

КЛАССИФИКАЦИЯ МЕТОДОВ РАСЧЁТА ДИФFUЗНЫХ УГЛОВЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ ИЗЛУЧЕНИЯ

© 2019 г. *Д.К. Винокуров*

АО ЦНИИмаш

dkvin@mail.ru

DOI: 10.1134/S0234087919120050

Приводятся результаты систематизации существующих методов определения диффузных угловых коэффициентов (УК) при расчете переноса излучения в зональной модели в системе тел с поверхностями сложной формы при решении задач определения температур конструкции, освещённости поверхностей, построения реалистичных изображений и др. в различных отраслях: космической, светотехнике, строительстве, энергетике, прикладной оптике, компьютерной графике и пр. Предлагается классификация методов определения УК по источникам погрешностей, возникающих при расчётах. Выделены четыре класса методов: точные, специальные, численного интегрирования, комбинированные. Проведено распределение методов по классам. Приведены исходные формулы и формулы для численного определения УК. Полученная классификация методов позволит пользователям и разработчикам компьютерных программ расчёта УК сориентироваться в многообразии методов и выбрать из них наиболее адекватные для решения своей задачи, а также может быть положена в основу построения обобщённого алгоритма и программного комплекса расчёта диффузных УК для широкого класса задач.

Ключевые слова: математические методы, угловой коэффициент, радиационный теплообмен, освещённость, компьютерная графика.

CLASSIFICATION OF THE CALCULATION METHODS OF DIFFUSE RADIATION CONFIGURATION FACTORS

D.K. Vinokurov

JSC TsNIIMash

This article presents the results of generalizing the existing methods of determining the diffuse radiation configuration factors (CF) for radiation transfer calculation in the zone model of the system of bodies with the surfaces of complex form. Such problems arise while determining construction temperatures, surfaces illumination, constructing of realistic images and others in the different fields of science and technology: space, illumination engineering, building construction, power engineering, applied optics, computer graphics and so forth. The classification of the determining CF methods is proposed on the criterion of the sources of errors, which appear during calculations. Four classes of

the methods are selected: exacts, special, numerical integration, and combined. The distribution of methods according to the classes is carried out. The base formulas and formulas for the numerical CF calculation are given. The derived classification allows users and developers of the computer programs of CF calculation to be oriented in the variety of methods and to select the most adequate of them for the solution of its own problem. In addition, it can be assumed as the basis of the construction of the generalized algorithm and program set of diffuse CF calculation for the broad variety of the tasks.

Keywords: mathematic methods, configuration factor, radiation heat transfer, illumination, computer graphics.

1. Введение

Задача расчета переноса излучения в системе тел с поверхностями сложной формы при наличии диатермичной среды возникает во многих областях науки и техники – космической отрасли, светотехнике, строительстве, энергетике, прикладной оптике, компьютерной графике и др. – например, для определения температур конструкции, освещённостей поверхностей, построения реалистичных изображений. В настоящее время при численном анализе для определения потоков излучения на поверхности элементов системы используется множество различных подходов. Среди них широкое распространение получил зональный метод, предложенный Г.Л. Поляком [1] и развитый в большом количестве работ (история развития метода и библиография могут быть найдены, например, в [2–5]). Суть метода состоит в том, что строится оптико-геометрическая модель (ОГМ), в которой поверхность системы разбивается на конечные площадки – зоны, теплофизические характеристики каждой из которых принимаются постоянными по всей её поверхности. Поверхности зон могут быть плоскими или криволинейными, многоугольниками или областями, ограниченными кривыми линиями. При этом в одной и той же расчётной модели могут присутствовать зоны, размеры которых значительно различаются, иногда на несколько порядков.

При решении практических задач из-за сложности геометрии и разнообразия конструктивного исполнения, отсутствия точного знания оптических свойств поверхностей наиболее часто применяется диффузное приближение характера излучения и отражения с использованием угловых коэффициентов (УК) излучения.

Методы и алгоритмы определения УК развивались, исходя из потребностей решения конкретных задач, причём зачастую одни и те же методы разрабатывались независимо в нескольких областях учёными из разных стран, и поэтому сложно определить кто, где и когда первым предложил тот или иной метод. Стоит отметить известную сегодня формулу контурного

интегрирования, встречающуюся ещё в работе [6, с.212] 1900 г., которая позже была получена в светотехнике российским учёным В.А. Фоком в 1924 г. [7]. Однако в теплотехнике эта формула используется только с 1963 г. после опубликования Э.М. Спэрроу статьи [8]. Другие примеры: метод единичной сферы носит имя Нуссельта по его работе 1928 г. [9], хотя описание этого метода встречается ранее в работах Ямаути еще в 1924 г. [10]; метод натянутых нитей в англоязычной литературе называют "Hottel's crossed-strings method" [11], хотя первенство явно принадлежит Поляку [1].

Иногда происходит перенос методов расчёта УК из одной области в другую без учёта особенностей тех допущений, которые являются приемлемыми в первой, но неприменимы во второй. Например, некоторые методы компьютерной графики позволяют с высокой реалистичностью строить изображения, но при использовании в задачах тепловых расчётов приводят к дисбалансу энергии на отдельных элементах или конструкции в целом.

Существует множество компьютерных программ (КП) расчета УК, но перед пользователями постоянно встают вопросы: какова суть методов и алгоритмов; какие параметры управляют выбором метода и точностью расчётов и как выбрать необходимые для данной задачи значения параметров; как построить адекватную ОГМ. Часто возникает необходимость создания новой КП. Перед разработчиком КП встают задачи: оценить необходимую точность расчёта; выбрать наиболее подходящие методы; составить наиболее эффективные для данной задачи алгоритмы; реализовать алгоритмы эффективным способом.

В литературе встречаются различные классификации методов расчёта УК [3, 12, 13]. В основе классификации в [12] лежат количество и способы распределения элементарных площадей на поверхностях зон. Данная классификация не охватывает ряд методов – нет методов контурного интегрирования, не понятно, куда относятся экспериментальные, графические и не требующие интегрирования методы. В [3] приведенная группировка методов не учитывает особенностей их численной реализации. В [13] фактически просто перечислены некоторые методы и проведено их сравнение по нескольким параметрам. Кроме того, данные классификации относятся только к определению средних УК, хотя на практике часто используются локальные и элементарные УК.

Цель статьи – построение классификации существующих методов расчёта всех видов диффузных УК, которая позволит создать обобщённый алгоритм расчёта УК, а также поможет пользователям и разработчикам КП сориентироваться в многообразии методов расчёта УК, выбрать из них наиболее подходящие для своей задачи, а также понять адекватность ОГМ. В

основу классификации автором положен критерий по источнику погрешностей, возникающих при расчётах диффузного УК.

2. Понятие углового коэффициента излучения

Согласно [5] *угловой коэффициент излучения** между поверхностями A_I и A_J – доля потока собственного (исходящего) излучения поверхности A_I , непосредственно попавшего на поверхность A_J . Различают следующие виды УК: *элементарный УК* df_{i-j} между элементарными площадками a_i и a_j ; *локальный или местный УК* f_{i-j} между элементарной площадкой a_i и поверхностью конечного размера A_J ; *средний УК* F_{I-J} между поверхностями конечного размера A_I и A_J .

В зональной модели при диффузном характере излучения и наличии диатермичной среды УК является чисто геометрической характеристикой и называется диффузным угловым коэффициентом. Далее будем рассматривать только диффузные УК и слово «диффузные» будем опускать.

С понятием УК тесно связано понятие площади взаимооблучённости, также называемое взаимной поверхностью обмена или однородным единичным потоком. Все методы и алгоритмы, используемые при расчётах УК, могут быть применены и для расчёта площадей взаимооблучённости.

3. Основные исходные формулы

Рассмотрим две зоны, представляющие из себя поверхности A_I и A_J , ограниченные контурами C_I и C_J (рис.1), с выбранными на них элементарными поверхностями (площадями) $a_i \equiv dA_I$ и $a_j \equiv dA_J$ с нормальными \mathbf{n}_i и \mathbf{n}_j .

Элементарные УК df_{i-j} определяются либо по элементарной площади, либо по элементарному телесному углу [2]

$$df_{i-j} = \frac{\cos\theta_i \cos\theta_j}{\pi r_{i-j}^2} a_j = \frac{\cos\theta_i}{\pi} \omega_j. \quad (1)$$

Выражения в (1) справедливы лишь при отсутствии препятствий между элементарными поверхностями. В реальных системах из-за возможного экранирования лучистых потоков другими поверхностями системы необхо-

* В англоязычной литературе встречаются термины *view factor, interchange factor, exchange factor, angle factor, configuration factor, geometric configuration factor, distribution factor* и др.; в русскоязычной – *форм-фактор, коэффициент вида, коэффициент облучённости, угловое отношение, коэффициент освещённости* и др. При этом разными авторами в один и тот же термин может вкладываться разный смысл.

можно вводить в формулу коэффициент видимости δ_{i-j} , который равен 0, если экранирование есть, и 1, если экранирования нет.

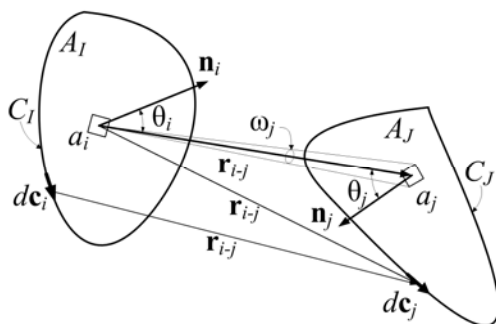


Рис.1. К определению угловых коэффициентов.

В табл.1. приведены исходные формулы [2, 3, 14] для расчёта разных видов УК. Приведенные формулы лежат в основе существующих методов определения УК и будут использованы при классификации.

Таблица 1. Формулы для определения УК.

Вид УК	Способ интегрирования	Формула	
Средний (F_{I-J})	Интегрирование по площадям	$(\pi A_I)^{-1} \int_{A_I} \int_{A_J} r_{i-j}^{-2} \cos \theta_i \cos \theta_j \delta_{i-j} a_j a_i$ (2)	
	Интегрирование по площадям и углам	$(\pi A_I)^{-1} \int_{A_I} \int_{\Omega_J} \cos \theta_i \delta_{i-j} \omega_j a_i$ (3)	
	Интегрированием по площади и контуру	$(2\pi A_I)^{-1} \int_{A_I} \oint_{C_J} r_{i-j}^{-2} (\mathbf{r}_{i-j} \times \mathbf{n}_i) \cdot d\mathbf{c}_j a_i$ (4)	
	Контурное интегрирование		$(2\pi A_I)^{-1} \oint_{C_I} \oint_{C_J} \ln r_{i-j} d\mathbf{c}_j \cdot d\mathbf{c}_i$ (5)
			$-(2\pi A_I)^{-1} \oint_{C_I} \oint_{C_J} d\mathbf{c}_i \cdot \hat{\mathbf{r}} \otimes \hat{\mathbf{r}} \cdot d\mathbf{c}_j$ (6) и другие формулы из [14]
	Через локальные УК	$A_I^{-1} \int_{A_I} f_{i-j} a_i$ (7)	
	Через элементарные УК	$A_I^{-1} \int_{A_I} \int_{A_J} df_{i-j} a_i$ (8)	
Локаль- ный (f_{i-j})	Интегрирование по площадям	$\pi^{-1} \int_{A_J} r_{i-j}^{-2} \cos \theta_i \cos \theta_j \delta_{i-j} a_j$ (9)	
	Интегрирование по углам	$\pi^{-1} \int_{\Omega_J} \cos \theta_i \delta_{i-j} \omega_j$ (10)	
	Контурное интегрирование		$(2\pi)^{-1} \oint_{C_J} r_{i-j}^{-2} (\mathbf{r}_{i-j} \times \mathbf{n}_i) \cdot d\mathbf{c}_j$ (11)
			формулы из [14]
Через элементарные УК		$\int_{A_J} df_{i-j}$ (12)	
Элементарный (df_{i-j})	С элементарной площадью	$\pi^{-1} r_{i-j}^{-2} \delta_{i-j} \cos \theta_i \cos \theta_j a_j$ (13)	
	С элементарным углом	$\pi^{-1} \delta_{i-j} \cos \theta_i \omega_j$ (14)	

4. Выделение классов методов по источникам погрешностей

На практике для получения численного значения УК используются методы, которые различаются точностью вычисляемых значений. В зависимости от возможных источников погрешностей расчётов автором предлагается выделить четыре класса методов: точные, специальные, численного интегрирования, комбинированные. Характеристики выделенных классов методов расчёта УК представлены в табл.2.

Таблица 2. Классы методов определения УК.

Класс методов	Способ получения численного значения УК	Вид погрешности	Возможный источник погрешности	Ограничения по точности
Точные	Расчёт по имеющимся аналитическим формулам	округления	Особенности численной реализации аналитического выражения: алгоритм вычисления, разрядность исходных и промежуточных данных, точность используемых библиотечных функций	Можно получить практически с любой заданной точностью
Специальные	Измерение	систематическая; случайная	Точность инструментов и методика измерений	Не может превышать точности исходных данных
	Интерполяция	систематическая; случайная; метода; округления	Точность и разрядность хранимых исходных данных и погрешность метода интерполяции	
Численного интегрирования	Приближенные численные методы	метода; округления	Используемые численные алгоритмы, методы разбиения конечных объектов, наличие преград в геометрической модели поверхностей	На практике ограничена выбранными расчётными схемами, параметрами расчёта и имеющимися вычислительными мощностями
Комбинированные	Совместное применение методов из вышеприведенных классов	Определяется применяемыми методами	Суммарная погрешность составных частей метода	Зависит от применяемых методов

5. Распределение методов по классам

Проведём распределение существующих методов по выделенным классам.

5.1. Точные методы. К точным методам отнесём:

а) аналитические формулы для определения разных видов УК для частных случаев взаимного расположения и форм поверхностей зон (в интернете имеется каталог УК [15], являющийся электронным приложением к [2], где представлены аналитические формулы для нескольких сотен взаимных конфигураций поверхностей);

б) точные аналитические решения для определения средних УК для многоугольников [16, 17] (вычисления достаточно ресурсоёмки [18]);

в) аналитическое решение для определения локальных УК по формуле (11) для случая, когда зона A_J является многоугольником с прямолинейными границами (рис.2а), способом, описанным Ламбертом в фотометрии в 1760 г. [19] (другой вид этой формулы можно найти в [17, 20])

$$f_{i-J} = (2\pi)^{-1} \sum_{k=1}^{N_{gJ}} \mathbf{g}_k \cdot \mathbf{n}_i ; \quad (15)$$

г) методы, не требующие интегрирования, основанные на свойствах УК или особенностях геометрии поверхностей:

– алгебра УК для определения всех видов УК (поточная алгебра) [1, 3], основанная на таких свойствах УК, как замыкаемость (замкнутость), взаимность, распределительность (суперпозиция), совмещаемость, затеняемость, симметрия. Иногда еще добавляют свойства невогнутости, вогнутости и принцип Ямаути [21];

– метод натянутых нитей для определения средних УК [5] (рис.2б) (для двумерного случая)

$$F_{I-J} = (A_{be} + A_{cd} - A_{bd} - A_{ce}) / (2A_I) ; \quad (16)$$

– метод сокращения размерности для определения локальных УК [22] (рис.2в) (для двумерного случая)

$$f_{i-J} = (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2) / 2 ; \quad (17)$$

– метод описанной сферы для определения средних и локальных УК [23] (рис.2г) (в случае, когда вокруг поверхностей можно описать сферу так, что границы поверхностей лежат на сфере)

$$F_{I-J} = S_J S_I / S A_I , \quad (18)$$

$$f_{i-J} = S_J / S ; \quad (19)$$

д) методы определения локальных УК проецированием контура в случаях, когда УК с проекцией могут быть рассчитаны аналитически или с применением алгебры УК [24];

е) метод единичной сферы (графоаналитический метод) для определения локальных УК (осуществляется проецирование контура на единичную полусферу с последующим проецированием на базовую плоскость (рис.2д), что позволяет определить УК через площадь криволинейной фигуры на плоскости [25])

$$f_{i-J} = A_b / \pi; \quad (20)$$

ж) метод сканирования линии или угла [12] для определения элементарных УК.

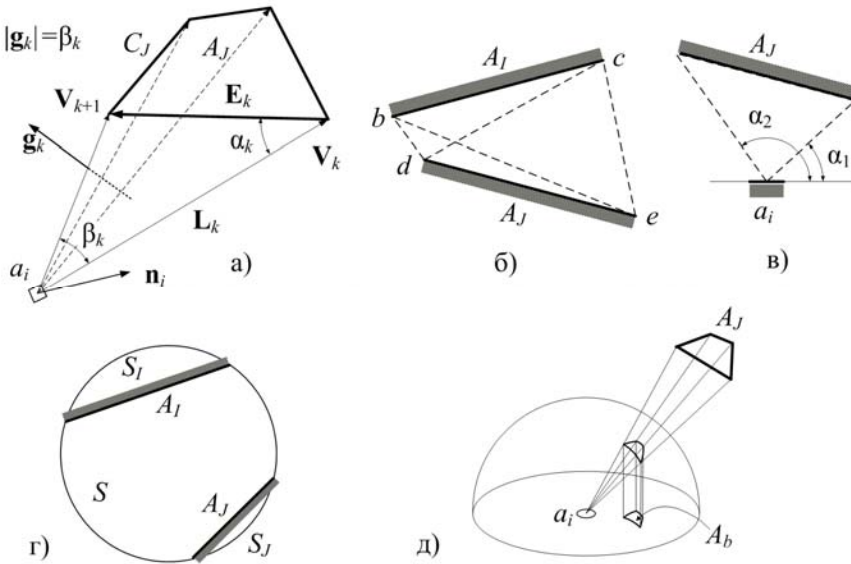


Рис.2. К определению угловых коэффициентов: а) локальных УК с многоугольником; б) методом натянутых нитей; в) методом сокращения размерности; г) методом описанной сферы; д) методом единичной сферы.

5.2. Специальные методы. К специальным методам отнесём:

а) экспериментальные методы с использованием зеркальной полусферы [26], параболического зеркала [27], сцинтиллятора [28], основывающиеся на формуле (20);

б) графические методы, в которых УК определяются по графикам или по графическим шаблонам;

в) способы определения УК по таблично заданным значениям, которые позволяют определить величину УК интерполяционными методами.

В каталоге УК [15] представлены таблицы и графики для большого количества взаимных конфигураций поверхностей.

5.3. Методы численного интегрирования. К методам численного интегрирования отнесём:

а) методы интегрирования по площадям, по телесному углу либо по контуру. Интегрирование может проводиться как непосредственно, так и через определение локальных или элементарных УК. Формулы для численного определения УК выводятся из формул (2)–(14) переходом от интегрирования к квадратурным (кубатурным) формулам [29] или к суммированию по элементарным объектам. Методы различаются способами выбора узловых точек и их весов на поверхностях зон или на контурах или узловых направлений и их весов по телесному углу. В отличие от формул (13), (14) при численном интегрировании может учитываться частичное затенение, и коэффициент видимости может принимать дробное значение в диапазоне от нуля до единицы. При известных границах элементарных площадок возможен расчёт элементарных и локальных УК любыми методами, разработанными для расчёта средних и локальных УК;

б) проекционные методы [12], в которых специальным образом выбираются поверхности и по их элементарным объектам определяется, какие зоны на них спроецированы. Тем самым последовательно находятся элементарные, локальные и средние УК. В качестве поверхностей, на которые проецируются зоны, могут выступать полусфера, плоскость, грани полукуба, тетраэдра, пирамиды и др. Зачастую эти методы реализуются при помощи компьютерной графики.

5.4. Комбинированные методы. К комбинированным методам отнесём методы, сочетающие в себе методы из разных вышеуказанных классов. Например, в формулах (7) или (8) интегралы по площади рассчитываются методами численного интегрирования, а подынтегральные выражения определяются точными решениями. Для случая, когда вторая зона является многоугольником с прямолинейными границами, значение формулы (5) может быть вычислено комбинированным методом, так как для второго интеграла можно получить аналитическое выражение [20].

6. Классификация методов расчёта УК

В результате проведенных исследований автором получена следующая классификация методов расчёта УК разных видов, представленная в табл.3.

7. Выводы

Разнообразие методов расчета разных видов УК объясняется разными требованиями к точности расчетов, особенностями геометрических моделей (масштабы, количество площадок) и прочими факторами. Однако даже в рамках одной геометрической модели возможны ситуации, когда для различных пар площадок предпочтительно использовать разные методы.

Таблица 3. Классификация методов расчёта УК.

Класс методов	Вид УК	Методы	Формулы для численного определения УК
Точные	Средний (F_{I-J})	Аналитические решения: – точное решение для многоугольников;	Формулы из [16]
		– формулы для определенных конфигураций	Аналитические формулы
		Методы, не требующие интегрирования: – алгебра УК;	
		– метод натянутых нитей;	Формула (16)
		– метод описанной сферы	Формула (18)
	Локальный (f_{i-j})	Аналитические решения: – точное решение для многоугольников;	Формула (15)
		– формулы для определенных конфигураций	Аналитические формулы
		Проецирование контура	
		Метод единичной сферы	Формула (20)
		Методы, не требующие интегрирования: – алгебра УК;	
		– метод описанной сферы;	Формула (19)
		– метод сокращения размерности	Формула (17)
	Элементарный (Δf_{i-j})	Аналитические формулы для определенных конфигураций	Аналитические формулы
		Метод сканирования линии	
		Точные методы определения f_{i-j} или F_{I-J}	Любые методы определения f_{i-j} или F_{I-J}
Специальные	Все виды (F_{I-J} , f_{i-j} , Δf_{i-j})	Экспериментальные методы	
		Графические методы	
		Таблично заданные значения	
Численного интегрирования	Средний (F_{I-J})	Интегрирование по двум площадям	$(\pi A_I)^{-1} \sum_i \sum_j \cos \theta_i \cos \theta_j r_{i-j}^{-2} \delta_{i-j} a_j a_i$
			$(\pi A_I)^{-1} \delta_{I-J} \sum_i \sum_j \cos \theta_i \cos \theta_j r_{i-j}^{-2} a_j a_i$
	Интегрирование по площади и углам		$(\pi A_I)^{-1} \sum_i \sum_j \cos \theta_i \delta_{i-j} \omega_j a_i$
			$(\pi A_I)^{-1} \delta_{I-J} \sum_i \sum_j \cos \theta_i \omega_j a_i$
	Интегрирование по двум контурам		$(2\pi A_I)^{-1} \delta_{I-J} \sum_i \sum_j \ln r_{i-j} \Delta \mathbf{c}_i \cdot \Delta \mathbf{c}_j$
			$-(2\pi A_I)^{-1} \delta_{I-J} \sum_i \sum_j \Delta \mathbf{c}_i \cdot \hat{\mathbf{r}} \otimes \hat{\mathbf{r}} \cdot \Delta \mathbf{c}_j$
		формулы из [14]	

Класс методов	Вид УК	Методы	Формулы для численного определения УК	
	Локальный (f_{i-j})	Интегрирование по площади	$\pi^{-1} \sum_j \delta_{i-j} \cos \theta_i \cos \theta_j r_{i-j}^{-2} a_j$	
		Интегрирование по углу	$\pi^{-1} \sum_j \delta_{i-j} \cos \theta_i \omega_j$	
		Интегрирование по контуру	$(2\pi)^{-1} \sum_j r_{i-j}^{-2} (\mathbf{r}_{i-j} \times \mathbf{n}_i) \cdot \Delta \mathbf{c}_j$	
			формулы из [14]	
	Элементарный (Δf_{i-j})	Приближенные численные методы определения f_{i-j} или F_{I-J}	С элементарной площадью	$\pi^{-1} r_{i-j}^{-2} \delta_{i-j} \cos \theta_i \cos \theta_j a_j$
			С элементарным углом	$\pi^{-1} \delta_{i-j} \cos \theta_i \omega_j$
			Контурное интегрирование	формулы из [14]
			Методы компьютерной графики Проекционные методы (полусферы, полукуба, тетраэдра, пирамиды, одной плоскости)	$\sum_k \Delta f_{i-k}$
Комбинированные	Средний (F_{I-J})	Комбинации методов из разных групп		
		Аналитические решения только для одного из контурных интегралов в (5)		
		Через локальные УК	$A_I^{-1} \sum_j f_{i-j} a_i$	
		Через элементарные УК	$A_I^{-1} \sum_i \sum_j \Delta f_{i-j} a_i$	
	Локальный (f_{i-j})	Через элементарные УК	$\sum_j \Delta f_{i-j}$	

Автором выполнена классификация методов по источнику погрешностей численного определения УК. Выделены четыре класса методов: точные, специальные, численного интегрирования, комбинированные. Проведено распределение существующих методов расчёта средних, локальных и элементарных УК по предложенным классам. Приведены исходные формулы и формулы для численного определения УК.

Полученная автором классификация может быть использована:

– пользователями компьютерных программ, в которых перенос излучения рассчитывается в зональной модели в диффузном приближении, для выбора метода и значений управляющих параметров, наиболее подходящих для решаемой задачи, исходя из понимания особенностей расчета УК предлагаемыми в программе методами;

– разработчиками компьютерных программ для составления эффективных алгоритмов, исходя из соотношения точности и ресурсоемкости вычислений;

– при построении обобщённого алгоритма и разработке программного комплекса расчёта диффузных УК для решения широкого класса задач.

Обозначения

A_I – I -я площадка, поверхность, зона; площадь зоны; в 2-мерном случае – длина контура зоны;

A_b – площадь двойной проекции зоны A_I через единичную сферу на основание полусферы;

$A_{be}, A_{cd}, A_{bd}, A_{ce}$ – длины нитей (в методе натянутых нитей);

$a_i, dA_I, \Delta A_I$ – элементарная площадь на площадке или зоне A_I ;

C_I – контур поверхности A_I ;

$dc_i, \Delta c_i$ – элементарный направленный отрезок на контуре C_I ;

$df_{i-j}, \Delta f_{i-j}$ – элементарный УК;

F_{I-J} – средний УК;

f_{i-j} – локальный или местный УК;

\mathbf{g}_k – нормаль к треугольнику, образованному центром элементарной площади a_i и k -й стороной многоугольника A_J , направленная внутрь пирамиды с основанием A_J и вершиной в центре a_i ; длина \mathbf{g}_k равна углу, под которым видна эта сторона;

N_{gJ} – количество сторон многоугольника A_J ;

\mathbf{n}_i – единичная нормаль к a_i ;

\mathbf{r}_{i-j} – вектор от центра a_i к центру a_j либо от центра a_i к dc_j , либо от dc_i к dc_j (в зависимости от используемого метода);

$\hat{\mathbf{r}}$ – единичный вектор в направлении от dc_i к dc_j ;

S – площадь сферы, описанной около зон A_I и A_J ;

S_I, S_J – площадь сегмента, на который опираются зоны A_I и A_J ;

α_1, α_2 – углы обзора площадки A_J (в методе сокращения размерности);

δ_{i-j} – коэффициент видимости;

θ_i – угол между нормалью \mathbf{n}_i и отрезком r_{i-j} ;

Ω_J – телесный угол, охватывающий зону A_J ;

$\omega_j, d\Omega_J$ – элементарный телесный угол, охватывающий a_j ;

Индексы:

I, J – индексы поверхностей, площадок, зон;

i, j, k – индексы элементарных площадей, отрезков, телесных углов;

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Г.Л. Поляк.* Алгебра однородных потоков // Известия энергетического института им. Г.М. Кржижановского АН СССР, 1935, т.3, вып.1-2, с.53-75;
G.L. Pollak. L'algèbre des flux homogènes // Transactions of the Institute of Energetics Academy of Science of USSR. v.III. Fascicule 1-2, p.53-75.
2. *J.R. Howell, M.P. Mengüç, R. Siegel.* Thermal radiation heat transfer – 6th ed. – CRC press; Taylor & Francis Group, 2016, 970, 34 p. – ISBN 978-1-4987-5774-4.
3. *M.F. Modest.* Radiative Heat Transfer – 3rd ed. – New York; San Francisco; London: Elsevier Science, 2013, 882, 22 p. – ISBN: 978-0-12-386944-9.
4. *В.Н. Адрианов.* Основы радиационного и сложного теплообмена. – М.: Энергия, 1972, 464с;
V.N. Adrianov. Osnovy radiatsionnogo i slozhnogo teploobmena. – М.: Energiia, 1972, 464s.
5. *А.Г. Блох, Ю.А. Журавлев, Л.Н. Рыжков.* Теплообмен излучением. – М.: Энергоатомиздат, 1991, 432 с;
A.G. Blokh, Yu.A. Zhuravlev, L.N. Ryzhkov. Teploobmen izlucheniem. – М.: Energoatomizdat, 1991, 432 s.
6. *R.A. Herman.* A Treatise on Geometrical Optics. – London: C.J.Clay and Sons, Cambridge University Press Warehouse, 1900, 344, 10 p.
7. *В.А. Фок.* Освещенность от поверхностей произвольной формы // В книге: Фок В. А. Избранные труды. – СПб.: Изд-во С.-Петерб. университета, 2003, с.389-405;
V.A. Fok. Osveshchennost ot poverkhnostej proizvolnoj formy // V knige: Fok V.A. Izbrannye trudy. – SPb.: Izd-vo S.-Peterburgskogo universiteta, 2003, s.389-405.
8. *E.M. Sparrow.* A new and simpler formulation for radiative angle factors // ASME Journal of Heat Transfer, 1963, v.85, Iss. 2, p.81-88.
9. *W. Nusselt.* Graphische bestimmung des winkelverhältnisses bei der wärmestrahlung // Zeitschrift des Vereins Deutscher Ingenieure (VDI Z.), 1928, v.72, p.673.
10. *Z. Yamanouti.* On Geometrical Calculation of Illumination for Surface Sources // Journal of the Illuminating Engineering Institute of Japan, 1924, v.8, Iss.4, p.293-301, DOI:10.2150/jiej1917.8.293.
11. *H.C. Hottel.* Radiant heat transmission, Chapter 4 // in W. H. McAdams (ed.), Heat Transmission. – 3rd ed., McGraw-Hill, New York, 1954.
12. *A.F. Emery, O. Johansson, M. Lobo, A. Abrous.* A comparative study of methods for computing the diffuse radiation view factors for complex structures // ASME Journal of Heat Transfer, 1991, v.113, Iss.2, p.413-422.
13. *M.K. Gupta, K.B. Bumtariya, H.A. Shukla., P. Patel, Z. Khan.* Methods for Evaluation of Radiation View Factor: A Review // Materials Today: Proceedings, v.4, Iss.2, Part A, 2017, p.1236-1243, DOI:10.1016/j.matpr.2017.01.143.
14. *D.L. DiLaura, S. Santoro.* Nondiffuse Radiative Transfer 4: General Procedure for Planar Area Sources and Area Receivers // Journal of the Illuminating Engineering Society, 1997, v.26:1, p.188-200, DOI: 10.1080/00994480.1997.10748179.
15. *John R. Howell.* A Catalog of Radiation Heat Transfer Configuration Factors, University of Texas at Austin, 3rd ed., 2012. <http://www.thermalradiation.net/indexCat.html>.
16. *Peter Schröder, Pat Hanrahan.* On the form factor between two polygons // Proceedings of the 20th annual conference on Computer graphics and interactive techniques (SIGGRAPH

- '93). – ACM, New York, NY, USA, 1993, p. 163-164, DOI:10.1145/166117.166138.
17. *A. Narayanaswamy*. An analytic expression for radiation view factor between two arbitrarily oriented planar polygons // *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2015, v.91, p.841-847. DOI:10.1016/j.ijheatmasstransfer.2015.07.131.
 18. *G.N. Walton*. Calculation of Obstructed View Factors by Adaptive Integration, Washington: National Institute of Standards and Technology. – 2002, NISTIR 6925.
 19. *J.H. Lambert*. Photometria sive de mensura et gradibus luminis, colorum et umbrae. – 1760 / English translation by D.L. DiLaura. Photometry or On The Measure and Gradations of Light, Color, and Shade. Illuminating Engineering Society, 2001, 680p. ISBN-13: 978-0-87995-179-5.
 20. *G.P. Mitalas, D.G. Stephenson*. Fortran IV Program to Calculate Radiant Interchange Factors, Ottawa, Canada: NRC, 1966, DBR-25.
 21. *Z. Yamauti*. Geometrical Calculation of Illumination // *Researches of the Electrotechnical Laboratory (Ministry of Communications, Tokyo)*, 1924, No. 148.
 22. *S.C. Mishra, A. Shukla, V. Yadav*. View factor calculation in the 2-D geometries using the collapsed dimension method // *International Communications in Heat and Mass Transfer*, v.35, Iss.5, 2008, p.630-636. DOI: 10.1016/j.icheatmasstransfer.2008.01.00.
 23. *В.М. Залетаев, Ю.В. Капинос, О.В. Сургучев*. Расчет теплообмена космического аппарата. – М.: Машиностроение, 1979, 208 с;
V.M. Zaletaev, I.U.V. Kapinos, O.V. Surguchev. Raschet teploobmena kosmicheskogo apparata. – М.: Mashinostroenie, 1979, 208 s.
 24. *G.N. Walton*. Algorithms for Calculating Radiation Viewfactors Between Plane Convex Polygons With Obstructions. 1986, NBSIR 86-3463.
 25. *A. Mavroulakis, A. Trombe*. A new semianalytical algorithm for calculating diffuse plane view factors // *ASME Journal of Heat Transfer*, 1998, v. 120, No. 1, p. 279–282.
 26. *J.W. Baughn, G.A. Monroe*. Optical measurements of the radiation configuration factor // *AIAA 3rd Thermophysics Conference*. Los Angeles, California. June 24-25, 1968, AIAA Paper No 68-769, 7 p.
 27. *H. Rathjen*. A personal look back on Thermal Software evolution within the past 36 years // *28th European Space Thermal Analysis Workshop*, 2014, p.127-139.
 28. *R. Farrell*. Determination of configuration factors of irregular shape // *ASME Journal of Heat Transfer*, 1976. v. 98, Iss. 2, p. 311–313.
 29. *Н.Н. Калиткин, Е.А. Альшина*. Численные методы: в 2 кн. Кн.1. Численный анализ. – М.: Издательский центр «Академия», 2013, 304 с;
N.N. Kalitkin, E.A. Alshina. Chislennyye metody: v.2 kn. Kn.1. Chislennyj analiz. – М.: Izdatelskij tsentr “Akademiia”, 2013, 304 s.

Поступила в редакцию 01.10.2018

После доработки 24.04.2019

Принята к публикации 01.07.2019