

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВУХФАЗНЫХ ТЕЧЕНИЙ В ТРЕЩИНОВАТОЙ СРЕДЕ С КАВЕРНАМИ

© 2019 г. *А.В. Блонский, Е.Б. Савенков*

Инжиниринговый центр МФТИ
Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН
e.savenkov@gmail.com, blonsky.av@cet-mipt.ru

DOI: 10.1134/S0234087919020060

Работа посвящена математическому моделированию течений в дискретных системах трещин с учетом течений вдоль каверн, отнесенных к пересечениям трещин. Рассматривается физико-математическая модель двухфазного течения, которая учитывает переток между трещинами и кавернами, капиллярные и гравитационные силы. Капиллярные силы описаны моделью Юнга-Лапласа, которая учитывает угол смачиваемости породы, поверхностное натяжение, раскрытие трещин и диаметры сечения каверн. Описаны вычислительные алгоритмы решения задачи. Методами численного моделирования проведено исследование влияния течения в кавернах на процесс вытеснения нефти водой в трещиновато-кавернозной среде при различных типах смачиваемости породы. Показано, что наличие каверн на пересечениях трещин может в определенных условиях оказать существенное влияние на характеристики течения.

Ключевые слова: течение в системах трещин, многофазные течения, капиллярные силы.

TWO-PHASE FLOW MODELLING WITHIN FRACTURED VUGGY RESERVOIR

A.V. Blonsky, E.B. Savenkov

MIPT Center for Engineering and Technology
Keldysh Institute of Applied Mathematics of RAS
e.savenkov@gmail.com, blonsky.av@cet-mipt.ru

The paper considers simulation techniques for flow simulation within discrete fracture network systems accounting for fluid flow along vuggs associated with fractures intersections. A mathematical model is described for two-phase flow within fractured vuggy reservoir accounting for flow exchange between fractures and vugs, capillary and gravitational forces. Capillary forces are described by Young-Laplace model, which takes into account rock wettability, surface tension, fracture aperture and vug cross section diameter. The appropriate numerical simulation techniques are presented. The influence of flow within vugs on water-oil displacement process in fractured vuggy

reservoir with various wettability conditions is explored by numerical simulation. It is shown that the presence of vugs at the intersections of fractures in certain conditions may provide a significant influence on displacement indicators.

Key words and phrases: fractured vuggy reservoir, multiphase flow, capillary forces.

1. Введение

В настоящей работе рассматривается задача математического моделирования двухфазных течений в трехмерной системе пересекающихся трещин, расположенных в непроницаемой среде – матрице [1]. Для описания процессов в таких средах используется целый ряд математических моделей, обзор которых приведен, например, в [2].

В настоящей работе рассматривается модель дискретной системы трещин (Discrete Fracture Network, DFN) [3], которая предполагает непосредственное задание геометрических характеристик и относительного расположения всех трещин в изучаемой системе. Геометрическая модель трещиноватой среды в рамках указанного подхода представляет собой систему ограниченных многоугольников либо слабо искривленных поверхностей с краем. Течение в трещинах описывается в рамках двумерной модели смазочного слоя. На линиях пересечения трещин (точнее, соответствующих поверхностей), которые в дальнейшем будут называться кавернами, задаются условия согласования, выражающие непрерывность потоков массы в точках пересечений трещин.

Модели этого класса наиболее полно описывают как геометрические характеристики рассматриваемой среды, так и основные физические эффекты, сопровождающие течение. С точки зрения описания процессов течения в такой системе обычно рассматривается течение только в трещинах [4], либо совместное течение в трещинах и вмещающей их среде [5]. Одновременно считается, что (одномерным) течением вдоль каверн можно пренебречь.

В настоящей работе рассмотрена математическая модель течения двухфазной жидкости в системе трещин с учетом перетоков вдоль каверн, переменного раскрытия трещин, переменного диаметра сечения каверн, капиллярных и гравитационных сил. Существенная часть работы посвящена результатам моделирования двухфазных течений в рамках рассмотренной модели, которые показывают, что учет течения вдоль каверн может существенно качественно и количественно влиять на характеристики течения. По этой причине математическая модель и соответствующие алгоритмы описана кратко. Более подробно они представлены в [2,3].

2. Математическая модель

В качестве геометрической модели среды будет рассматриваться локально двумерная связная область F , которая представляет собой объединение некоторого числа (пересекающихся) поверхностей: $F = \bigcup_{n=1}^{N_f} F_n$, где N_f – число трещин, F_n – двумерное многообразие (поверхность) с краем, которое соответствует срединной поверхности трещины.

Предполагается, что трещины плоские либо слабо искривлены, так что средний радиус кривизны трещины существенно больше ее характерного линейного размера. Раскрытие трещины является функцией точки срединной поверхности трещины, $w = w_0(\mathbf{x})$, $\mathbf{x} \in F$, при этом любые две трещины F_i и F_j либо не имеют общих точек, либо пересекаются по отрезку $\gamma_{ij} = F_i \cap F_j$ конечной длины, причем два отрезка пересечения имеют не более одной общей точки. Отрезок γ_{ij} будем называть «каверной» или «каналом». Будем считать, что сечение канала переменное, является функцией точки канала $s \in \gamma_{ij}$ и имеет форму круга с диаметром $d = d(s)$. Обозначим $R = \{\gamma_{ij} : \gamma_{ij} = F_i \cap F_j \neq \emptyset\}$ – множество всех отрезков пересечений.

Пусть $\gamma = \gamma(s)$ – каверна длины $L_\gamma = |\gamma|$; s – координата вдоль линии, проходящей в центре каверны, $s \in [0, L_\gamma]$; $\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\tau}(s)$ – касательный к линии $\gamma = \gamma(s)$ вектор единичной длины. Будем считать, что течение в каверне существенно одномерное с числом Рейнольдса $Re \ll 1$. Содержащаяся в трещинах и кавернах многофазная смесь состоит из двух несмешивающихся жидких компонентов, каждый из которых отождествляется с соответствующей фазой $\alpha = W, O$ (« W » – жидкая водная фаза, « O » – жидкая углеводородная фаза). Компоненты являются сжимаемыми, их плотность является функцией давления: $\rho_\alpha = \rho_\alpha(p_\alpha)$, $\alpha = W, O$, p_α – давления фаз.

Дифференциальные уравнения законов сохранения массы в трещинах и кавернах в рассматриваемых допущениях имеют вид:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_\alpha w S_\alpha) + \operatorname{div} \mathbf{Q}_{f,\alpha} = 0, \quad \mathbf{x} \in F, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho_\alpha A S_\alpha}{\partial t} + \frac{\partial Q_{v,\alpha}}{\partial s} = q_\alpha, \quad \mathbf{x} \in \gamma \in R, \quad (2)$$

где q_α – член, отвечающий за массообмен между трещинами и кавернами

(будет описан ниже); S_α – насыщенности фаз, $S_W + S_O = 1$;

$$\mathbf{Q}_{f,\alpha} = -\rho_\alpha w \frac{k_f k_{r,\alpha}^{(f)}}{\mu_\alpha} (\nabla p_{f,\alpha} + \rho_\alpha \mathbf{g}_n), \quad (3)$$

$$\mathbf{Q}_{v,\alpha} = -\rho_\alpha A \frac{k_v k_{r,\alpha}^{(v)}}{\mu} \left(\frac{\partial p_{v,\alpha}}{\partial s} + \rho_\alpha \mathbf{g}_\tau \right) \quad (4)$$

– плотности потока массы компонента в трещине и каверне соответственно; $k_{r,\alpha}^{(\beta)} = k_{r,\alpha}^{(\beta)}(S_w)$, $\beta = f, v$ – относительные фазовые проницаемости; $p_{f,\alpha}, p_{v,\alpha}$ – давления фаз в трещине и каверне; $\mu_\alpha = \mu_\alpha(p_\alpha)$ – вязкость фазы; $A = A(s)$ – площадь сечения канала в точке s ; $\mathbf{g}_n = \Pi_n \mathbf{g}$ – проекция вектора ускорения свободного падения на плоскость трещины, $\Pi_n = I - \mathbf{n} \otimes \mathbf{n}$ – соответствующий проектор; I – единичная матрица; \mathbf{n} – единичный вектор нормали к трещине; $\mathbf{g}_\tau = \mathbf{g} \cdot \boldsymbol{\tau}$ – проекция вектора ускорения свободного падения на вектор $\boldsymbol{\tau}$; $k_f(\mathbf{x}) = w^2(\mathbf{x})/12$, $\mathbf{x} \in F$ и $k_v(\mathbf{x}) = d^2(\mathbf{x})/32$; $\mathbf{x} \in \gamma \in R$ – абсолютные проницаемости трещин и каверн.

Давления фаз не равны, их разность равна капиллярному давлению, которое определяется моделью, учитывающей раскрытие (диаметр) трещины (каверны) и эффекты смачиваемости:

$$p_{\beta,c}(\mathbf{x}) = (p_{f,O} - p_{f,W})(\mathbf{x}), \quad \beta = f, v,$$

$$p_{f,c}(\mathbf{x}) = 2\sigma \cos \theta(\mathbf{x})/w(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in F, \quad p_{v,c}(\mathbf{x}) = 4\sigma \cos \theta(\mathbf{x})/d(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in \gamma \in R,$$

где θ – контактный угол, σ – поверхностное натяжение.

Условия согласования течений на пересечениях трещин имеют вид непрерывности потоков массы компонент и давления фаз в точках отрезков γ_{ij} (см. рис.1):

$$q_\alpha = \mathbf{Q}_{f,\alpha,i}^{(+)} \cdot \mathbf{n}_{f,\alpha,i}^{(+)} + \mathbf{Q}_{f,\alpha,i}^{(-)} \cdot \mathbf{n}_{f,\alpha,i}^{(-)} + \mathbf{Q}_{f,\alpha,j}^{(+)} \cdot \mathbf{n}_{f,\alpha,j}^{(+)} + \\ + \mathbf{Q}_{f,\alpha,j}^{(-)} \cdot \mathbf{n}_{f,\alpha,j}^{(-)}, \quad \forall \mathbf{x} \in \gamma \in R, \quad \alpha = W, O,$$

$$p_{f,\alpha} = p_{v,\alpha}, \quad \forall \mathbf{x} \in \gamma \in R, \quad \alpha = W, O.$$

При этом будем считать, что капиллярное давление в точках отрезков γ_{ij} определяется капиллярным давлением в кавернах:

$$p_{f,c}(\mathbf{x}) = p_{v,c}(\mathbf{x}) = 4\sigma \cos \theta(\mathbf{x}) / d(\mathbf{x}).$$

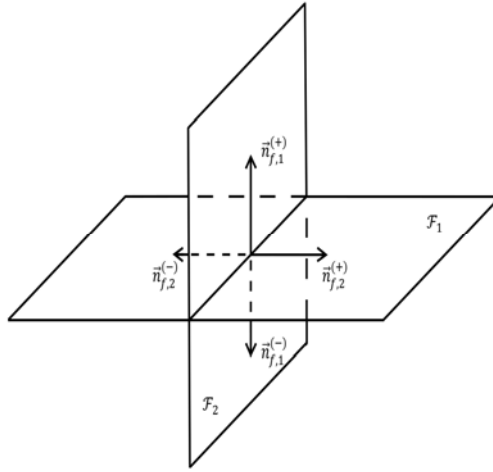


Рис.1. Нормали $\mathbf{n}_{f,1}^+, \mathbf{n}_{f,1}^-, \mathbf{n}_{f,2}^+, \mathbf{n}_{f,2}^-$ к отрезку пересечения трещин.

Для замыкания системы уравнений (1)-(4) необходимо задать зависимости относительных фазовых проницаемостей в трещинах и кавернах. Далее будем предполагать, что они задаются линейными зависимостями. Диаметр каверн является параметром модели и может быть определен явно либо как заданная функция раскрытия трещин.

3. Вычислительный алгоритм расчета двухфазного течения

Для построения численной схемы в расчетной области F вводится треугольная сетка \mathcal{T}^h , согласованная на пересечениях трещин. Пусть w_k – треугольник сетки (конечный элемент) с номером k , N_w – количество треугольников. Каждому треугольнику поставим в соответствие три его вершины: $w_k \leftrightarrow \{x_{i_1}, x_{i_2}, x_{i_3}\}$.

Аналогично [7] введем на ячейках сетки пространство непрерывных кусочно-линейных базисных функций $\varphi_i(x)$ следующим способом: в i -м узле сетки $\varphi_i(x)$ равна единице, в остальных узлах – нулю, в пределах конечных элементов $\varphi_i(x)$ является линейной функцией. Тогда любой достаточно гладкой функции $f(x)$, $x \in F$, может быть поставлена в соответствие непрерывная кусочно-линейная функция из пространства базисных функций [8].

Построим на сетке \mathcal{T}^h контрольные объёмы Ω_i таким образом, что их объединение составляет всю расчетную область. Для этого рассмотрим конечный элемент w_k с узлами $\{x_{i_1}, x_{i_2}, x_{i_3}\}$. Каждому узлу сопоставим часть конечного элемента, которая образована путем соединения барицентра

треугольника с центрами его сторон. Тогда конечный элемент может быть представлен в виде объединения его частей $w_k = w_k^{i1} \cup w_k^{i2} \cup w_k^{i3}$. Контрольный объём для узла сетки с номером i определим как объединение множества четырехугольников w_k^i , инцидентных заданному узлу сетки x_i , $\Omega_i = \bigcup_{w_k: x_i \in w_k} w_k^i$. На построенных контрольных объёмах определяется

пространство пробных функций, которые являются характеристическими функциями соответствующих объёмов. Каждой функции $f(x)$, $x \in F$, может быть поставлена в соответствие кусочно-постоянная функция из пространства пробных функций [9], которая имеет вид линейной комбинации с коэффициентами f_i , равными среднему значению функции $f(x)$ по объёму Ω_i .

Поскольку в данной работе математическая модель включает одномерное течение жидкости в кавернах, то для построения численной схемы необходимо ввести пробные функции, соответствующие узлам на отрезках пересечений трещин. Обозначим через Σ_i множество точек, лежащих одновременно внутри контрольного объёма Ω_i и на отрезках пересечения трещин

$$\Sigma_i = \left\{ x : x \in \bigcup_{\gamma_{ij}} (\gamma_{ij} \cap \Omega_i) \right\}.$$

Тогда на множествах Σ_i введем пробные функции $\psi_{\Sigma_i}(x)$, которые определены как характеристические функции множеств Σ_i .

Пусть N – множество узлов сетки. Разобьем его на два подмножества $N = N_F \cup N_\gamma$, $N_F \cap N_\gamma = \emptyset$, где N_F – узлы, лежащие во внутренней области трещин, N_γ – узлы, лежащие на пересечениях трещин.

Рассмотрим, как устроены контрольные объёмы, соответствующие узлам сетки, лежащим на пересечениях трещин. Рассмотрим узел $x \in N_\gamma$. Пусть Ω – соответствующий ему контрольный объём. Тогда Ω может быть представлен в следующем виде: $\Omega = \bigcup \Omega^{(k)}$, где $\Omega^{(k)} = \Omega \cap F_k$ – часть контрольного объёма, лежащая в трещине F_k . На рис.2 (слева) представлен пример контрольного объёма для двух пересекающихся трещин, где $\Gamma^{(1,1)}, \Gamma^{(1,2)}$ – части границ контрольных объёмов $\Omega^{(1,1)}, \Omega^{(1,2)}$, лежащие внутри трещины F_1 , γ – часть границ контрольных объёмов $\Omega^{(1,1)}, \Omega^{(1,2)}$, лежащая на линии пересечения трещин.

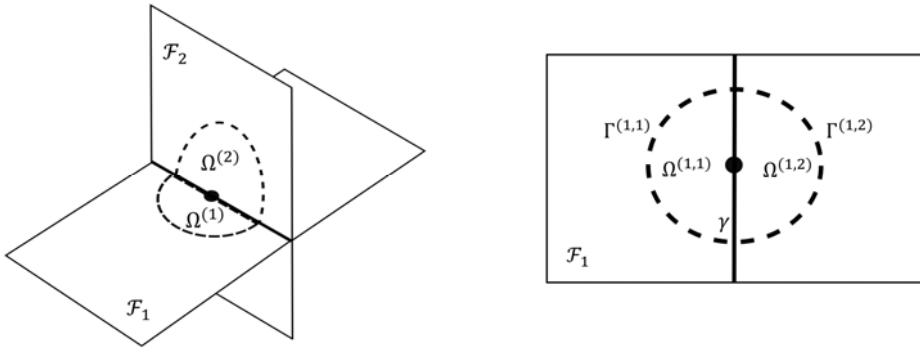


Рис.2. Контрольный объём для двух пересекающихся трещин (слева) и разбиение контрольного объёма отрезком пересечения трещин.

При этом стоит заметить, что контрольный объём в каждой трещине также разбивается на части, относительно отрезка пересечения (рис.2, справа), $\Omega^{(k)} = \cup \Omega^{(k,i)}$.

Далее будем считать, что поля давления и насыщенностей аппроксимируются с использованием построенных выше кусочно-линейных и кусочно-постоянных базисных функций соответственно. Пространственные аппроксимации задачи (1), (2) строятся методом Галеркина-Петрова с использованием кусочно-постоянных базисных функций в качестве пробных.

Система уравнений (1), (2) аппроксимируется по времени с помощью полностью неявной схемы. Первичными переменными являются давление нефти p_O и водонасыщенность S_W . Давление воды и нефтенасыщенность могут быть определены через соотношения для капиллярного давления и насыщенностей фаз. Тогда аппроксимации уравнений (1), (2) примут следующий вид:

$$\frac{\rho_\alpha(\hat{p}_{f,\alpha})w\hat{S}_\alpha - \rho_\alpha(p_{f,\alpha})wS_\alpha}{\Delta t} + \operatorname{div} \left[-\rho_\alpha(\hat{p}_{f,\alpha})w \frac{k_f k_{r,\alpha}^{(f)}(\hat{S}_W)}{\mu_\alpha(\hat{p}_{f,\alpha})} (\nabla \hat{p}_{f,\alpha} + \rho_\alpha(\hat{p}_{f,\alpha}) \mathbf{g}_n) \right] = 0, \quad (5)$$

$$\frac{\rho_\alpha(\hat{p}_{v,\alpha})A\hat{S}_\alpha - \rho_\alpha(p_{v,\alpha})AS_\alpha}{\Delta t} + \frac{\partial}{\partial s} \left[-\rho_\alpha(\hat{p}_{v,\alpha})A \frac{k_v k_{r,\alpha}^{(v)}}{\mu(\hat{p}_{v,\alpha})} \left(\frac{\partial \hat{p}_{v,\alpha}}{\partial s} + \rho_\alpha(\hat{p}_{v,\alpha}) \mathbf{g}_\tau \right) \right] = \hat{q}_{\alpha,f,v}, \quad (6)$$

где $\hat{p}_{v,\alpha}, \hat{p}_{f,\alpha}, \hat{S}_\alpha$ – неизвестные с «нового» временного слоя, $p_{v,\alpha}, p_{f,\alpha}, S_\alpha$

– известные значения давления и насыщенности с предыдущего временного слоя, Δt – шаг по времени.

Рассмотрим случай, когда $x \in N_F$, то есть узел сетки расположен внутри трещин. Тогда течение описывается моделью течения в трещинах и дискретизация уравнений проводится методом Петрова-Галеркина [10] аналогично тому, как это проделано в [11]:

$$\int_{\Omega_i} \frac{\rho_\alpha(\hat{p}_{f,\alpha,h})w\hat{S}_{\alpha,h} - \rho_\alpha(p_{f,\alpha})wS_{\alpha,h}}{\Delta t} d\sigma + \int_{\partial\Omega_i} (\mathbf{Q}_{f,\alpha}(\hat{p}_{f,\alpha,h}, \hat{S}_{\alpha,h}), \mathbf{n}) dl = 0, \quad i \in I_F, \quad (7)$$

где $I_F = \{i : \Omega_i \cap R = \emptyset\}$.

Рассмотрим теперь случай, когда $x \in N_\gamma$ (узел лежит на линиях пересечения трещин). Введем обозначение: $I_V = \{i : \Omega_i \cap R \neq \emptyset\}$ – номера всех контрольных объёмов, содержащих отрезки пересечений. Умножим уравнение (6) – на $\psi_{\Sigma_i}(x), i \in I_V$, и проинтегрируем результат по расчетной области F . В результате получим систему соотношений:

$$\int_{\Sigma_i} \frac{\rho_\alpha(\hat{p}_{v,\alpha,h})A\hat{S}_{\alpha,h} - \rho_\alpha(p_{v,\alpha})AS_{\alpha,h}}{\Delta t} dl + \int_{\Sigma_i} \frac{\partial}{\partial s} Q_{v,\alpha}(\hat{p}_{v,\alpha,h}, \hat{S}_{\alpha,h}) dl = \int_{\Sigma_i} \hat{q}_\alpha, \quad i \in I_V. \quad (8)$$

Рассмотрим второе слагаемое уравнения (7), описывающее потоки через границу контрольного объёма. Для простоты предположим, что в точке x_i , соответствующей контрольному объёму Ω_i , пересекаются только две трещины. Тогда выражение для потока примет вид

$$\int_{\Omega_i} \operatorname{div}(\bar{Q}_{f,\alpha}(\hat{p}_{f,\alpha,h}, \hat{S}_{\alpha,h})) d\sigma = \sum_{k=1}^2 \int_{\Omega_i^k} \operatorname{div}(\mathbf{Q}_{f,\alpha}(\hat{p}_{f,\alpha,h}, \hat{S}_{\alpha,h})) d\sigma = \sum_{k=1}^2 \left[\sum_{j=1}^2 \int_{\Gamma_i^{k,j}} (\mathbf{Q}_{f,\alpha}(\hat{p}_{f,\alpha,h}, \hat{S}_{\alpha,h}), \mathbf{n}) dl + \right.$$

$$+ \int_{\gamma} \left(\mathbf{Q}_{f,\alpha}(\hat{p}_{f,\alpha,h}, \hat{S}_{\alpha,h}, \mathbf{n}_k^{(+)}) + \left(\mathbf{Q}_{f,\alpha}(\hat{p}_{f,\alpha,h}, \hat{S}_{\alpha,h}, \mathbf{n}_k^{(-)}) \right) dl \right), \quad (9)$$

где Ω_i^k – часть контрольного объема Ω_i , лежащая внутри k -й трещины, $\Gamma_i^{k,j}$ – границы частей контрольного объема, лежащие внутри трещин, γ – отрезок пересечения, разделяющий контрольный объем Ω_i на части (рис.2).

Существенным в настоящей работе является наличие в (9) отличного от нуля последнего слагаемого (в [2, 11] оно предполагалось равным нулю), которое описывает переток жидкости между трещинами и кавернами и определяет источниковый член в уравнении (8):

$$\int_{\Sigma_i} \hat{q}_\alpha = \sum_{k=1}^2 \int_{\gamma} \left(\mathbf{Q}_{f,\alpha}(\hat{p}_{f,\alpha,h}, \hat{S}_{\alpha,h}, \mathbf{n}_k^{(+)}) + \left(\mathbf{Q}_{f,\alpha}(\hat{p}_{f,\alpha,h}, \hat{S}_{\alpha,h}, \mathbf{n}_k^{(-)}) \right) dl. \quad (10)$$

Преыдушие рассуждения легко обобщаются на случай произвольного количества пересечений трещин в точке x_i .

Соотношения (7)-(10) представляет собой систему нелинейных уравнений относительно неизвестных $\hat{p}_{O,i}, \hat{S}_{W,i}$, $i=\overline{1, N_h}$. Данная система может быть представлена в общем виде $A^f \mathbf{x} + A^v \mathbf{x} = 0$, где A^f, A^v – операторы, соответствующие интегральным соотношениям (7)-(9), $\mathbf{x} = [\hat{p}_{O,1}, \dots, \hat{p}_{O,N_h}, \hat{S}_{W,1}, \dots, \hat{S}_{W,N_h}]$ – вектор неизвестных.

Для решения полученной системы неинейных уравнений применяется метод Ньютона, на каждом шаге которого, в свою очередь – итерационный метод BiCGStab с предобуславливанием. Сходимость метода Ньютона оценивается исходя из величины нелинейной невязки с одновременным контролем значений поправок к давлению и насыщенности: $\max |\Delta p_o / p_o|$, $\max |\Delta S_w|$. Сходимость метода BiCGStab оценивается по невязке решения соответствующей линейной системы, см. [8].

Детали реализации численной схемы и общая схема алгоритма (расчет локальных матриц жесткости конечных элементов, сборка глобальной матрицы жесткости, матрицы Якоби и т.д.) представлены более подробно в [3, 11].

4. Результаты моделирования

В данном разделе приведены результаты моделирования течений в системах трещин. Используются следующие значения параметров чистых фаз: $\rho_W = 1000 \text{ кг/м}^3$, $\rho_O = 800 \text{ кг/м}^3$, $\mu_W = 0.6 \text{ мПа}\cdot\text{с}$, $\mu_O = 2.4 \text{ мПа}\cdot\text{с}$, $\sigma = 0.027 \text{ Па}\cdot\text{м}$.

Расчеты проводились на рабочей станции HP Z620 Workstation, оснащенной двумя процессорами Intel(R) Xeon(R) CPU E5-2630 с тактовой частотой 2.60 GHz и объемом оперативной памяти 128 ГБ.

Во всех представленных ниже расчетах метод Ньютона считался сошедшимся при достижении величины нелинейной невязки значения 10^{-10} и при относительном изменении решения на одном шаге итераций не более чем на 10^{-2} для давления и 10^{-3} для насыщенности. Критерий сходимости метода бисопряженных градиентов менялся в зависимости от номера итерации метода Ньютона. На первой итерации считалось, что метод сошелся, если величина невязки соответствующей системы линейных алгебраических уравнений не превышала значения 10^{-6} , на второй итерации 10^{-7} и так далее. После пятой итерации критерий сходимости фиксировался значением 10^{-11} .

Для построения расчетных сеток использовался разработанный авторами генератор сеток, который гарантировал отсутствие в сетках ячеек с большим аспектным отношением. В частности, построенные сетки удовлетворяют условию Делоне, по крайней мере, в пределах каждой отдельной трещины.

Основное внимание в ходе моделирования уделяется влиянию геометрических характеристик системы (раскрытия трещин и диаметр каверн) на качественные и количественные характеристики течения.

4.1. Влияние течения в каверне на переток между трещинами. Рассматриваются две пересекающиеся трещины, представленные на рис.3. Расчетная сетка для рассматриваемой системы трещин состоит из 3900 треугольников и 2061 расчетного узла. Диаметр каверны принимался равным 1 мм, раскрытие первой трещины 0.1 мм, раскрытие второй – 0.01 мм. Рассматриваются два значения контактного угла $\theta \in \{0^\circ, 180^\circ\}$, соответствующие гидрофильной и гидрофобной породе соответственно. В начальный момент времени трещины полностью заполнены нефтью. В качестве граничных условий заданы постоянное давление 5 бар и водонасыщенность $S_w=1$ на верхней границе области и постоянное давление 3 бара на нижней границе. Моделируется процесс вытеснения нефти водой на временном отрезке в 12.5 минут физического времени. Для расчетов был задан постоянный шаг по времени 3.75 секунды. Для решения системы нелинейных уравнений в среднем было необходимо 2.5 ньютоновских итераций, для решения системы линейных уравнений – 5 итераций. На каждый из расчетов было потрачено около 1 минуты машинного времени.

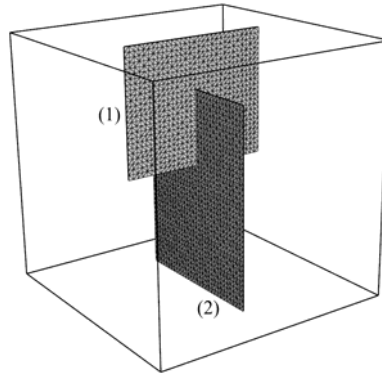


Рис.3. Сетка для двух пересекающихся трещин.

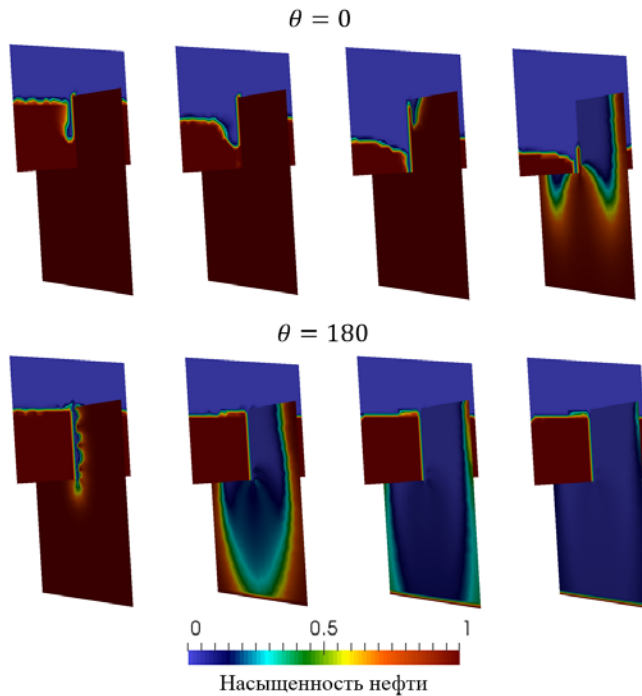


Рис.4. Динамика вытеснения нефти водой.

Из представленных на рис.4 результатов видно, что динамика течения существенно отличается для случаев гидрофильной и гидрофобной породы. В случае гидрофильной породы после того, как фронт воды достиг каверны в первой трещине, в каверну начала вытесняться нефть из области вокруг каверны. Затем после того, как нефть вокруг каверны оказалась полностью вытесненной, то есть первая трещина оказалась по большей части заполнена водой, в каверну начала проникать вода и перетекать во вторую трещину. В случае гидрофобной породы, как только фронт воды достиг каверны в первой трещине, вода начала проникать в каверну и перетекать во вторую

трещину. После того как вода прорвалась в каверну, вытеснение нефти из первой трещины в каверну прекратилось. Таким образом, в первой трещине осталась запертая нефть. В результате для случая гидрофильной породы КИН (коэффициент извлечения нефти: отношение объема нефти в системе после вытеснения к начальному) составил 98%, а для гидрофобной – всего 56%.

4.2. Влияние каверн на динамику течения в системе трещин. В данном тесте рассматривается случайным образом сгенерированная система из 20 трещин, находящаяся внутри расчетной области размером $10 \times 10 \times 10$ метров (рис.5). Для рассматриваемого случая сетка состоит из 10280 треугольников и 5290 расчетных узлов. Раскрытие трещин было задано с помощью равномерного распределения на интервале $[10, 100]$ мкм. Суммарный объем пустот в трещинах составил 27 литров. Диаметры каверн заданы равномерным распределением на трех различных интервалах: $d_1 = [30, 70]$ мкм, $d_2 = [450, 750]$ мкм, $d_3 = [2, 4]$ мкм в зависимости от варианта расчета. Исследуется влияние диаметра каверн на динамику течения для случаев гидрофильной ($\theta = 0^\circ$), нейтральной ($\theta = 90^\circ$) и гидрофобной ($\theta = 180^\circ$) породы. Суммарный объем каверн пренебрежимо мал по сравнению с объемом трещин для всех рассматриваемых случаев. Изначально трещины полностью заполнены нефтью. В качестве граничных условий заданы: постоянный поток 36 литров в час и постоянная водонасыщенность $S_{Wf} = 1$ на верхней границе расчетной области, постоянное давление 3 бара на нижней границе. С заданными параметрами было проведено моделирование процесса вытеснения нефти водой на временном отрезке 2 часа физического времени. Для расчетов был задан постоянный шаг по времени 70 секунд. В случае $\theta = 90^\circ$ для решения системы нелинейных уравнений было необходимо в среднем три ньютоновские итерации, а для решения системы линейных уравнений – около 7 итераций. Время расчета составило 64 секунды. В случаях $\theta = 0^\circ$ и $\theta = 180^\circ$ для решения системы нелинейных уравнений требовалось в среднем 4 ньютоновских итерации, для решения системы линейных уравнений – в среднем 8 итераций. На расчеты было затрачено 261 и 279 секунды машинного времени.

Рассмотрим случай, когда порода гидрофильна ($\theta = 0^\circ$). Динамика вытеснения нефти водой для данного случая представлена на рис.6. Из представленных результатов видно, что в случаях, когда диаметры каверн заданы на интервалах d_1 и d_2 , фронт вытеснения практически одинаковый. В случае когда диаметры каверн заданы в интервале d_3 , фронт вытеснения продвигается быстрее, но при этом в трещинах за фронтом остаётся значи-

тельное количество нефти. Так как вода легче проникает в пустоты малого размера, система каверн образует путь наименьшего сопротивления для течения воды.

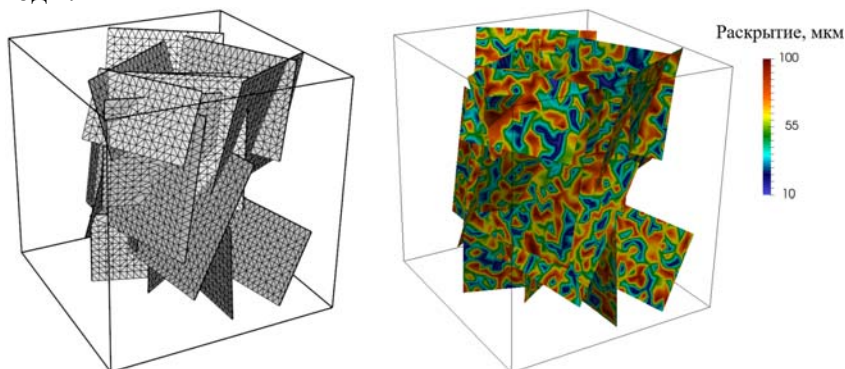


Рис.5. Сетка для системы трещин и поле раскрытия.

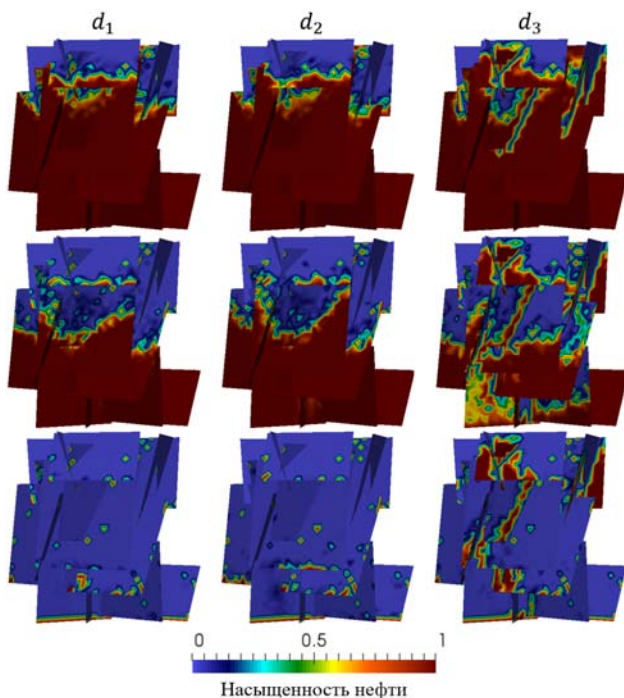


Рис.6. Динамика вытеснения нефти водой для случая гидрофильной породы.

В процессе моделирования были рассчитаны зависимости коэффициента извлечения нефти от времени (рис.7). Из полученных зависимостей видно, что для случая каверн с малым диаметром итоговый КИН ниже на 21%. Более низкий КИН обусловлен тем, что в трещинах, в пустотах большего размера, осталась невытесненная нефть.

В случае когда порода имеет нейтральную смачиваемость, динамика течения во всех случаях оказалась практически одинаковой. Из зависимос-

тей КИН от времени, представленных на рис.8, видно, что итоговый КИН получился одним и тем же во всех случаях, но при этом в случае $d = d_2$ достижение максимального КИН происходило дольше, чем в остальных случаях (зависимости КИН от времени для случаев $d = d_1$ и $d = d_3$ полностью совпадают). Данный результат обусловлен тем, что каверны образовали высокопроводящую сеть каналов. После вытеснения нефти из каверн часть воды протекала через каверны, не вытесняя нефть, то есть расходовалась менее эффективно по сравнению со случаями каверн меньших размеров.

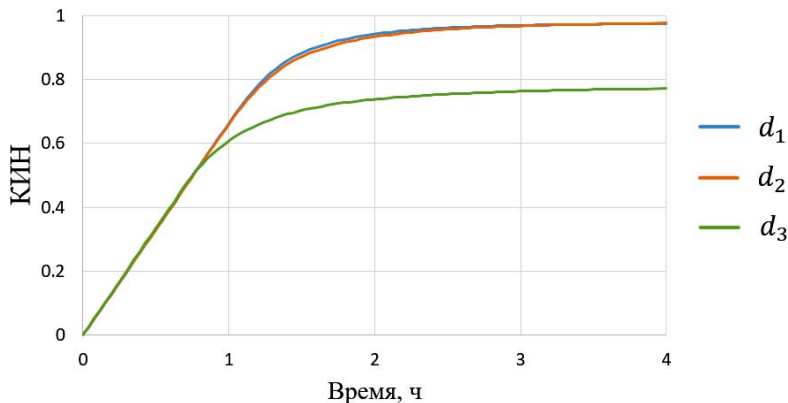


Рис.7. Зависимость КИН от времени для случая гидрофильной породы.

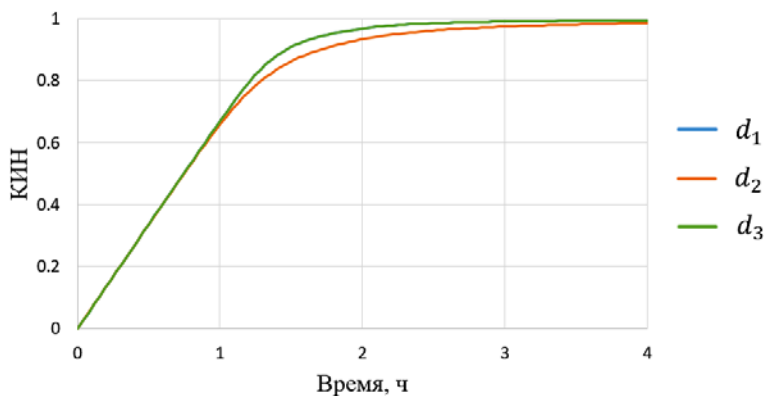


Рис.8. Зависимость КИН от времени для случая породы с нейтральной смачиваемостью.

Рассмотрим случай, когда порода гидрофобна ($\theta = 180^\circ$). Из представленных на рис.9 результатов видно, что в случае $d = d_2$ фронт вытеснения продвигается быстрее. Вытеснение в первую очередь происходит в кавернах, так как в гидрофобной породе вода течет преимущественно по пустотам большего размера. В случае $d = d_3$ фронт преимущественно продвигается по трещинам (по пустотам большего размера) и за фронтом в кавернах остаётся запертая нефть. В случае $d = d_1$ вытеснение происходит как в кавернах, так и в трещинах, фронт вытеснения движется с наименьшей скоростью.

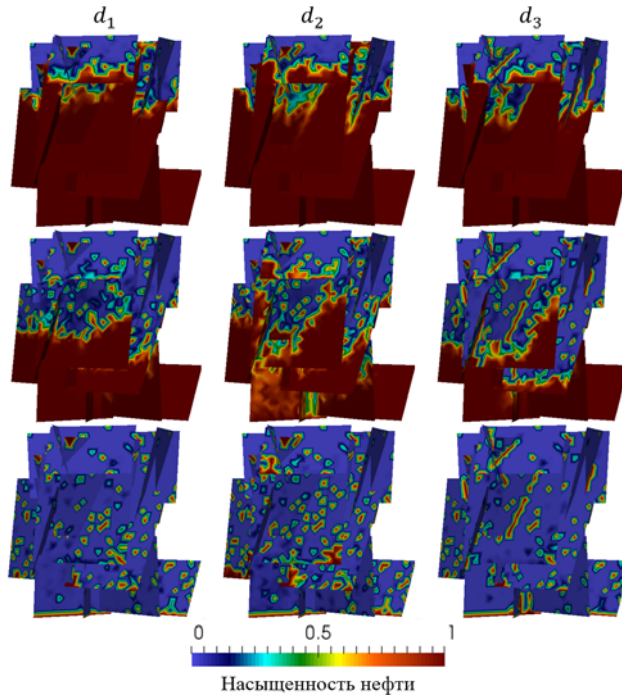


Рис.9. Динамика вытеснения нефти водой для случая гидрофобной породы.

Из представленных на рис.10 зависимостей КИН от времени видно, что в результате расчетов во всех случаях были получены различные значения итогового КИН. В случае $d = d_1$ было получено наибольшее значение КИН (96%), поскольку в данном случае вытеснение проходило более равномерно во всей области, чем в остальных случаях.

В случае $d = d_2$ вытеснение происходило преимущественно в пустотах большего размера (в первую очередь в кавернах, а затем и в трещинах). Так как по кавернам произошел прорыв воды, то в дальнейшем вода расходовалась менее эффективно, поэтому итоговый КИН (92%) получился меньше, чем в случае $d = d_1$.

В случае $d = d_3$ вытеснение происходило преимущественно в пустотах большего размера – в трещинах. Более высокая скорость роста КИН в случае $d = d_3$, чем в случае $d = d_2$, в промежутке времени между первым и вторым часом закачки обусловлена тем, что объем трещин значительно больше объема каверн, а вытеснение в данном случае происходило преимущественно в трещинах. Соответственно, в указанном промежутке времени вода расходовалась более эффективно, заполняя больший объем пустот. Более низкое итоговое значение КИН в случае $d = d_3$ (89%) обусловлено тем, что в данном случае проводимость каверн очень низкая и капиллярные си-

лы препятствуют течению по кавернам, то есть гидродинамическая связность трещин является наименьшей среди всех рассматриваемых случаев.

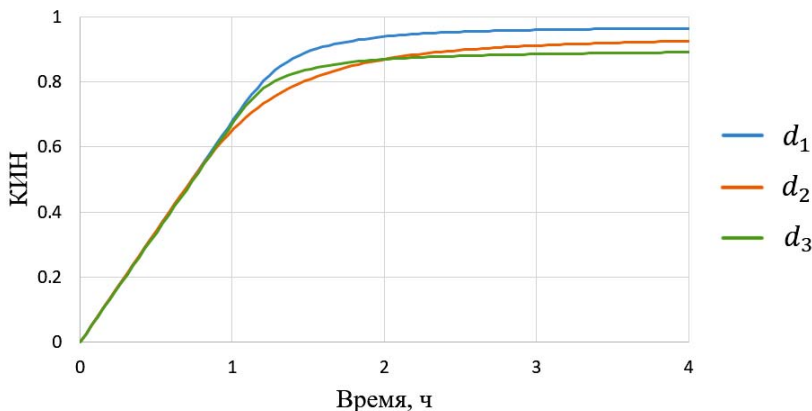


Рис.10. Зависимость КИН от времени для случая гидрофобной породы.

5. Заключение

В работе представлена физико-математическая модель двухфазного течения в системе трещин с кавернами, учитывающая переток между трещинами и кавернами, капиллярные и гравитационные силы. Была описана неявная численная схема, построенная с помощью метода Петрова-Галёркина. Проведено исследование влияния течения в кавернах на динамику вытеснения нефти водой в трещиновато-кавернозной среде. По результатам выполненных исследований можно сделать следующие выводы о характере влияния течения в кавернах:

- в случае когда порода гидрофобна (то есть не смачивается водой) и характерные диаметры каверн больше характерных раскрытий трещин, либо порода гидрофильна (то есть смачивается водой) и характерные диаметры каверн меньше характерных раскрытий трещин по кавернам, может произойти быстрый «прорыв» воды;
- в случае нейтральной смачиваемости породы, когда характерные диаметры каверн совпадают либо меньше характерных раскрытий трещин, наличие течения в кавернах не оказывает влияния на общую динамику вытеснения нефти водой.

Отметим, что низкая гидродинамическая связность трещин и быстрый прорыв воды являются факторами, негативно сказывающимися на эффективности вытеснения нефти водой. В представленных примерах данные эффекты приводили к снижению коэффициента извлечения нефти на 10-50%.

Каждый пример в данной работе был построен таким образом, что в нем были ярко выражены те или иные условия, в которых течение в кавернах могло бы играть существенную роль. В реальных системах трещин влияние течения в кавернах будет определяться совокупностью рассмотренных условий.

Полученные в данной работе результаты говорят о том, что течение в кавернах может играть значительную роль в процессах течения многофазной жидкости в системе трещин. Поэтому при моделировании течений в системах трещин и построении на основе моделирования достоверных прогнозов макроскопических характеристик течения необходимо учитывать наличие каверн на пересечениях трещин.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Verga F.M. et al.* Calibration of fractured reservoirs with dynamic data //SPE Reservoir Simulation Symposium. – Society of Petroleum Engineers, 2001.
2. *Блонский А.В., Митрушкин Д.А., Савенков Е.Б.* Моделирование течений в дискретной системе трещин: физико-математическая модель // Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша, 2017, № 65, 27 с. doi:10.20948/prepr-2017-65.
Blonskii A.V., Mitrushkin D.A., Savenkov E.B. Modelirovanie techenii v diskretnoi sisteme treshchin: fiziko-matematicheskaiia model // Preprint IPM im. M.V. Keldysha. 2017, №65, 27 s. doi:10.20948/prepr-2017-65.
3. *Блонский А.В., Савенков Е.Б.* Математическая модель и алгоритм расчета течения в дискретной системе трещин с кавернами // Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша, 2017, № 133, 18 с. doi:10.20948/prepr-2017-133.
Blonskii A.V., Savenkov E.B. Matematicheskaiia model i algoritmy rascheta techeniia v diskretnoi sisteme treshchin s kavernami // Preprint IPM im. M.V. Keldysha, 2017, №133, 18 s. doi:10.20948/prepr-2017-133.
4. *Koudina N., Gonzalez Garcia R., and Thovert J.-F.* Permeability of three-dimensional fracture networks, The American Physical Society, 1998.
5. *Matthäi S.K. et al.* Control-volume finite-element two-phase flow experiments with fractured rock represented by unstructured 3D hybrid meshes // SPE Reservoir Simulation Symposium. – Society of Petroleum Engineers, 2005.
6. *Formaggia L. et al.* On the coupling of 3D and 1D Navier–Stokes equations for flow problems in compliant vessels // *Comp. meth. in appl. mech. and engineer.*, 2001, v.191, №6-7, p.561-582.
7. *Zienkiewicz O.C. et al.* Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals, The: Its Basis and Fundamentals. – Elsevier, Incorporated, 2013.
8. *Chen Z., Huan G., Ma Y.* Computational methods for multiphase flows in porous media. – Society for Industrial and Applied Mathematics, 2006.
9. *Chen Z.* On the control volume finite element methods and their applications to multiphase flow // *Networks and Heterogeneous Media*, 2006, т.1, № 4, с.689.
10. *Крылов В.И., Бобков В.В., Монастырный П.И.* Вычислительные методы. Том II. – М.: Наука, 1977, 400 с.
Krylov V.I., Bobkov V.V., Monastyrnyi P.I. Vychislitelnye metody. Tom II. – М.: Nauka, 1977, 400s.
11. *Блонский А.В., Митрушкин Д.А., Савенков Е.Б.* Моделирование течений в дискретной системе трещин: вычислительные алгоритмы // Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша, 2017, № 66, 30 с. doi:10.20948/prepr-2017-66.
Blonskii A.V., Mitrushkin D.A., Savenkov E.B. Modelirovanie techenii v diskretnoi sisteme treshchin: vychislitelnye algoritmy // Preprint IPM im. M.V. Keldysha, 2017, № 66, 30 s. doi:10.20948/prepr-2017-66.

Поступила в редакцию 09.04.2018

После доработки 14.06.2018

Принята к публикации 18.06.2018