22]. Данный программный комплекс позволяет проводить полный цикл моделирования гидравлических систем, начиная от визуального проектирования схемы, выполнения расчета и визуализации полученных результатов непосредственно на моделируемой схеме.

В соответствии с методикой связанного моделирования, описанной в разд.2, в данном программном комплексе реализована возможность проведения связанных расчетов с пакетом программ ЛОГОС (далее – ПП ЛОГОС). В основе ПП ЛОГОС лежит трехмерная модель течения жидкости

(1). ПП ЛОГОС предназначен для решения сопряженных трехмерных задач конвективного теплопереноса, аэродинамики и гидродинамики на параллельных ЭВМ [4, 5]. ПП ЛОГОС успешно прошел верификацию и показал достаточно хорошие результаты на серии различных гидродинамических задач [23, 24], включая распространение гравитационных волн на свободной поверхности (цунами) [17, 25] и промышленных задач [26]. Ускорение расчетов с помощью высокопараллельных вычислительных систем осуществляется многосеточным методом [5, 20].

3.1. Перетекание жидкости между баками. В качестве верификационного примера рассмотрим задачу перетекания жидкости между двумя герметичными баками. Схема задачи приведена на рис.3.

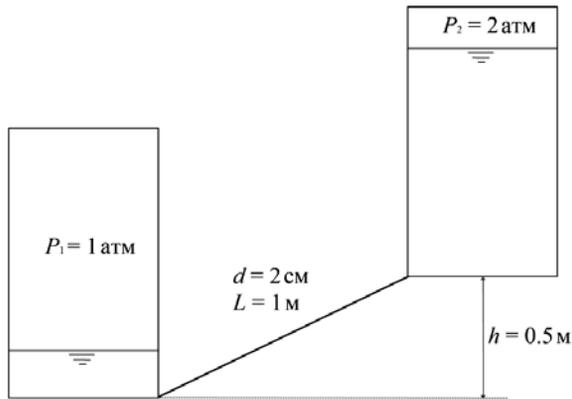


Рис.3. Схема задачи перетекания жидкости между баками.

Два герметичных бака соединены между собой трубой круглого сечения, имеющей внутренний диаметр 2 см и длину 1 м. Оба бака представляют из себя цилиндры высотой 1 м и радиусом 0.1 м. Перепад высот между баками составляет 0.5 м. В начальный момент времени уровень жидкости в нижнем баке равен 0.3 м, в верхнем – 0.7 м. Давление в нижнем баке 1 атм., в верхнем – 2 атм. Плотность и вязкость жидкости, перетекающей между баками, составляет 1000 кг/м^3 и $0.1 \text{ Па}\cdot\text{с}$ соответственно.

Расчет задачи проводился в одномерной, трехмерной и связанной постановках. Трехмерный расчет осуществлялся с использованием ПП ЛОГОС. Сеточная модель, построенная для задачи, состоит из 700 тыс. полиэдральных ячеек и имеет пограничный слой на стенках трубы, как показано на рис.4.

Решение задачи в одномерном приближении осуществлялось с помощью программы «FlowDesigner». Схема задачи, приведенная на рис.5, состоит из двух баков, соединенных трубой.

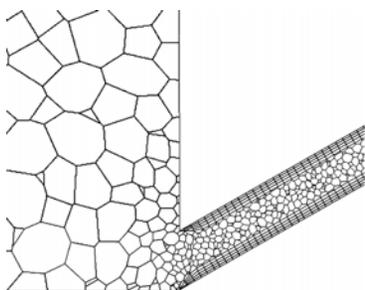


Рис.4. Фрагмент сеточной модели для решения в трехмерной постановке: место соединения нижнего бака и трубы.

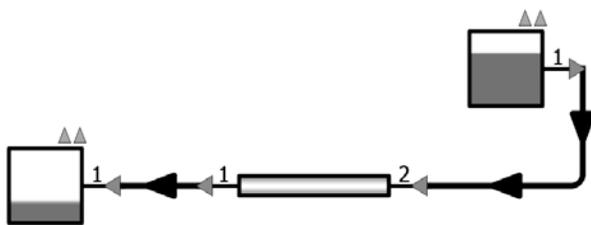


Рис.5. Схема задачи для решения в одномерном приближении.

Для связанной постановки расчетная модель разбивалась посередине трубы, при этом верхний бак и половина трубы моделировались в трехмерном приближении с использованием ПП ЛОГОС, а нижний бак и оставшаяся часть трубы – в одномерном.

Решение данной задачи сводилось к определению расхода через трубу и уровня жидкости в баках с течением времени. На рис.6 приведены графики зависимости полученного объемного расхода через соединяющую баки трубу от времени и изменения уровня жидкости в верхнем баке.

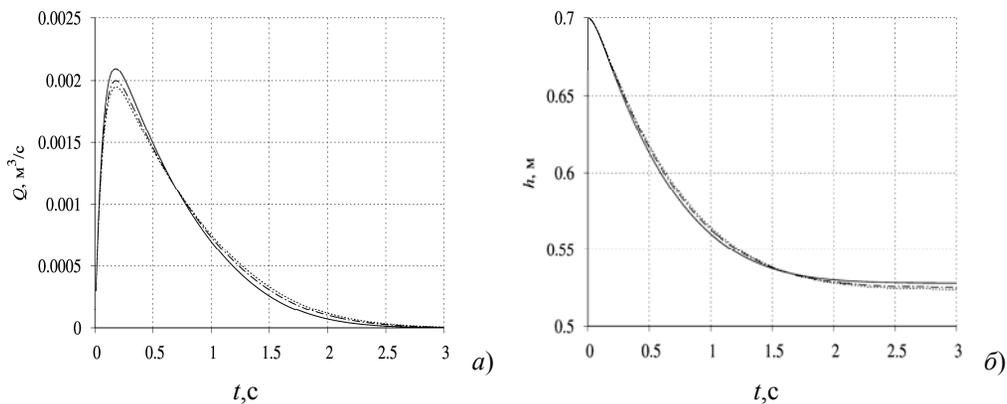


Рис.6. Результаты расчета: а) объемный расход через трубу; б) уровень жидкости в верхнем баке (— - 1D; - 3D; - · - · - 1D + 3D).

Как видно из приведенных графиков, полученные результаты хорошо согласуются между собой. При этом в полностью одномерной постановке получен максимальный пиковый объемный расход по трубе. Это можно объяснить тем, что одномерная методика не учитывает инерцию жидкости внутри баков и дополнительное сопротивление, которое оказывают стенки

баков на протекающий по трубе поток. Помимо этого, одномерный подход подразумевает, что на вход в трубу попадает полностью развитый поток.

Машинное время расчета методами полностью трехмерной постановки с использованием одного вычислительного ядра составило 38 мин, полностью одномерной постановки – 2 с, связанной постановки – 18 мин. Полученные результаты расчетов показывают корректность применяемого алгоритма организации связи разномасштабных областей. Использование связанной постановки позволяет значительно сократить общее время решения задачи, при этом не приводя к существенным погрешностям в итоговом результате.

3.2. Моделирование различных режимов работы гидравлического стенда. В филиале ПАО «Компания «Сухой» «ОКБ Сухого» имеется гидравлический стенд, представляющий макет части гидравлической системы самолета [27], фрагмент схемы которого приведен на рис.7. На данном стенде исследуются различные режимы работы гидравлической системы.

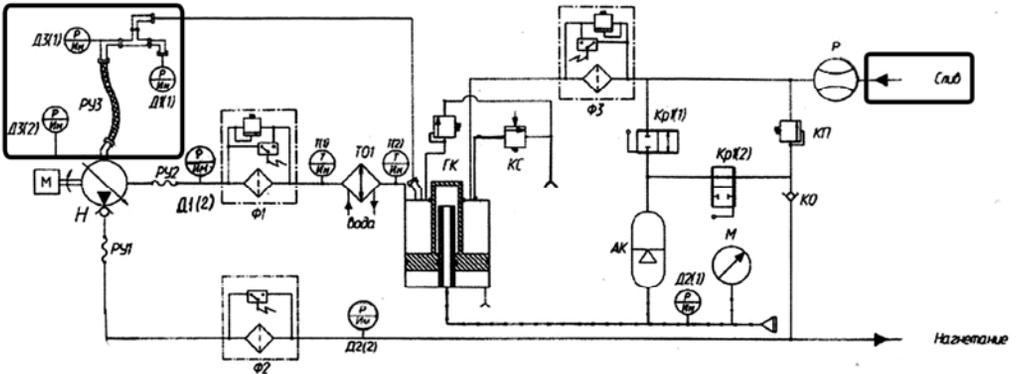


Рис.7. Фрагмент схемы гидравлического стенда: всасывающая магистраль (слева); линия слива (справа).

Используем данные стендовых испытаний для верификации предложенной в статье методики связанного моделирования одномерных и трехмерных задач вычислительной гидродинамики, реализованной в программе «FlowDesigner». Ранее эти данные стендовых испытаний использовались при верификации инженерного программного обеспечения проектирования топливной системы самолета [28, 29].

В качестве верификационного примера рассмотрим режим при скачкообразном изменении расхода в линии слива (рис.7, справа) в диапазоне: 38 – 135 л/мин. Данный режим исследуется на гидравлическом стенде с целью выявления причин возникновения кавитационной эрозии [27] в магистрали

всасывания (рис.7, слева). Данный участок моделировался в трехмерной постановке и представляет собой трубопровод со сложной геометрией, сеточная модель которого представлена на рис.8.

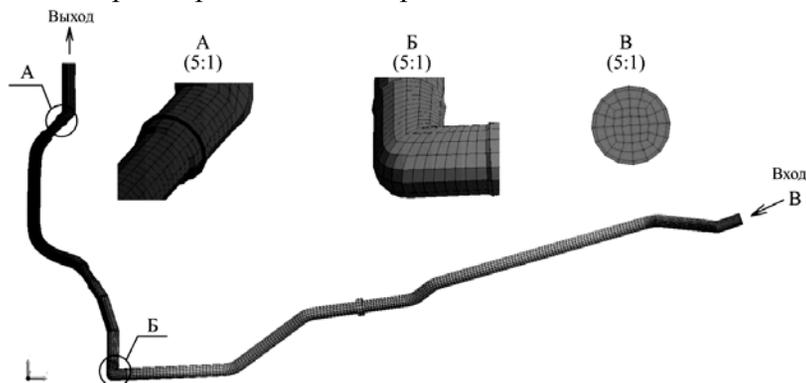


Рис.8. Фрагмент всасывающей магистрали, моделируемый в трехмерном приближении.

Остальные элементы моделировались в одномерном приближении. Фрагмент гидравлического стенда, моделируемый в программе «FlowDesigner» представлен на рис.9.

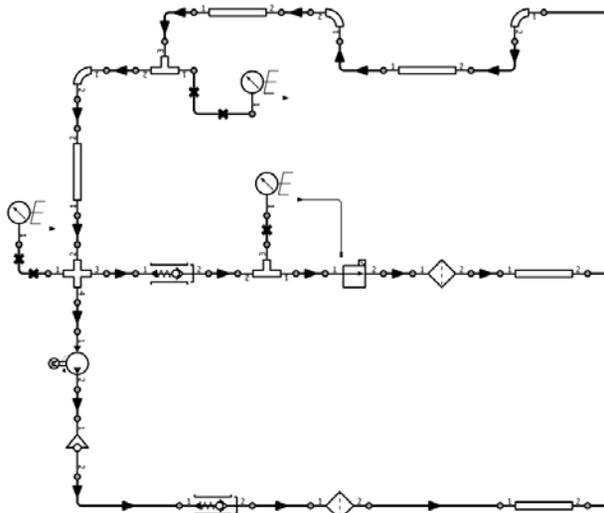


Рис.9. Фрагмент гидравлического стенда в программе «FlowDesigner».

С экспериментом сравнивается значение давления на входе в магистраль всасывания (датчик Д1(1) на рис.7, слева).

В качестве граничных условий в трехмерной области задавались массовый расход на входе и давление на выходе, полученные из одномерной области. В одномерную область передавался рассчитанный перепад давле-

ния на трехмерном участке. Шаг по времени был переменным и определялся исходя из двух условий: первое – шаг по времени не превышает четверти периода колебаний, второе – шаг по времени удовлетворял числу Куранта $CFL < 1$ во всех ячейках трехмерной модели, рассчитанному для скорости распространения волн.

При моделировании задачи были приняты следующие допущения. Амплитуда колебаний расхода для насоса составляет 0.75% в идеальном случае, реальная амплитуда колебаний может быть заметно выше. Частота колебания расхода составляет 630 Гц и соответствует частоте вращения вала насоса 4200 об/мин.

На рис.10 представлен график давления на входе в магистраль всасывания в сравнении с экспериментальными данными.

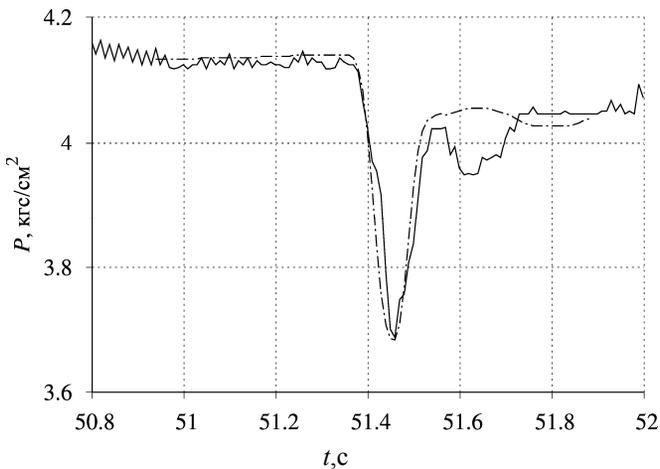


Рис.10. Давление экспериментальное (—) и расчетное (— · — ·).

В целом форма кривых очень похожа, что свидетельствует как о корректности моделирования всего стенда в целом, так и о корректности представленной методики организации связи одномерной и трехмерной моделей течения жидкости. Падение давления в момент роста объемного расхода в эксперименте составляет 0.43 кгс/см², в расчете – 0.45 кгс/см². Полученные детализированные профили давления и газосодержания при моделировании трехмерной области позволили проанализировать возможные предпосылки к возникновению кавитационных явлений [27].

Результаты численного моделирования подтверждают, что представленная методика позволяет успешно моделировать реальные системы разветвленных трубопроводов в связанной постановке.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *К. Флетчер*. Вычислительные методы в динамике жидкостей. Пер. с англ. Т.1,2. – М.: Мир, 1991, 1056 с.;
C. Fletcher. Computational Techniques for Fluid Dynamics. 1. Fundamental and General Techniques. – Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 1991. 401 p.;
C. Fletcher. Computational Techniques for Fluid Dynamics. 2. Specific Techniques for Different Flow Categories. – Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 1991. 494 p.
2. *К.Н. Волков, Ю.Н. Дерюгин, А.С. Козелков, В.Н. Емельянов, И.В. Тетерина*. Разностные схемы в задачах газовой динамики на неструктурированных сетках. – М.: Физматлит, 2014, 416 с.;
K.V. Volkov, I.U.N. Deriugin, A.S. Kozelkov, V.N. Emelianov, I.V. Teterina. Raznostnyye skhemy v zadachakh gazovoi dinamiki na nestrukturirovannykh setkakh. – М.: Fizmatlit, 2014, 416 s.
3. *А.С. Козелков, Д.П. Мелешикина, А.А. Куркин, Н.В. Тарасова, С.В. Лашкин, В.В. Курулин*. Полностью неявный метод решения уравнений Навье-Стокса для расчета многофазных течений со свободной поверхностью // Вычислительные технологии, 2016, т.21, №5, с.54–76;
A.S. Kozelkov, D.P. Meleshkina, A.A. Kurkin, N.V. Tarasova, S.V. Lashkin, V.V. Kurulin. Polnostiu neiyvny metod resheniia uravnenii Navie-Stoksa dlia rascheta mnogofaznykh techenii so svobodnoi poverkhnosti // Vychislitelnye tekhnologii, 2016, t.21, №5, s.54–76.
4. *А.С. Козелков, В.В. Курулин, С.В. Лашкин, Р.М. Шагалиев, А.В. Ялозо*. Исследование потенциала суперкомпьютеров для масштабируемого численного моделирования задач гидродинамики в промышленных приложениях // Журнал вычислительной математики и математической физики, 2016, т.56, №8, с.1524–1535;
англ. пер.: *A.S. Kozelkov, V.V. Kurulin, S.V. Lashkin, R.M. Shagaliev, A.V. Yalozo*. Investigation of supercomputer capabilities for the scalable numerical simulation of computational fluid dynamics problems in industrial applications // Computational Mathematics and Mathematical Physics, 2016, v.56, №8, p.1506–1516.
5. *К.Н. Волков, Ю.Н. Дерюгин, В.Н. Емельянов, А.Г. Карпенко, А.С. Козелков, И.В. Тетерина*. Методы ускорения газодинамических расчетов на неструктурированных сетках. – М.: Физматлит, 2013. 536 с.;
K.V. Volkov, I.U.N. Deriugin, V.N. Emelianov, A.G. Karpenko, A.S. Kozelkov, I.V. Teterina. Metody uskoreniia gazodinamicheskikh raschetov na nestrukturirovannykh setkakh. – М.: Fizmatlit, 2013, 536 s.
6. *А.П. Меренков, В.Я. Хасилев*. Теория гидравлических цепей. – М.: Наука, 1985, 279 с.;
A.P. Merenkov, V.Ia. Khasilev. Teoriia gidravlicheskih tsepei. – М.: Nauka, 1985, 279 s.
7. *И.Е. Идельчик* Справочник по гидравлическим сопротивлениям. – М.: Машиностроение, 1992, 672 с.;
I.E. Idelchik. Spravochnik po gidravlicheskim soprotivleniiam. – М.: Mashinostroenie, 1992, 672 s.
8. *L. Formaggia, J.F. Gerbeau, F. Nobile, A. Quarteroni*. On the coupling of 3D and 1D Navier-Stokes equations for flow problems in compliant vessels // Comp. Methods Appl. Mech. Engrg., 2001, v.191, p.561–582.

- 18 *A.B. Ялозо, А.С. Козелков, А.А. Куркин, В.В. Курулин, И.Л. Матерова, Д.А. Уткин*
9. *P. Lu, Q. Gao, Y. Wang.* The simulation methods based on 1D/3D collaborative computing for the vehicle integrated thermal management // *Applied Thermal Engineering*, 2016, v.104, p.42–53.
10. *S.C. Pang, M.A. Kalam, H.H. Masjuki, M.A. Hazrat.* A review on air flow and coolant flow circuit in vehicles' cooling system // *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2012, v.55, p.6295–6306.
11. *T.K. Dobroserdova, M.A. Olshanskii.* A finite element solver and energy stable coupling for 3D and 1D fluid models // *Comp. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 2013, v.259, p.166–176.
12. *W. Peng, Z. Yun, Z. Zhengping, Q. Lei, Z. Zhixiang.* A novel multi-fidelity coupled simulation method for flow systems // *Chinese Journal of Aeronautics*, 2013, v.26, №4, p.868–875.
13. *Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц.* Гидродинамика. – М.: Наука, 1986. 736 с.;
L.D. Landau, E.M. Lifshitz. Fluid mechanics. – N.Y.: Pergamon Press, 1987, 533 p.
14. *J.H. Ferziger, M. Peric.* Computational Method for Fluid Dynamics. – N.Y.: Springer-Verlag, 2002. 310 p.
15. *С.В. Лашкин, А.С. Козелков, Д.П. Мелешкина, А.В. Ялозо, Н.В. Тарасова.* Моделирование течений вязкой несжимаемой жидкости разделенным и совмещенным алгоритмом типа SIMPLE // *Математическое моделирование*, 2016, т. 28, №6, с.64–76;
S.V. Lashkin, A.S. Kozelkov, D.P. Meleshkina, A.V. Ialozo, N.V. Tarasova. Modelirovanie techenii viazkoj neszhimaemoi zhidkosti razdelennym i sovmeshchennym algoritmom tipa SIMPLE // *Matematicheskoe modelirovanie*, 2016, t.28, №6, s.64-76.
16. *А.С. Козелков.* Методика численного моделирования цунами оползневого типа на основе уравнений Навье-Стокса // *Вычислительная механика сплошных сред*, 2016, т.9, №2, с.218-236.
англ. пер.: *A.S. Kozelkov.* The Numerical Technique for the Landslide Tsunami Simulations Based on Navier–Stokes Equations // *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 2017, v.58, №7, p.1192-1210.
17. *A.S. Kozelkov, A.A. Kurkin, E.N. Pelinovsky, E.S. Tyatyushkina, V.V. Kurulin, N.V. Tarasova.* Landslide-type tsunami modelling based on the Navier-Stokes Equations // *Science of Tsunami Hazards*, 2016, v.35, №3, p.106-144.
18. *R.I. Issa, A.D. Gosman, A.P. Watkins.* The Computation of Compressible and Incompressible Recirculating Flows by a Non-iterative Implicit Scheme // *Journal of Computational Physics*, 1986, v.62, p.66-82.
19. *А.С. Козелков, Р.М. Шагалиев, С.М. Дмитриев, А.А. Куркин, К.Н. Волков, Ю.Н. Дерюгин, В.Н. Емельянов, Е.Н. Пелиновский, М.А. Легчанов.* Математические модели и алгоритмы для численного моделирования задач гидродинамики и аэродинамики: учебное пособие. – Н. Новгород: НГТУ, 2014, 163 с.;
A.S. Kozelkov, R.M. Shagaliev, S.M. Dmitriev, A.A. Kurkin, K.N. Volkov, Iu.N. Deriugin, V.N. Emelianov, E.N. Pelinovskii, M.A. Legchanov. Matematicheskie modeli i algoritmy dlia chislennoho modelirovaniia zadach gidroinamiki i aerodinamiki: uchebnoe posobie. – N. Novgorod: NGTU, 2014, 163 s.
20. *К.Н. Волков, А.С. Козелков, С.В. Лашкин, Н.В. Тарасова, А.В. Ялозо.* Параллельная реализация алгебраического многосеточного метода для решения задач динамики вязкой несжимаемой жидкости // *ЖВМ и МФ*, 2017, т.57, №12, с.2079-2097;

- англ. пер.: *K.N. Volkov, A.S. Kozelkov, S.V. Lashkin, N.V. Tarasova, A.V. Yalozo*. A parallel implementation of the algebraic multigrid method for solving problems in dynamics of viscous incompressible fluid // *Comp. Math. & Math. Phys.*, 2017, v.57, №12, p.2030-2046.
21. *А.В. Ялозо, А.С. Козелков, Д.Ю. Стрелец, А.В. Корнев, И.Л. Матерова, Е.А. Левченко, И.Н. Лапенков*. Математическое моделирование работы топливной системы самолета // *Общероссийский науч.-техн. журнал «Полет»*, 2018, №6, с.12-24;
A.V. Ialozo, A.S. Kozelkov, D.Iu. Strelets, A.V. Kornev, I.L. Materova, E.A. Levchenko, I.N. Lapenkov. Matematicheskoe modelirovanie raboty toplivnoi sistemy samoleta // *Obshcherossiiskii nauchno-tekhnicheskii zhurnal "Polet"*, 2018, №6, s.12-24.
22. *А.В. Ялозо, А.С. Козелков, В.В. Курулин, И.Л. Матерова, А.В. Корнев, Д.Ю. Стрелец*. Моделирование систем разветвленных трубопроводов // *Математическое моделирование*, 2018, т.30, №10, с.123-138;
A.V. Ialozo, A.S. Kozelkov, V.V. Kurulin, I.L. Materova, A.V. Kornev, D.Iu. Strelets. Modelirovanie system razvetvlennykh truboprovodov // *Matematicheskoe modelirovanie*, 2018, t.30, №10, s.123-138.
23. *А.С. Козелков, В.В. Курулин, Е.С. Тятюшкина, А.А. Куркин, М.А. Легчанов, Ю.А. Циберева*. Исследование применения RANS моделей турбулентности для расчета неизотермических течений с низкими числами Прандтля // *Известия РАН. Механика жидкости и газа*, 2015, №4, с.44-58;
англ. пер.: *A.S. Kozelkov, A.A. Kurkin, V.V. Kurulin, M.A. Legchanov, E.S. Tyatyushkina, Y.A. Tsibereva*. Investigation of the application of RANS turbulence models to the calculation of nonisothermal low-Prandtl-number flows // *Fluid Dynamics*, 2015, №4, p.501-513.
24. *А.С. Козелков, А.А. Куркин, О.Л. Крутякова, В.В. Курулин, Е.С. Тятюшкина*. Зонный RANS–LES подход на основе алгебраической модели рейнольдсовых напряжений // *Известия РАН. Механика жидкости и газа*, 2015, №5, с.24–33;
англ. пер.: *A.S. Kozelkov, O.L. Krutyakova, A.A. Kurkin, V.V. Kurulin, E.S. Tyatyushkina*. Zonal RANS–LES approach based on an algebraic Reynolds stress model // *Fluid Dynamics*, 2015, №5, p.621–628.
25. *A.S. Kozelkov, A.A. Kurkin, E.N. Pelinovsky, V.V. Kurulin, E.S. Tyatyushkina*. Numerical modeling of the 2013 meteorite entry in Lake Chebarkul, Russia // *Nat. Hazards Earth Syst. Sci.*, 2017, v.17, p.671–683.
26. *V.B. Betelin, R.M. Shagaliev, S.V. Aksenov, I.M. Belyakov, Y.N. Deryuguin, A.S. Kozelkov, D.A. Korchazhkin, V.F. Nikitin, A.V. Sarazov, D.K. Zelenskiy*. Mathematical simulation of hydrogen–oxygen combustion in rocket engines using LOGOS code // *Acta Astronautica*, 2014, v.96, p.53-64.
27. *В.В. Курулин, А.С. Козелков, М.А. Локишин, Д.Ю. Стрелец, А.В. Корнев, В.А. Стасенков, И.Л. Шарипова, С.В. Яцевич*. Численное исследование причин возникновения кавитационной эрозии в трубопроводе сложной геометрической конфигурации // *Сб. докладов XI Всероссийского съезда по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики, 20–24 августа 2015, г. Казань*, 2015, с.2215–2216;
V.V. Kurulin, A.S. Kozelkov, M.A. Lokshin, D.Iu. Strelets, A.V. Kornev, V.A. Stasenkov, I.L. Sharipova, S.V. Iatsevich. Chislennoe issledovanie prichin vznikoventiia kavitatsionnoi erozii v truboprovode slozhnoi geometricheskoi konfiguratsii // *Sbornik dok-*

ladov XI Vserossiiskogo siezda po fundamentalnym problemam teoreticheskoi i prikladnoi mekhaniki, 20 – 24 avgusta 2015, g. Kazan, 2015, s.2215-2216.

28. *А.В. Ялозо, И.Л. Матерова, В.В. Курулин, А.С. Козелков, А.В. Корнев, И.Н. Лапенков, Е.А. Левченко.* Разработка инженерного программного обеспечения в интересах проектирования топливной системы самолета // Сборник материалов Первой Всероссийской конференции с международным участием «Цифровые средства производства инженерного анализа», 28–30 ноября 2017 г., Тула, 2017, с.171-182;
А.В. Ialozo, I.L. Materova, V.V. Kurulin, A.S. Kozelkov, A.V. Kornev, I.N. Lapenkov, E.A. Levchenko. Razrabotka inzhenernogo programmnoho obespecheniia v interesakh proektirovaniia toplivnoi sistemy samoleta // Sbornik materialov Pervoi vserossiiskoi konferentsii s mezhdunarodnym uchastiem “Tsifrovyye sredstva proizvodstva inzhenernogo analiza”, 28–30 noiabria 2017 g., Tula, 2017, s.171-182.
29. *А.В. Ялозо, И.Л. Матерова, В.В. Курулин, А.С. Козелков, В.Ю. Герасимов, И.Н. Лапенков, Е.А. Левченко.* Математическое моделирование работы топливных систем самолетов // Тезисы докладов XXI Всероссийской конференции и молодежной школы-конференции «Теоретические основы конструирования численных алгоритмов и решение задач математической физики», посвященной памяти К.И. Бабенко, 5-11 сентября 2016 г., Новороссийск, 2016, с.58-59;
А.В. Ialozo, I.L. Materova, V.V. Kurulin, A.S. Kozelkov, V.Iu. Gerasimov, I.N. Lapenkov, E.A. Levchenko. Matematicheskoe modelirovanie raboty toplivnykh system samoletov // Tezisy dokladov XXI Vserossiiskoi konferentsii i molodezhnoi shkoly-konferentsii “Teoreticheskie osnovy konstruirovaniia chislennykh algoritmov i reshenie zadach matematicheskoi fiziki, posviashchennoi pamiati K.I. Babenko”, 5-11 sentiabria 2016 g., Novorossiisk, 2016, s.58-59.

Поступила в редакцию 25.04.2019

После доработки 25.04.2019

Принята к публикации 01.07.2019