

ЧИСЛЕННАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ МОДЕЛИ ВОЗДЕЙСТВИЯ ФЕМТОСЕКУНДНОГО ЛАЗЕРНОГО ИМПУЛЬСА НА СТЕКЛО В ПРИБЛИЖЕНИИ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ МАКСВЕЛЛА

© 2019 г. *В.П. Жуков^{1,2}, М.П. Федорук^{1,3}*

¹Институт вычислительных технологий СО РАН

²Новосибирский государственный технический университет

³Новосибирский государственный университет

zukov@ict.nsc.ru

Работа выполнена при поддержке гранта 14.Y26.31.0017 Министерства образования и науки РФ.

DOI: 10.1134/S0234087919060078

Представлена конечно-разностная схема для решения задач о взаимодействии фемтосекундного лазерного импульса со стеклами в приближении нелинейных уравнений Максвелла, дополненных уравнениями гидродинамического типа для электронов проводимости. В модели учтены все основные физические процессы, имеющие место в этом взаимодействии. Рассматривается аксиально-симметричная задача. При построении схемы учитываются особенности задачи, что обеспечивает высокую эффективность разработанного метода. В качестве примера использования схемы приведены результаты моделирования взаимодействия со стеклом фемтосекундных лазерных импульсов обычной гауссовой формы с линейной поляризацией и импульсов тороидальной формы с радиальной и азимутальной поляризациями. Выявлены существенные различия в динамике взаимодействия со стеклом этих трех видов импульсов.

Ключевые слова: нелинейные уравнения Максвелла, фемтосекундный лазерный импульс, эффект Керра, плазма, конечно-разностная схема, неявные алгоритмы, апертура.

NUMERICAL IMPLEMENTATION OF THE MODEL OF FEMTOSECOND LASER PULSE IMPACT ON THE GLASS IN THE NONLINEAR MAXWELL EQUATIONS APPROACH

V.P. Zhukov^{1,2}, M.P. Fedoruk^{1,3}

¹Institute of Computational Technologies SB RAS

²Novosibirsk State Technical University

³Novosibirsk State University

An implicit finite-difference scheme for the solution of the problem of interaction of femtosecond laser pulse with glasses is presented. The used model based on the nonlinear Maxwell equations supplemented by hydrodynamic equations for the free electron plasma. All main physical processes are taken into account. The axial symmetric geometry is used. The construction of the scheme takes the features of the problem into account. This makes the scheme very efficient. As an example of the application of the scheme the results of the modeling of interaction of the laser pulses of usual Gaussian shape with linear polarization and doughnut shape pulses with radial and azimuthally polarizations with glasses are presented. The significant differences in the interaction of this 3 type of the pulses with glasses are shown.

Key words: nonlinear Maxwell equations, femtosecond laser pulse, Kerr effect, plasma, finite-difference scheme, implicit algorithms, numerical aperture.

1. Введение

Исследование воздействия фемтосекундного лазерного импульса (ФЛИ) на стекло имеет многочисленные приложения, связанные с микрообработкой материалов [1,2]. Для оптимизации последней большую роль играет математическое моделирование. Его значение особенно велико ввиду того, что диагностика в реальном эксперименте сильно затруднена, т.к. лазерный импульс взаимодействует со стеклом в объеме размерами порядка микрометра (мкм) в течение десятков фемтосекунд ($1 \text{ фс} = 10^{-15} \text{ с}$). По существу основной, а зачастую и единственной измеряемой величиной является прозрачность – отношение энергии прошедшего к энергии падающего излучения. Также взаимодействие ФЛИ с веществом представляет большой интерес с точки зрения фундаментальной науки. Зачастую уже используемые на практике физические явления (например, образование нанорешеток [3]) не имеют ясных объяснений. Основным инструментом проверки различных гипотез, объясняющих эти явления, также является математическое моделирование.

Уравнения, описывающие взаимодействие ФЛИ с материалами, чрезвычайно сложны для аналитического решения. Зачастую затруднительно провести даже оценки «по порядку величины». Соответственно, существует потребность в создании эффективных численных алгоритмов для решения этих задач. Данному вопросу посвящена настоящая работа.

В статье будет идти речь об изучении процессов, происходящих в режиме объемной модификации, когда лазерный импульс фокусируется вглубь обрабатываемого материала. Как правило, для теоретического анализа этих процессов используется нелинейное уравнение Шредингера (НУШ), дополненное уравнением для плотности плазмы свободных электронов. В этом

приближении решен ряд интересных задач [1,2,4-6]. Однако применимость приближения нелинейного уравнения Шредингера, которое является следствием уравнений Максвелла в пределе слабо сходящегося лазерного пучка (параксиальное приближение), плавной огибающей и отсутствие отраженных волн и волн, рассеянных на большие углы, не очевидно ввиду наличия плотной плазмы с размерами порядка длины волны и малой длительностью процесса. Кроме того, существует ряд задач, в которых важна поляризация, изменение частоты света при прохождении через плазму с изменяющейся во времени плотностью (blue shift) [7] и т.п., которые не могут быть решены в приближении нелинейного уравнения Шредингера. На данный момент расчетов реальных физических задач, выполненных в рамках более общих нелинейных уравнений Максвелла (НУМ), имеется ограниченное количество. Это связано с большими вычислительными затратами, поскольку пространственные шаги конечно-разностной сетки должны быть в несколько раз меньше длины волны не только в области сильного взаимодействия со стеклом, но и вдали от фокуса. Как правило, при моделировании обсуждаемых процессов в приближении НУМ расчетная область составляет несколько мкм [8], что, безусловно, недостаточно для воспроизведения перехода от линейной фазы распространения ФЛИ к нелинейной, когда необходимо задавать импульс на расстояниях в несколько десятков микрон от фокуса. Значительный шаг в этом направлении был сделан в [9].

При использовании НУМ типичным является использование декартовой системы координат, что в двумерном случае не вполне соответствует физике процесса, а в трехмерном является нерациональным, т.к. форма реальных лазерных пучков близка к аксиально-симметричной.

На наш взгляд наиболее продвинутой является модель НУМ, применяемая в [7,10-12]. В этих работах используется двумерная аксиально-симметричная модель (r - z), которая в важном случае линейно-поляризованного лазерного импульса является приближенной (строго говоря, процесс трехмерен), но это приближение является достаточно точным.

Существует гигантское число работ, посвященных численному решению уравнений Максвелла. При конструировании численного метода для рассматриваемой задачи мы исходили из особенностей конкретной задачи, которая имеет не только свои трудности, но и упрощающие обстоятельства. К трудностям моделируемого процесса относятся:

1т. Наличие плотной плазмы. Возникающая в исследуемых процессах плазма имеет плотность порядка 10^{20} см⁻³, что намного больше, чем плотность плазмы в установках термоядерного синтеза, плазмы солнечной атмо-

сферы и т.п. В перечисленных выше случаях уравнения для импульса заряженных частиц и уравнения Максвелла для электрического поля можно решать последовательно и независимо друг от друга. Этот подход реализуется, например, в методе частиц. По этой причине при моделировании термоядерной плазмы возможно применение различных пакетов программ для уравнений Максвелла, к которым аддитивно добавляется решение уравнений для импульса заряженных частиц. Однако в нашем случае подобный подход для достижения приемлемой точности решения требует очень малого шага конечно-разностной сетки по времени. Предложенный в настоящей работе неявный конечно-разностный метод свободен от этого недостатка.

2т. Наличие линейной частотной дисперсии также создает определенные трудности при построении схемы.

3т. Наличие нелинейного эффекта Керра.

4т. Исходная физическая задача является неограниченной в пространстве. Поэтому необходимо применять поглощающие граничные условия.

К упрощающим факторам относятся:

1у. Реальное электрическое поле (а также ток, магнитное поле и т.п.) можно представить в комплексном виде $\mathbf{E}_{real} = (\mathbf{E}e^{-i\omega t} + \mathbf{E}^*e^{i\omega t})/2$. Здесь $\omega = 2\pi c/\lambda$ – несущая частота лазерного импульса, λ – длина волны лазерного излучения в вакууме. При этом в выражениях для скоростей ионизации и эффекта Керра используется квадрат модуля электрического поля $|E|^2 = EE^*$, который может изменяться со временем достаточно быстро, но все-таки в несколько раз медленнее по сравнению с периодом излучения $\sim \omega^{-1}$. Это позволяет выделить несущую частоту в уравнениях и ослабить требования к шагу по времени. Кроме того, выделение несущей частоты необходимо, поскольку в формулах для скорости ионизации и эффекте Керра фигурирует именно $|E|^2$. Величину $|E|^2$ можно связать со средним по периоду значением $\langle E_{real}^2 \rangle$. Однако определение средней величины численно в нестационарном случае затруднительно. Поэтому, например, в [9] вместо медленно меняющегося на периоде волны квадрата модуля поля $|E|^2$ используется колеблющаяся с удвоенной частотой величина E_{real}^2 , что не совсем правильно.

2у. Расчеты показывают, что нелинейный эффект Керра необходимо учитывать, но его вклад в диэлектрическую проницаемость не очень велик, что позволяет вычислять члены, связанные с эффектом Керра с первым по-

рядком точности по времени, что кардинально упрощает задачу. Отметим, что другие авторы использовали схемы с итерациями, что неоправданно увеличивает время расчета.

3у. Начальные условия соответствуют отсутствию электромагнитного поля. Нарастание поля происходит постепенно, начиная с экспоненциально малого значения. Это также используется при численной реализации предыдущего пункта.

4у. Нас интересует взаимодействие излучения лазера с плазмой в фокусе. Это взаимодействие носит пороговый характер. Поскольку длительность импульса мала, то данное взаимодействие прекращается до того, как основная часть излучения, отраженного от границ расчетной области, вернется в область взаимодействия. Это позволяет использовать простейшие поглощающие граничные условия.

5у. Вблизи границ нелинейные эффекты пренебрежимо малы.

бу. Ввиду неопределенности различных зависимостей (вид формул для ионизации и значения коэффициентов в этих формулах, параметры лазерного импульса и т.п.) погрешность вычислений <5% является вполне удовлетворительной для физических расчетов.

В настоящей работе приведены результаты моделирования динамики распространения лазерных импульсов тороидальной формы (doughnut shape pulse) (ТФИ) радиальной и азимутальной поляризации. Интерес к этим импульсам связан с тем, что, как показывают расчеты [7], пиковая поглощенная энергия лазерного излучения в радиально поляризованных ТФИ на порядок больше, чем в обычных импульсах гауссовой формы (ГФИ). Кроме того, в настоящей работе использованы меньшие апертуры, чем в [7], что важно для практических приложений.

2. Исходные уравнения, значения параметров, начальные условия

Исходные уравнения имеют вид [7,10-12]

$$\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} - i \frac{\omega}{c} \mathbf{D} = \frac{4\pi}{c} \frac{e}{m_e} \mathbf{p} + \text{rot } \mathbf{B} - \frac{8\pi}{c} W_{PI} E_{g0} \frac{\mathbf{E}}{|E|^2}, \quad e > 0, \quad (1)$$

$$\mathbf{D} = \mathbf{E} + 4\pi \sum_m \mathbf{P}_m + \mathbf{P}_{nl}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \mathbf{P}_m}{\partial t} - i\omega \mathbf{P}_m = \mathbf{V}_{Pm}, \quad \frac{\partial \mathbf{V}_{Pm}}{\partial t} - i\omega \mathbf{V}_{Pm} = -\omega_m^2 \left(\mathbf{P}_m - \frac{B_m}{4\pi} \mathbf{E} \right), \quad (3)$$

$$\mathbf{P}_{nl} = \frac{c}{4\pi} n^2 n_2 |E|^2 \mathbf{E}, \quad (4)$$

$$\frac{\partial \mathbf{p}}{\partial t} - i\omega \mathbf{p} = -\rho e \mathbf{E} - \left(\frac{1}{\tau_c} + \frac{1}{\tau_{tr}} \right) \mathbf{p}, \quad (5)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = W_{PI} + W_{\sigma} - \frac{\rho}{\tau_{tr}}, \quad (6)$$

$$\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} - i \frac{\omega}{c} \mathbf{B} = -\text{rot } \mathbf{E}. \quad (7)$$

Здесь \mathbf{E} , \mathbf{B} , \mathbf{D} , \mathbf{P} – комплексные амплитуды электрического поля, магнитного поля, электрической индукции, поляризации соответственно, $\mathbf{p} = m_e \rho \mathbf{v}$ и \mathbf{v} – комплексные амплитуды импульса и скорости плазмы электронов зоны проводимости (для краткости – свободных электронов), m_e и ρ – масса и плотность свободных электронов, E_{g0} – ширина запрещенной зоны. Уравнения (2), (3) ($m=1,2,3$) используются для описания линейной дисперсии (модель Зельмейера [5]). Эффект Керра описывается членами с \mathbf{P}_{nl} с коэффициентом нелинейного показателя преломления n_2 . Последний член в (1) описывает поглощение энергии лазерного излучения при фотоионизации, τ_c и τ_{tr} – времена столкновений и рекомбинации свободных электронов.

Следует подчеркнуть, что при записи (1)–(7) выделена несущая частота, но выделения огибающей относительно пространственных координат не проводилось. Также не проводилось каких-либо предельных переходов в уравнениях Максвелла.

Для скоростей фото- и ударной ионизаций W_{PI} , W_{σ} использовались следующие выражения (m – приведенная масса, ρ_0 – невозмущенная плотность атомов):

$$W_{PI} = W_{PI0} \left(|E|^2 / E_*^2 \right)^\alpha \frac{\rho_0 - \rho}{\rho_0}, \quad W_{\sigma} = \frac{e^2 \tau_c E^2}{2m_e E_g (1 + \omega^2 \tau_c^2)} \frac{\rho(1 - \rho / \rho_0)}{(1 + m / m_e)}, \quad (8)$$

$$E_g = E_{g0} \left(1 + |E|^2 / (4E_*^2) \right), \quad E_* = \frac{\omega \sqrt{m E_{g0}}}{e}. \quad (9)$$

Заметим, что выражения для скоростей фото W_{PI} и ударной W_{σ} ионизаций, а также времен столкновения τ_c и рекомбинации τ_{tr} (в настоящей работе τ_c , τ_{tr} полагались постоянными) являются предметом отдельных исследований [13,14]. В настоящей работе использованы наиболее употребительные выражения. С точки зрения построения численного метода, для

решения (1)–(9) важным является то, что эти величины являются функциями $|E|^2$ и плотности плазмы свободных электронов ρ .

Во всех приведенных ниже результатах расчетов длина волны лазерного излучения полагалась равной 800 нм, а в качестве облучаемого материала рассматривался плавленый кварц, для которого $E_{g0} = 9$ эВ, $\rho_0 = 6.6 \cdot 10^{22}$ см⁻³, $\alpha = 6$, $\tau_c = 3 / \omega$, $\tau_{tr} = 150$ фс, $m_e = m_{evac}$, $m = 0.64m_{evac}$, где m_{evac} – масса электрона в вакууме, $n_2 = 0.28$, $B_1 = 0.6962$, $B_2 = 0.4079$, $B_3 = 0.8975$, $\lambda_1 = 0.0684$, $\lambda_2 = 0.1162$, $\lambda_3 = 9.8962$ (мкм), $\omega_1 = 27.539$, $\omega_2 = 16.21$, $\omega_3 = 0.19034$ фс⁻¹. При $\lambda = 800$ нм ($\omega = 2.35$ фс⁻¹) это даст показатель преломления $n = 1.45$.

Уравнения (1)–(9) решались в цилиндрической системе координат в двумерной r - z геометрии в области $z > 0$, $r > 0$.

Начальные условия для уравнений (1)–(9) соответствовали отсутствию электромагнитного поля и плазмы

$$\mathbf{E} = 0, \quad \mathbf{V} = 0, \quad \mathbf{P}_m = 0, \quad \mathbf{V}_{Pm} = 0, \quad \mathbf{v} = 0, \quad \rho = 0.$$

3. Граничные условия и особенности задачи для ГФИ

В расчетах гауссов импульс с поляризацией вдоль оси x инициировался граничным условием в сечении $z = 0$:

$$E_x = E_0 e^{-r^2/w^2 - ik_0 r^2 / (2f) - t^2/t_L^2}, \quad E_y = 0. \quad (10)$$

Здесь $r^2 = x^2 + y^2$, t_L – длительность импульса, $k_0 = 2\pi n / \lambda$ – волновой вектор в стекле, w – радиус импульса на границе, f – кривизна луча. В параксиальном приближении в случае малых амплитуд, когда нелинейными эффектами можно пренебречь, f и w связаны с перетяжкой (радиусом импульса в фокусе) w_f , расстоянием от границы до фокуса $d \sim f$ и длиной Рэлея z_f формулами [15]

$$w = w_f (1 + d^2 / z_f^2)^{1/2}, \quad f = d + z_f^2 / d, \quad z_f = \pi n w_f^2 / \lambda. \quad (11)$$

Расчет по времени, согласно условию (10), надо начинать с $t = -\infty$. В численных расчетах достаточно стартовать с $t = -t_0$, $t_0 = (2 \div 3)t_L$.

В цилиндрической системе координат (r, φ, z) граничное условие (10) имеет вид

$$E_r = E_0 e^{-r^2/w^2 - ik_0 r^2 / (2f) - t^2/t_L^2} \cos \varphi, \quad E_\varphi = -E_0 e^{-r^2/w^2 - ik_0 r^2 / (2f) - t^2/t_L^2} \sin \varphi.$$

В случае малой амплитуды E_0 (отсутствия нелинейных эффектов) этому условию соответствует решение, в котором

$$(E_r, E_z, B_\varphi) = (\tilde{E}_r, \tilde{E}_z, \tilde{B}_\varphi) \cos \varphi, \quad (E_\varphi, B_r, B_z) = (\tilde{E}_\varphi, \tilde{B}_r, \tilde{B}_z) \sin \varphi. \quad (12)$$

Здесь величины с волной не зависят от азимутального угла φ . Однако величина $|E|^2 = |E_r^2| + |E_\varphi^2| + |E_z^2|$, входящая в нелинейные члены, зависит от этого угла. Соответственно, решение полных уравнений (1)-(9) при линейной поляризации является функцией трех координат и представление (12) неверно. Однако многочисленные расчеты показывают (в том числе отдельные трехмерные расчеты), что отклонения от азимутальной симметрии малы. Поэтому можно решать аксиально-симметричную задачу для величин с волной, понимая под $|E|^2$ среднюю по углу величину $|E|^2 = \langle |\tilde{E}_r^2| \cos^2 \varphi + |\tilde{E}_\varphi^2| \sin^2 \varphi + |\tilde{E}_z^2| \cos^2 \varphi \rangle_\varphi \approx (\tilde{E}_r^2 + \tilde{E}_\varphi^2 + \tilde{E}_z^2) / 2$. Рассматриваемое приближение верно при $|\tilde{E}_r^2 + \tilde{E}_z^2 - \tilde{E}_\varphi^2| \ll 2|E|^2$. Для величин с волной граничное условие (10) будет выглядеть как

$$\tilde{E}_r = -\tilde{E}_\varphi = E_0 e^{-r^2/w^2 - ik_0 r^2/(2f) - t^2/t_L^2}.$$

На оси $r = 0$ имеем условия

$$\tilde{E}_r = -\tilde{E}_\varphi, \quad \tilde{B}_r = \tilde{B}_\varphi, \quad \tilde{E}_z = \tilde{B}_z = 0. \quad (13)$$

4. Граничные условия для ТФИ

В реальных экспериментах ТФИ действительно аксиально симметричны и имеют либо радиальную, либо азимутальную поляризации. В расчетах радиально поляризованный ТФИ инициируется граничным условием при $z = 0$

$$E_r = E_0 (r/w) e^{-r^2/w^2 - ik_0 r^2/(2f) - t^2/t_L^2}, \quad E_\varphi = 0.$$

Азимутально поляризованный ТФИ – условием

$$E_\varphi = E_0 (r/w) e^{-r^2/w^2 - ik_0 r^2/(2f) - t^2/t_L^2}, \quad E_r = 0.$$

Таким образом, в отличие от ГФИ, в ТФИ максимум интенсивности лазерного излучения достигается не на оси $r = 0$, а на некотором расстоянии от нее. Поскольку длительность фемтосекундных импульсов мала, то распре-

деление интенсивности лазерного излучения имеет вид не луча, а ограниченного по всем координатам сгустка света. Для типичных импульсов размер этого сгустка вдоль оси z составляет порядка $ct_L \sim$ нескольких десятков микрон. В случае гауссова импульса максимум интенсивности в этом сгустке достигается на оси. В случае ТФИ – на некотором расстоянии от нее (в приведенных выше граничных условиях на оси поле равно нулю). Таким образом, в случае ТФИ распределение интенсивности лазерного импульса в пространстве имеет топологию тора.

Граничные условия на оси для ТФИ имеют обычный для аксиально симметричных задач вид

$$E_r = E_\varphi = 0, \quad B_r = B_\varphi = 0, \quad \frac{\partial E_z}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial B_z}{\partial r} = 0.$$

Легко видеть, что в радиально поляризованном ТФИ отличны от нуля только компоненты полей E_r, E_z, B_φ , а $E_\varphi = B_r = B_z = 0$. В азимутально поляризованном ТФИ наоборот $E_\varphi, B_r, B_z \neq 0$, а $E_r = E_z = B_\varphi = 0$.

5. Расчетная область. Поглощающие граничные условия

В вычислениях используется цилиндрическая система координат в двумерном случае (r - z геометрия). Ограниченная расчетная область $0 < z < Z_0$, $r < R(z)$ сужается с увеличением z по мере уменьшения радиуса лазерного импульса при z приближающемся к фокусу $z = d$ (рис.1).

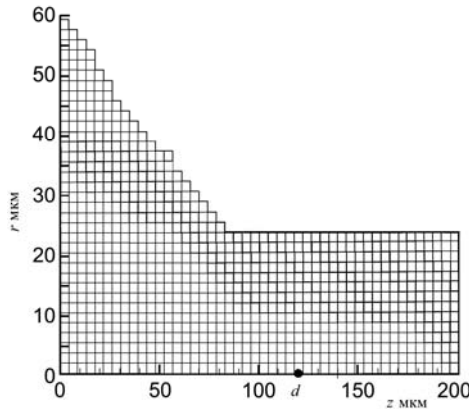


Рис.1. Качественный вид расчетной области и сетки. d – положение фокуса.

На границах $z = Z_0$ и $r = R(z)$ используются неотражающие (поглощающие) граничные условия. Существует множество вариантов таких условий [16-18]. Но в силу причин, указанных во введении, был реализован простейший вариант. А именно, в точках, удаленных от границы на расстояние

Δ , меньшее некоторого числа $d_{PLM} \sim 1$ мкм, после каждого шага по времени величины \mathbf{E} , \mathbf{B} , \mathbf{p} , \mathbf{P}_m , \mathbf{V}_{Pm} умножаются на число $(1 + \tau g_0 (1 - \Delta / d_{PLM}))^{-1} < 1$. Здесь τ – шаг конечно-разностной схемы по времени (см. ниже). Типичные значения параметров таковы $d_{PLM} = 1.5$ мкм, $g_0 = 5$. Они, а также конкретная форма расчетной области, выбирались экспериментально из расчетов. Если в окрестности границы в месте сужения при вычислении производной по z конечно-разностная схема (см. ниже) требует знания какой-либо величины в узле конечно-разностной сетки, которого не существует, то эта величина полагается равной нулю.

Отметим, что радиус узкой части расчетной области (рис.1) составлял обычно 20-25 мкм при радиусе пучка в фокусе (перетяжке) в 1 мкм. В фокусе концентрируются волны, приходящие от областей пространства, удаленных по радиусу. Поэтому сильное уменьшение минимального радиуса расчетной области не представляется возможным. Радиус расчетной области при $z = 0$ определяется шириной задаваемого пучка (10) и должен быть не меньше $(2 \div 3)w$. Заметим, что спецификой данной задачи является то, что шаг сетки по радиусу даже вдали от фокусной области и при слабо сфокусированном пучке должен быть значительно меньше длины волны.

6. Конечно-разностная схема для ГФИ

Поставленная задача решалась конечно-разностным методом. Для этого использовалась пространственная сетка по радиусу с целыми узлами r_i ($r_{i=0} = 0$) и сдвинутыми на полшага полуцелыми узлами $r_{i+1/2}$. Аналогично вводились узлы по z : z_k ($z_{k=0} = 0$) и $z_{k+1/2}$. Сетка могла сгущаться в окрестности фокуса. Заметим, что в решаемых задачах положение плазмы и, соответственно, области с большими градиентами заранее известно – это окрестность фокуса $z \sim f$, $r = 0$. Размеры этой области составляют несколько микрон.

При аппроксимации пространственных производных используется схема на сдвинутых сетках [19]. Для имеющихся граничных условий на оси удобно вычислять различные физические величины в следующих узлах конечно-разностной сетки. В узлах (i, k) вычисляются компоненты \tilde{F}_r , \tilde{B}_z . В узлах $(i+1/2, k)$ вычисляются величины $\tilde{F}_{\varphi, \rho, |E|^2}$. В узлах $(i, k+1/2)$ – \tilde{B}_φ . В узлах $(i+1/2, k+1/2)$ – \tilde{F}_z , \tilde{B}_r . Здесь под \tilde{F}_r , \tilde{F}_φ , \tilde{F}_z понимаются соответствующие компоненты векторов \mathbf{E} , \mathbf{D} , \mathbf{v} , \mathbf{P}_m , \mathbf{V}_{Pm} (см. (12)). В приведенной ниже схеме для задачи о распространении ГФИ подразумевается,

что если у некоторой величины отсутствуют индексы, нумерующие пространственные узлы, то она вычисляется именно в этих узлах. Схема имела вид

$$|E^n|^2 = \frac{1}{2} \left(\left| \langle \tilde{E}_r^n \rangle \right|^2 + |\tilde{E}_\varphi^n|^2 + \left| \langle \tilde{E}_z^n \rangle \right|^2 \right), \quad (14)$$

$$\frac{\rho^{n+1} - \rho^n}{\tau} = W_{PI}(|E^n|^2, \rho^n) + W_\sigma(|E^n|^2, \rho^n) - \frac{\rho^n}{\tau_{tr}}, \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{c} \frac{\mathbf{D}^{n+1} - \mathbf{D}^n}{\tau} - i \frac{\omega}{c} \frac{\mathbf{D}^{n+1} + \mathbf{D}^n}{2} = \\ = \frac{4\pi}{c} \frac{e}{m_e} \frac{\mathbf{P}^{n+1} + \mathbf{P}^n}{2} + \text{rot } \mathbf{B}^n - \frac{8\pi}{c} E_{g0} \left\langle \frac{W_{PI}(|E^n|^2, \rho^{n+1})}{|E^n|^2} \right\rangle \mathbf{E}^n, \end{aligned} \quad (16)$$

$$\mathbf{D}^{n+1} = \mathbf{E}^{n+1} + 4\pi \sum_m \mathbf{P}_m^{n+1} + \frac{c}{4\pi} n^2 n_2 \langle |E^n|^2 \rangle \mathbf{E}^{n+1}, \quad (17)$$

$$\frac{\mathbf{P}_m^{n+1} - \mathbf{P}_m^n}{\tau} - i\omega \frac{\mathbf{P}_m^{n+1} + \mathbf{P}_m^n}{2} = \frac{\mathbf{V}_{Pm}^{n+1} + \mathbf{V}_{Pm}^n}{2}, \quad (18)$$

$$\frac{\mathbf{V}_{Pm}^{n+1} - \mathbf{V}_{Pm}^n}{\tau} - i\omega \frac{\mathbf{V}_{Pm}^{n+1} + \mathbf{V}_{Pm}^n}{2} = -\omega_m^2 \left(\frac{\mathbf{P}_m^{n+1} + \mathbf{P}_m^n}{2} - \frac{B_m}{4\pi} \frac{\mathbf{E}^{n+1} + \mathbf{E}^n}{2} \right), \quad (19)$$

$$\frac{\mathbf{P}^{n+1} - \mathbf{P}^n}{\tau} - i\omega \frac{\mathbf{P}^{n+1} + \mathbf{P}^n}{2} = -[\rho^{n+1}] e \frac{\mathbf{E}^{n+1} + \mathbf{E}^n}{2} - \left(\frac{1}{\tau_c} + \frac{1}{\tau_{tr}} \right) \frac{\mathbf{P}^{n+1} + \mathbf{P}^n}{2}, \quad (20)$$

$$\frac{1}{c} \frac{\mathbf{B}^{n+1} - \mathbf{B}^n}{\tau} - i \frac{\omega}{c} \frac{\mathbf{B}^{n+1} + \mathbf{B}^n}{2} = -\text{rot } \mathbf{E}^{n+1}, \quad (21)$$

$$(\text{rot}_r \tilde{B})_{i,k} = \frac{\tilde{B}_{\varphi i, k+1/2} - \tilde{B}_{\varphi i, k-1/2}}{z_{k+1/2} - z_{k-1/2}} - \frac{\tilde{B}_{zi, k}}{r_i},$$

$$(\text{rot}_\varphi \tilde{B})_{i+1/2, k} = \frac{\tilde{B}_{ri+1/2, k+1/2} - \tilde{B}_{ri+1/2, k-1/2}}{z_{k+1/2} - z_{k-1/2}} - \frac{\tilde{B}_{zi+1, k} - \tilde{B}_{zi, k}}{r_{i+1} - r_i},$$

$$(\text{rot}_z \tilde{B})_{i+1/2, k+1/2} = \frac{r_{i+1} \tilde{B}_{\varphi i+1, k+1/2} - r_i \tilde{B}_{\varphi i, k+1/2}}{r_{i+1/2} (r_{i+1} - r_i)} - \frac{\tilde{B}_{ri+1/2, k+1/2}}{r_{i+1/2}},$$

$$\begin{aligned}
 (\text{rot}_r \tilde{E})_{i+1/2, k+1/2} &= \frac{\tilde{E}_{\varphi i+1/2, k+1} - \tilde{E}_{\varphi i+1/2, k}}{z_{k+1} - z_k} + \frac{\tilde{E}_{z i+1/2, k+1/2}}{r_i}, \\
 (\text{rot}_\varphi \tilde{E})_{i, k+1/2} &= \frac{\tilde{E}_{r i, k+1} - \tilde{E}_{r i, k}}{z_{k+1} - z_k} - \frac{\tilde{E}_{z i+1/2, k+1/2} - \tilde{E}_{z i-1/2, k+1/2}}{r_{i+1/2} - r_{i-1/2}}, \\
 (\text{rot}_z \tilde{E})_{i, k} &= \frac{r_{i+1/2} \tilde{E}_{\varphi i+1/2, k} - r_{i-1/2} \tilde{E}_{\varphi i-1/2, k}}{r_i (r_{i+1/2} - r_{i-1/2})} + \frac{\tilde{E}_{r i, k}}{r_i}.
 \end{aligned}$$

Здесь τ – шаг по времени в фемтосекундах, индекс n – номер слоя по времени, индексы i и k нумеруют узлы по r и z . Под векторными величинами в (15)-(21) подразумеваются строки с величинами с волной (12). Например, \mathbf{E} означает строку $(\tilde{E}_r, \tilde{E}_\varphi, \tilde{E}_z)$.

Обозначение $\langle f \rangle_{a,b}$ означает среднее арифметическое значение величины f в узле a,b по ближайшим к a,b узлам, в которых эта величина вычисляется. Например, более подробная запись (14) имеет вид

$$\begin{aligned}
 |E|_{i+1/2, k}^2 &= \frac{1}{2} \left(\left| \frac{E_{r i+1, k} + E_{r i, k}}{2} \right|^2 + |E_{\varphi i+1/2, k}|^2 + \right. \\
 &\left. + \left| \frac{E_{z i+1/2, k+1/2} + E_{z i+1/2, k-1/2}}{2} \right|^2 \right), \tag{22}
 \end{aligned}$$

а последний член для r -компоненты уравнения (16) записывается в узлах (i, k) как

$$\left\langle \frac{W_{PI}(|E^n|^2, \rho^n)}{|E^n|^2} \right\rangle_{i, k} = \frac{1}{2} \left(\frac{W_{PI}(|E^n|_{i+1/2, k}^2, \rho_{i+1/2, k}^n)}{|E^n|_{i+1/2, k}^2} + \frac{W_{PI}(|E^n|_{i-1/2, k}^2, \rho_{i-1/2, k}^n)}{|E^n|_{i-1/2, k}^2} \right).$$

Для интерполяции ρ в узлы, где вычисляются компоненты \mathbf{p} , в уравнении (20) использовалась формула «среднее геометрическое в квадрате делить на среднее арифметическое». Это усреднение обозначается квадратными скобками. Например, при вычислении $\tilde{\rho}_z$ имеем

$$[\rho]_{i+1/2, k+1/2} = 2\rho_{i+1/2, k+1} \rho_{i+1/2, k} / (\rho_{i+1/2, k+1} + \rho_{i+1/2, k}). \tag{23}$$

Как показали расчеты, эта интерполяция дает несколько лучшую сходимость, чем использование среднего арифметического.

Рассмотрим условия на оси для сеточных функций. В вычислении \tilde{B}_φ на оси необходимости нет, т.к. эта величина вовлечена в вычисление ротора в виде $r_{i=0}\tilde{B}_{\varphi i=0,k+1/2} \equiv 0$. Для получения значения \tilde{E}_r на оси проинтегрируем уравнение для \tilde{B}_z на оси с учетом (13). Получим

$$\begin{aligned} 0 &= \int_0^{h_r/2} \left(\frac{\partial \tilde{B}_z}{\partial t} - i\omega \tilde{B}_z \right) r dr = -c \int_0^{h_r/2} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial (r \tilde{E}_\varphi)}{\partial r} + \frac{\tilde{E}_r}{r} \right) r dr = \\ &= \tilde{E}_\varphi(r = h_r/2) + \tilde{E}_r(0) c h_r/2, \end{aligned}$$

т.е. $\tilde{E}_{r i=0,k} = -\tilde{E}_{\varphi i=1/2,k}$. Здесь h_r – шаг сетки по радиусу на оси. Заметим, что при решении линейной задачи знания \tilde{E}_r на оси не требуется. Эта величина требуется для вычисления нелинейных членов.

Отметим некоторые свойства схемы (14)–(21).

1. Эта схема дивергентна. Имеются конечно-разностные аналоги законов сохранения потоков полей. В отсутствие эффекта Керра имеется конечно-разностный аналог закона сохранения энергии. Как показывают расчеты, при решении полной задачи погрешность выполнения закона сохранения энергии существенно ниже погрешности вычисления физически значимых величин (поглощенной энергии, плотности плазмы и т.п.). Используемая аппроксимация пространственных производных обеспечивает выполнение конечно-разностного аналога тождества $\text{div}(\text{rot}\mathbf{F}) = 0$.

2. Схема на сдвинутых сетках и отсутствие нелинейности около границ расчетной области дают возможность задавать на входной границе $z = 0$ только поперечные компоненты электрического поля $\tilde{E}_r, \tilde{E}_\varphi$. Задания других величин, как и в исходной дифференциальной задаче, не требуется.

3. В (16)–(20) различные компоненты векторов на вычисляемом $(n+1)$ -м слое по времени не связаны между собой, т.е. вычисляются в одних и тех же пространственных узлах. При вычислении пространственных производных используются уже известные величины. Поэтому каких либо прогонок при решении конечно-разностных уравнений не требуется. Имеется необходимость решения девяти (с учетом $m = 1,2,3$) линейных уравнений для каждого компонент векторов, что не является сложной задачей. Не вдаваясь в подробности, отметим, что для получения решения удобно использовать представление $\mathbf{P}_m^{n+1} = a_{1m} \mathbf{E}^{n+1} + b_{1m}$, $\mathbf{V}_{Pm}^{n+1} = a_{2m} \mathbf{E}^{n+1} + b_{2m}$. Величины a_{1m} , a_{2m} , b_{1m} , b_{2m} вычисляются подстановкой в (18), (19), причем часть из них не меняются в процессе счета.

4. Использование в членах с ω в левой части (16)-(21) и полусумм в правой части необходимо для улучшения как численной устойчивости схемы, так и точности расчета. Например, можно было бы решать эти уравнения последовательно

$$\frac{1}{c} \frac{\mathbf{D}^{n+1} - \mathbf{D}^n}{\tau} - i \frac{\omega}{c} \frac{\mathbf{D}^{n+1} + \mathbf{D}^n}{2} = \frac{4\pi}{c} \frac{e}{m_e} \mathbf{p}^n + \text{rot } \mathbf{B}^n - \frac{8\pi}{c} E_{g0} \left\langle \frac{W_{PI}(|E^n|)}{|E^n|^2} \right\rangle \mathbf{E}^n,$$

$$\frac{\mathbf{V}_{Pm}^{n+1} - \mathbf{V}_{Pm}^n}{\tau} - i\omega \frac{\mathbf{V}_{Pm}^{n+1} + \mathbf{V}_{Pm}^n}{2} = -\omega_m^2 \left(\mathbf{P}_m^n - \frac{B_m}{4\pi} \mathbf{E}^{n+1} \right),$$

$$\frac{\mathbf{P}_m^{n+1} - \mathbf{P}_m^n}{\tau} - i\omega \frac{\mathbf{P}_m^{n+1} + \mathbf{P}_m^n}{2} = \mathbf{V}_{Pm}^{n+1},$$

$$\frac{\mathbf{p}^{n+1} - \mathbf{p}^n}{\tau} - i\omega \frac{\mathbf{p}^{n+1} + \mathbf{p}^n}{2} = -[\rho^{n+1}] e \mathbf{E}^{n+1} - \left(\frac{1}{\tau_c} + \frac{1}{\tau_{tr}} \right) \mathbf{p}^n,$$

но в этом случае для достижения приемлемой точности пришлось бы брать существенно меньший шаг τ . Исключение составляют диссипативные члены. Их можно брать на предыдущем слое по времени. Существенного влияния на решение это не оказывает. Эти выводы следуют из результатов расчетов (исследовались различные варианты схемы при различных шагах сетки) и аналитического анализа схем в упрощенном случае ($\rho = \text{const}$, $|E|^2 = \text{const}$, $W_{PI} = W_G = 0$, декартовая система координат).

5. Нелинейные члены в (16)-(20) аппроксимируются с первым порядком по времени. При этом $|E|^2$ в эффекте Керра (17) берется на предыдущем слое по времени. Это существенно упрощает алгоритм и уменьшает вычислительные ресурсы. Была разработана схема, в которой, в отличие от обсуждаемой схемы, $|E|^2$ в (17) бралось на $(n+1)$ -м слое. Для решения возникающей в этом случае системы нелинейных алгебраических уравнений большой (в силу (22)) размерности применялись итерации. На первой итерации $|E|^2$ в (17) бралось с n -го слоя по времени, а на последующих итерациях использовалось $|E|^2$, вычисленное на предыдущей итерации. Расчеты показали, что результаты, полученные при помощи схемы, использующей (17), и схемы с итерациями различаются в 3-4-м знаках, но схема с итерациями требовала в несколько раз большего расчетного времени.

Строго говоря, аппроксимация (17) требует особого вычисления на

первом шаге по времени, т.к. для того, чтобы начать вычисления необходимо задать величину $\mathbf{D}^{n=0}$, для вычисления которой, согласно (17), необходимо знать величину $|E^{n=-1}|^2$, соответствующую моменту времени, предшествующему началу расчета. Решение проблемы первого шага по времени несложно, но требует неоправданного усложнения кода. Однако в силу упрощающих факторов 2у и 3у нашей задачи этой проблемы не существует: в первые моменты времени нелинейными эффектами можно заведомо пренебречь и положить $|E^{n=-1}|^2 = 0$.

6. Легко видеть, что предлагаемая схема имеет первый порядок аппроксимации по времени и второй по пространству. Условие устойчивости схемы имеет вид типа $\tau t < \text{const}(1/h_r + 1/h_z)^{-1}$. Здесь h_r и h_z – наименьшие шаги сетки по r и z , а $\text{const} \approx 0.5$. Это утверждение следует из анализа результатов расчетов на последовательностях сеток и упомянутых выше (пункт 4) аналитических исследований схемы в упрощенном случае. Основная масса расчетов проводилась при величине $\text{const} = 0.3 \div 0.5$. Результаты расчетов показывают, что погрешность, связанная с конечным шагом по времени, значительно меньше погрешности, связанной с конечностью h_r и h_z . Поэтому в расчетах можно использовать максимально допустимый из соображений устойчивости шаг τ .

Для иллюстрации сходимости схемы на рис.2 представлены распреде-

ление поглощенной энергии $E_{ab}(r, z) = \int_{-t_0}^{t_{end}} \left(-\frac{e}{m_e} \frac{\mathbf{p}\mathbf{E}^* + \mathbf{p}^*\mathbf{E}}{4} + W_{PI}E_{g0} \right) dt$ на

оси ($r=0$) и зависимость максимального по пространству значения плотности плазмы ρ от времени. Здесь $(-t_0)$ и t_{end} – моменты времени, соответствующие началу и концу расчета. Заметим, что величина E_{ab} определяется нелинейными процессами и играет чрезвычайно важную роль, т.к. именно от нее зависит, какие изменения произойдут со стеклом в результате облучения лазером. Рис.2 соответствует типичным с точки зрения экспериментов параметрам, а именно коэффициент многофотонной ионизации $W_{PI0} = 3.7 \cdot 10^{34} \text{ см}^{-3} \text{ с}^{-1}$, энергия импульса 1 мкДж, длительность импульса $t_L = 150$ фс, радиус пучка на границе $w = 17.6$ мкм, расстояние от границы $z = 0$ до фокуса $d = 100$ мкм. Последние две величины соответствуют радиусу пучка в фокусе $w_f = 1$ мкм.

7. Поскольку представленная выше схема, по существу, является явной, то она легко «распараллеливается». Т.к. число узлов конечно-разност-

ной сетки по z намного больше, чем по радиусу, то для сокращения пересылок между процессорами на каждом процессоре обрабатываются узлы, заключенные между плоскостями $z = \text{const}$. При распределении узлов между процессорами для их равномерной загрузки учитывается зависимость числа узлов сетки по радиусу от z .

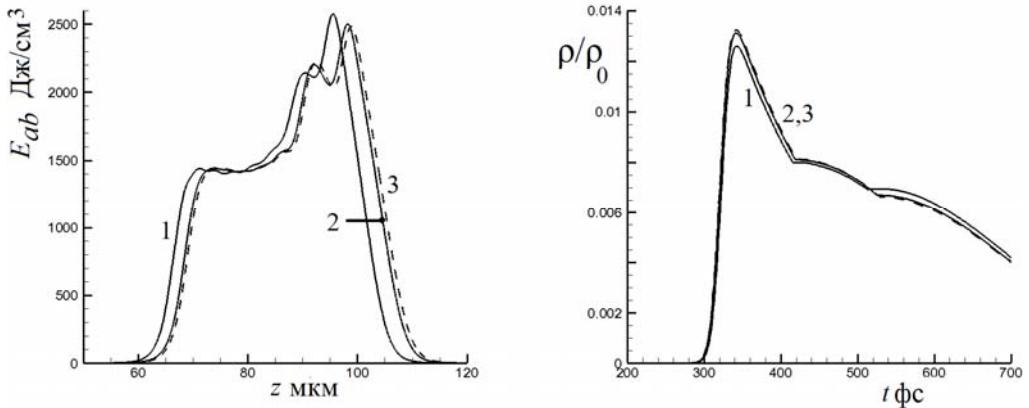


Рис.2 Типичное распределение плотности поглотенной энергии на оси $E_{ab}(r=0, z)$ (слева) и зависимость $\max_{r,z} \rho / \rho_0$ от времени (справа). Кривые 1, 2 и 3 (штриховая линия) соответствуют шагам конечно-разностной сетки $h_r = h_z = 0.06, 0.03$ и 0.015 мкм соответственно. Энергия импульса 1 мкДж, длительность – 150 фс, перетяжка $w_f = 1$ мкм.

7. Особенности схемы для ТФИ

С точки зрения вычислений задача о распространении ТФИ является менее громоздкой. В приведенной выше схеме для ГФИ необходимо взять вместо величин с волной (12) реальные цилиндрические компоненты векторов и обычные выражения для оператора ротора в цилиндрических координатах при $\partial / \partial \varphi = 0$. Например, для r -компоненты ротора магнитного поля будем иметь выражение $(\text{rot}_r B)_{i,k} = (B_{\varphi i,k+1/2} - B_{\varphi i,k-1/2}) / (z_{k+1/2} - z_{k-1/2})$. Квадрат модуля комплексной амплитуды электрического поля будет иметь вид $|E^n|^2 = \left| \langle E_r^n \rangle \right|^2 + |E_\varphi^n|^2 + \left| \langle E_z^n \rangle \right|^2$.

На оси $r = 0$ для разностных уравнений достаточно задать $E_{ri=0,k} = 0$, $B_{\varphi i=0,k+1/2} = 0$, а $B_{zi=0,k}$ вычислить, решив уравнение

$$\frac{B_{zi=0,k}^{n+1} - B_{zi=0,k}^n}{\tau} - i\omega \frac{B_{zi=0,k}^{n+1} + B_{zi=0,k}^n}{2} = -c \frac{E_{\varphi l/2,k}^{n+1}}{h_r / 2}.$$

При этом электрическое поле на $(n + 1)$ -м шаге по времени уже вычислено (16). Задания других величин на оси схема не требует.

8. Результаты расчетов. Моделирование распространения ГФИ и ТФИ разных поляризаций

В [7] было показано, что особенностью взаимодействия ТФИ с прозрачными материалами является на порядок большая пиковая поглощенная энергия лазерного излучения E_{ab} , чем в случае ГФИ. В [7] изучался радиально поляризованный импульс. В настоящей работе мы исследуем также азимутально поляризованный ТФИ. Кроме того, в настоящей работе моделируются лазерные импульсы с меньшей, чем в [7], апертурой. Интерес к меньшим апертурам связан с рядом обстоятельств.

Во-первых, оптические системы с меньшими апертурами более удобны в эксплуатации. Во-вторых, в экспериментальных работах часто указывают апертуру линзы (объектива), равную отношению радиуса линзы к фокусному расстоянию, в то время как для моделирования необходимо знать апертуру пучка $N_A = \lambda / (\pi w_f)$, позволяющую задать ширину импульса на входной границе $z = 0$ по формулам (11). Очень часто апертура пучка значительно меньше апертуры объектива, используемого в эксперименте.

Приведем результаты расчетов при следующих параметрах лазерного импульса: $t_L = 45$ фс, $w_f = 1.5$ мкм ($N_A = 0.17$), $d = 160$ мкм. Заметим, что величина d должна быть такой, чтобы область возникновения плазмы находилась достаточно далеко от границы расчетной области. При этом конкретное значение d не играет роли. В этих расчетах коэффициент $W_{PI0} = 10^{34} \text{ см}^{-3} \text{ с}^{-1}$.

В случае ГФИ имеем обычную картину распределения интенсивности [5,11,12] (рис.3). При приближении импульса к фокусу возникает плазма свободных электронов (слово 'plasma' на области, занимаемой плазмой на рис.3), которая поглощает и рассеивает излучение. В результате этого на этапе взаимодействия лазерного излучения с материалом возникает типичное распределение $|E|^2$ (интенсивности), изображенное на рис.3а. Рассеянное излучение уходит на бесконечность и в дальнейшем не играет роли. После прохождения импульса возникает распределение поглощенной энергии, изображенное на рис.4. Отличие от проведенных ранее расчетов [7,11,12] с более сильной фокусировкой $w_f \approx 1$ мкм состоит в том, что пиковое значение поглощенной энергии $E_{abm} = \max_{r,z} E_{ab}$ оказывается меньше, а объем области существенных значений E_{ab} – больше, чем в случае [7,11,12]. Расчеты

с различными значениями энергии импульса подтверждают хорошо известный эффект клампинга, заключающийся в том, что, начиная с некоторого значения, увеличение энергии импульса приводит к увеличению области существенных значений E_{ab} , но не пикового значения E_{abm} .

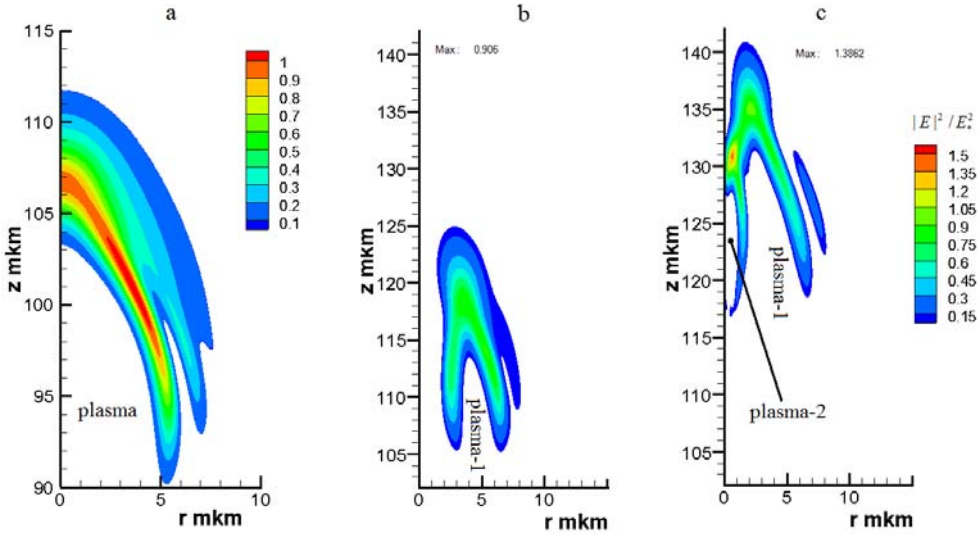


Рис.3. Типичное распределение $|E|^2/E_*^2$ (интенсивности) на этапе взаимодействия ФЛИ со стеклом. а) ГФИ, б) ТФИ на этапе 1, в) ТФИ на этапе 2. Энергия импульса 2 мкДж.

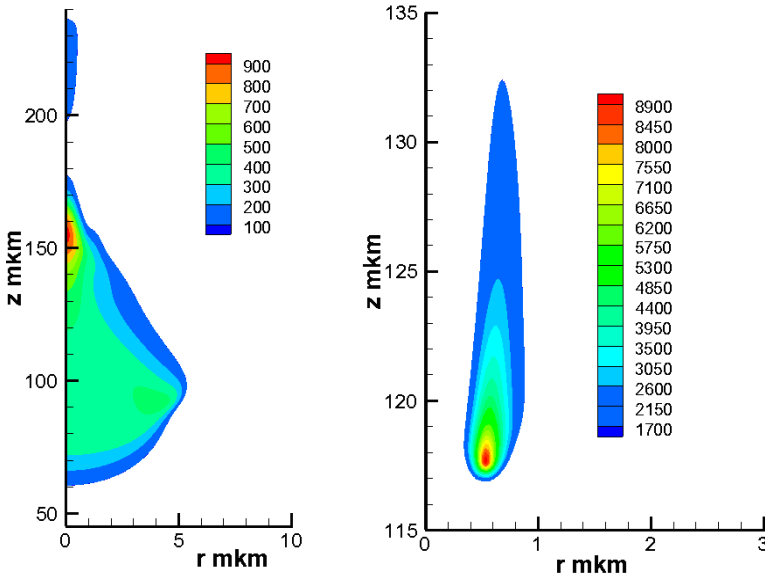


Рис.4. Распределение E_{ab} в случае ГФИ (слева) и радиально поляризованного ТФИ (справа). Энергия импульса 2 мкДж.

Во взаимодействии тороидального импульса со стеклом можно выделить 2 этапа (рис.3b,c). На первом этапе (рис.3b) при приближении ТФИ к фокусу как большой, так и малый радиусы тороидальной области больших значений интенсивности лазерного излучения уменьшаются, а сама интенсивность – растет. По достижении достаточно большой интенсивности образуется плазма тороидальной формы. Более наглядно форму плазмы можно представить в виде отрезка суживающейся по ходу распространения импульса трубы микронного радиуса. Плазма поглощает и рассеивает излучение лазерного импульса. Этап 1 вполне аналогичен картине, наблюдаемой в случае ГФИ (рис.3a). Значения интенсивности и плотности плазмы на этом этапе примерно такие же, как и в случае ГФИ. Но в случае ТФИ часть рассеянного излучения уходит не на бесконечность, а распространяется к оси $r = 0$. Интенсивность последней возрастает по мере её приближения к оси в силу геометрического фактора (цилиндричности). В результате на этом (2-м) этапе в окрестности оси возникает новая область высоких интенсивностей в виде трубы меньшего радиуса, в которой происходит образование плазмы максимальной плотности и пика поглощения энергии излучения. На рис.3c эта область обозначена словом plasma 2. Пиковые значения плотности и поглощенной энергии E_{ab} в разы больше, чем в случае ГФИ (рис. 4).

Расчеты показывают, что максимум плотности поглощенной энергии E_{abm} в случае радиально поляризованного ТФИ существенно больше, чем в случае азимутально поляризованного ТФИ (рис.5). Это связано с тем, что в случае радиальной поляризации возникает заметная составляющая z-компоненты электрического поля, которая может не равняться нулю на оси. В азимутально поляризованном ТФИ $E_z = 0$. Это обстоятельство обеспечивает дополнительное увеличение интенсивности излучения и, соответственно, поглощения в случае радиально поляризованного ТФИ.

Подчеркнем, что при любой поляризации плотность поглощенной энергии ТФИ оказывается в разы (в некоторых вариантах на порядок) больше чем в ГФИ и существенно превышает порог остаточной модификации (около 1700 Дж/см^3). Максимальная плотность плазмы в случае ТФИ превышает критическую, в то время как в ГФИ она меньше нее. При этом пространственный объем больших значений E_{ab} в случае ТФИ в разы меньше, чем в случае ГФИ, так что полная поглощаемая энергия $\int E_{ab} d^3r$ слабо зависит от типа (ГФИ или ТФИ) и поляризации (в случае ТФИ) импульса.

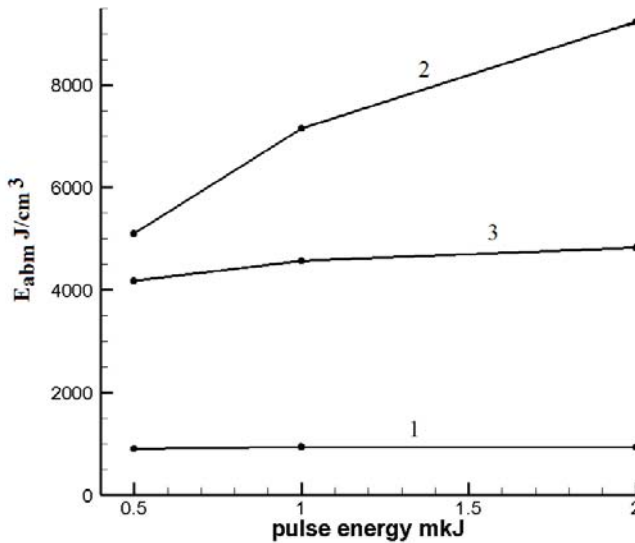


Рис.5. Зависимость максимальной плотности поглощенной энергии E_{abm} от энергии импульса (0,5, 1 и 2 мкДж, $t_L=45$ фс, $w_f=1.5$ мкм.). Кривая 1 – ГФИ, 2 – ТФИ радиальной поляризации, 3 – ТФИ азимутальной поляризации.

9. Заключение

В работе представлена конечно-разностная схема для численного моделирования задач о взаимодействии фемтосекундного лазерного импульса со стеклом в модели нелинейных уравнений Максвелла, дополненных уравнениями гидродинамического вида для плазмы электронов зоны проводимости. Наиболее интересными особенностями схемы является неявная аппроксимация полусуммами вида $\omega(\mathbf{D}^{n+1} + \mathbf{D}^n)/2$, $4\pi e / (m_e c)(\mathbf{p}^{n+1} + \mathbf{p}^n)/2$ и т.п. соответствующих членов в уравнениях (16)-(21) и взятие на предыдущем слое по времени $|E|^2$ в выражении для эффекта Керра (17). Последнее возможно, по крайней мере, в рассматриваемом классе физических задач, который, однако, является чрезвычайно широким и важным с точки зрения практики. Эти нововведения позволили решить физические задачи в реальной постановке, что раньше было невозможно. Заметим, что представленная в настоящей работе схема и модель могут быть адаптированы для исследования других прозрачных материалов (например, воды), а также металлов.

В работе приведены результаты моделирования взаимодействия фемтосекундных лазерных импульсов тороидальной формы радиальной и азимутальной поляризации со стеклом. Показано, что эффект сильного (в несколько раз) усиления пика поглощенной энергии по сравнению с традици-

онными импульсами гауссовой формы сильнее проявляется в случае радиальной поляризации.

Заметим, что область больших поглощенных энергий в случае ТФИ имеет вид трубы (рис.4). На больших временах, на стадии эласто-пластических движений это приведет к возникновению волн большого давления. Причем часть этих волн будет распространяться к оси системы и соответственно усиливаться. Оценки показывают, что при этом возникает давление, равное давлению в мантии Земли. Таким образом, ТФИ представляют интерес не только для использования в технологиях и медицине, но и для исследования вещества в экстремальных состояниях.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Laser in material science / Edited by Castillejo M., Ossi P.M., Zhigilei L.. Springer Series in Material science. 2014. Springer international publishing, Switzzeland, 2014, 387 p.
2. 3D laser microfabrication. Principles and applications / Edited by Missava H., Juodkazis S. Wiley-VCH Veriag GmbH & Co.KGaA, Weinheim, 2006, 388 p.
3. R. Taylor, C. Hnatovsky, E. Simova. Applications of femtosecond laser induced self-organized planar nanocracks inside fused silica glass // Laser & Photon. Rev. 2, 2008, №1-2, p.26-46.
4. F.V. Potemkin, B.G. Bravy, Yu.I. Bezsudnova, E.I. Mareev, V.M. Starostin, V.T. Platonenko, V.M. Gordienko. Overcritical plasma ignition and diagnostics from oncoming interaction of two color low energy tightly focused femtosecond laser pulses inside fused silica // Laser Phys. Lett., 2016, v.13, 045402 (8 p.).
5. I.M. Burakov, N.M. Bulgakova, R. Stoian et al. Spatial distribution of refractive index variations induced in bulk fused silica by single ultrashort and short laser pulses // J. Appl. Phys., 2007, v. 101, Paper 043506 (7 p.).
6. P.A. Власов, O.X. Хасанов, T.B. Смирнова. Эволюция трубчатых сингулярных пучков в нелинейной диэлектрической среде в условиях ионизации // Квантовая электроника, 2005, т.35, №10, с.947-952;
R.A. Vlasov, O.Kh.Khasanov, T.V. Smirnova. Evolution of tubular singular pulsed beams in a nonlinear dielectric medium upon ionisation // Quantum electronics, 2005, v.35, №10, p.947-952.
7. V.P. Zhukov, A.M. Rubenchik, M.P. Fedoru., N.M. Bulgakova. Interaction of doughnut-shaped laser pulses with glasses // JOSA B, 2017, v.34, №2, p.463-471.
8. C. Mezel, L. Hallo, A. Bourgeade, D. Hebert, V.T. Tikhonchuk, B. Chimier, B. Nkonga, G. Schurtz, G. Travaille. Formation of nanocavities in dielectrics: A self-consistent modeling // Phys. of Plasmas, 2008, v.15, 093504 (10 p.).
9. K.I. Popov, C. McElcheran, K. Briggs, S. Mack, L. Ramunno. Morphology of femtosecond laser modification of bulk dielectrics // Optics Express, 2011, v.19, №1, p.271-282.
10. N.M. Bulgakova, V.P. Zhukov, A. Collins, D. Rostohar, T.J.-Y. Derrien, T. Mocek. How to optimize ultrashort pulse laser interaction with glass surfaces in cutting regimes? // Appl. Surf. Sci., 2015, v.336, p.364-374.

11. *N.M. Bulgakova, V.P. Zhukov.* Continuum models of ultrashort laser – matter interaction in application to wide-bandgap dielectrics // *Laser in Materials Science, Springer Series in Materials Science 191*, Ed. by M. Castillejo, P.M. Ossi, L.Zhigilei (Springer International publishing Switzerland, 2014), p.101-124.
12. *N.M. Bulgakova, V.P. Zhukov, Yu.P. Meshcheryakov.* Theoretical treatments of ultrashort pulse laser processing of transparent materials: Towards understanding the volume nano-grating formation and "quill" writing effect // *Appl. Phys. B*, 2013, v.113, №3, p.437-449.
13. *V.E. Gruzdev.* Modeling of laser-induced ionization of solid dielectrics for ablation simulation: role of effective mass // *Proc. of SPIE*, 2010, v.7842, p.784216 (1-11).
14. *A.Q. Wu, I.H. Chowdhury, X. Xu.* Femtosecond laser absorption in fused silica: Numerical and experimental investigation // *Phys. Rev. B*, 2005, v.72, p.085128 (8 p.).
15. *М.П. Виноградова, О.В. Руденко, А.П. Сухоруков.* Теория волн. – М.: Наука, 1979, 384 с.; *M.P. Vinogradova, O.V. Rudenko, A.P. Suhorukov.* Teoriia voln. – М.: Nauka, 1979, 384 s.
16. *J.-P. Berenger.* A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves // *J. Comp. Phys.*, 1994, v.114, p.185-200.
17. *P.G. Petropoulos.* Reflectionless sponge layers as absorbing boundary conditions for the numerical solution of Maxwell equations in rectangular, cylindrical, and spherical coordinates // *SIAM J. Appl. Math.*, 2000, v.60, №3, p.1037-1058.
18. *A. Deinega, I. Valuev.* Long-time behavior of PML absorbing boundaries for layered periodic structures // *Computer Physics Communications*, 2011, v.182, p.149-151.
19. *K.S. Yee.* Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media // *IEEE Trans. Antennas Propag.*, 1966, AP-14, p.302-307.

Поступила в редакцию 26.07.18

После доработки 01.11.18

Принята к публикации 11.02.19