

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ГРАНИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ В ЗАДАЧАХ АЭРОДИНАМИЧЕСКОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ

© 2019 г. *Ю.Д. Шевелев, Н.А. Егоров*

Институт автоматизации проектирования РАН

shevelev@icad.org.ru

DOI: 10.1134/S0234087919020096

Рассматривается метод граничных элементов, предназначенный для численного моделирования линеаризованных течений сплошной среды. Метод обеспечивает один из самых высоких уровней быстродействия среди всех подходов вычислительной аэродинамики. Это достигается благодаря отказу от построения пространственных расчетных сеток, поскольку величины, подлежащие определению в ходе решения задачи обтекания, распределены вдоль поверхности компоновок и, если необходимо, по поверхности вихревого следа. Данная работа подразделялась на следующие этапы: построение математической модели поверхности сложной формы и разбиение её на панели, построение согласованной сетки на поверхности, расчёт аэродинамических характеристик двух компоновок самолетов. Результаты получены для чисел Маха, соответствующих дозвуковым течениям.

Ключевые слова: панельный метод, дозвуковые течения, пространственные течения газа, методы проектирования компоновок сложной формы.

METHOD OF BOUNDARY ELEMENTS FOR SOLUTION OF AERODYNAMICS DESIGN PROBLEM

Yu.D. Shevelev, N.A. Egorov

Institute of Computer Aided Design, Russian Academy of Sciences

In present work the method of boundary elements based on linearization of model continuous media is considered. The method provides one of the highest levels of computation speed among all approaches of computational aerodynamics. It is reached thanks to refusal of construction of spatial grids as the values which are subject to definition are distributed along a surface of configurations and, if it is necessary, on a surface of a wake vortex. The given work was subdivided into following stages: construction of geometry of the complex form and its splitting into panels, construction of the coordinated grid on surfaces, calculation of aerodynamic characteristics of two geometries. Results are received for the Mach numbers corresponding to subsonic flow.

Key words: panel method, subsonic gas flow, three-dimensional gas flows, aerodynamics design.

1. Введение

Расчет аэродинамических характеристик является неотъемлемой частью процессов анализа и синтеза компоновок летательных аппаратов (ЛА). При этом возникает противоречие между необходимостью тщательного воспроизведения и анализа картины обтекания компоновки сложной формы и, как правило, жесткими ограничениями на время проведения серии расчетов, налагаемыми планами-графиками разработки новой техники. Указанное обстоятельство обуславливает целесообразность дополнения расчетных комплексов, обеспечивающих решение системы уравнений Навье-Стокса, программами, основанными на упрощенных математических моделях течения.

К таким математическим моделям в первую очередь относится модель потенциального течения идеальной среды. Численные методы, основанные на потенциальной модели течения, обладают наиболее высоким быстродействием по сравнению с другими подходами вычислительной аэрогидродинамики. Такое быстродействие достигается благодаря тому, что решение задачи обтекания может быть получено с использованием методов граничных элементов. При этом отсутствует необходимость построения пространственной расчетной сетки, являющегося достаточно нетривиальной самостоятельной задачей.

Методы граничных элементов, используемые для расчета потенциальных течений, называются также методами гидродинамических особенностей. Каждый граничный элемент содержит тот или иной тип гидродинамических особенностей, соответствующих течению типа источника, диполя или вихря. В ряде случаев один элемент может содержать комбинацию нескольких особенностей. Искомыми величинами, рассчитываемыми при решении задачи обтекания, являются интенсивности гидродинамических особенностей.

Известны различные варианты методов гидродинамических особенностей. Значительный прогресс в указанном направлении был достигнут благодаря работам С.М. Белоцерковского и его учеников, успешно развивавших метод дискретных вихрей [1,2]. Численные методы, опирающиеся на использование различных комбинаций распределенных и дискретных гидродинамических особенностей, также разрабатывались в ЦАГИ, МАИ и др. [3, 4].

Наиболее практически важным вариантом методов граничных элементов является панельный метод. Он характеризуется тем, что поверхность исследуемой компоновки представляется в виде большого количества панелей, содержащих слои распределенных особенностей. В США основные

усилия исследователей были сосредоточены на данных методах. Большое распространение получила программа USSAERO ([5, 6]). В ней для панелей фюзеляжа использовались особенности типа источников постоянной интенсивности, а для крыла – завихренность с линейной меняющейся интенсивностью вдоль хорды панели и постоянной интенсивностью в поперечном направлении. В пакете программ PANAIR [7] было предложено использование диполей с квадратично меняющейся интенсивностью, что в терминах скорости аналогично использованию линейной завихренности. Использование непрерывного распределения диполей позволило исключить появление линейных вихрей на концах панелей, которые приводили к неустойчивости расчетов. Численное решение стало менее чувствительным к размерам, форме и размещению панелей. Квадратично меняющиеся диполи также дополнялись линейно меняющимися распределенными источниками. Использование сложных законов распределения особенностей в сочетании с неплоскими составными панелями позволяет относить программы типа PANAIR к методам высокого порядка.

Для решения широкого круга задач дозвуковой аэродинамики методы высокого порядка оказываются избыточно сложными, как показали результаты работы, проведенной в ЦАГИ, по анализу различных гранично-элементных алгоритмов. Для моделирования обтекания компоновок с толстыми телесными крыльями может с успехом использоваться метод [8] с кусочно-постоянными источниками и линейно меняющейся завихренностью, а в случае тонких крыльев с заостренными кромками хорошие результаты дает представление несущих элементов в виде совокупности вихревых рамок. Общим для методов [8, 9] является представление вихревых следов в виде системы дискретно-вихревых отрезков, а также задание ненесущих элементов (т.е. обтекаемых без образования вихревого следа, например, гладких фюзеляжей) с помощью панелей с кусочно-постоянными источниками.

В данной работе для дозвукового обтекания компоновок сложной формы была составлена программа типа панельного метода и проведены расчеты двух компоновок [8].

2. Общая постановка задачи. Соотношения, используемые для описания потенциальных течений идеальной среды

При исследовании аэродинамических характеристик на дозвуковых и малых сверхзвуковых скоростях часто используется модель течения, основанная на решении уравнения для полного потенциала, что осуществляется путем введения допущения о безвихревом характере течения. Тогда для вектора скорости оказывается справедливым выражение

$$\mathbf{V} = \nabla\Phi. \quad (1)$$

Такое допущение вполне допустимо в тех случаях, когда отсутствуют сильные разрывы типа ударных волн, приводящие к росту энтропии и образованию завихренности в поле течения (практически – до чисел Маха порядка 1,3). Тогда решение задачи обтекания сплошной средой сводится к отысканию одной скалярной функции.

На поверхности тела должно выполняться условие равенства нулю нормальной компоненты вектора скорости (условие непротекания):

$$V_n = \partial\Phi / \partial n = 0. \quad (2)$$

Существует возможность дальнейшего упрощения математической модели потенциального течения. Так, если рассматривать течения со скоростями, значительно меньшими, чем скорость звука, то можно пренебречь сжимаемостью, и тогда уравнение потенциала может быть сведено к уравнению Лапласа. При установившихся течениях с большими дозвуковыми, а также с умеренными сверхзвуковыми скоростями, в ряде случаев используется математическая модель линеаризованного потенциального течения, опирающаяся на уравнение Прандтля-Глауэрта.

При этом предполагается, что сплошная среда является невязкой, завихренность в поле течения отсутствует, а возмущенная скорость мала по сравнению со скоростью набегающего потока. В рамках сделанных выше предположений потенциал скорости может быть представлен в следующем виде:

$$\Phi = (\mathbf{V}_\infty \cdot \mathbf{r}) + \phi. \quad (3)$$

Здесь \mathbf{V}_∞ – вектор скорости набегающего потока, \mathbf{r} – радиус-вектор точки поля, а ϕ – потенциал возмущенной скорости. Этот потенциал удовлетворяет уравнению Прандтля-Глауэрта:

$$(1 - M_\infty^2) \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0. \quad (4)$$

Здесь M_∞ – вектор скорости и число Маха набегающего потока, а граничное условие – условие непротекания на поверхности тела задается следующим образом:

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} + (\mathbf{V}_\infty \cdot \mathbf{n}) = 0. \quad (5)$$

Отметим, что уравнение Прандтля-Глауэрта в случае несжимаемой среды переходит в уравнение Лапласа. Этим во многом объясняется близость методов, применяемых для исследования обтекания компоновки несжимаемой средой и установившегося линеаризованного обтекания компоновки сжимаемым газом. При числе Маха набегающего потока $0 < M_\infty < 1$ можно выполнить следующее преобразование координат:

$$x_1 = x, \quad y_1 = \beta y, \quad z_1 = \beta z, \quad (6)$$

где $\beta = \sqrt{1 - M_\infty^2}$. Таким образом, мы приходим к уравнению Лапласа в некотором «фиктивном» пространстве с координатами $Ox_1y_1z_1$:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y_1^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z_1^2} = 0. \quad (7)$$

Для решения этого уравнения можно воспользоваться описанным выше методом особенностей, выполняя при расчете поля возмущений обратное преобразование скоростей:

$$u = u_1/\beta, \quad v = v_1, \quad w = w_1. \quad (8)$$

Отметим принципиальные моменты, связанные с построением решения задачи обтекания. Эта задача должна быть решена для тела, имеющего границу S_B , находящегося в пространственной области V , ограниченной, в свою очередь, поверхностью S_∞ . При обтекании с тела может сходить вихревая пелена S_W .

Панельный метод использует распределение на поверхности исследуемой компоновки (на панелях) гидродинамических особенностей типа источников (стоков) и диполей. Уравнению Лапласа также удовлетворяет поле скоростей вихревого отрезка. Однако данное поле не имеет потенциала, т.е. оно не может быть представлено в виде градиента какой-либо скалярной функции координат. Для того чтобы выполнить требования теоремы Гельмгольца о сохранении завихренности, следует использовать такие вихревые системы, которые являются либо замкнутыми (вихревая рамка), либо уходящими на бесконечность (полубесконечный П-образный вихрь). Для подобных вихревых систем потенциал скоростей существует. Можно показать, что поле скорости, индуцируемое замкнутой вихревой рамкой, эквивалентно полю скорости, индуцируемому элементом поверхности, ограниченным этой рамкой, по которому с постоянной поверхностной плотностью распределен слой диполей (двойной слой).

Для решения задачи обтекания необходимо, чтобы были удовлетворены граничные условия на поверхности тела и внешней границе. Выполнение условия Кутта-Жуковского достигается с помощью реализации дополнительных требований к законам изменения интенсивности вихревых особенностей на задних острых кромках несущих элементов.

Предположим, что для каждой панели компоновки выбран тип соответствующей гидродинамической особенности. Решение задачи сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений, число которых равно числу панелей компоновки:

$$Aq = b. \quad (9)$$

Каждый коэффициент матрицы этой системы a_{ij} представляет собой возмущение (нормальную составляющую скорости или потенциал), индуцированное в контрольной точке панели с номером i аэродинамической особенностью, распределенной по поверхности панели с номером j . Правые части уравнений определяются из взаимной ориентации нормали к поверхности данной панели и вектора скорости набегающего потока, а величинами, подлежащими определению, являются интенсивности гидродинамических особенностей. Таким образом, реализуется принцип суперпозиции, согласно которому поле потенциального течения, описываемое уравнением Лапласа, является суммой набегающего потока и возмущений, индуцируемых компоновкой и вихревыми пеленами.

После отыскания значений интенсивности гидродинамических особенностей в контрольных точках на панелях вычисляются значения местной скорости, а затем – коэффициент давления по изэнтропической формуле:

$$C_p = \frac{2(p - p_\infty)}{\rho_\infty V_\infty^2} = \frac{2}{\kappa M_\infty^2} \left\{ \left[1 + \frac{\kappa - 1}{2} M_\infty^2 (1 - |\mathbf{V}|^2 / |\mathbf{V}_\infty|^2) \right]^{\kappa / (\kappa - 1)} - 1 \right\}. \quad (10)$$

Здесь κ – коэффициент адиабаты, равный для воздуха 1.4.

Зная площадь панели, ориентацию вектора нормали к ней и предполагая, что в пределах каждой панели коэффициент давления остается постоянным, можно определить коэффициенты составляющих аэродинамической силы, действующей по нормали к панели, а также составляющие аэродинамического момента. Выполнив суммирование по всем панелям, можно получить аэродинамические характеристики компоновки.

3. Методы формирования геометрической модели и задания граничных элементов

Поверхности и методы их построения играют важную роль в большин-

стве процессов проектирования. Математическое моделирование поверхности разрабатываемых изделий востребовано в аэрокосмической, автомобильной и судостроительной промышленности. На всех этапах проектирования (предварительном, эскизном, техническом и др.) выбор формы является одним из наиболее важных. Созданы специализированные пакеты программ для работы с геометрическими моделями для CAD/CAM/CAE. Напомним, что CAD обозначает компьютерное проектирование, CAM – производство, основанное на компьютерных технологиях, а CAE – система автоматизация инженерного труда.

Как правило, большинство зарубежных производственных, конструкторских и проектных фирм, научных центров и лабораторий при выполнении расчетных обоснований проектируемого оборудования и изделий, при проведении научных исследований и разработок используют универсальные программные комплексы (CATIA, Autodesk, NX, SolidWorks и др.). Характерной особенностью этих программных комплексов является универсальность в смысле возможности применения в различных отраслях для решения прикладных задач.

При практическом решении задач построить поверхность можно различными способами. Вопрос заключается в том, какая конкретно задача рассматривается и для каких целей, с какой точностью следует приблизить исходные данные.

Если исходная информация о геометрических параметрах задана таблицами, по которым следует построить поверхность, то эта задача является обычной задачей теории приближения. Иногда требуется описать чертеж или модель, предложенную конструктором. Для задач проектирования удобно задавать поверхность аналитически, аппроксимируя исходные данные элементарными поверхностями. Такой подход приемлем, когда свойства аппроксимации являются такими же важными, как и точность приближения.

В системе аэродинамического проектирования ИАП РАН поверхность задается аналитически. Если заданы поперечные сечения для ряда значений одной из координат, то, аппроксимируя исходные данные в сечениях, можно задать сложную поверхность. Поверхность можно натянуть на сечения с помощью линейчатых поверхностей, поверхностей второго и выше порядков и др. Преимущество такого подхода заключается в том, что его можно использовать на всех уровнях проектирования. Такой подход приемлем, когда свойства аппроксимации являются такими же важными, как и точность приближения. В этом случае метрика поверхности, нормали находятся с требуемой точностью. Модель задается конечным числом параметров. В су-

шествующую модель легко могут быть внесены изменения. Каждая новая фаза моделирования требует изменения и добавления только части программы. Новая модель может быть получена синтезом компонент из каталога имеющихся форм в банке данных и, если это требуется, последующим растяжением, вращением и сдвигом.

В последние годы для представления геометрических объектов и их визуализация широко используются сплайны. Успех применения сплайнов в значительной мере связан с тем, что с помощью общих математических основ они позволяют представить геометрические объекты стандартной и "свободной" формы. Многие вопросы теории сплайнов хорошо изучены, алгоритмы разработаны и включены в математическое обеспечение как стандартные программы. Значительный прогресс в системах автоматизированного проектирования достигнут благодаря широкому применению неоднородных рациональных В-сплайнов (NURBS), твердотельного моделирования и объединения их лучших возможностей. Традиционные системы автоматизированного проектирования позволяют работать с геометрическими моделями сложной формы. Использование записи с помощью неоднородных рациональных В-сплайнов дает возможность представить кривые и поверхности без потери точности. Неоднородные рациональные В-сплайны позволяют включить поверхности второго порядка, так же как геометрию произвольной формы, повысить качество сплайнов. Системы позволяют восстанавливать каркасные («проволочные») модели поверхности или твердотельной модели без нарушений топологии.

С целью ускорения процесса проектирования и конструирования используются различные методы визуализации: реалистическое изображение объекта, каркасное или проволочное изображение отдельных частей, проекции формы в различных плоскостях. В качестве начальной информации большинство систем для моделирования использует чертежи, контурное представление или стереометрию для представления геометрических форм. С помощью этих представлений можно получить законченное математическое описание объекта.

Как правило, в ходе выполнения проекта требуется построить не одну модель, а совокупность. Вместо того чтобы разработать новые варианты, иногда проще изменить имеющуюся модель. Поэтому одно из направлений работ связано с попытками внедрить в проектирование элементы искусственного интеллекта. Сначала необходимо зафиксировать основные требования и ограничения, а в процессе проектирования вносить изменения любому проектанту, в том числе и неспециалисту.

Многие фирмы-производители программных продуктов создают ин-

тегрированные вычислительные технологии, в которые включена возможность построения сложных поверхностей и генерация сетки. Эти инструментальные средства имеют прямую связь с системами автоматизированного проектирования или обладают возможностью объединения с ними путем обмена данными.

Для того чтобы включить построение сетки в систему проектирования, нужно грамотно построить математическую модель поверхности с помощью системы автоматизированного проектирования. Довольно часто такие поверхности заданы с точки зрения параметризации неудачно. Поэтому построение сетки должно быть не только устойчивым процессом, но и метод построения должен не зависеть от способа параметризации. Для задач оптимизации параметры проектирования должны быть выбраны таким образом, чтобы они были чувствительны к изменениям сетки. Перечисленные требования достаточно жесткие, а иногда – взаимно противоречивые. Это означает, что построение сетки около тел произвольной формы – трудоемкий процесс, который зависит от многих факторов, возникающих в процессе выполнения проекта.

4. Результаты расчетов

Панельные методы остаются весьма эффективным расчетным способом оперативной оценки аэродинамических характеристик (АДХ) сложных компоновок при дозвуковом и сверхзвуковом обтекании. В ходе систематических исследований сопоставлялись результаты расчетов аэродинамических характеристик схематизированных элементов компоновки ЛА типа «крыло» и типа «фюзеляж», полученные с помощью нелинейных и линеаризованных математических моделей и соотношений. Изучены зависимости максимальных местных углов атаки от чисел Маха набегающего потока в двумерном и в пространственном случаях, при которых реализуются случаи, соответствующие обтеканию с присоединенной ударной волной. Изучена зависимость для линеаризованных сверхзвуковых течений, которая одинакова для двумерного и трехмерного обтекания. Проведены сравнения нелинейных и линейных методов, соответствующих линеаризованному течению и соответствующих нелинейному пространственному обтеканию. Эти результаты сравнивались также с результатами расчетов течений, описываемых уравнениями Эйлера и Навье-Стокса, для обтекаемых тел с различными геометрическими параметрами.

Данная работа подразделялась на следующие этапы: создание математической модели поверхности, вычисление характеристик панелей и общих геометрических характеристик компоновки (габаритов, площади омываемой поверхности и др.), построение согласованной сетки на поверхности

компоновок и, наконец, расчёт параметров течения и аэродинамических характеристик вокруг летательных аппаратов.

Остановимся на каждом из этапов подробнее. При создании геометрической модели за основу была взяты исходные данные по самолёту Ту-154М (рис.1). Её описание состояло из четырёх частей: корпуса, крыла, хвоста и хвостового оперения. Каждая из них представляла собою отдельный бинарный файл с расширением STL, созданный при помощи соответствующей программы на языке "Фортран". Корпус самолёта имел форму конус-цилиндр-конус, крыло и хвост состояли из двух геометрически подобных друг другу плоских профилей, соответствующие точки которых соединены между собою прямыми линиями. Корректное моделирование обводов силовой установки данного самолета оказалось трудоёмким (в частности, из-за наличия одного из двигателей в плоскости симметрии), поэтому на данном этапе использовалась геометрическая модель, представленная на рис.1.

Положение каждой из частей самолёта друг относительно друга задавалось своим набором параметров (для корпуса это число сегментов, на которые он делится, координаты границ каждого сегмента, тип кривой и константы для её построения; для крыла и хвоста – положение передней и задней кромок, крутка и смещения по различным осям). В процессе проектирования некоторые параметры, связанные с компоновкой (например, расположение крыльев относительно корпуса, крутка крыла и т.д.), задавались приближенно. Для расчетов использовалась геометрическая модель, которая условно задавала самолёт Ил-86 (рис.2) с добавлением двигателей. Основные характеристики указанных моделей самолётов можно найти в [10, 11].

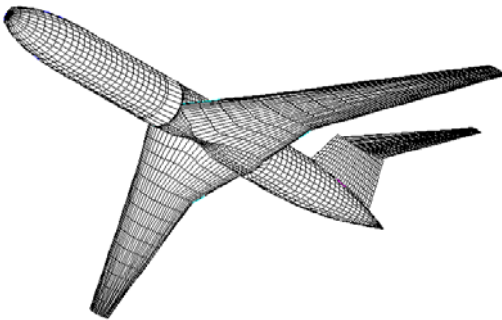


Рис.1. Представление поверхности компоновки самолёта Ту-154М в виде совокупности панелей.

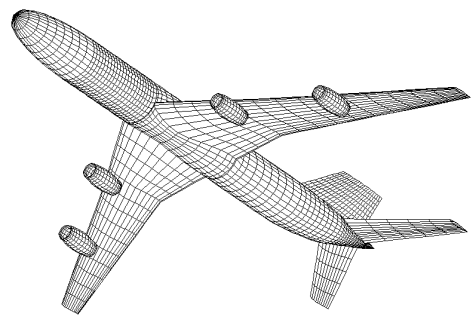


Рис.2. Представление поверхности компоновки самолёта Ил-86 в виде совокупности панелей.

Поверхность каждой из этих компоновок разбита на четырёхугольные панели (для компоновки Ту-154М их число составило 3408). Для каждой из этих панелей были вычислены следующие характеристики: площадь, еди-

ничный вектор нормали и координаты контрольной точки, равные среднему арифметическому координат вершин панели (точно так же они вычисляются и для так называемых «панелей пелены»). На основании этих величин, а также интегральных характеристик компоновки (центра масс, характерных размеров) строится входной файл для программы аэродинамического расчета, разобранной выше.

Вначале каждый элемент самолёта (корпус, крылья, хвостовое оперение) рассматривался отдельно и на нём строилась своя сетка. Но для корректной работы подпрограммы, строящей шаблон численного дифференцирования, необходимо, чтобы соприкасающиеся панели плотно прилегали друг к другу. Для этого пришлось сделать следующее: задать кривые пересечения корпуса с крылом и килем, изменить их сетки так, чтобы они начинались от этих пересечений, а затем переделать сетку на корпусе так, чтобы панели на ней, с одной стороны, имели общие стороны с панелями крыла, а с другой, плавно сходились к равномерной сетке на фюзеляже.

Полученное разбиение на панели использовалось далее для расчёта аэродинамических характеристик обеих компоновок. При этом для компоновки Ту-154М расчеты проводились для чисел Маха, равных 0.0 (малая дозвуковая скорость) и 0.8 (крейсерский режим), а для компоновки Ил-86 – только при обтекании с малой дозвуковой скоростью. Время расчета, соответствующее одному числу Маха и 10 значениям угла атаки, не превышало 1 минуты на персональном компьютере. Результаты приведены на рис.3-8. Эталонные зависимости изображены сплошной линией, а графики, рассчитанные методом граничных элементов, изображены пунктирными линиями. Достигнуто хорошее согласование расчетных и эталонных зависимостей для коэффициента подъемной силы от угла атаки в диапазоне эксплуатационных

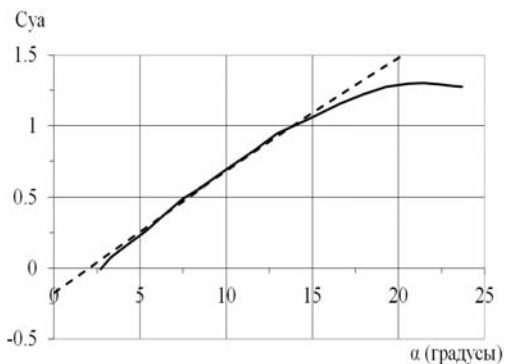


Рис.3. Зависимость коэффициента подъемной силы самолёта Ту-154М от угла атаки при дозвуковом обтекании ($M=0.0$).

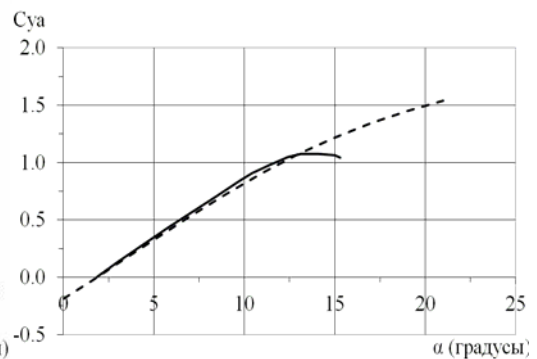


Рис.4. Зависимость коэффициента подъемной силы самолёта Ту-154М от угла атаки при обтекании на крейсерском режиме ($M=0.8$).

режимов полета. В том числе вполне удовлетворительные значения коэффициента подъемной силы получены при числе $M=0.8$. Указанный режим может характеризоваться проявлением нелинейных эффектов, связанных приближением к скорости звука. Тем не менее математическая модель линеаризованного течения оказывается достаточно надежным инструментом оценки аэродинамических характеристик хорошо обтекаемых компоновок. Что касается поляры, т.е. зависимостей коэффициента подъемной силы и коэффициента сопротивления, то здесь наблюдается качественное согласование, поскольку модель идеальной среды не учитывает наличия вязкой составляющей коэффициента сопротивления.

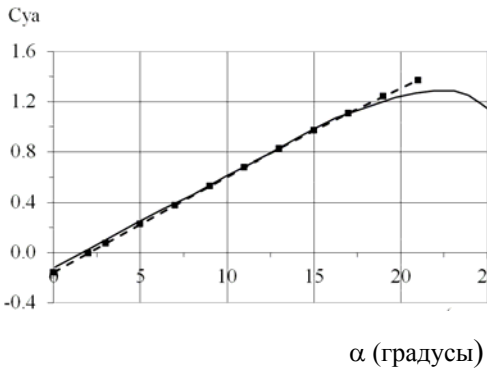


Рис.5. Зависимость коэффициента подъёмной силы самолёта Ил-86 от угла атаки при дозвуковом обтекании ($M=0.0$).

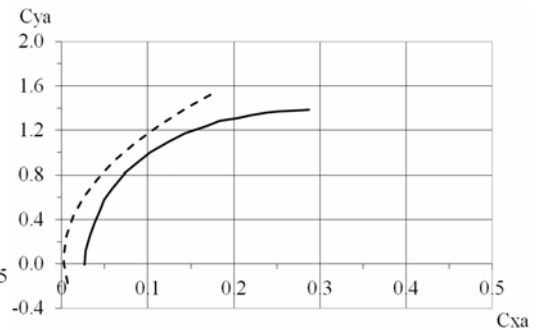


Рис.6. Поляра самолёта Ту-154М при дозвуковом обтекании.

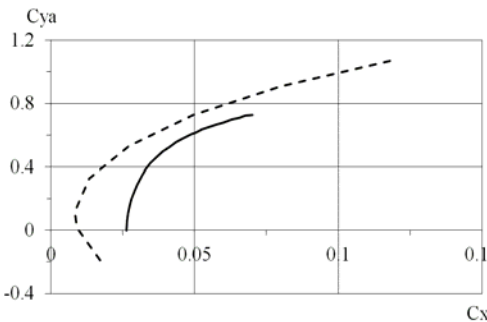


Рис.7. Поляра самолёта Ту-154М при обтекании на крейсерском режиме.

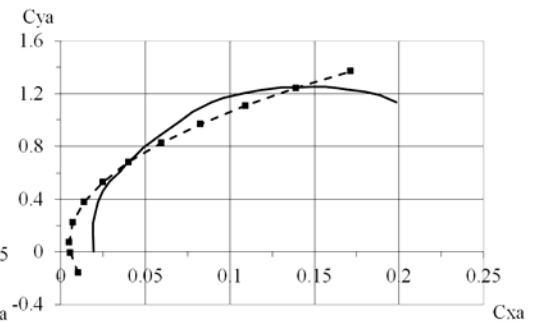


Рис.8. Поляра самолёта Ил-86 при дозвуковом обтекании.

Выводы

На основе результатов методических исследований выработаны рекомендации по формированию дискретной схематизации поверхности ЛА четырехугольными панелями произвольной формы и показаны преимущества ее применения. Методики построения и использования программ на основе

метода граничных элементов достаточно разработаны, в то же время многообразие их вариантов предопределяет необходимость проведения дополнительных исследований.

Методы панелей не учитывают такие физические явления, как отрыв потока, наличие сил трения, возникновение локальных сверхзвуковых зон. Дальнейшее развитие описанной методики оперативных расчетов аэродинамических характеристик должно наряду с гранично-элементным подходом использовать теорию пограничного слоя [12]. Основываясь на распределении давления, полученного в рамках теории движения идеальной среды, из теории пограничного слоя можно найти толщину вытеснения, а затем повторить вычисления, используя новую геометрическую модель тела с учетом толщины вытеснения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Т.О. Аубакиров, С.М. Белоцерковский, А.И. Желанников, М.И. Ништ.* Нелинейная теория крыла и ее приложения. – Алматы: Гылым, 1997, 448 с.;
T.O. Aubakirov, S.M. Belotserkovskii, A.I. Zhelannikov, M.I. Nisht. Nelineinaia teoriia kryla i ee prilozheniia. – Almaty: Gylym, 1997, 448 s.
2. *В.В. Гуляев, О.Ф. Демченко, Н.Н. Долженков, А.И. Матвеев, В.А. Подобедов, В.М. Попов.* Математическое моделирование при формировании облика летательного аппарата. – М.: Машиностроение/Машиностроение-Полет, 2005, 496 с.;
V.V. Guliaev, O.F. Demchenko, N.N. Dolzhenkov, A.I. Matveev, V.A. Podobedov, V.M. Popov. Matematicheskoe modelirovanie pri formirovanii oblika letatel'nogo apparata. – М.: Mashinostroenie/Mashinostroenie-Polet, 2005, 496 s.
3. *В.Н. Вернигора, В.С. Ираклионов, Г.А. Павловец.* Расчет потенциальных течений около крыльев и несущих конфигураций крыло-фюзеляж // Труды ЦАГИ, 1976, вып.1803, 23с.;
V.N. Vernigora, V.S. Iraklionov, G.A. Pavlovets. Raschet potentsialnykh techenii okolo krylev i nesushchikh konfiguratsii krylo-fuzeliash // Trudy TsAGI, 1976, vyp.1803, 23s.
4. *А.Г. Захаров, В.В. Назаров.* Применение панельного метода для расчета аэродинамических характеристик самолета и его элементов при до- и сверхзвуковых скоростях // Труды ЦАГИ, 1978, вып.1942, 33 с.;
A.G. Zakharov, V.V. Nazarov. Primenenie panelnogo metoda dlia rascheta aerodinamicheskikh kharakteristik samoleta i ego elementov pri do- i sverkhzvukovykh skorostiakh // Trudy TsAGI, 1978, vyp.1942, 33 s.
5. *F.A. Woodward.* An Improved Method for the Aerodynamic Analysis of Wing-Body-Tail Configurations in Subsonic and Supersonic Flow. Part I, Theory and Application // NASA CR-2228, May, 1973, 132 p.
6. *F.A. Woodward.* USSAERO Computer Program Development, Versions B and C // NASA CR-3227, April, 1980, 82 p.
7. *A.E. Magnus, M.A. Epton.* PANAIR - A Computer Program for Predicting Subsonic or Supersonic Linear Potential Flows about Arbitrary Configurations Using a Higher Order Panel Method. V.I. Theory Document (Version 1.0) // NASA CR-3251, 1980, 880 p.
8. *Н.Н. Глушков, Ю.Л. Инешин, Ю.Н. Свириденко.* Применение метода симметричных

- особенностей для расчета обтекания дозвуковых летательных аппаратов // Ученые записки ЦАГИ, 1989, т.20, №1, с.23-28.
- N.N. Glushkov, Iu.L. Ineshin, Iu.N. Sviridenko.* Primenenie metoda simmetrichnykh osobennostei dlia rascheta obtekaniia dozvukovykh letatelnykh apparatov // Uchenye zapiski TsAGI, 1989, t.20, №1, s.23-28.
9. *A.V. Voevodin, G.G. Sudakov.* Metod rascheta aerodinamicheskikh kharakteristik otrывnogo obtekaniia letatel'nogo apparata dozvukovym potokom gaza // Uchenye zapiski ЦАГИ, т.23, №3, с.3-11;
- A.V. Voevodin, G.G. Sudakov.* Metod rascheta aerodinamicheskikh kharakteristik otrывnogo obtekaniia letatel'nogo apparata dozvukovym potokom gaza // Uchenye zapiski TsAGI, т.23, №3, с.3-11.
10. *В.П. Бехтур, В.М. Ржевский, В.Г. Ципенко.* Практическая аэродинамика самолета Ту-154М. – М.: Воздушный транспорт, 1997, 288 с.;
- V.P. Bekhtir, V.M. Rzhetskii, V.G. Tsipenko.* Prakticheskaiia aerodinamika samoleta Tu-154M. – M.: Vozdushnyi transport, 1997, 288 s.
11. *В.П. Бехтур.* Практическая аэродинамика самолета Ил-86. – Ульяновск: Центр ГА СЭВ, 1991, 135 с.;
- V.P. Bekhtir.* Prakticheskaiia aerodinamika samoleta Il-86. – Ulianovsk: Tsentr GA SEV, 1991, 135 s
12. *Ю.Д. Шевелев.* Пространственные задачи вычислительной аэрогидродинамики. – М.: Наука, 1986, 368 с.;
- Iu.D. Shevelev.* Prostranstvennyye zadachi vychislitel'noi aerogidrodinamiki. – M.: Nauka, 1986, 368 s.

Поступила в редакцию 12.02.18

После доработки 05.03.2018

Принята к публикации 12.03.18