

## **МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕМПЕРАТУРНОГО ОТКЛИКА СИСТЕМЫ ЧУГУН-БЕТОН ПРИ АКТИВНОМ ТЕПЛОМ НЕРАЗРУШАЮЩЕМ КОНТРОЛЕ**

© 2019 г. *М.С. Желнин<sup>1</sup>, О.А. Плехов<sup>1</sup>, Л.Ю. Левин<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>Институт механики сплошных сред УрО РАН, г. Пермь, Россия

<sup>2</sup>Горный институт УрО РАН, г. Пермь, Россия

zhelnin.m@icmm.ru, poa@icmm.ru, aerolog\_lev@mail.ru

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 16–51–48003-ИНД\_оми) и программы президиума РАН 16 "Развитие физико-химической механики поверхностных явлений как фундаментальной основы для разработки современных конструкций и технологий".

DOI: 10.1134/S023408791903002X

Статья посвящена математическому моделированию теплофизического эксперимента диагностики затюбингового пространства вертикальной тюбинговой крепи методом синхронной оптической термографии. Представлена постановка и численное решение двумерной краевой задачи нестационарного теплообмена, включающего в себя перенос тепла за счет теплопроводности, естественной конвекции и излучения. Обнаружение дефекта в затюбинговом пространстве осуществляется на основе анализа распределений фазовых характеристик колебаний температуры на доступной для наблюдений границе тюбинга, вычисленных методом цифровой синхронной корреляции. С целью оптимизации процесса активного теплового неразрушающего контроля проведено исследование влияния частоты нагрева, продолжительности нагрева и шума на распределение фазовых характеристик. Для математической обработки зашумленных данных предложен алгоритм, основанный на использовании эталонного распределения температуры на границе тюбинга с бездефектным затюбинговым пространством и включающий в себя фильтр Калмана, процедуру сглаживания Rauch-Tung-Striebel и метод сглаживающих сплайнов с критериальным выбором параметра сглаживания. Эффективность представленного подхода иллюстрируется результатами вычислительных экспериментов.

Ключевые слова: инфракрасная термография, тепловой контроль, синхронная оптическая термография, обработка сигналов, численное моделирование.

**MODELING OF A THERMAL RESPONSE OF CAST-IRON CONCRETE SYSTEM UNDER ACTIVE THERMAL NON-DESTRUCTIVE TESTING**

*M.S. Zhelnin<sup>1</sup>, O.A. Plekhov<sup>1</sup>, L.Yu. Levin<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>Institute of Continuous Media Mechanics of the Ural Branch of Russian Academy of Sciences, Perm

<sup>2</sup>Mining Institute of the Ural Branch of Russian Academy of Sciences, Perm

The article is devoted to mathematical modeling of the thermophysical experiment related to diagnostics of a space under a cast-iron tubbing of a shaft lining by the optical lock-in thermography. In the article it is presented a numerical solution of the two-dimensional boundary value problem that describes heat transfer processes by conduction, convection and radiation. Detection of a defect placed within the space under the tubbing is carried out by analyzing of phase characteristics of temperature oscillations on the tubbing surface that is available for observing. To compute the phase characteristics, the digital lock-in correlation method is used. In the article an influence on the phase characteristics of heating frequency, heating time and noise is investigated. For mathematical processing of noisy data, the algorithm, based on using the reference temperature distribution on the tubbing surface covering the defect-free lining, is developed. This algorithm consists of the Kalman filter, the Rauch-Tung-Striebel smoothing procedure and the smoothing spline method with criterial choosing of the smoothing parameter. An efficiency of the proposed approach is illustrated by results of numerical experiments.

Key words: infrared thermography, thermal non-destructive testing, optical lock-in thermography, signal processing, numerical modeling.

## **1. Введение**

Вертикальный шахтный ствол является одним из наиболее ответственных объектов горнотехнических сооружений. Большое распространение для крепления шахтных стволов в сложных гидрогеологических условиях получили чугунные тубинговые крепи [1]. При использовании данного вида крепления горизонтальное сечение шахтного ствола состоит из нескольких слоев: тубинга, бетонной рубашки, породного массива. Тубинги являются структурными элементами тубинговой крепи и представляют собой цилиндрические сегменты, имеющие, как правило, гладкую поверхность с внешней стороны и круговые радиальные и поперечные ребра жесткости с внутренней [2].

Надежность вертикальных шахтных стволов в значительной степени определяется надежностью крепи. В связи с этим возникает необходимость диагностики крепи шахтного ствола, оценки ее внутреннего состояния, выявления полостей в бетонной рубашке и закрепном пространстве. В настоящее время проверка состояния крепи, регламентированная едиными правилами безопасности [3], предусматривает ее систематический визуальный осмотр. Однако затубинговое пространство недоступно для осмотра, вследствие чего исследование его состояния связано со значительными трудностями, связанными с вскрытием тампонажных пробок и бурением шпуров

до контакта «бетон – порода». По этой причине существует высокая потребность в оперативном мониторинге внутреннего состояния крепи и закрепного пространства инструментальными методами неразрушающего контроля.

На сегодняшний день для исследования внутреннего состояния крепи используются геофизические методы [4-6]. Особенность данных методов заключается в том, что для качественного исследования необходимо обеспечивать плотный контакт между поверхностью наблюдения и антенным блоком, регистрирующим сигнал. Вследствие этого проведение диагностики тубинговой крепи существенно замедляется, так как требуется постоянно выполнять перенос, крепление и настройку приборов с учетом фактических условий проведения наблюдений, таких как конструктивное исполнение тубингов, доступ к конкретному участку мониторинга. Таким образом, использование контактных методов не позволяет оперативно выполнять контроль затубингового пространства.

Одним из эффективных методов бесконтактного неразрушающего контроля материалов и конструкций является активная инфракрасная термография [7-21]. Среди большого количество подходов следует выделить синхронную оптическую термографию, которая успешно применяются для обнаружения дефектов в металлах и сплавах [10-13], бетоне [14,15], композитных материалах [16-20]. При данном подходе наличие дефектов в образце определяется путем анализа амплитуды и фазы колебаний температуры, возникающих вследствие периодического нагрева поверхности объекта контроля оптическим источником тепла. Преимуществом данного метода является то, что при его использовании образец нагревается в течение всего исследования, что позволяет обнаруживать дефекты на больших глубинах, а также то, что результаты теплового контроля имеют малую чувствительность к неоднородности нагрева и коэффициенту поглощения поверхности объекта контроля [7,9,16,20].

Для теоретического исследования локальных температурных аномалий, возникающих в образце при активной тепловой стимуляции, широко используется математическое моделирование. В [17,18] получены аналитические решения в двумерной полубесконечной области с дефектом полубесконечной длины, находящимся на конечном расстоянии от границы, для установившихся температурных колебаний. Более детальное исследование влияния дефектов на распределение температуры выполняется на основе численного решения математических моделей, учитывающих геометрические характеристики изделия, размеры и расположение дефектов, особенности распространения тепла излучением от оптического источника тепловой

стимуляции до поверхности изделия, теплообмен с окружающей средой [11-13,19,20].

В настоящей работе на основе численного решения двумерной задачи теплообмена выполняется исследование возможности применения метода синхронной оптической термографии для обнаружения заполненной водой полости в бетонной рубашке чугунной тьюбинговой крепи. Рассмотренная задача включает в себя процессы переноса тепла теплопроводностью, естественной конвекцией и излучением. Цель работы заключается в определении оптимальных режимов нагрева для обнаружения дефекта в затюбинговом пространстве.

Анализ температурных колебаний на поверхности тьюбинга выполняется методом цифровой синхронной корреляции [9,10,21], который позволяет выделять основные гармоники сигнала.

Реальные условия эксперимента моделировались псевдослучайным шумом. Для анализа зашумленного сигнала был разработан алгоритм, включающий в себя фильтрацию и сглаживание. Для фильтрации используется фильтр Калмана [22,23], который позволяет оценить состояние априорно известной динамической системы, используя неполные и зашумленные данные. Для сглаживания используется процедура сглаживания RTS [23] и метод сглаживающих сплайнов с выбором параметра сглаживания на основе критерия АИС<sub>с</sub> [24]. Определение матрицы дискретной динамической системы в фильтре Калмана выполняется на основе эталонного распределения температуры на границе тьюбинга с бездефектным затюбинговым пространством.

## 2. Математическая модель теплофизического эксперимента

Математическая постановка задачи формулируется следующим образом. Требуется найти функцию  $u = u(x, y, t)$ , которая в замкнутой области  $\bar{\Omega} = \bar{\Omega}_1 \cup \dots \cup \bar{\Omega}_4 \subset \mathbb{R}^2$ , представленной на рис.1, при  $0 \leq t \leq T$  удовлетворяет задаче

$$c_k \rho_k u_t = \lambda_k (u_{xx} + u_{yy}), \quad 0 < t \leq T, \quad (x, y) \in \Omega_k, \quad k = 1, \dots, 4, \quad (1)$$

с начальным условием

$$u|_{t=0} = u_{\text{amb}}, \quad (x, y) \in \bar{\Omega}, \quad (2)$$

и граничными условиями

на границах ламп  $\Gamma_{1,A}$ ,  $\Gamma_{1,B}$ :

$$-\lambda_1 \frac{\partial u}{\partial \mathbf{n}} \Big|_{\Gamma_{1,A}} = q_0 - q_1, \quad -\lambda_1 \frac{\partial u}{\partial \mathbf{n}} \Big|_{\Gamma_{2,B}} = 0, \quad 0 \leq t \leq T; \quad (3)$$

на внутренней границе тьюбинга  $\Gamma_{2,A}$  :

$$-\lambda_2 \frac{\partial u}{\partial \mathbf{n}} \Big|_{\Gamma_{2,A}} = h(u - u_{\text{amb}}) - q_2, \quad 0 \leq t \leq T; \quad (4)$$

на границах  $\Gamma_{2,B}$  и  $\Gamma_{4,B}$  :

$$u \Big|_{\Gamma_{2,B} \cup \Gamma_{4,B}} = u_{\text{amb}}, \quad 0 \leq t \leq T; \quad (5)$$

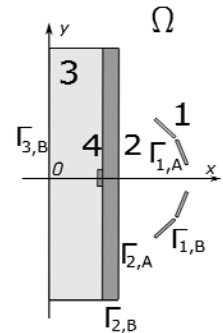
на всех участках области решения  $\bar{\Omega}$ , где происходит соприкосновение материалов с различными теплофизическими параметрами, заданы условия сопряжения:

$$[u] \Big|_{\bar{\Omega}_p \cap \bar{\Omega}_q} = 0, \quad \lambda_p \frac{\partial u}{\partial \mathbf{n}} \Big|_{\bar{\Omega}_p \cap \bar{\Omega}_q} = \lambda_q \frac{\partial u}{\partial \mathbf{n}} \Big|_{\bar{\Omega}_p \cap \bar{\Omega}_q}, \quad (6)$$

$$(p, q) \in \{(2,3), (2,4), (3,4)\}, \quad 0 \leq t \leq T.$$

Здесь  $u$  – температурное поле в области  $\bar{\Omega}$ ,  $t$  – время,  $\mathbf{n}$  – внешняя нормаль к соответствующей границе,  $u_{\text{amb}}$  – температура окружающей среды,  $c_k$  – удельная теплоемкость материала,  $\rho_k$  – плотность материала,  $\lambda_k$  – коэффициент теплопроводности,  $h$  – коэффициент конвективного теплообмена,  $q_0$  – тепловой поток нагрева,  $q_1$ ,  $q_t$  – результирующие плотности потоков излучения на границах ламп и тьюбинга. В (6)  $[\cdot]$  обозначает скачок функции на границе сопряжения материалов.

**Рис.1.** Геометрия расчетной области  $\Omega$ .  $\Omega_1$  – лампы (1),  $\Omega_2$  – чулунный тьюбинг (2),  $\Omega_3$  – бетонная рубашка (3),  $\Omega_4$  – полость, заполненная водой (4),  $\Gamma_{1,A}$  – фронтальные границы ламп, с которых исходит тепловое излучение,  $\Gamma_{1,B}$  – боковые и задние границы ламп,  $\Gamma_{2,A}$  – внутренняя граница тьюбинга,  $\Gamma_{2,B}$  – фронтальная и боковые границы тьюбинга,  $\Gamma_{3,B}$  – задняя и боковые границы бетонной рубашки.



Результирующая плотность потока излучения  $q_1$  имеет вид [25]

$$q_1 = G_1 - J_1, \quad (7)$$

где  $G_1$  – плотность падающего потока излучения и  $J_1$  – плотность исходя-

щего потока излучения. Аналогично для результирующей плотности потока излучения  $q_2$ .

Предполагается, что поверхности ламп и тьюбинга являются диффузионно-серыми, а среда, в которой распространяется излучение, является непоглощающей. Вычисление результирующих плотностей потоков излучения выполняется на основе теории теплообмена излучением системы тел, разделенных непоглощающей средой [25,26].

Тепловой поток  $q_0$  при периодическом нагреве определяется выражением

$$q_0 = Q_0 (1 - \cos[2\pi f_e t]) / 2, \quad (8)$$

где  $Q_0$  – максимальный тепловой поток на поверхностях ламп,  $f_e$  – линейная частота.

Для определения влияния полости в бетонной рубашке на распределение температуры на границе тьюбинга  $\Gamma_{2,A}$  рассматривается краевая задача, аналогичная задаче (1)–(6), для области  $\bar{\Omega}_0 = \bar{\Omega}_1 \cup \bar{\Omega}_2 \cup \bar{\Omega}_3 \subset \mathbb{R}^2$ , условия сопряжения (6) принимают вид

$$[u]_{\bar{\Omega}_2 \cap \bar{\Omega}_3} = 0, \quad \lambda_2 \frac{\partial u}{\partial \mathbf{n}} \Big|_{\bar{\Omega}_2 \cap \bar{\Omega}_3} = \lambda_3 \frac{\partial u}{\partial \mathbf{n}} \Big|_{\bar{\Omega}_2 \cap \bar{\Omega}_3}, \quad 0 \leq t \leq T. \quad (9)$$

Решение этой задачи обозначается через  $u_0$ .

Численное решение краевых задач выполняется методом конечных элементов на четырехугольной сетке с квадратичной аппроксимацией в коммерческом пакете Comsol Multiphysics 5.3.

### 3. Метод цифровой синхронной корреляции

Высокая информативность синхронной термографии с точки зрения диагностики достигается при исследовании колебаний температуры на поверхности образца относительно постоянного среднего значения. Однако в начальный период нагрева происходит возрастание средней температуры.

Требования минимизации времени диагностики приводит к необходимости разработки анализа колебаний температуры с учетом наличия нелинейного возрастающего тренда. В [20,21] были предложены методы, основанные на кусочно-линейной аппроксимации. В настоящей работе, чтобы в полной мере учесть нелинейность возрастания температуры и повысить точность обнаружения дефекта, используется решение  $u_{0,\text{const}}$  краевой задачи (1)–(5), (9) с тепловым потоком нагрева  $q_{0,\text{const}} = Q_0 / 2$ .

Пусть изменение температуры на границе тьюбинга  $\Gamma_{2,A}$ , периодически нагреваемой с линейной частотой  $f_e$ , регистрируется инфракрасной камерой с кадровой частой  $f_{\text{lock-in}}$  кадров в секунду в течение времени  $T$ . В результате этого формируется последовательность термограмм  $\{\mathbf{u}^{(s)}\}_{s=1,\dots,nN}$ , где  $\mathbf{u}^{(s)} = (u(x_0, y_1, t_s), \dots, u(x_0, y_m, t_s))$ ,  $(x_0, y_i) \in \Gamma_{2,A}$ ,  $t_s = (s-1) / f_{\text{lock-in}}$ ,  $n = f_{\text{lock-in}} / f_e$  – количество кадров, сделанных за один период колебания теплового источника,  $m$  – количество исследуемых точек,  $N$  – количество колебаний. После исключения возрастающего тренда данная последовательность сводится к дискретному сигналу  $\{\Delta \mathbf{u}^{(s)}\}_{s=1,\dots,nN}$ , где  $\Delta \mathbf{u}^{(s)} = (\Delta u(y_1, t_s), \dots, \Delta u(y_m, t_s))$ ,  $\Delta u(x_0, y_i, t_s) = u(y_i, t_s) - u_{0,\text{const}}(x_0, y_i, t_s)$ , содержащему информацию только о колебаниях температуры.

Анализ колебаний сигнала  $\{\Delta \mathbf{u}^{(s)}\}_{s=1,\dots,nN}$  выполняется методом синхронной цифровой корреляции. В соответствии с этим методом синфазная  $S_0(i, p)$  и квадратурная  $S_{\pi/2}(i, p)$  составляющие для  $p$ -го колебания дискретного сигнала в точке  $(x_0, y_i) \in \Gamma_{2,A}$  определяются следующим образом [9]:

$$S^0(i, p) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \Delta u_{ipj} K_j^0, \quad S^{\pi/2}(i, p) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \Delta u_{ipj} K_j^{\pi/2}, \quad i = 1, \dots, m, \quad p = 1, \dots, N, \quad (10)$$

$$K_j^0 = 2 \sin(2\pi(j-1)/n), \quad K_j^{\pi/2} = 2 \cos(2\pi(j-1)/n), \quad j = 1, \dots, n, \quad (11)$$

где  $\Delta u_{ipj} = \Delta u(y_i, t_{s_p+j})$ ,  $t_{s_p}$  – момент времени, с которого отсчитывается  $p$  колебание.

С целью уменьшения влияния шумов выполняется усреднение по всем колебаниям:

$$S_{\text{avr}}^0(i) = \frac{1}{N} \sum_{p=1}^N S^0(i, p), \quad S_{\text{avr}}^{\pi/2}(i) = \frac{1}{N} \sum_{p=1}^N S^{\pi/2}(i, p), \quad i = 1, \dots, m. \quad (12)$$

На основе усредненных значений синфазных и квадратурных составляющих вычисляются амплитуда  $A(i)$  и начальная фаза  $\varphi(i)$ :

$$A(i) = \sqrt{[S_{\text{avr}}^0(i)]^2 + [S_{\text{avr}}^{\pi/2}(i)]^2}, \quad \varphi(i) = \arctg(S_{\text{avr}}^{\pi/2}(i) / S_{\text{avr}}^0(i)). \quad (13)$$

Каждое колебание исследуется отдельно, т.к. колебания сигнала  $\Delta u$  являются непериодическими.

#### 4. Алгоритм фильтрации и сглаживания зашумленной последовательности термограмм

Оценка влияния шума на возможность обнаружения полости выполняется путем добавления к исследуемой последовательности термограмм  $\{\mathbf{u}^{(s)}\}_{s=1,\dots,nN}$  белого гауссова шума  $\{\mathbf{r}^{(s)}\}_{s=1,\dots,nN}$ :

$$\tilde{\mathbf{u}}^{(s)} = \mathbf{u}^{(s)} + \mathbf{r}^{(s)}, \quad j = 1, \dots, nN. \quad (14)$$

Шум  $\{\mathbf{r}^{(s)}\}_{s=1,\dots,nN}$  имеет нулевое математическое ожидание и ковариационную матрицу, определенную выражением

$$E \langle \mathbf{r}^{(n)} [\mathbf{r}^{(s)}]^T \rangle = \begin{cases} \sigma_r^2 \mathbf{I}, & n = s, \\ 0, & n \neq s, \end{cases} \quad (15)$$

где  $E$  – оператор математического ожидания,  $\mathbf{I}$  – единичная матрица размера  $m \times m$ .

Аналогичным образом шум добавляется к последовательности термограмм  $\{\mathbf{u}_0^{(s)}\}_{s=1,\dots,nN}$ , где  $\mathbf{u}_0^{(s)} = (u_0(x_0, y_1, t_s), \dots, u_0(x_0, y_m, t_s))$ , для бездефектного затюбингового пространства. Зашумленная последовательность обозначается через  $\{\tilde{\mathbf{u}}_0^{(s)}\}_{s=1,\dots,nN}$ .

В качестве эталонных последовательностей термограмм рассматриваются последовательность  $\{\mathbf{u}_{0,\text{const}}^{(s)}\}_{s=1,\dots,nN}$ , используемая для исключения возрастающего тренда, где  $\mathbf{u}_{0,\text{const}}^{(s)} = (u_{0,\text{const}}(x_0, y_1, t_s), \dots, u_{0,\text{const}}(x_0, y_m, t_s))$ , и последовательность  $\{\mathbf{u}_0^{(s)}\}_{s=1,\dots,nN}$ , используемая для фильтрации сигнала от шумов.

Алгоритм обработки зашумленной последовательности термограмм включает в себя следующие этапы.

1. Фильтрация последовательности термограмм по времени фильтром Калмана.
2. Сглаживание по времени процедурой RTC (Rauch–Tung–Striebel).
3. Сглаживание по пространственной координате с использованием кубических сглаживающих сплайнов и выбора уровня сглаживания на основе критерия  $AIC_c$  (Improved Akaike Information criterion).

Для применения фильтра Калмана к зашумленной последовательности термограмм  $\{\tilde{\mathbf{u}}^{(s)}\}_{s=1,\dots,nN}$  предполагается, что данная последовательность является измерениями состояний линейной динамической системы с дискретным временем, задаваемой уравнением для состояний [22,23]:



$$\mathbf{u}^{(s)} = \mathbf{F}^{(s,s-1)}\mathbf{u}^{(s-1)} + \mathbf{w}^{(s-1)}, \quad s = 2, \dots, nN, \quad (16)$$

и модельным уравнением для измерений:

$$\tilde{\mathbf{u}}^{(s)} = \mathbf{H}^{(s)}\mathbf{u}^{(s)} + \mathbf{v}^{(s)}, \quad s = 2, \dots, nN. \quad (17)$$

Здесь термограмма  $\mathbf{u}^{(s)}$  – вектор состояния динамической системы в момент времени  $t_s$ ,  $\mathbf{F}^{(s,s-1)}$  – матрица перехода, термограмма  $\tilde{\mathbf{u}}^{(s)}$  – вектор измерения состояния системы в момент времени  $t_s$ ,  $\mathbf{H}^{(s)}$  – матрица измерения,  $\mathbf{w}^{(s)}$ ,  $\mathbf{v}^{(s)}$  – векторы, задающие шум системы и шум измерений.

Матрица перехода  $\mathbf{F}^{(s,s-1)}$  определяется на основе эталонной последовательности термограмм  $\{\mathbf{u}_0^{(s)} | s = 1, \dots, nN\}$ :

$$\mathbf{F}^{(s,s-1)} = (F_{ij}^{(s,s-1)})_{m \times m}, \quad F_{ij}^{(s,s-1)} = \begin{cases} \frac{u_0(x_0, y_i, t_s)}{u_0(x_0, y_i, t_{s-1})}, & i = j, \\ 0, & i \neq j. \end{cases} \quad (18)$$

Матрица измерений  $\mathbf{H}^{(s)}$  берется равной единичной матрице  $\mathbf{I}$ . Шум системы  $\mathbf{w}^{(s)}$  и шум измерений  $\mathbf{v}^{(s)}$  являются белыми гауссовыми шумами, имеющими нулевое математическое ожидание и ковариационные матрицы:

$$E \langle \mathbf{w}^{(n)} [\mathbf{w}^{(s)}]^T \rangle = \begin{cases} \mathbf{W}^{(s)}, & n = s, \\ 0, & n \neq s, \end{cases} \quad E \langle \mathbf{v}^{(n)} [\mathbf{v}^{(s)}]^T \rangle = \begin{cases} \mathbf{V}^{(s)}, & n = s, \\ 0, & n \neq s. \end{cases} \quad (19)$$

Предполагается, что уровни шумов не изменяются со временем, а распределение шумов на границе тьюбинга не коррелированы, поэтому матрицы  $\mathbf{W}^{(s)}$ ,  $\mathbf{V}^{(s)}$  имеют вид

$$\mathbf{W}^{(s)} = \sigma_w^2 \mathbf{I}, \quad \mathbf{V}^{(s)} = \sigma_v^2 \mathbf{I}. \quad (20)$$

Начальное условие для уравнения (16) задается на основе термограммы, записанной в начальный момент времени  $t_1 = 0$ .

Процедура RTS сглаживания по времени отфильтрованной последовательности термограмм основана на проходе данной последовательности назад с использованием набора матриц ошибок, полученных в ходе фильтрации.

Кубический сглаживающий сплайн  $g_\lambda \in S_{3,1}[y_0, y_m]$  для термограммы  $\hat{\mathbf{u}}^{(s)} = (\hat{u}_1^{(s)}, \dots, \hat{u}_m^{(s)})$ , полученной из последовательности термограмм  $\{\tilde{\mathbf{u}}^{(s)}\}_{s=1, \dots, nN}$ , после применения к ней фильтра Калмана и процедуры сглаживания по времени находится из решения следующей задачи [27]:

$$\min_{g_\lambda \in S_{3,1}[y_0, y_m]} J(g_\lambda), \quad J(g_\lambda) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \left\{ u_i^{(s)} - g_\lambda(y_i) \right\}^2 + \lambda \int_{y_0}^{y_m} [g_\lambda(\xi)]^2 d\xi, \quad (21)$$

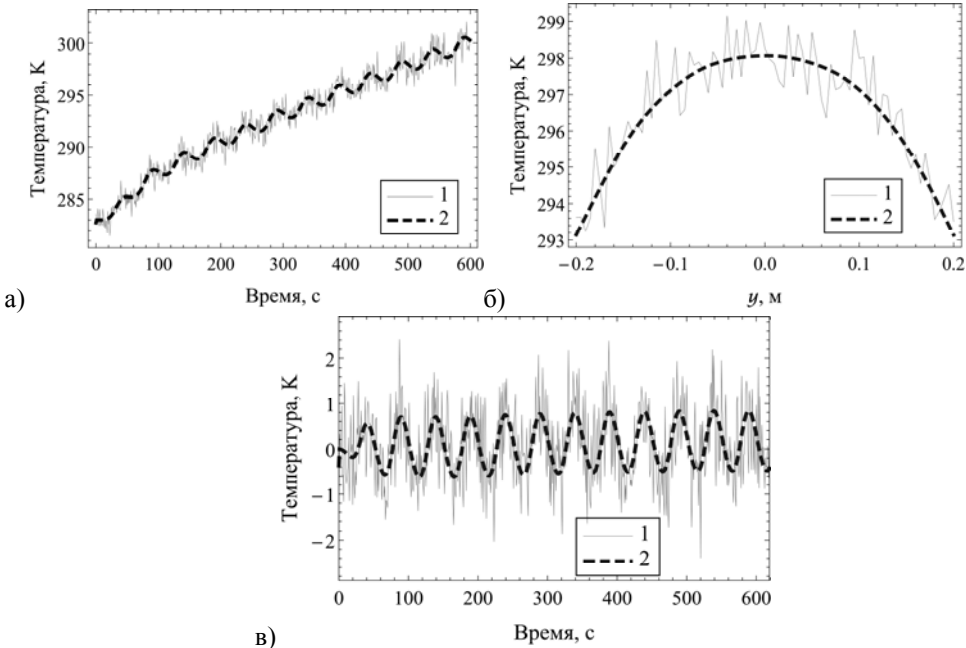
где  $\lambda$  – положительный параметр сглаживания.

В [24] на основе сравнения шести критериев был сделан вывод о том, что одним из лучших критериев, позволяющим оценить параметр  $\lambda$  с наименьшими вычислительными затратами и наименьшим отклонением от истинного сигнала, является критерий  $AIC_c$ .

Пусть для заданного набора параметров сглаживания  $\lambda_1 < \dots < \lambda_M$  определено соответствующее множество сглаживающих сплайнов  $\mathcal{G} = \{g_{\lambda_1}, \dots, g_{\lambda_M}\}$ . Тогда оптимальное сглаживание доставляется сплайном, для которого величина  $aic$  принимает наименьшее значение:

$$aic(g_\lambda) = \ln \frac{\sum_{i=1}^m \left\{ u_i^{(s)} - g_\lambda(y_i) \right\}^2}{M} + 1 + \frac{2\{\text{tr}(\mathbf{S}_\lambda) + 1\}}{M - \text{tr}(\mathbf{S}_\lambda) - 2}, \quad (22)$$

где матрица  $\mathbf{S}_\lambda$  переводит вектор  $\hat{\mathbf{u}}^{(s)}$  в вектор  $\mathbf{g}_\lambda = (g_\lambda(y_1), \dots, g_\lambda(y_m))$ .



**Рис.2.** а – изменение температуры от времени в точке на границе тубинга; 2 – результат применения разработанного алгоритма к 1; б – распределение температуры по границе тубинга; 1 – при наличии шумов, 2 – после фильтрации и сглаживания; в – колебания температуры после исключения возрастающего тренда; 1 – при наличии шумов, 2 – после фильтрации и сглаживания.

Применение фильтра Калмана и процедуры сглаживания RTS к динамической системе (16), (17) было выполнено на основе алгоритма, представленного в [23, стр.17]. Задача оптимизации (21) была сведена к невырожденной системе линейных алгебраических уравнений путем применения алгоритма Рейнша [27, стр.20].

На рис.2 представлены результаты применения представленного алгоритма к обработке зашумленной последовательности термограмм.

### 5. Результаты вычислительных экспериментов

Приведем результаты обнаружения заполненной водой полости в бетонной рубашке, для сравнения выполняется также анализ распределения температуры на границе тубинга в случае бездефектной бетонной рубашки.

Теплофизические параметры материалов представлены в табл.1. Параметры задавались на основе данных из [7, 15, 28-30].

**Таблица 1.** Теплофизические параметры материалов.

Теплофизический параметр	Тюбинг	Бетон	Вода	Лампа
$c$ , кДж/(кг·К)	0.5	0.89	4.2	0.4
$\rho \cdot 10^{-3}$ , кг/м <sup>3</sup>	7.2	2.4	1.0	8.7
$\lambda$ , Вт/(м·К)	50	1.75	0.59	400
$\varepsilon$	0.9			0.99

Начальная температура  $u_{amb} = 283$  К, максимальное значение теплового потока на поверхностях ламп  $Q_0 = 20$  кВт/м<sup>2</sup>, коэффициент конвективного теплообмена  $h = 10$  Вт/(м<sup>2</sup>·К).

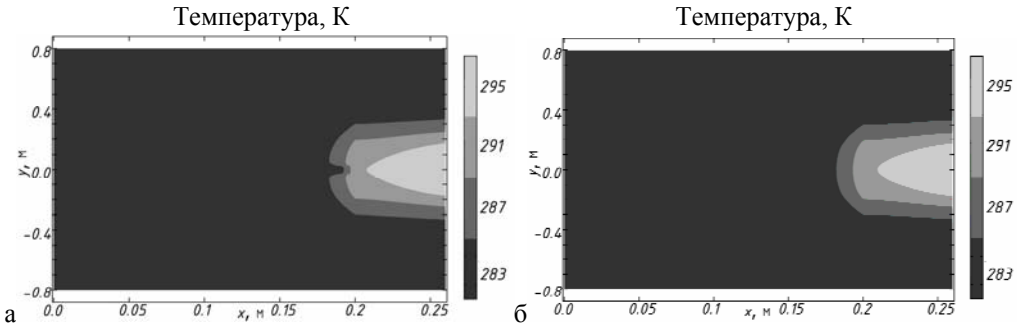
Геометрические параметры: толщина бетонной рубашки 0.2 м, толщина спинки тубинга 0.06 м, длина бетонной рубашки и тубинга 1.6 м, ширина полости 0.02 м, длина полости 0.06 м, длина каждой лампы 0.1 м, толщина 0.01 м. Полость расположена симметрично относительно оси  $Ox$ , центры фронтальных границ ламп расположены по окружности, как показано на рис.1, на расстоянии 0.25 м от границы тубинга. Радиусы окружности, проведенные к центрам на фронтальных границах ламп, составляют с осью  $Ox$  углы в  $\pi / 8$  и  $\pi / 3.8$  радиан.

Геометрические параметры ламп и мощность теплового потока  $Q_0$  выбирались так, чтобы обеспечить нагрев внутренней границы тубинга на 25 К за 700 с.

Построение термограмм выполнялось на множестве точек  $I_y = \{y_1, \dots, y_m\}$ , расположенных на границе тубинга  $\Gamma_{2,A}$  с шагом 0.005 м и расстоянием между  $y_1$  и  $y_m$  в 0.4 м, что соответствует расстоянию между ребрами жест-

кости, расположенными на внутренней границе. При построении термограмм предполагалось, что кадровая частота  $f_{\text{lock-in}} = 1$  кадр в секунду.

Распределения температурных полей в тьюбинге и затьюбинговом пространстве при периодическом нагреве с частотой  $f_e = 0.02$ , полученные из численных решений краевых задач в областях  $\Omega$  и  $\Omega_0$ , представлены на рис.3. Из графиков видно, что полость, заполненная водой, препятствует распространению тепла из тьюбинга в бетонную рубашку.



**Рис.3.** Распределение температуры в момент времени  $t=600$  с при нагреве с частотой  $f_e = 50$  Гц в тьюбинге и бетонной рубашке при наличии полости (а) и без полости (б).

Определение оптимальной частоты нагрева проводилось на основе сравнения абсолютных значений максимума сдвига фаз  $|\Delta\varphi_{\max}|$  между сигналом  $\{\Delta\mathbf{u}^{(s)}\}_{s=1,\dots,nN}$  для бетонной рубашке с полостью и эталонным сигналом  $\{\Delta\mathbf{u}_0^{(s)}\}_{s=1,\dots,nN}$  в зависимости от частоты нагрева  $f_e$ .

С учетом (10)-(13) величина  $\Delta\varphi_{\max}$  определяется как

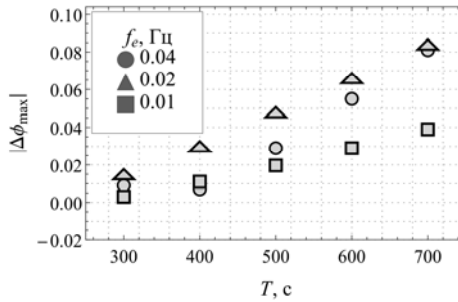
$$\Delta\varphi_{\max} = \max_{i=1,\dots,m} \Delta\varphi(i), \quad \Delta\varphi(i) = \varphi(i) - \varphi_0(i), \quad (23)$$

где  $\varphi(i)$ ,  $\varphi_0(i)$  – начальные фазы сигналов  $\{\Delta\mathbf{u}^{(s)}\}_{s=1,\dots,nN}$  и  $\{\Delta\mathbf{u}_0^{(s)}\}_{s=1,\dots,nN}$  в точке  $y_i \in I_y$ ,  $\Delta\varphi(i)$  – сдвиг фаз в точке  $y_i$ .

На рис.4 приведены значения  $|\Delta\varphi_{\max}|$  в зависимости от  $f_e$ . Из графика видно, что при частоте нагрева  $f_e = 0.02$  Гц величина  $|\Delta\varphi_{\max}|$  принимает наибольшие значения для рассмотренных значений продолжительности нагрева  $T$ .

Для исследования эффективности предложенных алгоритмов обнаружения полости в зависимости от уровня шума и продолжительности нагрева были рассмотрены две зашумленные последовательности термограмм  $\{\tilde{\mathbf{u}}^{(s)}\}_{s=1,\dots,nN}$  и  $\{\tilde{\mathbf{u}}_0^{(s)}\}_{s=1,\dots,nN}$ , полученные из распределений температуры

на границе тьюбинга, за которым находится полость, и на границе тьюбинга, сопряженного с бездефектной бетонной рубашкой, при нагреве с частотой  $f_e = 0.02$  Гц.



**Рис. 4.** Абсолютная величина максимального значения сдвига фаз  $|\Delta\varphi_{\max}|$  в зависимости от продолжительности нагрева  $T$  при частоте нагрева  $f_e$ .

Математическая обработка зашумленных последовательностей термограмм была выполнена на основе разработанного алгоритма. В фильтре Калмана оценивание уровней шумов процесса и измерений выполнялось путем проведения серии вычислительных экспериментов. В результате для ковариационной матрицы шума процесса было задано  $\sigma_w = 0.01$ , для ковариационной матрицы шума измерений:  $\sigma_v = 1.4$  при  $\sigma_r = 0.4$ ,  $\sigma_v = 1.8$  при  $\sigma_r = 0.8$  и  $\sigma_v = 2.2$  при  $\sigma_r = 1.2$ .

После фильтрации шумов и сглаживания, из последовательностей термограмм выполнялось вычитание возрастающего тренда  $\{\mathbf{u}_{0,\text{const}}^{(s)}\}_{s=1,\dots,nN}$ , в результате были получены два сигнала  $\{\Delta\tilde{\mathbf{u}}^{(s)}\}_{s=1,\dots,nN}$  и  $\{\Delta\tilde{\mathbf{u}}_0^{(s)}\}_{s=1,\dots,nN}$ .

Для данных сигналов методом синхронной цифровой корреляции (10)–(13) с учетом (23) вычислялись сдвиги фаз  $\Delta\tilde{\varphi}$  и  $\Delta\tilde{\varphi}_0$  и выполнялось построение фазограмм вдоль исследуемого промежутка  $I_y$ . После чего выполнялось сравнение полученных фазограмм с фазограммой эталонного сигнала  $\{\Delta\mathbf{u}_0^{(s)}\}_{s=1,\dots,nN}$ .

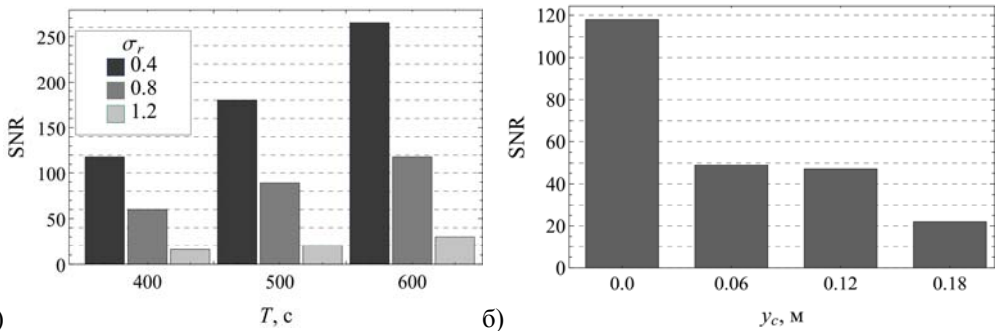
На рис. 5а представлены значения отношения сигнал/шум  $SNR$  для фазограмм сигналов, полученных при различных уровнях шума и продолжительностях нагрева:

$$SNR = (\text{avr}[\Delta\tilde{\varphi}] - \text{avr}[\Delta\tilde{\varphi}_0]) / \sigma_{\Delta\tilde{\varphi}_0}, \quad (24)$$

где  $\text{avr}[\Delta\tilde{\varphi}]$ ,  $\text{avr}[\Delta\tilde{\varphi}_0]$  – средние значения  $\Delta\tilde{\varphi}$  и  $\Delta\tilde{\varphi}_0$ ,  $\sigma_{\Delta\tilde{\varphi}_0}$  – среднее квадратическое отклонение значений  $\Delta\tilde{\varphi}_0$  на исследуемой части границы тью-

бинга. Из диаграммы видно, что при увеличении продолжительности нагрева  $T$  величина  $SNR$  возрастает, но с увеличением уровня шума  $\sigma_r$  величина  $SNR$  нелинейно и быстро убывает. Анализ графиков распределений  $\Delta\tilde{\varphi}$  и  $\Delta\tilde{\varphi}_0$  позволяет сделать вывод, что наличие полости в бетонной рубашке хорошо определяется при значении величины  $SNR$  выше 20.

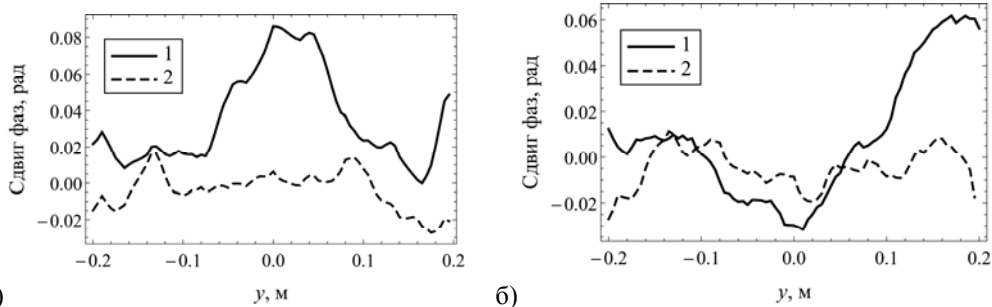
Аналогичным образом были вычислены сдвиги фаз  $\Delta\tilde{\varphi}$  для сигналов, полученных из распределения температуры с границы тьюбинга, в случае смещения середины полости от центра исследуемого промежутка  $I_y$  в положительном направлении оси  $Oy$  на величину  $y_c$ .



**Рис.5.** Отношение сигнал/шум  $SNR$  при частоте нагрева  $f_e = 50$  Гц для распределений сдвигов фаз  $\Delta\tilde{\varphi}$  и  $\Delta\tilde{\varphi}_0$  вдоль исследуемой части границы тьюбинга в зависимости от продолжительности нагрева  $T$  и уровне шума  $\sigma_r$  (а); в зависимости от положения центра дефекта  $y_c$  при  $T = 600$  с и  $\sigma_r = 0.8$  (б).

На рис.5б представлены значения  $SNR$  в зависимости от смещения  $y_c$  при продолжительности нагрева  $T=600$  с и уровне шума  $\sigma_r=0.8$ . Из графика видно, что при смещении полости от центра исследуемого промежутка значения  $SNR$  уменьшаются, однако при смещении полости от 6 см до 12 см значение  $SNR$  практически не изменилось. На краю исследуемой области значение  $SNR$  приближается к 20, но сделать вывод о наличии полости возможно.

Для примера на рис.6 представлены распределения  $\Delta\tilde{\varphi}$  и  $\Delta\tilde{\varphi}_0$  при  $T=600$  с,  $\sigma_r = 0.8$  и смещениях  $y_c = 0.0$ ,  $y_c = 0.18$  м. Следует отметить, что на той части исследуемого промежутка, под которой расположена полость, сдвиг фаз  $\Delta\tilde{\varphi}$  всегда принимает положительные значения, а на графике его распределения отчетливо виден колоколообразный локальный всплеск.



**Рис.6.** Распределения на исследуемой части границе тьюбинга сдвигов фаз  $\Delta\tilde{\varphi}$  (1) и  $\Delta\tilde{\varphi}_0$  (2) при продолжительности нагрева  $T=600$  с, уровне шума  $\sigma_r = 0.8$  при расположении полости в середине исследуемого промежутка  $y_c = 0$  м (а); при расположении полости на краю исследуемого промежутка  $y_c = 0.18$  м (б).

### Заключение

На основе численного решения двумерной краевой задачи нестационарного сложного теплообмена выполнено математическое моделирование теплофизического эксперимента обнаружения заполненной водой полости на границе тьюбинг-бетон методом синхронной оптической термографии. Установлено, что при увеличении частоты нагрева амплитуда температурных волн уменьшается и в силу нелинейности процесса теплообмена колебания температуры на границе тьюбинга не являются периодическими.

Для обнаружения разработан алгоритм анализа фазограмм, построенных методом синхронной цифровой корреляции по последовательности термограмм. Представлен алгоритм математической обработки зашумленной последовательности термограмм с использованием эталонного температурного поля на границе бездефектного объекта контроля и применения фильтра Калмана, процедуры RTS для сглаживания по времени и сглаживающих сплайнов для сглаживания по поверхностной координате с выбором параметра сглаживания на основе критерия  $AIC_c$ .

Эффективность использованных методов проиллюстрирована серией вычислительных экспериментов. В результате было установлено, что при нагреве продолжительностью 600 с частотой 0.02 Гц и среднеквадратическом отклонении белого гауссового шума 0.8 в исследуемой последовательности термограмм, на графиках распределения сдвигов фаз, построенных вдоль промежутка на внутренней границе тьюбинга длиной в 0.4 м, хорошо наблюдается колоколообразный локальный всплеск в зоне нахождения полости в бетонной рубашке. При этом отношение сигнал/шум принимает значение не менее 20.

Приведенные результаты математического моделирования позволяют сделать вывод о том, что метод синхронной оптической термографии вместе с разработанным алгоритмом математической обработки зашумленной последовательности термограмм может быть использован для бесконтактного оперативного обнаружения заполненной водой полости на границе тьюбинг-бетон. Большое значение для предложенного подхода к анализу температурных измерений имеют предварительные данные, а именно эталонные распределения температуры, измеренные при постоянном и периодическом нагреве на границе тьюбинга, сопряженного с бездефектной бетонной рубашкой. Использование эталонных распределений температуры связано с тем, что во время нагрева распределение температуры на границе тьюбинга при наличии полости в бетонной рубашке мало отличается от распределения температуры в бездефектном случае: максимальные температуры отличаются менее чем на 1 К. В результате этого при наличии шумов обнаружить различие между распределениями температуры не представляется возможным. Таким образом, эталонные распределения используются как для фильтрации шума в последовательности термограмм, так и для их последующего анализа с целью обнаружения полости в затюбинговом пространстве.

В тепловом контроле объектов методом температурных волн стандартной оценкой для максимальной глубины обнаружения дефекта служит длина тепловой диффузии [7]  $\mu = \sqrt{\lambda / \pi c \rho f_e}$ . В соответствии с этой формулой для обнаружения дефекта под тьюбингом с толщиной спинки 0.06 м требуется выполнять периодический нагрев с частотой  $f_e \approx 1.2 \cdot 10^{-3}$  Гц. Очевидно, при таком нагреве требуется значительно времени для диагностики затюбингового пространства. Результаты численного моделирования, приведенные в данной работе, позволяют предположить, что если известны эталонные распределения температуры, то по анализу зашумленной последовательности термограмм дефект возможно обнаружить на сравнительно больших глубинах залегания за небольшое время.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ю.П. Ольховиков. Крепь капитальных выработок калийных и соляных рудников. – М.: Углетехиздат. – М.: Недра, 1984, 283 с.;  
*Ju.P. Olhovikov. Krep kapitalnykh vyrobotok kaliinykh i solianykh rudnikov. – M.: Ugletekhizdat. – M.: Nedra, 1984, 283 s.*
2. ГОСТ Р 57054-2016 «Тюбинги чугунные. Комплекты тьюбинговых колец»;  
*GOST R 57054-2016 «Tiubingi chugunnye. Komplekty tiubingovykh kolets».*



3. Правила безопасности при ведении горных работ и переработке твердых полезных ископаемых: федеральные нормы и правила в области промышленной безопасности. – М.: ЗАО НТЦ ПБ, 2015, 276 с.;  
Pravila bezopasnosti pri vedenii gornyykh rabot i pererabotke tverdykh poleznykh iskopaemykh: federalnyye normy i pravila v oblasti promyshlennoi bezopasnosti. – М.: ЗАО НТЦ ПБ, 2015, 276 s.
4. А.А. Жуков. Разработка и адаптация технологии диагностики бетонной крепи шахтных стволов калийных рудников // Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-технический журнал), 2016, №8, с.245-254;  
A.A. Zhukov. Razrabotka i adaptatsiia tekhnologii diagnostiki betonnoi krepki shakhtnykh stvolov kaliinykh rudnikov // Gornyi informatsionno-analiticheskii biulleten (nauchno-tekhnicheskii zhurnal), 2016, №8, s.245-254.
5. А.И. Бабкин, И.Г. Санфиоров. Геофизический мониторинг затюбингового пространства // Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-технический журнал), 2011, №1, с.213-218;  
A.I. Babkin, I.G. Sanfirov. Geofizicheskii monitoring zatiubingovogo prostranstva // Gornyi informatsionno-analiticheskii biulleten (nauchno-tekhnicheskii zhurnal), 2011, №1, s.213-218.
6. А.И. Бабкин, И.А. Санфиоров. Практические примеры решения горнотехнических задач методами шахтной сейсмоакустики // Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-технический журнал), 2011, №4, с.152-159;  
A.I. Babkin, I.A. Sanfirov. Prakticheskie primery resheniia gornotekhnicheskikh zadach metodami shakhtnoi seismoakustiki // Gornyi informacionno-analiticheskii biulleten (nauchno-tekhnicheskii zhurnal), 2011, №4, s.152-159.
7. В.П. Вавилов. Инфракрасная термография и тепловой контроль. – М.: ИД Спектр, 2009, 544 с.;  
V.P. Vavilov. Infrakrasnaia termografiia i teplovoi kontrol. – М.: ID Spektr, 2009, 544 s.
8. Неразрушающий контроль и диагностика: Справочник / Под ред. В.В. Клюева. 2-е изд. – М.: Машиностроение, 2003, 656 с.;  
Nerazrushaiushchii kontrol i diagnostika: Spravochnik / Pod red. V.V. Kliueva. 2-e izd. – М.: Mashinostroenie, 2003, 656 s.
9. O. Breitenstein, W. Warta, M. Langenkamp. Lock-in thermography: Basics and use for evaluating electronic devices and materials. – Springer Science & Business Media, 2010, 208 p.
10. J. Liu, W. Yang, J. Dai. Research on thermal wave processing of lock-in thermography based on analyzing image sequences for NDT // Infrared Physics & Technology, 2010, v.53, №5, p.348-357.
11. D. Peng, R. Jones. Modelling of the lock-in thermography process through finite element method for estimating the rail squat defects // Engineering Failure Analysis, 2013, v.28, p.275-288.
12. S. Ranjit, K. Kang, W. Kim. Investigation of lock-in infrared thermography for evaluation of subsurface defects size and depth // International Journal of Precision Engineering and Manufacturing, 2015, v.16, №11, p.2255-2264.
13. R. Shrestha, W. Kim. Evaluation of coating thickness by thermal wave imaging: A comparative study of pulsed and lock-in infrared thermography–Part I: Simulation // Infrared Physics & Technology, 2017, v.83, p.124-131.
14. T. Sakagami, S. Kubo. Development of a new non-destructive testing technique for quantitative evaluations of delamination defects in concrete structures based on phase delay measurement using lock-in thermography // Infrared Physics & Technology, 2002, v.43, №3, p.311-316.

15. M. Yuan, H. Wu, Z. Tang, H.J. Kim, S.J. Song, J. Zhang. Prediction of the effect of defect parameters on the thermal contrast evolution during flash thermography by finite element method // Journal of the Korean Society for Nondestructive Testing, 2014, v.34, №1, p.10-17.
16. G. Busse, D. Wu, W. Karpen. Thermal wave imaging with phase sensitive modulated thermography // Journal of Applied Physics, 1992, v.71, №8, p.3962-3965.
17. D. Wu, G. Busse. Lock-in thermography for nondestructive evaluation of materials // Revue générale de thermique, 1998, v.37, №8, p.693-703.
18. C. Zöcke, A. Langmeier, R. Stöbel, W. Arnold. Reconstruction of the defect shape from lock-in thermography phase images // Quantitative InfraRed Thermography Journal, 2009, v.6, №1, p.63-78.
19. L. Junyan, T. Qingju, L. Xun, W. Yang. Research on the quantitative analysis of subsurface defects for non-destructive testing by lock-in thermography // NDT & E International, 2012, v.45, №1, p.104-110.
20. G. Jinlong, L. Junyan, W. Fei, W. Yang. Inverse heat transfer approach for nondestructive estimation the size and depth of subsurface defects of CFRP composite using lock-in thermography // Infrared Physics & Technology, 2015, v.71, p.439-447.
21. R. Gupta, O. Breitenstein. Unsteady-state lock-in thermography – Application to shunts in solar cells // Quantitative InfraRed Thermography Journal, 2007, v.4, №1, p.85-105.
22. А.А. Дегтярев, Ш. Тайль. Элементы теории адаптивного расширенного фильтра Калмана. – М.: Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, 2003, препринт №26, 35 с.;  
A.A. Degtjarev, Sh. Tajl. Elementy teorii adaptivnogo rasshirennogo filtra Kalmana. – М.: Institut Prikladnoi Matematiki im. M.V. Keldysha RAN, 2003, preprint №26, 35 s.
23. S.S. Haykin. Kalman filtering and neural networks. – New York: Wiley, 2001, 304 p.
24. T.C.M. Lee. Smoothing parameter selection for smoothing splines: a simulation study // Computational statistics & Data analysis, 2003, v.42, №1, p.139-148.
25. А.Г. Блох, Ю.А. Журавлев, Л.Н. Рыжков. Теплообмен излучением. Справочник. – М.: Энергоатомиздат, 1991, 432 с.;  
A.G. Bloh, Ju.A. Zhuravlev, L.N. Ryzhkov. Teploobmen izlucheniem. Spravochnik. – М.: Energoatomizdat, 1991, 432 s.
26. А.А. Самарский, П.Н. Вабищевич. Вычислительная теплопередача. 2-е изд. – М.: Либроком, 2009, 782 с.;  
A.A. Samarskii, P.N. Vabishchevich. Computational Heat Transfer. – Wiley, 1996, 418 p.
27. P.J. Green, B.W. Silverman. Nonparametric regression and generalized linear models: a roughness penalty approach. – CRC Press, 1993, 182 p.
28. Н.Б. Варгафтик. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. – М.: Наука, 1972, 720 с.;  
N.B. Vargaftik. Spravochnik po teplofizicheskim svoistvam gazov i zhidkostei. – М.: Nauka, 1972, 720 s.
29. ГОСТ 1412-85 «Чугун с пластинчатым графитом для отливок».  
GOST 1412-85 «Chugun s plastinchatym grafitom dlia otlivok».
30. А.И. Еремкин, Т.И. Королева. Тепловой режим зданий: учебное пособие. – М.: Издательство АСВ, 2000, 368 с.;  
A.I. Eremkin, T.I. Koroleva. Teplovoi rezhim zdaniy: uchebnoe posobie. – М.: Izdatelstvo ASV, 2000, 368 s.

Поступила в редакцию 19.02.18

После доработки 19.02.18

Принята к публикации 10.09.18