

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СТЕНДА ДЛЯ ИСПЫТАНИЯ АКСЕЛЕРОМЕТРОВ

© 2019 г. *С.М. Соколов, А.А. Богуславский, О.В. Трифонов,
В.В. Сазонов*

Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Москва
sazonov@keldysh.ru

Данная работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 16-19-10705).

DOI: 10.1134/S0234087919040051

Построена математическая модель стенда натуральных динамических испытаний акселерометров, созданного в ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. Стенд имеет подвижную платформу с одной степенью свободы. Платформа может вращаться вокруг неподвижной вертикальной оси. К платформе жестко крепятся тестируемые блоки акселерометров, и ей придается варьируемое в широких пределах вращение. Фактическое изменение угла поворота платформы реконструируется апостериори по видеоизображению, получаемому с помощью системы технического зрения. Реконструкция выполняется численно, что позволяет рассчитать реальные ускорения, испытываемые акселерометрами. Рассчитанные ускорения сравниваются с цифровыми данными измерений. По результатам сравнения выполняются тестирование и калибровка чувствительных элементов акселерометров, электронных блоков и т.п.

Ключевые слова: акселерометр, испытательный стенд, система технического зрения, реконструкция движения по данным измерений.

MATHEMATICAL MODEL OF TESTBED FOR ACCELEROMETER TRIALS

S.M. Sokolov, A.A. Boguslavsky, O.V. Trifonov, V.V. Sazonov

Keldysh Institute of Applied Mathematics of RAS

We developed the mathematical model of the dynamical testbed assigned for testing accelerometer assemblies. The testbed was worked out in Keldysh Institute of Applied Mathematics. It had a movable platform with one degree of freedom. It can rotate about the axis fixed in a prescribed direction. Tested accelerometer assemblies are placed in the platform that rotates in arbitrary way. Its real motion is reconstructed a posteriori by measurements of vision system. The reconstruction is carried out in digital form and allows to calculate real accelerations felt by the assemblies. The calculated accelerations are compared with measured ones. The comparison results used in testing and calibration of sensors, electronic units, etc.

Key words: accelerometer, test bed, vision system, reconstruction of motion by measurement data.

1. Введение

При решении навигационной задачи наземными транспортными средствами с повышенной степенью автономности (в идеале – без участия человека) возникает ряд сложностей. В условиях городов – это необходимость определять ориентацию транспортного средства при большом количестве остановок и наличии мест, в которых нет приёма сигнала от спутников навигационных систем. Высокая маневренность перемещений по городам делает затруднительным и применение традиционных инерциальных навигационных систем. Дополнительные ограничения накладывает стремление решать навигационные задачи дешевыми средствами. Вместе с тем, ряд обстоятельств позволяет рассмотреть новые возможности в обеспечении бортовой навигации.

Во-первых, результаты исследований автономных инерциальных навигационных систем [1, 2] показывают возможность решения задачи определения координат и ориентации объекта с помощью систем акселерометров, без использования гироскопов. В частности, для случая сферического поля тяготения Земли, с привлечением данных о знаке проекции угловой скорости объекта на какую-либо ось возможно определение координат и ориентации объекта с помощью решения системы алгебраических уравнений [2].

Во-вторых, современный уровень развития сенсорных систем и вычислительной техники позволяет использовать в составе информационных систем системы технического зрения и эффективно комплексировать различные сенсорные подсистемы [3–9]. При этом совокупная стоимость информационной системы остаётся достаточно дешевой.

В работе описывается первый этап исследований, оценивающих возможности определения координат и ориентации подвижного объекта по измерениям системы недорогих акселерометров и системы технического зрения (СТЗ). Создан лабораторный стенд для натуральных динамических испытаний акселерометров (рис.1). Стенд имеет подвижную платформу с одной степенью свободы. Платформа может вращаться вокруг неподвижной вертикальной оси. К платформе жестко крепятся тестируемые блоки акселерометров, и ей придается варьируемое в широких пределах вращение. Движение платформы реконструируется по видеоданным, получаемым от цифровой видеокамеры, расположенной на высоте около 2 м над подвижной платформой и снимающей движение двух цветных маркеров – красного и синего светодиодов – на концах платформы.

Построена математическая модель такого стенда, которая позволяет реконструировать движение платформы и рассчитать реальные ускорения,

испытываемые акселерометрами. Рассчитанные ускорения сравниваются с данными измерений акселерометров. По результатам сравнения выполняются тестирование и калибровка чувствительных элементов акселерометров, электронных блоков и т.п. Ниже приводится описание математической модели стенда и методики обработки полученных на нем измерений, приведены примеры тестирования акселерометров. Более детальное описание проведенного исследования можно найти в [10].

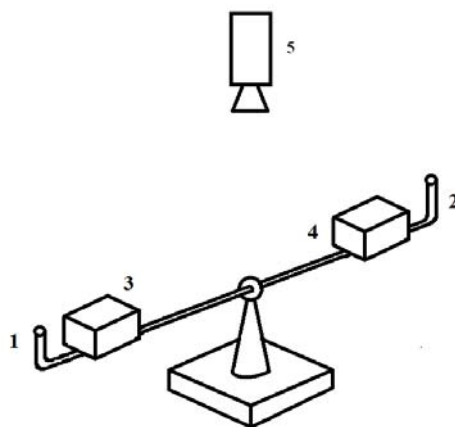


Рис.1. Стенд натуральных динамических испытаний систем акселерометров: 1, 2 – цветные светодиоды; 3, 4 – блоки акселерометров; 5 – видеокамера.

2. Обработка видеоданных

Полагаем, что подвижная платформа стенда представляет собой твердое тело. С платформой жестко свяжем систему координат $Oxyz$. Ось Oz неподвижна и является осью вращения платформы. Ее направление по вертикали вниз реализовано настолько точно, насколько это можно обеспечить с помощью пузырькового уровня. Движение платформы реконструируется по видеоинформации, получаемой от цифровой видеокамеры; камера неподвижна и расположена на высоте около 2 м над плоскостью Oxy вблизи оси Oz . Плоскость ПЗС матрицы практически параллельна плоскости Oxy . В этой плоскости введем систему координат CXY . Точка в плоскости Oxy с координатами (x, y) изображается на плоскости CXY как точка с координатами

$$X = X_O + x \cos \varphi - y \sin \varphi, \quad Y = Y_O + x \sin \varphi + y \cos \varphi,$$

где φ – угол поворота платформы вокруг оси Oz , отсчитываемый от проекции оси CX на плоскость Oxy .

На платформе в плоскости Oxy расположены два цветных маркера – красный и синий. Длина соединяющего маркеры отрезка прямой составляет

примерно 1.5м, а середина этого отрезка находится на расстоянии нескольких сантиметров от точки O . Координаты геометрических центров тяжести изображений этих маркеров в плоскости SXY обозначим соответственно (X_r, Y_r) и (X_b, Y_b) . Эти координаты выражаются в пикселах.

При испытаниях акселерометров платформа движется произвольным образом – на некоторых отрезках времени ее вращают вручную, в промежутках между этими отрезками она движется по инерции. Во время движения координаты изображений маркеров определяются с помощью алгоритмов слежения за малоразмерными целями [11]. Координаты выдаются в дискретные моменты времени t с переменным шагом, значения которого близки 0.08 с. В результате получается последовательность чисел

$$t_n, X_{r,n}, Y_{r,n}, X_{b,n}, Y_{b,n} \quad (n=1, 2, \dots, N), \quad (1)$$

где $t_n < t_{n+1}$, $X_{r,n} \approx X_r(t_n)$, $Y_{r,n} \approx Y_r(t_n)$, $X_{b,n} \approx X_b(t_n)$, $Y_{b,n} \approx Y_b(t_n)$. Статистическая обработка данных измерений (1) позволяет реконструировать движение платформы и получить расчетные аналоги измерений расположенных на платформе акселерометров. Сравнение расчетных аналогов с соответствующими данными измерений позволяет судить о точности акселерометров.

Обработка данных измерений (1) выполняется в несколько этапов. Сначала оценивается точность этих данных. Оценка основана на том факте, что точки $(X_{r,n}, Y_{r,n})$ должны лежать на окружности радиуса R_r с центром в точке (X_O, Y_O) ; точки $(X_{b,n}, Y_{b,n})$ должны лежать на окружности с тем же центром и несколько отличным радиусом R_b . Чтобы проверить, насколько точно выполняется это условие, уравнения

$$\sqrt{(X_{r,n} - X_O)^2 + (Y_{r,n} - Y_O)^2} = R_r, \quad (2)$$

$$\sqrt{(X_{b,n} - X_O)^2 + (Y_{b,n} - Y_O)^2} = R_b \quad (n=1, 2, \dots, N)$$

решаются методом наименьших квадратов относительно X_O, Y_O, R_r, R_b . Используется метод Гаусса–Ньютона. Первым приближением служат величины

$$X_O = 0.5 \text{med} \{X_{r,n} + X_{b,n}\}, \quad Y_O = 0.5 \text{med} \{Y_{r,n} + Y_{b,n}\},$$

$$R_r = R_b = 0.5 \text{med} \left\{ \sqrt{(X_{r,n} - X_{b,n})^2 + (Y_{r,n} - Y_{b,n})^2} \right\}.$$

Здесь $\text{med} \{a_n\}$ обозначает медиану множества $\{a_n\}$.

Пример движения платформы приведен на рис.2. Изображенные здесь графики представляют собой ломаные, звенья которых соединяют соседние по времени точки $(t_n, X_{b,n}), (t_n, Y_{b,n})$ в плоскостях $(t, X_b), (t, Y_b)$. В данном случае $N = 2135$. В качестве начального момента времени принят момент t_1 . Ломаные с вершинами в точках $(t_n, X_{r,n})$ и $(t_n, Y_{r,n})$ выглядят аналогично. Оценки искомых параметров:

$$X_O = 686.38 (0.033), \quad Y_O = 631.16 (0.032),$$

$$R_b = 553.74 (0.032), \quad R_r = 552.11 (0.032).$$

В скобках указаны стандартные отклонения. Стандартное отклонение ошибок выполнения уравнений (2) $\sigma = 1.50$. Здесь величины X_O, Y_O, R_r, R_b и стандартные отклонения выражены в пикселах.

X_b, Y_b

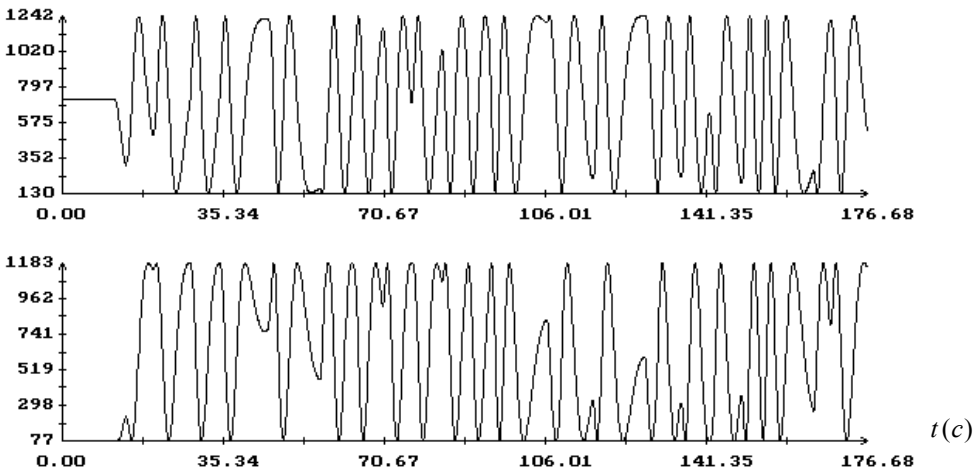


Рис.2. Пример движения платформы стенда.

После того как параметры X_O, Y_O, R_r, R_b найдены, на основании данных (1) по формулам

$$\cos \Phi_{r,n} = \frac{X_{r,n} - X_O}{R_r}, \quad \sin \Phi_{r,n} = \frac{Y_{r,n} - Y_O}{R_r},$$

$$\cos \Phi_{b,n} = \frac{X_{b,n} - X_O}{R_b}, \quad \sin \Phi_{b,n} = \frac{Y_{b,n} - Y_O}{R_b}$$

рассчитываются углы $\Phi_{r,n}$ и $\Phi_{b,n}$ ($n=1,2,\dots,N$). Расчет выполняется так,

чтобы величины $|\Phi_{r,n+1} - \Phi_{r,n}|$ и $|\Phi_{b,n+1} - \Phi_{b,n}|$ не превышали нескольких градусов. В результате получаем последовательности чисел

$$\Phi_{r,n}, \Phi_{b,n} \quad (n = 1, 2, \dots, N). \quad (3)$$

Полагаем, что $\Phi_{r,n} \approx \Phi_r(t_n)$, $\Phi_{b,n} \approx \Phi_b(t_n)$. Здесь Φ_r и Φ_b – углы между проекцией оси CX на плоскость Oxy и лучами, проведенными из точки O в красный и синий маркеры соответственно.

Последовательности чисел (1) и (3) сгладим тригонометрическими выражениями вида

$$a_{M+1} + a_{M+2}(t - t_1) + \sum_{m=1}^M a_m \sin \frac{\pi m(t - t_1)}{t_N - t_1}.$$

Каждое выражение – сумма линейной функции и отрезка ряда Фурье по синусам. Выражения такого вида удобно использовать для аппроксимации произвольных гладких функций, заданных на отрезке $t_1 \leq t \leq t_N$ [12]. Коэффициенты этих выражений находятся по данным (1) и (3) методом наименьших квадратов. Сглаживающим выражениям припишем индекс sm , например, $X_{b,sm}(t)$ сглаживает измерения $(t_n, X_{b,n})$.

Примеры сглаживающих выражений приведены на рис.3. Сглаживающие выражения построены для части данных, приведенных на рис.2 (см. диапазон изменения времени). В данном случае $N = 500$, $M = 60$. В верхней части рис.3 приведены графики сглаживающих выражений $X_{b,sm}(t)$, $Y_{b,sm}(t)$, в его нижней части – графики ошибок аппроксимации. График ошибок аппроксимации данных представляет собой ломаную с вершинами в точках $(t_n, \Delta X_{b,n})$, где $\Delta X_{b,n} = X_{b,n} - X_{b,sm}(t_n)$. Аналогично устроены графики ошибок аппроксимации данных $X_{r,n}$. Примеры графиков углов (3) и соответствующих аппроксимирующих выражений даны в [10]. Для данных на рис. 3 график разности $\Phi_{b,sm}(t) - \Phi_{r,sm}(t) - \pi$ лежит в пределах от -3.88° до 4.16° , хотя при отсутствии ошибок в видеоданных и люфта оси вращения платформы эта разность должна изменяться в гораздо более узком диапазоне. Указанный факт служит одним из показателей качества данных (1).

Построенные сглаживающие выражения позволяют рассчитать реальные скорости и ускорения точек платформы. В этих расчетах пересчет величин, выраженных в пикселах, в обычные единицы длины выполняется из условия $R_r + R_b = 1105.85$ пиксела = 155.3 см.

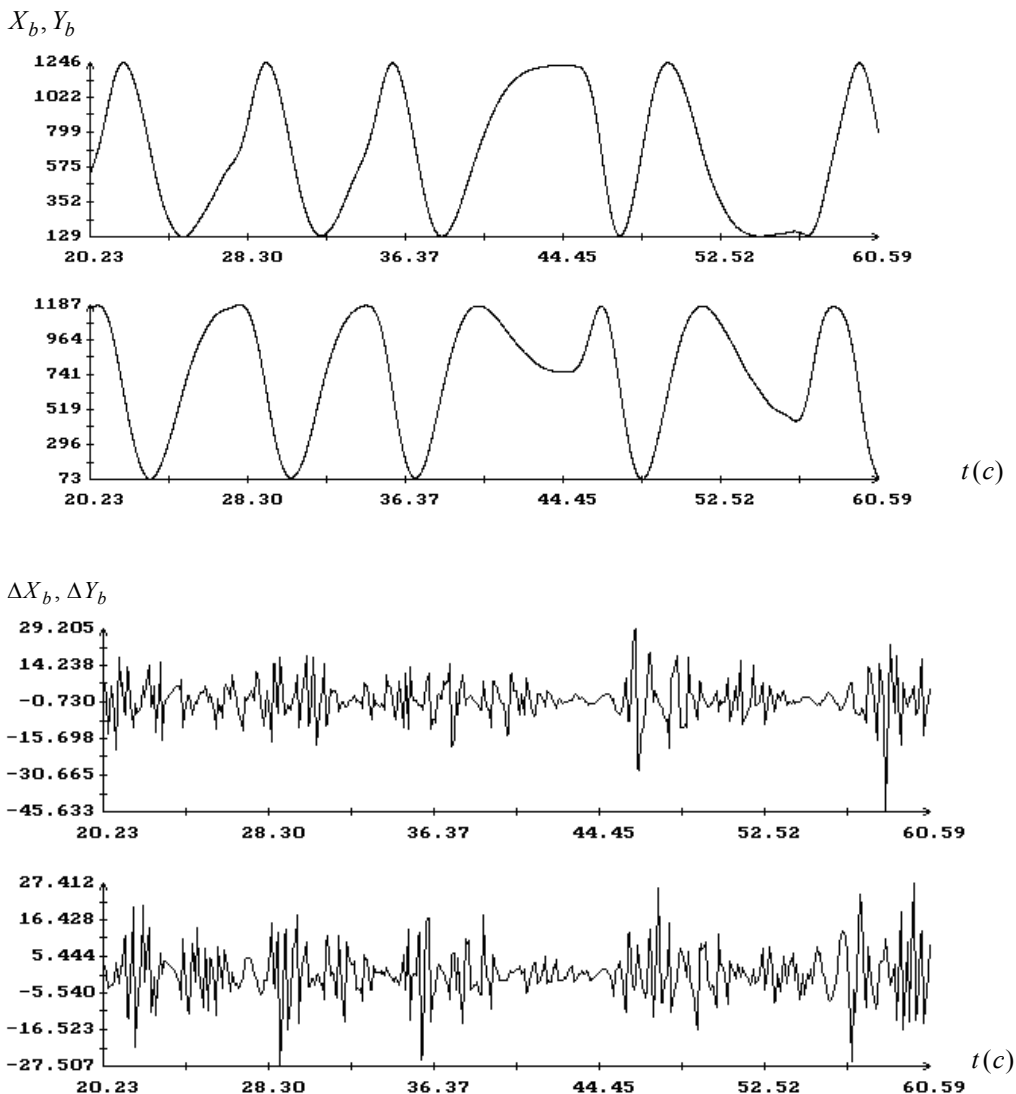


Рис.3. Вверху – аппроксимация движения платформы, внизу – ошибки аппроксимации.

Каждая фиксированная точка платформы, смещенная относительно точки O , движется по окружности постоянного радиуса R . Чтобы найти касательные и центростремительные компоненты скорости и ускорения такой точки, достаточно знать радиус R и угловые скорость и ускорение платформы $\dot{\varphi}$ и $\ddot{\varphi}$. Касательные компоненты скорости и ускорения имеют вид $v_{\varphi}=R\dot{\varphi}$, $w_{\varphi}=R\ddot{\varphi}$, их центростремительные компоненты $v_R=0$, $w_R=R\dot{\varphi}^2$. В качестве оценки $\dot{\varphi}$ можно принять величины $\dot{\Phi}_{r,sm}$, $\dot{\Phi}_{b,sm}$ или $(\dot{\Phi}_{r,sm}+\dot{\Phi}_{b,sm})/2$, оценкой $\ddot{\varphi}$ могут быть $\ddot{\Phi}_{r,sm}$, $\ddot{\Phi}_{b,sm}$, $(\ddot{\Phi}_{r,sm}+\ddot{\Phi}_{b,sm})/2$.

В качестве примера приведем результаты расчета скоростей и ускорений маркеров. Расчет проведем двумя способами. Степень близости их результатов характеризует и точность исходных данных (1), и точность построения сглаживающих выражений. Расчетные формулы выпишем только для красного маркера, формулы для синего маркера получаются из выписанных заменой индекса r на индекс b . Первый способ расчета компонент скорости и ускорения маркера в системе координат CXY :

$$v_{r,X} = \dot{X}_{r,sm}, \quad v_{r,Y} = \dot{Y}_{r,sm}, \quad w_{r,X} = \ddot{X}_{r,sm}, \quad w_{r,Y} = \ddot{Y}_{r,sm}.$$

$\dot{X}_b, \dot{Y}_b, \Delta\dot{X}_b, \Delta\dot{Y}_b$ (см/с)

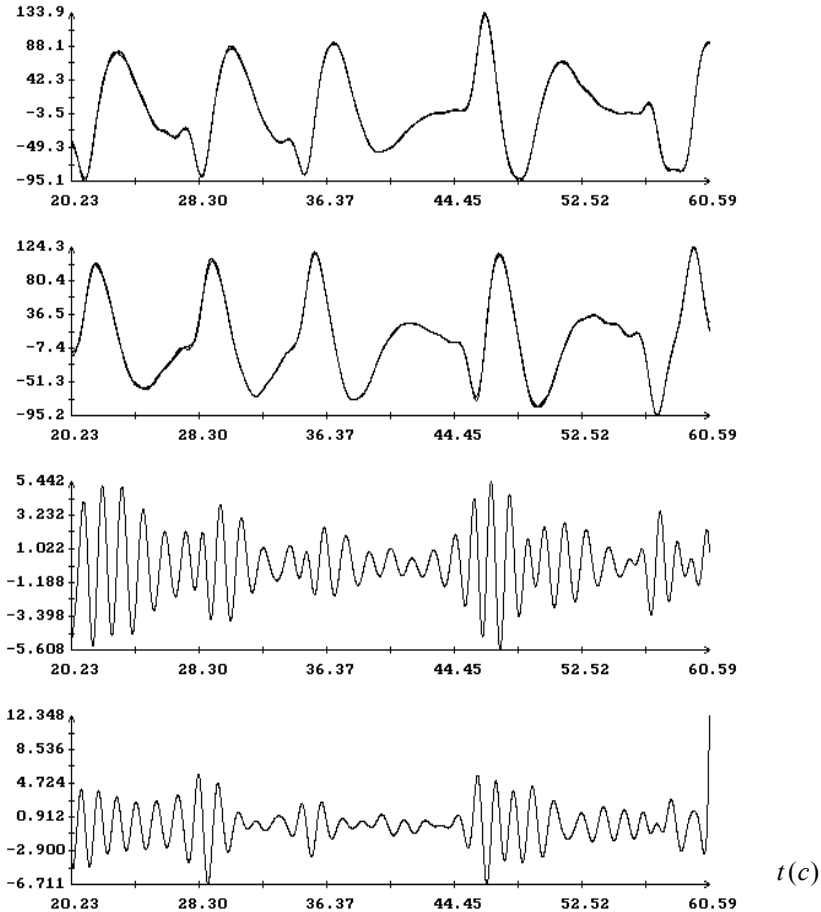


Рис.4. Скорость синего маркера, найденная по видеоданным.

Второй способ:

$$v_{r,X} = -v_{r,\Phi} \sin \Phi_{r,sm}, \quad v_{r,Y} = v_{r,\Phi} \cos \Phi_{r,sm}, \quad v_{r,\Phi} = R_r \dot{\Phi}_{r,sm},$$

$$w_{r,X} = -w_{r,\Phi} \sin \Phi_{r,sm} - w_{r,R} \cos \Phi_{r,sm},$$

$$w_{r,Y} = w_{r,\Phi} \cos \Phi_{r,sm} - w_{r,R} \sin \Phi_{r,sm}, \quad w_{r,R} = R_r \ddot{\Phi}_{r,sm}, \quad w_{r,\Phi} = R_r \dot{\Phi}_{r,sm}^2.$$

Касательные и центростремительные компоненты скоростей и ускорений маркеров также можно рассчитать двумя способами. Первый способ – использовать указанные только что формулы для $v_{r,R}$, $w_{r,\Phi}$. Второй способ:

$$v_{r,\Phi} = \frac{X_{r,sm} \dot{Y}_{r,sm} - Y_{r,sm} \dot{X}_{r,sm}}{\sqrt{X_{r,sm}^2 + Y_{r,sm}^2}}, \quad w_{r,R} = -\frac{X_{r,sm} \ddot{X}_{r,sm} + Y_{r,sm} \ddot{Y}_{r,sm}}{\sqrt{X_{r,sm}^2 + Y_{r,sm}^2}},$$

$$w_{r,\Phi} = \frac{X_{r,sm} \ddot{Y}_{r,sm} - Y_{r,sm} \ddot{X}_{r,sm}}{\sqrt{X_{r,sm}^2 + Y_{r,sm}^2}}.$$

$\ddot{X}_b, \ddot{Y}_b, \Delta \ddot{X}_b, \Delta \ddot{Y}_b$ (см/с²)

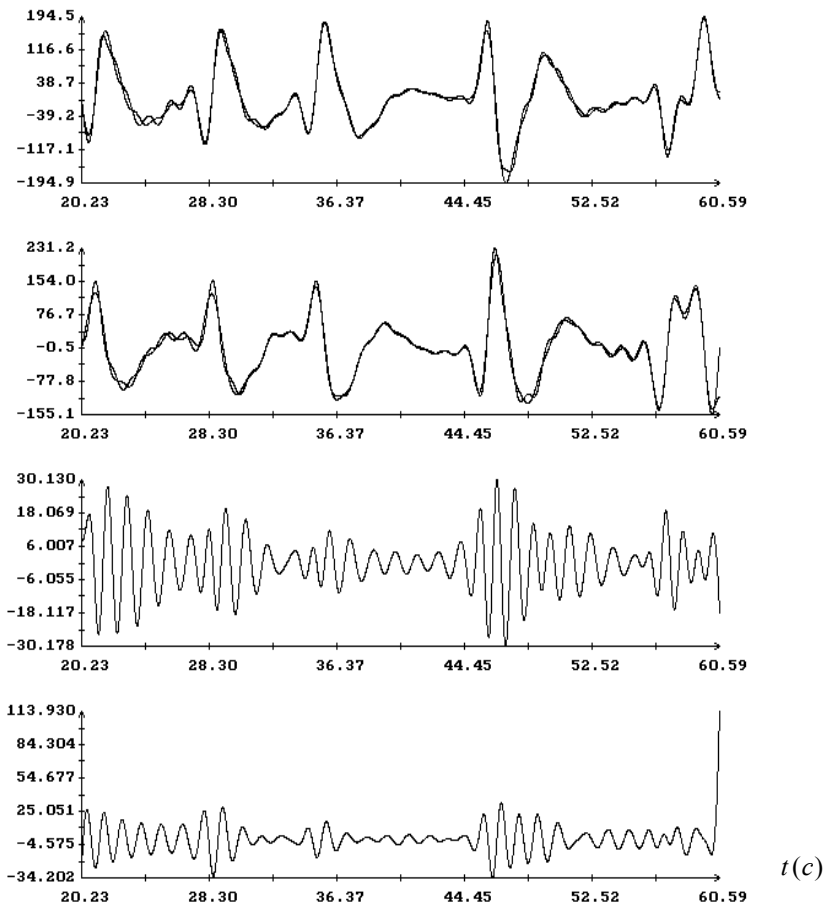


Рис.5. Ускорение синего маркера, найденное по видеоданным.

Результаты расчетов по приведенным формулам представлены на рис.4, 5. Эти рисунки иллюстрируют движение синего маркера. Графики на рис.4 представляют результаты расчетов скорости. Два верхних графика – это компоненты скорости в системе CXY . Здесь в каждой системе координат приведены две кривые, одна из них получена первым способом, другая – вторым. При выбранном масштабе рисунков кривые неразличимы. Разности функций, задаваемых этими кривыми (первая минус вторая), приведены на двух нижних графиках. Графики рис.5 представляют результаты расчетов компонент ускорения синего маркера в системе CXY . Эти графики устроены аналогично графикам на рис.4 – в двух верхних системах координат приведены по два графика. Один из них получен первым способом, другой вторым. Разности функций, построенных разными способами, приведены в двух нижних системах координат. Близость результатов, полученных разными способами, можно считать приемлемой.

3. Обработка данных измерений акселерометров

В этом разделе компоненты векторов и координаты точек указываются в системе $Oxyz$. Рассмотрим точку платформы $P = (x_P, y_P, z_P)$. При вращении платформы она имеет ускорение $\mathbf{w} = (-\ddot{\phi}y_P - \dot{\phi}^2x_P, \ddot{\phi}x_P - \dot{\phi}^2y_P, 0)$. Если в точке P установить акселерометр, то он будет измерять кажущееся ускорение $\mathbf{a} = \mathbf{w} - \mathbf{g}$, где \mathbf{g} – ускорение свободного падения на поверхности Земли. Ускорение \mathbf{g} представим в виде: $\mathbf{g} = g\boldsymbol{\gamma}$, где $g = |\mathbf{g}|$, $\boldsymbol{\gamma} = (\gamma_x, \gamma_y, \gamma_z)$ – орт местной вертикали. Уравнения Пуассона для компонент $\boldsymbol{\gamma}$ с учетом устройства платформы записываются следующим образом:

$$\dot{\gamma}_x - \dot{\phi}\gamma_y = 0, \quad \dot{\gamma}_y + \dot{\phi}\gamma_x = 0, \quad \dot{\gamma}_z = 0.$$

Их решение

$$\gamma_x = c_1 \cos \phi + c_2 \sin \phi, \quad \gamma_y = -c_1 \sin \phi + c_2 \cos \phi, \quad \gamma_z = \sqrt{1 - c_1^2 - c_2^2},$$

где c_1 и c_2 – постоянные интегрирования. Согласно определению системы $Oxyz$ имеют место соотношения $|c_1| + |c_2| \ll 1$. Теперь компоненты кажущегося ускорения $\mathbf{a} = (a_x, a_y, a_z)$ можно записать в виде

$$a_x = -\ddot{\phi}y_P - \dot{\phi}^2x_P - g(c_1 \cos \phi + c_2 \sin \phi),$$

$$a_y = \ddot{\phi}x_P - \dot{\phi}^2y_P + g(c_1 \sin \phi - c_2 \cos \phi), \quad a_z = -g\sqrt{1 - c_1^2 - c_2^2}.$$

Оси чувствительности акселерометра обозначим x' , y' и z' , а измерения по этим осям – соответственно $a_{x'}$, $a_{y'}$ и $a_{z'}$. Акселерометры на плат-

форме устанавливают так, чтобы оси x' , y' и z' были по возможности параллельны осям Ox , Oy , Oz и направлены одинаково с ними (на самом деле названия осей и их направления в ряде случаев были другие, но здесь они изменены для удобства изложения). На стенде проверяются измерения по осям x' и y' . Предположим сначала, что эти оси в точности параллельны осям Ox , Oy . Тогда расчетными аналогами измерений $a_{x'}$ и $a_{y'}$ будут выражения a_x и a_y . Однако величины x_p , y_p не известны с необходимой точностью, а c_1 и c_2 вообще неизвестны. В такой ситуации имеет смысл свести проверку измерений к решению регрессионной задачи с использованием математической модели

$$a_{x'}(t) = A_0 + A_1 \cos \varphi(t) + A_2 \sin \varphi(t) + A_3 \ddot{\varphi}(t) + A_4 \dot{\varphi}^2(t), \quad (4)$$

$$a_{y'}(t) = B_0 + B_1 \cos \varphi(t) + B_2 \sin \varphi(t) + B_3 \ddot{\varphi}(t) + B_4 \dot{\varphi}^2(t).$$

Здесь $\varphi(t)$ – угол поворота платформы, реконструируемый по видеoinформации, A_k и B_k – неизвестные параметры, причем A_0 и B_0 введены для компенсации постоянных смещений в измерениях. Соотношения (4) рассматриваются для тех моментов времени, для которых имеются измерения ускорения; таких моментов намного больше 5 – шаг по времени измерений ускорений составляет примерно 0.06с. Совокупность этих соотношений рассматривается как две переопределенные системы уравнений, одна система – относительно A_k , другая – относительно B_k . Обе решаются методом наименьших квадратов. Если среднеквадратичная ошибка выполнения соотношений (4) на найденном решении достаточно мала, параметры A_k и B_k удовлетворяют соотношениям

$$\begin{aligned} A_1 \approx -B_2, \quad A_2 = B_1, \quad A_3 \approx B_4 \approx -y_p, \quad A_4 \approx -B_3 \approx -x_p, \\ |A_1| + |A_2| \ll g, \quad |B_1| + |B_2| \ll g, \end{aligned} \quad (5)$$

то измерения можно считать приемлемыми. От параметров A_0 и B_0 требуется только стабильность.

На стенде проверялись 4 трехосных акселерометра, точнее, 4 блока, составленных из трех одноосных акселерометров ВС 201. Основные характеристики акселерометра ВС 201 следующие: чувствительность 500 мВ/г, частотный диапазон < 500 Гц, амплитудный диапазон ± 2.3 г, собственные шумы < 0.004 г, относительная поперечная чувствительность 5%. Расстояния между одноосными акселерометрами в блоке – несколько сантиметров, поэтому ошибка выполнения соотношений (5) в несколько сантиметров допустима. Кроме того, выше предполагалось, что оси чувствительности ак-

селерометра параллельны осям системы $Oxyz$. На самом деле это условие выполнено приближенно, что также увеличивает ошибку выполнения связи (5) между коэффициентами A_k и B_k .

Пример данных измерений акселерометра 3 приведен на рис.6. Здесь приведены данные измерений на отрезке времени, совпадающем с отрезком, представленном на рис.3, 4. На рис.7 для этого отрезка приведены результаты решения регрессионной задачи с моделью (4).

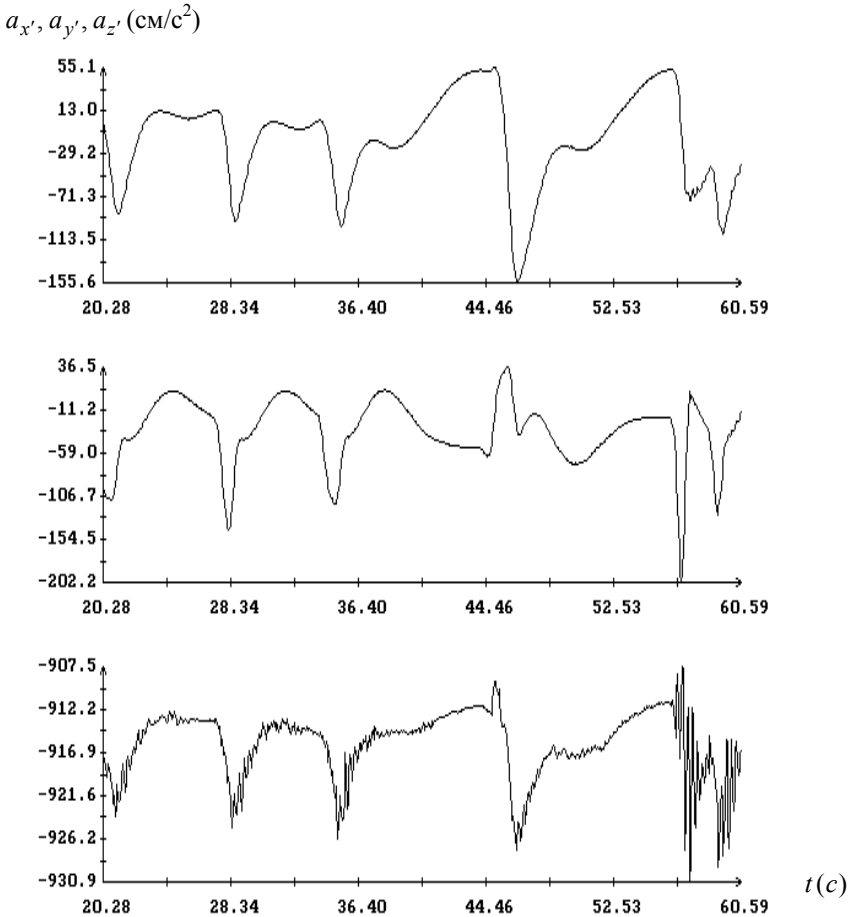


Рис.6. Данные измерений блока акселерометров 3 на отрезке, выделенном для анализа.

В двух верхних системах координат на рис.7 приведены по две кривые. Одна из них описывает данные измерений (повторяет одноименный график рис.6), другая рассчитана по одной из формул (4) при надлежащем выборе коэффициентов A_k или B_k . В формулах (4) функции $\ddot{\varphi}(t)$, $\dot{\varphi}^2(t)$, $\cos \varphi(t)$ и $\sin \varphi(t)$ рассчитывались по формулам

$$\cos \varphi = \frac{X_{b,sm}(t) - X_O}{R_b}, \quad \sin \varphi = \frac{Y_{b,sm}(t) - Y_O}{R_b},$$

$$\dot{\varphi}^2 = \frac{\dot{X}_{b,sm}^2(t) + \dot{Y}_{b,sm}^2(t)}{R_b^2}, \quad \ddot{\varphi} = \frac{X_{b,sm}(t)\ddot{Y}_{b,sm}(t) - Y_{b,sm}(t)\ddot{X}_{b,sm}(t)}{R_b^2}.$$

Дело в том, что акселерометры располагались вблизи маркеров – на расстоянии около 10 см. В такой ситуации движение платформы целесообразно восстанавливать по ближайшему маркеру. В случае блока 3 – по синему маркеру, т.е. по функциям $X_{b,sm}(t)$, $Y_{b,sm}(t)$ и их производным.

$a_{x'}, a_{y'}, \Delta a_{x'}, \Delta a_{y'} \text{ (см/с}^2\text{)}$

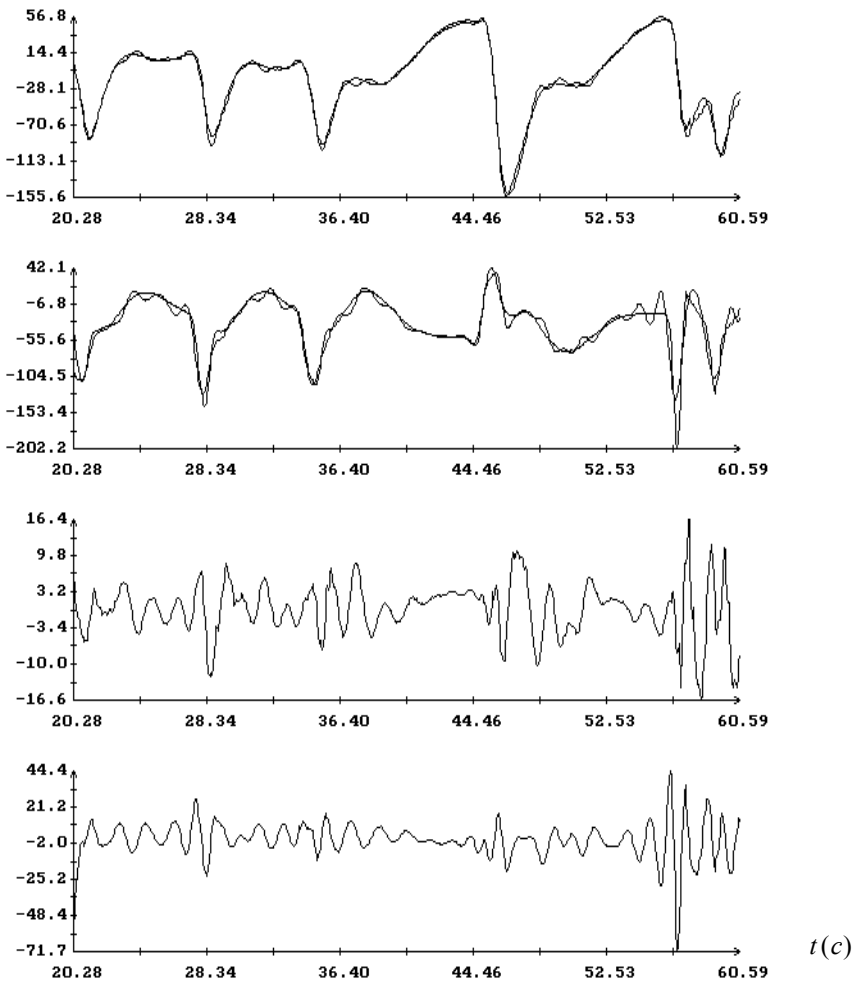


Рис.7. Результаты обработки данных измерений, представленных на рис.6.

Результаты решения регрессионной задачи, использованные при построении графиков на рис.7, приведены ниже

$$\begin{aligned}\sigma_{x'} &= 11.1 \text{ см/с}^2, \quad A_0 = -107.5(0.81) \text{ см/с}^2, \quad A_1 = -25.3(0.62) \text{ см/с}^2, \\ A_2 &= -8.8(0.72) \text{ см/с}^2, \quad A_3 = 67.3(1.00) \text{ см}, \quad A_4 = 2.6(0.67) \text{ см}; \\ \sigma_{y'} &= 4.6 \text{ см/с}^2, \quad B_0 = -129.7(0.34) \text{ см/с}^2, \quad B_1 = -3.8(0.26) \text{ см/с}^2, \\ B_2 &= 30.4(0.30) \text{ см/с}^2, \quad B_3 = -7.7(0.41) \text{ см}, \quad B_4 = 65.3(0.28) \text{ см}.\end{aligned}$$

Как видим, соотношения (5) выполнены с приемлемой точностью. В нижней части рис.7 приведены графики разностей данных измерений и их расчетных аналогов (4). Эти графики непосредственно характеризуют точность решения регрессионной задачи.

4. Использование измерений акселерометров для реконструкции движения платформы

В соотношениях (4) члены с коэффициентами A_3 , A_4 и B_3 , B_4 можно считать полезным сигналом – они дают информацию об ускорении маркеров в плоском движении; остальные члены представляют собой систематическую ошибку. Исследуем возможность использования такого полезного сигнала для реконструкции движения платформы только по измерениями ускорений. Уравнения движения точки, отмеченной маркером, запишем в виде (для определенности рассмотрим синий маркер)

$$\begin{aligned}\dot{X}_b &= -\dot{\varphi}(Y_b - Y_O), \quad \dot{Y}_b = \dot{\varphi}(X_b - X_O), \quad \dot{\varphi} = \omega, \\ \dot{\omega} &= \frac{B_4(a_{x'} - A_0) - A_4(a_{y'} - BA_0)}{A_3B_4 - A_4B_3}.\end{aligned}\tag{6}$$

Здесь X_b , Y_b , φ , ω – фазовые переменные, $a_{x'}$, $a_{y'}$ – измеренные ускорения, A_0 , A_3 , A_4 , B_0 , B_3 , B_4 – постоянные параметры, определенные калибровкой (см. предыдущий раздел). Последнее уравнение (6) получено исключением ω^2 из системы

$$a_{x'} = A_0 + A_3\dot{\omega} + A_4\omega^2, \quad a_{y'} = B_0 + B_3\dot{\omega} + B_4\omega^2,$$

которая следует из (4) при отбрасывании членов, зависящих от угла φ . Уравнения (6) интегрируются численно на временной сетке $\{t'_n\}$, $n = 0, 1, 2, \dots$, на которой заданы измерения ускорений. Если эти уравнения записать в векторном виде $\dot{u} = F(t, u)$, $u = (X_b, Y_b, \varphi, \omega)$ и обозначить $u_n = u(t'_n)$, то используемую разностную схему можно записать в виде

$$u_{n+1} = u_n + \frac{h(k_1 + k_2)}{2}, \quad k_1 = F(t'_n, u_n), \quad k_2 = F(t'_{n+1}, u_n + hk_1).$$

Точность этой схемы в рассматриваемой задаче оценивалась посредством интегрирования уравнений

$$\dot{X}_b = -V \cos \varphi, \quad \dot{Y}_b = V \sin \varphi, \quad \dot{\varphi} = V/R_b, \quad (7)$$

$$\dot{V} = w_{b,Y}(t) \cos \varphi - w_{b,X}(t) \sin \varphi,$$

где $w_{b,X}(t)$ и $w_{b,Y}(t)$ были рассчитаны по функциям $X_{b,sm}(t)$, $Y_{b,sm}(t)$. Система (7) эквивалентна системе (6), если отсутствуют ошибки в измерениях обоих видов и ошибки аппроксимации видеоданных, а также согласованы параметры обеих систем. Интегрирование выполнялось на временной сетке видеоданных $\{t_n\}$. Рассмотрим реконструкцию движения платформы с помощью системы (7) на отрезке времени, представленном на рис.8. В верхней части этого рисунка изображены графики аппроксимирующих выражений $X_{b,sm}(t)$, $Y_{b,sm}(t)$, которые были использованы для формирования функций $w_{b,X}(t)$ и $w_{b,Y}(t)$ в (7) и расчета переменных X_b, Y_b, φ, V этой системы на рассматриваемом отрезке времени. В данном случае $X_b = X_{b,sm}(t)$, $Y_b = Y_{b,sm}(t)$, функции $\varphi(t)$ и $V(t)$ рассчитаны по формулам для $\Phi_b(t)$ и $v_{b,\varphi}(t)$ из раздела 2. Рассчитанные таким образом функции $X_b(t), Y_b(t), \varphi(t), V(t)$ сравнивались с решением системы (7), начальные условия которого в левой точке рассматриваемого отрезка времени совпадали со значениями этих функций. Отклонения от этих функций соответствующих компонент решения представлены на рис.9. Время здесь отсчитывается от начальной точки отрезка интегрирования. Как видно из рисунка, ошибка определения координат синего маркера на выбранном отрезке не превышает 5 см. В течение первых 10с она не превышает 1 см. Принятая в данной задаче разностная схема оказалась приемлемой по точности.

На рис.10 приведены измерения компонент ускорения $a_{x'}, a_{y'}$ акселерометра 3 на рассматриваемом отрезке времени и результат их аппроксимации выражениями (4). В данном случае

$$\begin{aligned} \sigma_{x'} &= 19.2 \text{ см/с}^2, \quad A_0 = -109.4(1.1) \text{ см/с}^2, \quad A_3 = 69.3(1.2) \text{ см}, \quad A_4 = 7.0(0.80) \text{ см}; \\ \sigma_{y'} &= 2.80 \text{ см/с}^2, \quad B_0 = -125.9(0.60) \text{ см/с}^2, \\ B_3 &= -7.15(0.49) \text{ см/с}^2, \quad B_4 = 63.0(0.33) \text{ см}. \end{aligned}$$

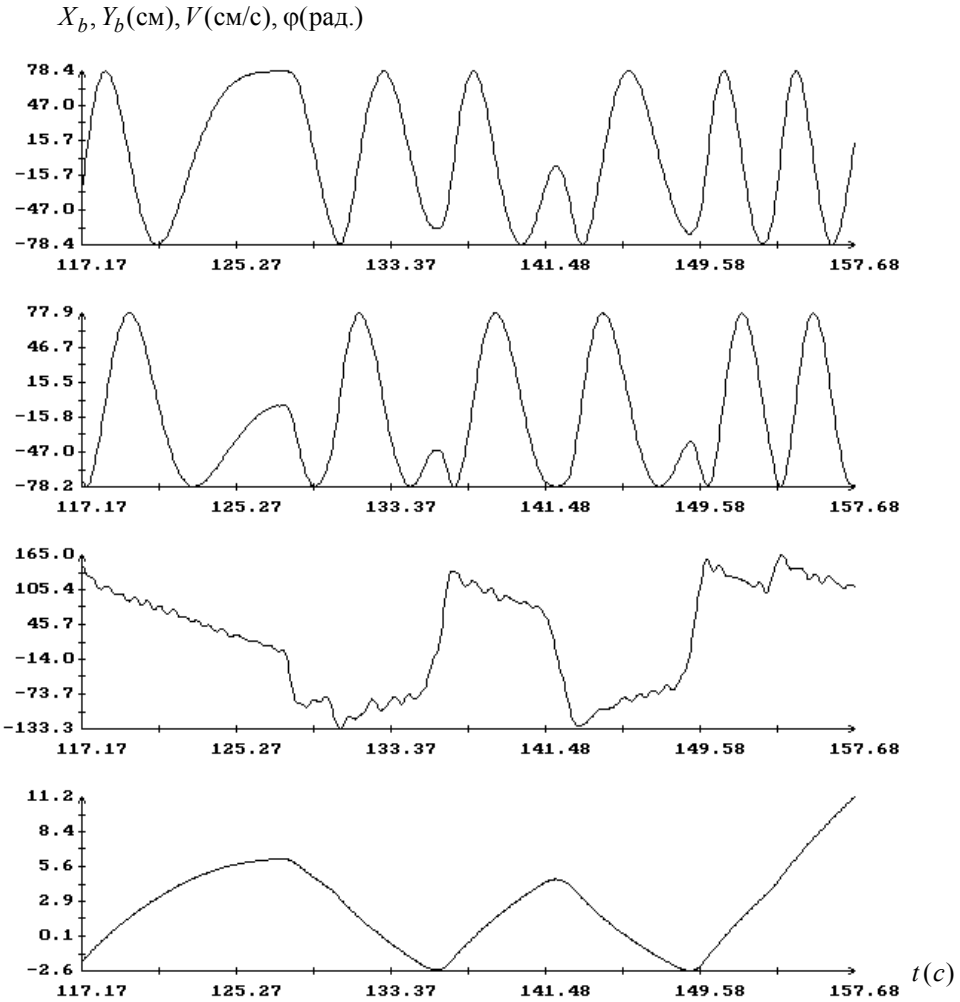


Рис.8. Аппроксимация движения платформы, построенная по видеоданным.

Результат интегрирования системы (6) с указанными параметрами приведен на рис.11. В качестве начальных условий взяты значения аппроксимирующих выражений для X_b , Y_b , φ и $\dot{\varphi}$, построенных по видеоданным. Эти выражения и соответствующие компоненты решения системы (6) изображены в единых координатных осях. В данном случае более или менее удовлетворительное согласие результатов интегрирования и аппроксимации по видеоданным имеет место только в течение первых 5с. Рассогласования обусловлены, по-видимому, указанными выше систематическими ошибками.

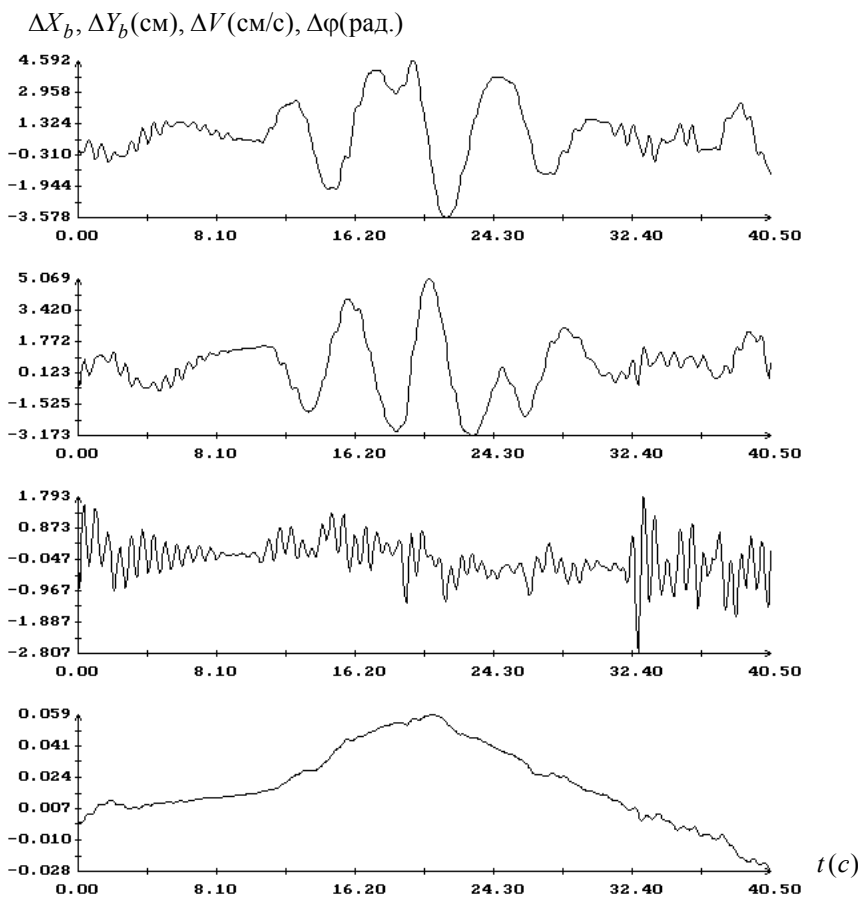


Рис.9. Результаты интегрирования системы (7): разности переменных в решении и аппроксимирующих функций.

$a_{x'}, a_{y'}$ (см/с²)

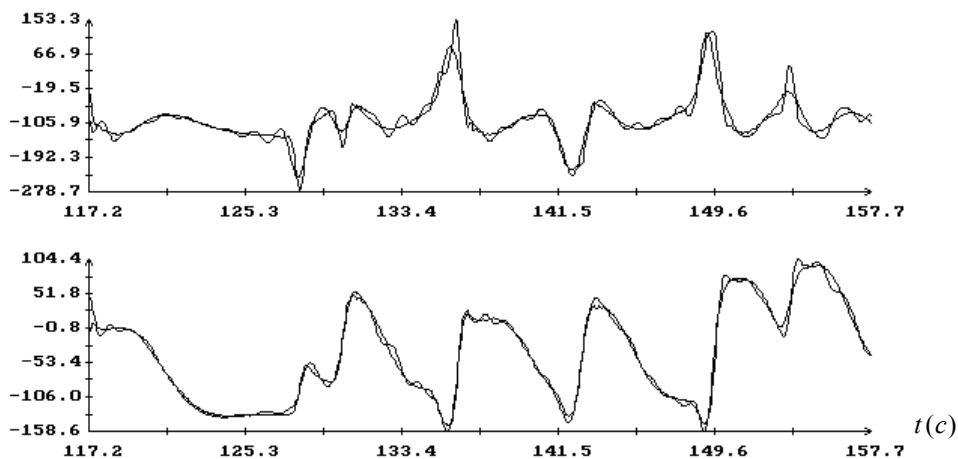


Рис.10. Данные измерений блока акселерометров 3 на отрезке, выделенном для анализа, и их аппроксимация выражениями (4).

$X_b, Y_b(\text{см}), V(\text{см/с}), \varphi(\text{рад.})$

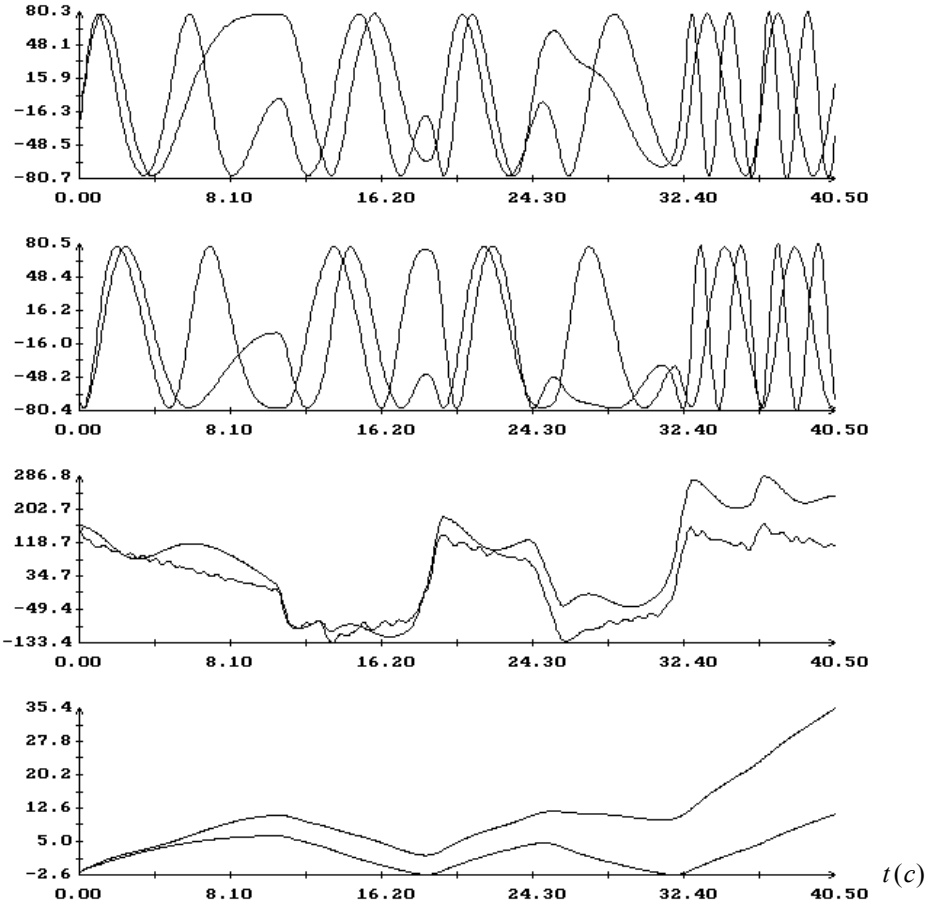


Рис.11. Результаты интегрирования системы (6). Графики решения и аппроксимирующих функций, построенных по видеоданным.

5. Заключение

Если аналогичные блоки акселерометров установить на автомобиле, то в их показаниях систематические ошибки такого рода будут доминировать. Чтобы получить приемлемую по точности навигационную систему, составляющие показаний акселерометров, которые в разделе 3 были обозначены $g\gamma_x$ и $g\gamma_y$, следует оценивать специальным образом. Иными словами надо оценивать направление местной вертикали в собственной системе координат блока акселерометров. Эту задачу предполагается решить без использования сложных и дорогих механических устройств, на базе измерительных средств MEMS и микропроцессоров. Возможный и теоретически достаточно простой способ решения этой задачи – измерять угловую скорость блока и интегрировать уравнение Пуассона для орта γ . Измерение угловой скорости

можно осуществлять с помощью трехосного датчика угловой скорости (при наличии подходящего датчика – наиболее простой и точный способ) или с использованием других датчиков, например, 6 одноосных акселерометров, расположенных в одном блоке и нужным образом ориентированных.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Андреев В.Д., Девянин Е.А., Демьяновский А.П.* К теории инерциальных систем, не содержащих гироскопических чувствительных элементов // Инженерный журнал, Механика твердого тела, 1966, № 1;
Andreev V.D., Devianin E.A., Demianovskii A.P. K teorii inertsiialnykh sistem, ne soderzhashchikh giroskopicheskikh chuvstvitelnykh elementov // Inzhenernyi zhurnal, Mekhanika tverdogo tela, 1966, № 1.
2. *Андреев В.Д.* Теория инерциальной навигации. Автономные системы. – М.: Наука, 1966;
Andreev V.D. Teoriia inertsiialnoi navigatsii. Avtonomnye sistemy. – М.: Nauka, 1966.
3. *Богуславский А.А., Кирильченко А.А., Платонов А.К., Соколов С.М., Трифонов О.В., Ярошевский В.С.* Построение описания внешней среды в системах информационного обеспечения мобильных робототехнических комплексов // Мехатроника, автоматизация, управление, 2008. № 12, с.50, приложение с.15-24;
Boguslavskii A.A., Kirilchenko A.A., Platonov A.K., Sokolov S.M., Trifonov O.V., Iaroshevskii V.S. Postroenie opisaniia vneshnei sredy v sistemakh informatsionnogo obespecheniia mobilnykh robototekhnicheskikh kompleksov // Mekhatronika, avtomatizatsiia, upravlenie, 2008. № 12, s.50, prilozhenie s.15-24.
4. *Платонов А.К., Соколов С.М., Богуславский А.А., Трифонов О.В.* Многофункциональная система информационного обеспечения транспортных средств // Сборник материалов международной конференции «Прогресс транспортных средств и систем-2009», Волгоград, 13-15 октября 2009, с.95-96;
Platonov A.K., Sokolov S.M., Boguslavskii A.A., Trifonov O.V. Mnogofunktsionalnaia sistema informatsionnogo obespecheniia transportnykh sredstv // Sbornik materialov mezhdunarodnoi konferentsii «Progress transportnykh sredstv i sistem-2009», Volgograd, 13-15 oktiabria 2009, s.95-96.
5. *Платонов А.К., Богуславский А.А., Сазонов В.В., Соколов С.М., Трифонов О.В., Куфтин Ф.А., Васильев А.И., Моксин К.А.* Программно-аппаратный комплекс средств навигации мобильных систем // Сборник материалов IV-й всероссийской научно-практической конференции «Перспективные системы и задачи управления», Домбай, 6-10 апреля 2009;
Platonov A.K., Boguslavskii A.A., Sazonov V.V., Sokolov S.M., Trifonov O.V., Kuftin F.A., Vasilev A.I., Moksin K.A. Programmno-apparatnyi kompleks sredstv navigatsii mobilnykh sistem // Sbornik materialov IV-i vserossiiskoi nauchno-prakticheskoi konferentsii «Perspektivnye sistemy i zadachi upravleniia», Dombai, 6-10 apreliia 2009.
6. *Sokolov S.M., Boguslavsky A.A.* Intellectual Images Processing for a Realtime Recognition Problem // Proc. The 2nd Intern. Multi-Conf. on Complexity, Informatics and Cybernetics (IMCIC2011), Orlando, Florida, USA, March 27th-30th, 2011, Orlando, Florida, USA, v.II, p.406-411.

7. Соколов С.М., Богуславский А.А., Васильев А.И., Трифонов О.В., Назаров В.Г., Фролов Р.С. Мобильный комплекс для оперативного создания и обновления навигационных карт // Известия ЮФУ, Технические науки, 2011, № 3, с.157-166;
Sokolov S.M., Boguslavskii A.A., Vasilev A.I., Trifonov O.V., Nazarov V.G., Frolov R.S. Mobilnyi kompleks dlia operativnogo sozdaniia i obnovleniia navigatsionnykh kart // Izvestiia IuFU, Tekhnicheskie nauki, 2011, № 3, s.157-166.
8. *Sokolov S.M., Boguslavsky A.A., Kuftin F.A.* Vision System for Relative Motion Estimation from Optical Flow // Proc. 13th Intern. Conf. on Systemics, Cybernetics and Informatics (WMSCI 2009), Orlando, Florida, USA, July 10-13, 2009.
9. Платонов А.К., Соколов С.М., Сазонов В.В., Богуславский А.А., Трифонов О.В., Куфтин Ф.А., Васильев А.И., Моксин К.А. Программно-аппаратный комплекс средств навигации мобильных систем // Вопросы оборонной техники. Серия 9. Специальные системы управления, следящие приводы и их элементы, 2010, №1-2, с.47-55;
Platonov A.K., Sokolov S.M., Sazonov V.V., Boguslavskii A.A., Trifonov O.V., Kuftin F.A., Vasilev A.I., Moxsin K.A. Programmno-apparatnyi kompleks sredstv navigatsii mobilnykh sistem // Voprosy oboronnoi tekhniki. Serii 9. Spetsialnye sistemy upravleniia, slediashchie privody i ikh elementy, 2010, №1-2, s.47-55.
10. Соколов С.М., Сазонов В.В., Богуславский А.А., Трифонов О.В. Стенд для испытания акселерометров // Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша, 2014, № 40;
Sokolov S.M., Sazonov V.V., Boguslavskii A.A., Trifonov O.V. Stend dlia ispytaniia akselerometrov // Preprint IPM im. M.V. Keldysha, 2014, № 40.
11. *Boguslavsky A.A., Sokolov S.M.* The real time Vision System for small-sized target tracking // Int. J. Computing Science and Mathematics, 2007, v.1, №1, p.115-127.
12. Ланцощи К. Практические методы прикладного анализа. – М.: Физматгиз, 1961;
Lantsosh K. Applied Analysis. – Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1956.

Поступила в редакцию 03.07.2018

После доработки 24.08.2018

Принята к публикации 10.09.2018