

## ПРОЦЕДУРА АПСКЕЙЛИНГА ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ СКВАЖИН С ТРЕЩИНАМИ ГИДРОРАЗРЫВА ПЛАСТА

© 2019 г. *Т.Ф. Киреев, Г.Т. Булгакова*

Уфимский государственный авиационный технический университет  
kireevtf@gmail.com, bulgakova.guzel@mail.ru

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ (проект № 17-41-020226-р\_а).

DOI: 10.1134/S0234087919030079

Одной из важных задач в пластовом моделировании является корректный учет влияния трещин гидравлического разрыва пласта (ГРП) на работу скважин. Метод апскейлинга позволяет эффективно вычислять приток к скважине с трещиной ГРП в расчетах на грубой сетке. В работе предложена процедура апскейлинга проводимости около трещины ГРП на неструктурированной сетке Вороного. Продемонстрировано преимущество данного подхода перед классическим методом моделирования трещин EDFM.

Ключевые слова: пластовое моделирование, апскейлинг, трещина гидроразрыва, дискретная модель трещины, поведение скважины.

### NEAR-WELL UPSCALING FOR SIMULATION OF WELLS WITH HYDRAULIC FRACTURES

*T.F. Kireev<sup>1,2</sup>, G.T. Bulgakova<sup>1</sup>*

<sup>1</sup>Ufa State Aviation Technical University, Ufa

<sup>2</sup>UNTC LLC, Ufa

An important task in reservoir simulation is to take into account the hydraulic fracture effect on well performances. The upscaling method allows efficient computing the inflow to a well with a fracture on a coarse grid. A numerical near-well upscaling procedure for hydraulic fractures on an unstructured Voronoi grid is proposed. The upscaling procedure is shown to be significantly more accurate than the classical EDFM method.

Key words: reservoir simulation; upscaling; DFM; EDFM; well performance.

## 1. Введение

Метод апскейлинга является одним из инструментов многомасштабного моделирования, которое применяется для решения задач, имеющих важ-

ные особенности сразу на нескольких различных масштабах времени или пространства. К таким задачам относится большое количество задач механики сплошных сред: моделирование жидкостей, твердых тел, физико-химических реакций и явлений. Расчет свойств материала или поведения системы на одном уровне выполняется с использованием информации или моделей с других уровней, причем на каждом уровне используются различные подходы для описания системы.

Моделирование движения углеводородов в подземных пластах обычно подразумевает численное решение больших систем нелинейных уравнений сохранения массы. Одной из ключевых задач при этом является корректный учет сильно нелинейного распределения давления в околоскважинной области. Типичные размеры моделируемого участка пласта во много раз превышают диаметр скважинной колонны и ширину трещины ГРП, поэтому полномасштабный численный расчет за приемлемое время можно провести лишь на грубой сетке, размеры которой на несколько порядков превышают характерные размеры околоскважинных особенностей.

Для моделирования трещин ГРП на грубой сетке обычно применяют модели DFM [1] и EDFM [2,3]. В этих моделях предполагается, что давление внутри грубой ячейки с трещиной распределено линейно вдоль нормали к трещине. Однако в реальности давление около трещин ГРП распределено сильно нелинейно, и, как будет показано дальше в примере, это предположение вносит существенную погрешность в расчетные показатели скважин.

Существуют аналитические выражения, описывающие нелинейное распределение давления в околоскважинной области (например, формула Писмана [4]). Эти аналитические выражения связывают забойное давление скважины с давлением в ячейке грубой сетки, в которой находится скважина. Однако такие методы не позволяют ни описать неоднородности пласта в околоскважинной области, ни учесть скважины с трещинами ГРП конечной проводимости.

Полуаналитические решения (например, подход [5], основанный на вычислении функций Грина) позволяют моделировать скважины со сложными траекториями (в том числе с трещинами ГРП конечной проводимости) и описывать слабые неоднородности пласта, комбинируя аналитические решения в нескольких грубых ячейках. Но описать сильную околоскважинную неоднородность такими методами довольно затруднительно, т.к. каждая грубая ячейка, в которой определяется аналитическое решение, должна быть однородной. Также эти методы не позволяют в полной мере учесть не-

стационарные эффекты около скважины, такие как разгазирование нефти внутри трещины.

Околоскважинный апскейлинг проводимостей является альтернативным методом учета нелинейного характера давления в околоскважинной области. Здесь все неоднородности учитываются с помощью решения стационарного уравнения движения жидкости на мелкой сетке. Mascarenhas [6] описал процедуру численного апскейлинга для горизонтальной скважины на декартовой расчетной сетке. Ding и другие [7] описали процедуру апскейлинга проводимостей для трещин ГРП. Для учета нестационарных эффектов на ранних временах они предложили метод связанного моделирования на грубой и мелкой сетке (coupled modeling), в котором проводимости ячеек в околоскважинной области изменяются со временем.

Апскейлингу на неструктурированной сетке Вороного [8] посвящено несколько работ. Например, Мазо и Поташев [9] предложили апскейлинг абсолютной проницаемости для суперэлементной модели разработки нефтяного пласта, в которой размеры грубых ячеек сопоставимы с расстоянием между соседними скважинами. Artus и другие [10] использовали двухэтапный апскейлинг проводимости, включающий в себя аналитический и численный этапы.

В данной статье предложена процедура численного околоскважинного апскейлинга для трещин ГРП конечной проводимости на неструктурированной сетке Вороного, в которой ячейки трещины явно присутствуют в грубой сетке. Такой подход позволяет учесть нестационарный характер движения флюидов и разгазирование внутри трещины на грубой сетке. Так же, как и в [10], используется радиальное измельчение сетки вблизи трещин ГРП. Для простоты рассматривается локальный апскейлинг, хотя обобщение описанной процедуры на глобальный и локально-глобальный [11] случаи тривиально. Данный подход можно рассматривать как альтернативный метод построения расширенной скважинной области в рамках концепции extended well model [12].

## 2. Модель движения жидкости

Моделирование движения трехфазной смеси в пласте и в трещинах заключается в решении следующей задачи, которая будет называться глобальной задачей:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\phi \rho_{\alpha} S_{\alpha}) + \nabla \cdot (\rho_{\alpha} \mathbf{v}_{\alpha}) = \rho_{\alpha} q_{\alpha} \delta_{well}, \quad \mathbf{v}_{\alpha} = -\frac{kk_{r\alpha}}{\mu_{\alpha}} \nabla p_{\alpha},$$

$$\sum_{\alpha} S_{\alpha} = 1, \quad \left. \frac{\partial p_{\alpha}}{\partial n} \right|_{\partial \Omega} = 0.$$

Здесь  $\alpha$  – индекс компонента (вода, нефть или газ);  $\phi$  – пористость породы;  $\rho_\alpha$  – плотность;  $S_\alpha$  – насыщенность;  $v_\alpha$  – скорость движения компонента;  $k$  – изотропное поле проницаемости;  $k_{r\alpha}$  – относительная фазовая проницаемость;  $\mu_\alpha$  – вязкость;  $p_\alpha$  – давление;  $q_\alpha$  – приток компонента из скважины;  $\delta_{well}$  – дельта-функция Дирака (размерности  $1/\text{м}^3$ ), локализованная в точке расположения нагнетательной скважины;  $\partial\Omega$  – внешняя граница рассматриваемой области  $\Omega$ . При этом могут задаваться различные граничные условия в точках расположения скважин и различные начальные условия во всей области. Область  $\Omega$  включает в себя трещины ГРП, т.е. движение трехфазной смеси в трещинах и в пласте описывается одинаковыми уравнениями.

Пространственная дискретизация уравнений движения методом конечных объемов с помощью двухточечной аппроксимации потока и замена производной по времени левой конечной разностью приводят к системе нелинейных уравнений, которая обычно решается методом Ньютона. В этом случае поток флюида между двумя ячейками равен

$$q_{\alpha,ij} = -T_{ij} \frac{k_{r\alpha}}{\mu_\alpha} (p_{\alpha,i} - p_{\alpha,j}),$$

где одинарный индекс  $i$  обозначает значение в  $i$ -й ячейке, а парный индекс  $ij$  обозначает значение на грани между ячейками  $i$  и  $j$ . Если считать, что давление между узлами ячеек  $i$  и  $j$  распределено линейно, то можно использовать линейную формулу для вычисления проводимости между этими ячейками:

$$T_{ij} = k_{ij} \frac{A_{ij}}{d_{ij}},$$

где  $A_{ij}$  – площадь грани между ячейками  $i$  и  $j$ ,  $d_{ij}$  – расстояние между узлами  $i$  и  $j$ . Для вычисления  $k_{ij}$  обычно используется среднее гармоническое значений  $k_i$  и  $k_j$ . При этом ячейки  $i$  и  $j$  могут представлять собой как пластовые контрольные объемы, так и контрольные объемы трещин.

На самом деле даже в однофазном и несжимаемом случае давление в околоскважинной области распределено сильно нелинейно в направлении  $r$  к скважине, поскольку является решением уравнения Пуассона

$$p(r) \sim \ln(r).$$

В связи с этим использование линейной формулы для вычисления проводимостей в околоскважинной области вносит некоторую погрешность в вы-

числение потоков. Метод апскейлинга сводится к тому, чтобы отразить нелинейный характер распределения давления между ячейками через коэффициент  $T_{ij}$ .

### 3. Процедура апскейлинга

Для каждой скважины на мелкой детализированной сетке решается вспомогательная локальная задача

$$\nabla \cdot (k \nabla p) = 0, \quad p|_{\partial \Psi} = 0, \quad p|_w = 1.$$

Здесь  $\Psi \subset \Omega$  – околоскважинная область, включающая в себя трещину ГРП,  $\partial \Psi$  – внешняя граница  $\Psi$ ,  $w \in \Psi \subset \Omega$  – центр скважины. Трещина ГРП в данном подходе моделируется с помощью создания некоторой области в  $k$  с повышенной проницаемостью. Особенную роль при этом играет способ пространственной дискретизации задачи: область  $\Psi$  разбивается так, чтобы границы элементов разбиения совпадали с границами области повышенной проницаемости.

Следует отметить, что в некоторых однородных задачах  $p$  может выражаться аналитически, но в данной статье предполагается, что пласт имеет неоднородные изотропные характеристики, поэтому используется численное решение. Полученное решение  $p$  содержит в себе детальную информацию о нелинейном характере распределения давления в области  $\Psi$  в установившемся режиме.

Проводимости между крупными ячейками для глобальной задачи вычисляются через решение  $p$  следующим образом:

$$T_{ij} = -\frac{q_{ij}}{\langle p \rangle_i - \langle p \rangle_j} = -\frac{\int_{V_i \cap V_j} k \nabla p \cdot ds}{\frac{1}{|V_i|} \int_{V_i} p dv - \frac{1}{|V_j|} \int_{V_j} p dv},$$

где  $q_{ij}$  – поток однофазного флюида между ячейками  $i$  и  $j$ ,  $\langle p \rangle_i$  – среднее значение давления  $p$  в ячейке  $i$ ,  $V_i$  –  $i$ -я ячейка,  $|V_i|$  – объем  $i$ -й ячейки,  $V_i \cap V_j$  – грань между  $i$ -й и  $j$ -й ячейками.

Алгоритм решения глобальной задачи с применением процедуры апскейлинга состоит из четырех шагов:

1. Построить глобальную и локальную расчетные сетки для областей  $\Omega$  и  $\Psi$  соответственно.
2. В области  $\Psi$  решить локальную задачу, описанную выше.

3. Вычислить проводимости для глобальной расчетной сетки в области  $\Psi$  по формуле, описанной выше, а в области  $\Omega \setminus \Psi$  – по линейной формуле из раздела 2.

4. С использованием полученных проводимостей решить глобальную задачу в области  $\Omega$ .

Шаг 1 описан в следующем разделе статьи. Решение локальной задачи на шаге 2 и глобальной задачи на шаге 4 проводится методом конечных объемов с помощью двухточечной аппроксимации потока. Вычислительные затраты при проведении шагов 1, 2 и 3 существенно ниже затрат при проведении шага 4, поэтому применение процедуры апскейлинга полностью оправдано.

#### 4. Построение сетки

Для решения глобальной и локальных задач предлагается построить две согласованные расчетные сетки: грубую сетку для глобальной задачи и мелкую сетку для локальных задач. Грубая и мелкая сетки считаются согласованными, если:

(а) каждую ячейку грубой сетки можно представить в виде объединения некоторого множества ячеек мелкой сетки;

(б) каждую грань грубой сетки можно представить в виде объединения некоторого множества граней мелкой сетки.

Свойство согласованности позволяет точно вычислять значения интегралов по ячейкам и граням грубой сетки для вычисления проводимости. Можно использовать следующий алгоритм построения согласованных неструктурированных сеток:

1. Построить сетку для всей области  $\Omega$ , в которой околоскважинные области детально представлены мелкими ячейками, а отдаленные от скважин области пласта представлены крупными ячейками. Эта сетка будет называться мелкой сеткой и будет использоваться для решения локальных задач.

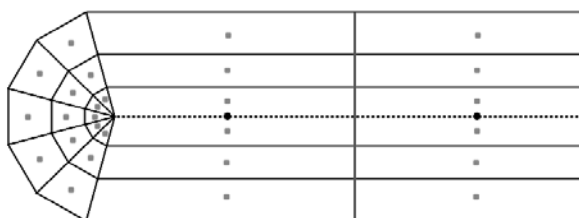
2. На основе мелкой сетки построить новую сетку для всей области  $\Omega$  путем объединения мелких ячеек в околоскважинной области в крупные ячейки. Новая сетка будет называться грубой сеткой и будет использоваться для решения глобальной задачи.

В данной работе за основу взята двумерная неструктурированная сетка Вороного [8]. На первом этапе строится мелкая сетка. В околоскважинной области узловые точки расставляются с возрастающим шагом по нормали к трещине ГРП и радиально на кончиках трещины, как показано на рис.1. В мелкой сетке скважины с трещинами ГРП представляются моделью DFM, т.е. контрольные объемы для трещины строятся на гранях между пластовы-

ми контрольными объемами (рис.2). Эти ячейки трещины геометрически представляются в виде одномерных линий, но имеют ненулевой объем, который рассчитывается исходя из ширины раскрытия трещины. Объем соседних пластовых ячеек, примыкающих к трещине, соответствующим образом сокращается, чтобы гарантировать неизменность суммарного объема околоскважинной области. Мелкая сетка строится так, чтобы пластовые ячейки, примыкающие к трещине, имели форму прямоугольника (или форму трапеции на краях трещины) с высотой 1–10 см и длиной, равной диаметру грубой пластовой ячейки (порядка 100 м).



**Рис.1.** Расположение узловых точек для построения мелкой расчетной сетки около трещины ГРП. Узловые точки изображены серым цветом. Черной линией обозначена трещина ГРП.

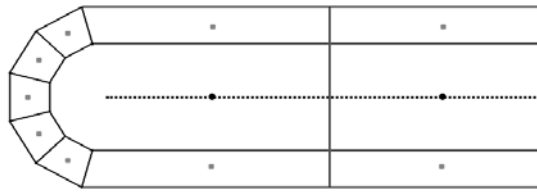


**Рис.2.** Часть мелкой расчетной сетки около трещины ГРП. Узловые точки пластовых ячеек изображены серым цветом. Узловые точки ячейки трещины изображены черным цветом. Черными линиями изображены грани пластовых ячеек. Пунктирная линия представляет собой одновременно грань между двумя пластовыми ячейками и ячейку трещины ГРП.

На втором этапе строится грубая сетка. Пластовые ячейки мелкой сетки объединяются в грубые ячейки, как показано на рис.3. При этом ячейки трещины не изменяются и также присутствуют в грубой сетке. Но теперь каждая ячейка трещины соединена только с одной грубой ячейкой пласта – точно так же, как в модели EDFM. Количество мелких ячеек для объединения в одну грубую ячейку выбирается исходя из желаемого размера грубой ячейки.

Таким образом, контрольные объемы трещин включены в грубую сетку и используются для решения глобальной задачи. Такие ячейки из-за их малого объема конечно же будут снижать максимально допустимое значе-

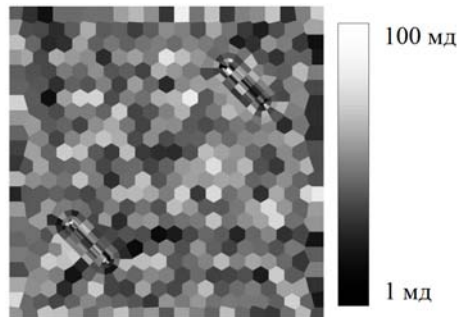
ние временного шага в методе Ньютона, но это будет происходить только в те моменты, когда фронт насыщенности в трещине изменяется сильно. Такие моменты возникают при запуске новых скважин, прорыве воды в добывающие скважины или разгазировании нефти и довольно кратковременны по сравнению со всем периодом симуляции. Произведение проницаемости и площади граней трещинных ячеек сопоставимо с произведением проницаемости и площади пластовых ячеек, потому ячейки трещин не должны оказывать сильного негативного влияния на обусловленность линеаризованной системы уравнений, возникающей при решении глобальной задачи.



**Рис.3.** Часть грубой расчетной сетки около трещины ГРП. Все обозначения аналогичны обозначениям на рис.2, за исключением того, что пунктирная линия теперь не является гранью между ячейками, а изображает только ячейки трещины ГРП. Узловые точки грубых ячеек, через которые проходит трещина, геометрически совпадают с узловыми точками ячеек трещины.

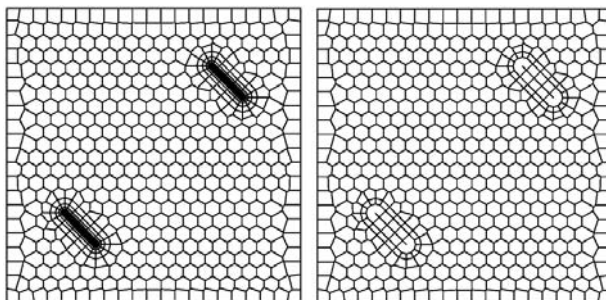
## 5. Численный эксперимент

В качестве примера рассмотрена задача двухфазной фильтрации в неоднородном изотропном пласте. В рассматриваемом участке находятся добывающая и нагнетательная скважины с трещинами ГРП, работающие с постоянным забойным давлением. Ширина раскрытия обеих трещин равна 1 мм. Трещина ГРП на добывающей скважине имеет проницаемость 500000 Дарси для имитации бесконечной проводимости, а трещина ГРП на нагнетательной скважине имеет проницаемость 500 Дарси. Карта пластовой проницаемости показана на рис.4. Расчетная сетка показана на рис.5.



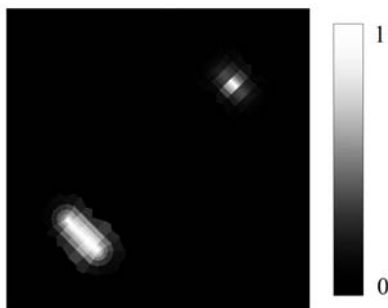
**Рис.4.** Проницаемость пласта (указаны значения проницаемости в ячейках мелкой сетки).





**Рис.5.** Мелкая сетка (слева) и крупная сетка (справа). В левом нижнем углу расположена добывающая скважина, а в правом верхнем углу – нагнетательная скважина.

На рис.6 показано давление, полученное с помощью решения двух локальных задач на мелкой сетке. Это давление использовалось для вычисления проводимостей в процедуре апскейлинга. Видно, что из-за разной проницаемости трещин распределение давления в двух локальных областях различается.



**Рис.6.** Давление, полученное с помощью решения двух локальных задач на мелкой сетке.

Проведено 3 варианта расчета для глобальной задачи. Первый расчет произведен на мелкой сетке с использованием классической линейной формулы для вычисления всех проводимостей между ячейками и принят в качестве эталонного. Второй расчет произведен на грубой сетке с использованием процедуры апскейлинга.

Третий расчет проведен на грубой сетке с использованием классической линейной формулы, и он эквивалентен использованию модели EDFM. В этом случае вычисление проводимости между грубой пластовой ячейкой  $i$  и ячейкой трещины  $j$ , которая в ней находится, осуществлялось по формуле (см. рис.7):

$$T_{ij} = k_i \frac{A_i}{\langle d \rangle_i} = k_i \frac{2dl_i h_i}{\langle d \rangle_i}, \quad \langle d \rangle_i = \frac{1}{|V_i|} \int_{V_i} x_n dv = \frac{dy_i}{4},$$

где  $k_i$  – проницаемость пластовой ячейки  $i$ , принятая равной средневзвешенному значению проницаемостей мелких пластовых ячеек, образующих эту грубую ячейку;  $A_i$  – открытая для потока площадь поверхности трещины, находящейся в ячейке  $i$ ;  $dl_i$  – длина ячейки трещины, находящейся в ячейке  $i$ ;  $h_i$  – высота ячейки трещины, находящейся в ячейке  $i$ ;  $\langle d \rangle_i$  – среднее расстояние до трещины по нормали к трещине в ячейке  $i$ ;  $dv$  – элементарный объем пластовой ячейки;  $x_n$  – расстояние от элементарного объема  $dv$  до трещины по нормали к трещине.

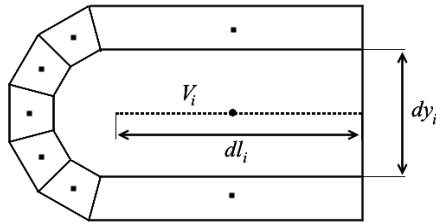


Рис. 7. К вычислению проводимости между ячейкой трещины и пластовой ячейкой в варианте расчета 3.

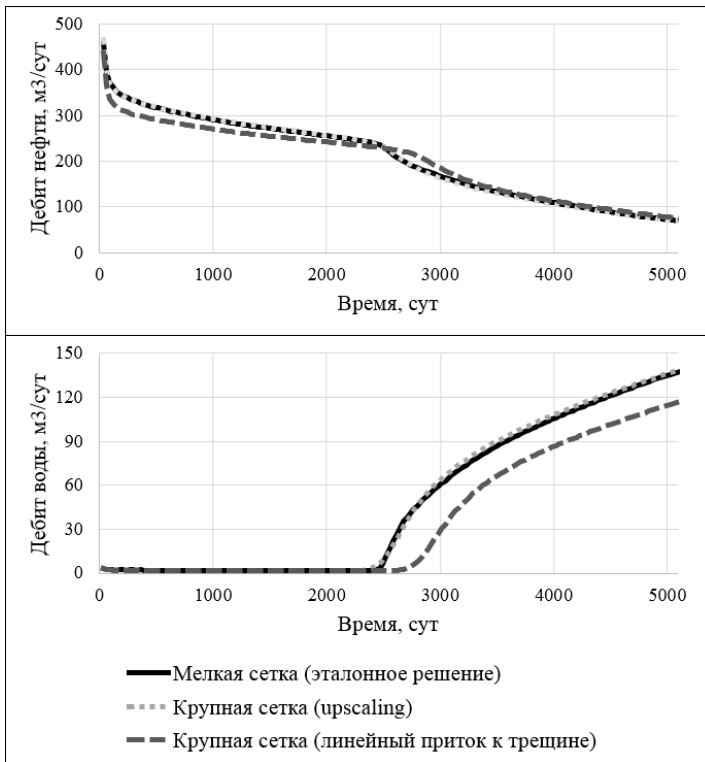


Рис. 8. Дебиты нефти и воды в трех вариантах расчета.

На рис.8 изображены показатели работы добывающей скважины для трех вариантов расчета. Видно, что в начальный период от 0 до 2000 суток дебит нефти, вычисленный на крупной сетке с использованием линейной формулы, в среднем на  $25 \text{ м}^3/\text{сут}$  ниже эталонного дебита нефти, вычисленного на мелкой сетке. Это говорит о том, что предположение о линейности распределения давления в крупной ячейке с трещиной вносит до 8% погрешности в значение притока к скважине. Такая погрешность в конечном счете привела к тому, что время прорыва воды в добывающую скважину увеличилось на 300 суток, что наблюдается на графике дебита воды. В то же время дебит нефти из расчета на крупной сетке с использованием апскейлинга в период от 0 до 2000 суток отклонился от эталонного решения не более чем на 1%, а время прорыва воды отклонилось не более чем на 30 суток.

## 6. Заключение

Предложена процедура окологважинного апскейлинга для трещин ГРП конечной проводимости на неструктурированной сетке Вороного, в которой ячейки трещины явно присутствуют в грубой сетке. Такой подход позволяет учесть нестационарный характер движения флюидов и разгазирование внутри трещины.

Показано, что используемое в модели EDFM предположение о линейности распределения давления в пластовой ячейке, содержащей трещину, может вносить значительную погрешность в решение глобальной задачи, а процедура апскейлинга позволяет учесть нелинейный характер распределения давления путем изменения проводимости ячеек и существенно повысить точность решения задачи.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *M. Karimi-Fard, L.J. Durlofsky, K. Aziz.* An efficient discrete fracture model applicable for general purpose reservoir simulators // SPE Reservoir Simulation Symposium, Houston, Texas, 3-5 February, 2003.
2. *A. Moinfar, A. Varavei, K. Sepehrnoori, R.T. Johns.* Development of a novel and computationally-efficient discrete-fracture model to study IOR processes in naturally fractured reservoirs // SPE Improved Oil Recovery Symposium, Tulsa, Oklahoma, USA, 14-18 April, 2012.
3. *L. Li, S.H. Lee.* Efficient field-scale simulation of black oil in a naturally fractured reservoir through discrete fracture networks and homogenized media // SPE Reservoir Evaluation & Engineering, 2008, v.11, p.750-758.
4. *D.W. Peaceman.* Interpretation of well-block pressures in numerical reservoir simulation

- with nonsquare grid blocks and anisotropic permeability // Society of Petroleum Engineers Journal, 1983, v.23, p.531-543.
5. C. Wolfsteiner, L.J. Durlofsky, K. Aziz. Calculation of well index for nonconventional wells on arbitrary grids // Computational Geosciences, 2003, v.7, p.61-82.
  6. O. Mascarenhas, L.J. Durlofsky. Coarse scale simulation of horizontal wells in heterogeneous reservoirs // Journal of Petroleum Science and Engineering, 2000, v.25, p.135-147.
  7. D.Y. Ding, Y.S. Wu, L. Jeannin. Efficient simulation of hydraulic fractured wells in unconventional reservoirs // Journal of Petroleum Science and Engineering, 2014, v.122, p.631-642.
  8. C.L. Palagi, K. Aziz. Use of voronoi grid in reservoir simulation // SPE Advanced Technology Series, 1994, v.2, p.69-77.
  9. А.Б. Мазо, К.А. Потапов. Апскейлинг абсолютной проницаемости для суперэлементной модели разработки нефтяного пласта // Математическое моделирование, 2017, т. 29, №6, с.89-102.  
А.Б. Мазо, К.А. Поташев. Absolute Permeability Upscaling for Superelement Modeling of Petroleum reservoir // Mathematical Models and Computer Simulations, 2018, v.10, №1, p.26-35.
  10. V. Artus, D. Fructus, O. Houzé. Simulation of deviated wells using 3D unstructured grids of flexible resolution // SPE Reservoir Simulation Conference, Montgomery, Texas, USA, 20-22 February, 2017.
  11. Y. Chen, L.J. Durlofsky, M. Gerritsen, X.H. Wen. A coupled local-global upscaling approach for simulating flow in highly heterogeneous formations // Advances in Water Resources, 2003, v.26, p.1041-1060.
  12. M. Karimi-Fard, L.J. Durlofsky. Accurate resolution of near-well effects in upscaled models using flow-based unstructured local grid refinement // Society of Petroleum Engineers Journal, 2012, v.4, p.1084-1095.

Поступила в редакцию 19.07.18

После доработки 30.10.18

Принята к публикации 19.11.18