

## **ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СТРУКТУРНЫХ МУТАЦИЙ В ОБЪЕКТНО-ОРИЕНТИРОВАННЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ МАНИПУЛЯЦИОННЫХ СИСТЕМ РОБОТОВ**

© 2019 г. *О.Н. Крахмалев*

ФГБОУ ВО «Брянский государственный технический университет»  
olegkr64@mail.ru

DOI: 10.1134/S023408791906008X

Рассмотрено использование метода целенаправленных структурных мутаций математических моделей. Метод позволяет создавать приближённые модели манипуляционных систем роботов путём модификации их объектно-ориентированных математических моделей. Манипуляционные системы рассматриваются как непрерывно-детерминированные системы, описываемые системами алгебраических и обыкновенных дифференциальных уравнений. Реализация данного метода основывается на возможностях предоставляемых методом визуального конструирования объектных схем математических моделей. Модификации объектных схем проводятся путём замены выбранных в них частей на альтернативные этим частям объекты. Применение метода структурных мутаций позволяет компенсировать влияние случайных факторов, не учитываемых исходной математической моделью, полученной аналитическим способом.

**Ключевые слова:** математические модели, объектно-ориентированный подход, визуальное конструирование моделей, имитационное моделирование, метод мутаций, генезис целенаправленных мутаций.

### **USE OF STRUCTURAL MUTATIONS IN OBJECT-ORIENTED MATHEMATICAL MODELS OF ROBOT MANIPULATION SYSTEMS**

*O.N. Krakhmalev*

Bryansk State Technical University

The use of the method of targeted structural mutations of mathematical models is considered. The method allows you to create approximate models of robot manipulation systems, by modifying their object-oriented mathematical models. Manipulation systems are considered as continuously deterministic systems described by systems of algebraic and ordinary differential equations. The implementation of this method is based on the possi-

bilities provided by the method of visual design of the object diagrams of mathematical models. Modifications of object diagrams are carried out by replacing the parts selected in them with alternative objects to these parts. The use of the structural mutation method makes it possible to compensate for the influence of random factors that are not taken into account by the original mathematical model obtained by the analytical method.

Key words: mathematical models, object-oriented approach, visual design of models, simulation modeling, mutation method, genesis of targeted mutations.

## 1. Введение

Представленные в статье исследования относятся к области моделирования сложных систем. В частности, исследованы математические модели манипуляционных систем роботов, рассматриваемых как непрерывно-детерминированные системы, описываемые системами алгебраических и обыкновенных дифференциальных уравнений. Работа посвящена структурному анализу и синтезу математических моделей на основе объектного подхода.

Фундаментальными основами для представленных в статье исследований являются положения о строении сложных систем, сформулированные чл.-корр. АН СССР Н.П. Бусленко [1], а также понятия о родах структур математических моделей, формализованные Н. Бурбаки [2]. Геометрическая теория декомпозиции математических моделей получила развитие в работах Ю.Н. Павловского, в которых он рассмотрел редукцию и декомпозицию структур математических моделей в некоторых приложениях [3,4].

Методология представленных в статье исследований основывалась на объектно-ориентированном подходе, в основе которого лежит понятие класса, объединяющего при описании объектов, имеющих общую структуру, данные и методы их обработки. Для практической реализации разработанных методов использовался объектно-ориентированный язык программирования C++ [5].

Близкими по назначению компьютерными программными комплексами, применяемыми для моделирования сложных систем, являются: MATLAB Simulink [6], MathCad, OpenModelica [7], SimInTech [8], «Универсальный механизм» [9,10] и др. Большинство из этих программных комплексов реализуют объектно-ориентированный подход к моделированию сложных систем, в том числе и механических систем [11], и в частности, таких как манипуляционные системы роботов [12], которые рассматриваются в них, чаще всего, именно как непрерывно-детерминированные системы.

Многие из перечисленных и близких им по назначению программных комплексов имеют собственные, встроенные в них языки программирова-

ния, расширяющие возможности распространённых объектно-ориентированных языков программирования. Такие языки, сохраняя основные принципы объектно-ориентированного программирования, расширяют их семантику в направлении объектно-ориентированного моделирования. В качестве примера перспективного направления в развитии языков объектно-ориентированного моделирования можно привести язык описания комплексов и компонент ЯОКК [13].

## 2. Объектно-ориентированное математическое моделирование

Разработка математической модели (ММ) представляет собой многократно повторяющийся процесс математического моделирования, включающий в себя три последовательных этапа:

I – составление математического описания объекта исследования;

II – разработка вычислительного алгоритма и программирование;

III – проведение численного эксперимента и сравнение его результатов с натурными исследованиями.

По результатам третьего этапа делается вывод об адекватности модели. При получении неудовлетворительного результата выполняется корректирование математического описания.

Рассмотрим данный процесс на примере разработки ММ непрерывно-детерминированной системы. В этом случае стадия составления математического описания сводится к составлению системы алгебраических и обыкновенных дифференциальных уравнений. Далее, как правило, применяются известные численные методы и реализующие их программные пакеты (рис.1).

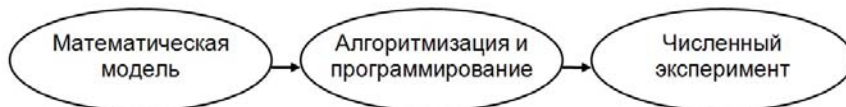
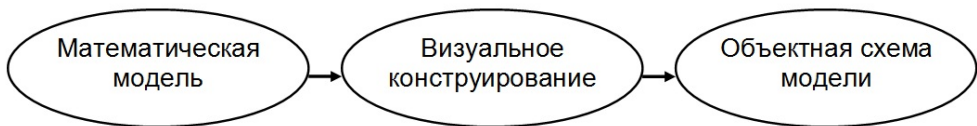


Рис.1. Процесс математического моделирования.

Не ограничиваясь составлением ММ в форме системы уравнений, проведём структурный анализ полученной ММ, основываясь на объектно-ориентированном подходе. Для этого в уравнениях ММ выделим части, которым поставим в соответствие объекты определённого класса. Объекты одного класса на основании общей для них математической формулы (выражения) отличаются друг от друга только значениями (величинами) данных, используемых при их создании (инициализации). В теории моделирования систем эти данные называют характеристиками, они содержат значения пе-

ременных и постоянных коэффициентов, входящих в соответствующее математическое выражение. Таким образом, исходная ММ может быть представлена в виде объектной схемы, а выделяемые в структуре ММ классы могут быть реализованы средствами объектно-ориентированных языков программирования.

Составление объектной схемы удобно выполнять в среде специально разработанной компьютерной программы, автоматизирующей этот процесс на основе принципа визуального конструирования, формализованного в виде метода, позволяющего создавать объектные схемы ММ из объектов заранее описанных классов, а также структурных блоков, представляющих собой объектные схемы, состоящие из нескольких объектов. Такие объекты и структурные блоки могут храниться в специально организованном банке (базе данных). Данный подход позволяет объединить первые два этапа разработки ММ. При этом для исследователя исключается стадия алгоритмизации и программирования, остаётся только проведение численного эксперимента и анализ его результатов (рис 2).



**Рис.2.** Объектно-ориентированное математическое моделирование.

По существу разработанный метод визуального конструирования объектных схем математических моделей является разновидностью методов визуального программирования, отличающийся от других в первую очередь своей прикладной направленностью и меньшим формально-математическим контролем конструируемой структуры математической модели.

Например, матричное выражение  $W=MV$ , где  $M$  – матрица  $(n \times n)$ , а  $V$  и  $W$  – векторы  $(n \times 1)$ , представленное в виде объектной схемы, может быть выполнено, даже если в правой части выражения переставить местами матрицу  $M$  и вектор  $V$ , так как они моделируются объектами одного класса или родственных классов. Конечный результат будет зависеть от логики реализуемой методами-конструкторами объектов соответствующего класса. В итоге вектор  $W$  будет сформирован.

В рассмотренном примере было проигнорировано правило некоммутативности бинарной операции произведения матриц. Правило, которое позволяет выполнить данное неверное математическое действие, может быть сформулировано так: объекты одного класса или разных классов, насле-

дующих свойства другого общего (базового) для них класса, могут соединяться друг с другом.

Данную возможность не следует считать недостатком метода визуального конструирования, так как контроль формально-математического соответствия исходной математической модели и создаваемой на её основе объектной схемы может быть включен как опция в программную реализацию среды конструирования. Преимуществом же является расширение возможностей для модификации математических моделей путём замены некоторых частей этих моделей другими, им аналогичными, но не обязательно, строго говоря, эквивалентными.

Моделирование, выполняемое на основе объектной схемы, соответствующей исходной ММ, получаемой аналитическим способом, не всегда в достаточной мере удовлетворяет требованиям адекватности. Оценка адекватности модели может потребовать её уточнения из-за влияния неучтённых в этой модели внешних факторов, которые часто имеют случайный характер и не всегда могут быть описаны аналитически. Возникает вопрос, каким способом модифицировать ММ, чтобы повысить точность моделирования.

### **3. Метод целенаправленных структурных мутаций**

Построенная методом визуального конструирования имитационная модель, представляющая собой объектную схему, составленную на основе исходной ММ, может быть подвергнута модификации путём замены одних объектов этой схемы на аналогичные им объекты. Такое преобразование (модификация) модели не обязательно должно быть математически эквивалентным. Достаточно лишь соблюдения условия непрерывности вычислений, выполняемых по получаемым при этом объектным схемам. Это условие аналогично, например, требованию соблюдения невырожденности линейных систем при их модификации.

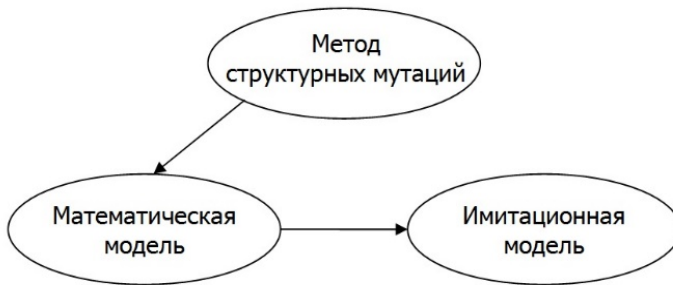
Получаемые путём такого рода модификаций объектные схемы и реализуемые на их основе имитационные модели уже не будут, строго говоря, эквивалентными первоначальной ММ. Однако адекватность модифицированной модели при этом может повыситься, и интересующие исследователя параметры (внутренние характеристики) моделируемой системы будут лучше согласовываться с натурным экспериментом.

При проведении натурального эксперимента получаемые результаты обрабатываются статистическими методами. В результате для измеряемых параметров исследуемой системы получают значения их математического ожи-

дания и дисперсии. При проведении численного эксперимента вычисляемые параметры также имеют приближённые значения, характеризующиеся абсолютной и относительной ошибками.

В качестве количественного критерия адекватности модифицированной объектной схемы и исходной математической модели могут рассматриваться ошибки вычисляемого по ним результата, отнесенные к математическим характеристикам случайной величины. Ошибки результата вычислений могут быть определены на основе анализа графов вычислительных процессов, синтезируемых для обеих моделей, и рассчитаны с использованием формул распространения ошибок для соответствующих арифметических операций.

Таким образом, путём внесения изменений в структуру объектной схемы можно повысить интересующие показатели моделирования. Применение данного метода, получившего название метода целенаправленных структурных мутаций в математических моделях, позволяет компенсировать влияние случайных факторов, не учитываемых аналитической моделью, которая в нашем случае является непрерывно детерминированной. В результате исходная ММ трансформируется в имитационную модель (рис.3).



**Рис.3.** Применение метода структурных мутаций.

Название метода выбрано по аналогии с процессами мутаций, происходящими в молекулах ДНК живых организмов. Однако модификации структуры ММ могут проводиться не случайно, а целенаправленно, по разработанным заранее методикам.

Дальнейшее развитие методов модификации ММ путём замещения некоторых элементов их структур на аналогичные и получения на основе этого новых качеств моделей может быть реализовано с использованием методов искусственного интеллекта, реализуемых на основе обучаемых систем, например, нейронных сетей.

#### 4. Индуцированный мутагенез в математических моделях

Процесс возникновения мутаций называют мутагенезом (лат. mutation – изменение, перемена, греч. genesis – происхождение, поколение). В отношении структурных изменений в ММ, выполняемых по методу целенаправленных структурных мутаций, по аналогии с биологическими процессами, исследуемый мутагенез является индуцированным, т.е. возникающим искусственным путём.

Рассмотрим мутагенез данного метода на примере модификации ММ, описывающей преобразование координат в трёхзвенной манипуляционной системе роботов

$$A_{0,3} = A_{0,1}A_{1,2}A_{2,3}. \quad (1)$$

В выражении (1)  $A_{i,j}$ ,  $i, j = (0-3)$ , представляют собой матрицы преобразования однородных координат, имеющие размерность  $4 \times 4$ . Данные матрицы выполняют отображения  $A_{i,j} : S_j \rightarrow S_i$  базисов координатных систем  $S_i$  и  $S_j$ , связываемых со звеньями манипуляционной системы (рис.4).

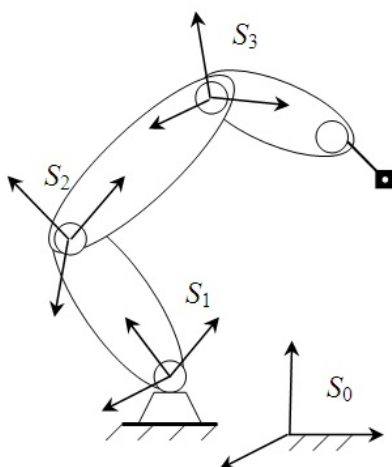


Рис.4. Трёхзвенная манипуляционная система роботов.

Объектная схема, соответствующая ММ (1), будет иметь вид (рис.5)

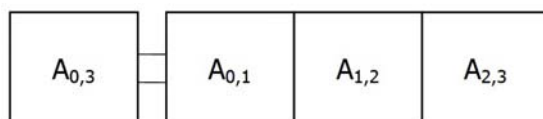


Рис.5. Объектная схема математической модели (1).

Объект, соответствующий матрице, изображён на схеме в форме прямоугольника. Операцию умножения двух объектов будем изображать при-

ставлением изображения одного объекта к изображению другого объекта по одной из сторон. Операция = соответствует присваиванию значений одного объекта другому объекту соответствующего класса.

Данная объектная схема может быть подвержена модификации по методу целенаправленных структурных мутаций ММ, например, путём перестановки объектов местами (рис.6), или путём исключения объектов из схемы (рис.7). Также может быть выполнена замена объектов на объекты того же класса, но имеющие другие параметры, или иные объекты, внедрение которых в структуру объектной схемы не нарушает условия непрерывности вычислений, выполняемых по этой объектной схеме.

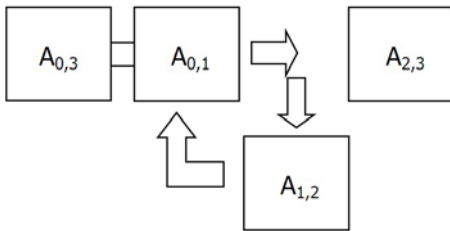


Рис.6. Перестановка объектов  $A_{0,1}$  и  $A_{1,2}$ .

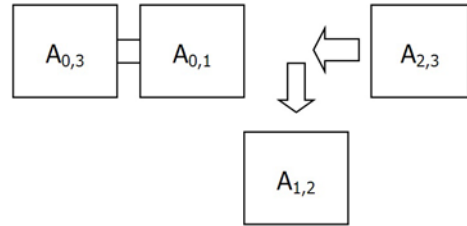


Рис.7. Исключение объекта  $A_{1,2}$ .

На физическом уровне выполненные модификации исходной ММ в случае перестановки объектов приводят к рассмотрению трёхзвенной манипуляционной системы, у которой, в соответствии с рис.6, переставлены местами первое и второе звенья, а исключение объекта, в соответствии с рис.7, к отсоединению второго звена и присоединению третьего звена к первому. Технически такие операции могут быть реализованы на реальных манипуляционных роботах, конструкция которых выполнена на основе унифицированных модулей.

На практике рассмотренные мутации могут быть осуществлены адаптивной системой управления манипуляционного робота в случае возникновения неисправностей в соответствующих звеньях манипуляционной системы. При этом алгоритм управления должен быть построен на основе объектной схемы, являющейся по существу объектно-ориентированной ММ, описывающей управляемую систему.

## 5. Модификация динамических моделей методом структурных мутаций

Рассмотрим применение метода целенаправленных структурных мутаций ММ на примере модификации динамических моделей манипуляционных систем роботов. Для моделирования угловых отклонений, возникающих в шарнирах манипуляционных роботов, будем рассматривать манипу-



ляционные системы, в структуре которых используются 3-степенные шарниры. Уравнения движения, учитывающие угловые отклонения в шарнирах манипуляционных систем, могут быть получены методом Лагранжа-Эйлера. Динамическая модель, построенная на этих уравнениях, будет иметь вид [14]

$$\begin{aligned} & [M_i^{\alpha\alpha}] \{\ddot{\alpha}\} + [M_i^{\alpha\beta}] \{\ddot{\beta}\} + [M_i^{\alpha\gamma}] \{\ddot{\gamma}\} + \\ & + \{\dot{\alpha}\}^T [C_i^{\alpha\alpha\alpha}] \{\dot{\alpha}\} + \{\dot{\beta}\}^T [C_i^{\alpha\beta\beta}] \{\dot{\beta}\} + \{\dot{\gamma}\}^T [C_i^{\alpha\gamma\gamma}] \{\dot{\gamma}\} + \end{aligned} \quad (2)$$

$$+ 2 \left( \{\dot{\alpha}\}^T [C_i^{\alpha\alpha\beta}] \{\dot{\beta}\} + \{\dot{\alpha}\}^T [C_i^{\alpha\alpha\gamma}] \{\dot{\gamma}\} + \{\dot{\beta}\}^T [C_i^{\alpha\beta\gamma}] \{\dot{\gamma}\} \right) = Q_i^\alpha,$$

$$\begin{aligned} & [M_i^{\beta\alpha}] \{\ddot{\alpha}\} + [M_i^{\beta\beta}] \{\ddot{\beta}\} + [M_i^{\beta\gamma}] \{\ddot{\gamma}\} + \\ & + \{\dot{\alpha}\}^T [C_i^{\beta\alpha\alpha}] \{\dot{\alpha}\} + \{\dot{\beta}\}^T [C_i^{\beta\beta\beta}] \{\dot{\beta}\} + \{\dot{\gamma}\}^T [C_i^{\beta\gamma\gamma}] \{\dot{\gamma}\} + \end{aligned} \quad (3)$$

$$+ 2 \left( \{\dot{\alpha}\}^T [C_i^{\beta\alpha\beta}] \{\dot{\beta}\} + \{\dot{\alpha}\}^T [C_i^{\beta\alpha\gamma}] \{\dot{\gamma}\} + \{\dot{\beta}\}^T [C_i^{\beta\beta\gamma}] \{\dot{\gamma}\} \right) = Q_i^\beta,$$

$$\begin{aligned} & [M_i^{\gamma\alpha}] \{\ddot{\alpha}\} + [M_i^{\gamma\beta}] \{\ddot{\beta}\} + [M_i^{\gamma\gamma}] \{\ddot{\gamma}\} + \\ & + \{\dot{\alpha}\}^T [C_i^{\gamma\alpha\alpha}] \{\dot{\alpha}\} + \{\dot{\beta}\}^T [C_i^{\gamma\beta\beta}] \{\dot{\beta}\} + \{\dot{\gamma}\}^T [C_i^{\gamma\gamma\gamma}] \{\dot{\gamma}\} + \end{aligned} \quad (4)$$

$$+ 2 \left( \{\dot{\alpha}\}^T [C_i^{\gamma\alpha\beta}] \{\dot{\beta}\} + \{\dot{\alpha}\}^T [C_i^{\gamma\alpha\gamma}] \{\dot{\gamma}\} + \{\dot{\beta}\}^T [C_i^{\gamma\beta\gamma}] \{\dot{\gamma}\} \right) = Q_i^\gamma,$$

где  $\{\dot{\alpha}\}, \{\ddot{\alpha}\}, \{\dot{\beta}\}, \{\ddot{\beta}\}, \{\dot{\gamma}\}, \{\ddot{\gamma}\}$  – векторы ( $n \times 1$ ) скоростей и ускорений угловых обобщённых координат, соответствующих двум угловым отклонениям  $\alpha$  и  $\beta$ , и шарнирной координате  $\gamma$ ;  $Q_i^\alpha, Q_i^\beta, Q_i^\gamma$  – обобщённые силы, соответствующие угловым обобщённым координатам  $\alpha, \beta$  и  $\gamma$  в  $i$ -м шарнире ( $i = 1-n$ ),  $n$  – количество звеньев. Матричные коэффициенты уравнений (2)–(4) имеют вид

$$[M_i^{xy}] = \sum_{k=1}^n \left[ tr \left( \frac{\partial A_{0,k}}{\partial x_i} H_k \frac{\partial A_{0,k}^T}{\partial y_1} \right) tr \left( \frac{\partial A_{0,k}}{\partial x_i} H_k \frac{\partial A_{0,k}^T}{\partial y_2} \right) \dots tr \left( \frac{\partial A_{0,k}}{\partial x_i} H_k \frac{\partial A_{0,k}^T}{\partial y_n} \right) \right], \quad (5)$$

$$[C_i^{xyz}] = \sum_{k=1}^n \text{tr} \begin{pmatrix} \text{tr} \left( \frac{\partial A_{0,k}}{\partial x_i} H_k \frac{\partial^2 A_{0,k}^T}{\partial y_1 \partial z_1} \right) & \text{tr} \left( \frac{\partial A_{0,k}}{\partial x_i} H_k \frac{\partial^2 A_{0,k}^T}{\partial y_1 \partial z_2} \right) & \dots & \text{tr} \left( \frac{\partial A_{0,k}}{\partial x_i} H_k \frac{\partial^2 A_{0,k}^T}{\partial y_1 \partial z_n} \right) \\ \text{tr} \left( \frac{\partial A_{0,k}}{\partial x_i} H_k \frac{\partial^2 A_{0,k}^T}{\partial y_2 \partial z_1} \right) & \text{tr} \left( \frac{\partial A_{0,k}}{\partial x_i} H_k \frac{\partial^2 A_{0,k}^T}{\partial y_2 \partial z_2} \right) & \dots & \text{tr} \left( \frac{\partial A_{0,k}}{\partial x_i} H_k \frac{\partial^2 A_{0,k}^T}{\partial y_2 \partial z_n} \right) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \text{tr} \left( \frac{\partial A_{0,k}}{\partial x_i} H_k \frac{\partial^2 A_{0,k}^T}{\partial y_n \partial z_1} \right) & \text{tr} \left( \frac{\partial A_{0,k}}{\partial x_i} H_k \frac{\partial^2 A_{0,k}^T}{\partial y_n \partial z_2} \right) & \dots & \text{tr} \left( \frac{\partial A_{0,k}}{\partial x_i} H_k \frac{\partial^2 A_{0,k}^T}{\partial y_n \partial z_n} \right) \end{pmatrix}, (6)$$

где вместо  $x$ ,  $y$  и  $z$  необходимо подставлять соответствующие сочетания угловых координат  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$ .

В выражениях элементов матриц (5) и (6) присутствуют частные производные от матриц преобразования однородных координат, рассмотренных ранее, и матрицы инерции звеньев –  $H_k$  ( $k=1-n$ ), имеющие размерность  $4 \times 4$ .

Представленная динамическая модель позволяет учитывать угловые отклонения, возникающие при движении манипуляционных систем из-за наличия зазоров и упругого скручивания шарниров. Упругая податливость в уравнениях (2)–(4) может быть учтена при составлении правой части этих уравнений заданием упругой составляющей обобщённой силы. Данная динамическая модель корректно моделирует движение манипуляционной системы как при возникновении малых углов закручивания в шарнирах, так и при углах, сопоставимых с изменениями обобщённых координат, задающих программное движение.

При составлении уравнений (2)–(4) следует учитывать некоммутативность введенных угловых отклонений. Поэтому в зависимости от выбранной последовательности угловых отклонений могут быть получены соответствующие этой последовательности уравнения. Всего таких последовательностей может быть 6.

Поскольку причины, вызывающие рассматриваемые отклонения, носят случайный характер, при моделировании движения реального манипуляционного робота с использованием динамической модели (2)–(4) возникает проблема, связанная с определением последовательности угловых отклонений, возникающих в каждом шарнире манипуляционной системы.

По существу задача сводится к формированию матриц  $A_{(i-1)^*,i}$ , определяемых в данном случае последовательностью произведений трёх матриц, каждая из которых соответствует одной из обобщённых координат  $\alpha$ ,  $\beta$  или  $\gamma$

$$A_{(i-1)^*,i}(\alpha_i) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha_i & -\sin \alpha_i & 0 \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (7)$$

$$A_{(i-1)^*,i}(\beta_i) = \begin{bmatrix} \cos \beta_i & 0 & \sin \beta_i & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \beta_i & 0 & \cos \beta_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (8)$$

$$A_{(i-1)^*,i}(\gamma_i) = \begin{bmatrix} \cos(b_i\gamma_i) & -\sin(b_i\gamma_i) & 0 & 0 \\ \sin(b_i\gamma_i) & \cos(b_i\gamma_i) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & (1-b_i)\gamma_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (9)$$

$b_i = 1$ , если  $i$ -й шарнир является вращательным, и  $b_i = 0$  – если поступательным.

Представленная ниже последовательность выражений наглядно иллюстрирует данную проблему, которая усугубляется ещё и тем, что подобный выбор необходимо выполнять для каждого шарнира.

$$\begin{aligned} A_{(i-1)^*,i}(\alpha_i, \beta_i, \gamma_i) &= A_{(i-1)^*,i}(\alpha_i)A_{(i-1)^*,i}(\beta_i)A_{(i-1)^*,i}(\gamma_i), \\ A_{(i-1)^*,i}(\alpha_i, \beta_i, \gamma_i) &= A_{(i-1)^*,i}(\alpha_i)A_{(i-1)^*,i}(\gamma_i)A_{(i-1)^*,i}(\beta_i), \\ A_{(i-1)^*,i}(\alpha_i, \beta_i, \gamma_i) &= A_{(i-1)^*,i}(\beta_i)A_{(i-1)^*,i}(\alpha_i)A_{(i-1)^*,i}(\gamma_i), \\ A_{(i-1)^*,i}(\alpha_i, \beta_i, \gamma_i) &= A_{(i-1)^*,i}(\beta_i)A_{(i-1)^*,i}(\gamma_i)A_{(i-1)^*,i}(\alpha_i), \\ A_{(i-1)^*,i}(\alpha_i, \beta_i, \gamma_i) &= A_{(i-1)^*,i}(\gamma_i)A_{(i-1)^*,i}(\alpha_i)A_{(i-1)^*,i}(\beta_i), \\ A_{(i-1)^*,i}(\alpha_i, \beta_i, \gamma_i) &= A_{(i-1)^*,i}(\gamma_i)A_{(i-1)^*,i}(\beta_i)A_{(i-1)^*,i}(\alpha_i). \end{aligned} \quad (10)$$

Обеспечить необходимую адекватность синтезируемой динамической модели реальному манипуляционному роботу можно на основе совместного перебора сочетаний (комбинаций) возможных угловых отклонений для всех шарниров (10). При этом для каждого такого сочетания необходимо сформировать динамическую модель (2)–(4) и сопоставить получаемые на её ос-

новые результаты с движением реального робота. Метод структурных мутаций ММ позволяет автоматизировать данную процедуру.

Для использования этого метода предварительно необходимо создать объектную схему исследуемой динамической модели. Для динамической модели (2)–(4) объектная схема будет иметь вид сложной структурной схемы (комплекса), составленной из последовательности структурных схем (компонент), реализующих отдельные части динамической модели.

Например, второй элемент  $m_{123}^{xy}$  матрицы-строки  $[M_i^{xy}]$ , соответствующий третьему звену ( $k = 3$ , см. (5)), может быть вычислен на основе выражения (см. (5))

$$m_{123}^{xy} = tr \left( \frac{\partial A_{0,3}}{\partial x_1} H_3 \frac{\partial A_{0,3}^T}{\partial y_2} \right). \tag{11}$$

Объектная схема, соответствующая ММ (11), имеет вид, изображенный на рис.8. В схеме скалярный объект и операция  $tr$ , выполняющая вычисление суммы диагональных элементов матрицы, обозначены треугольным элементом. Операция транспонирования матриц выполняется через операцию присваивания и обозначается наложением на элемент, обозначающий эту операцию, символа  $\times$ . Операция дифференцирования выполняется соответствующим оператором, представленным в данном случае объектами  $D_1$  и  $D_2$ .  $H_3$  – объект, моделирующий инерционные свойства третьего звена.

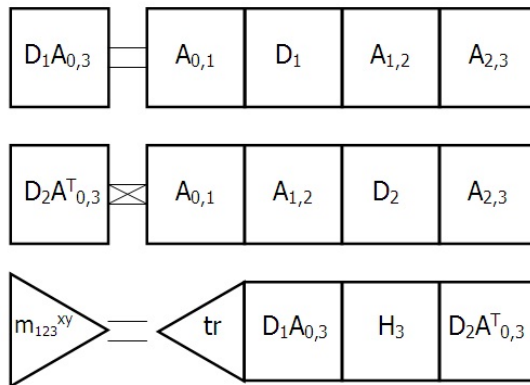


Рис.8. Схема объектного представления элемента  $m_{123}^{xy}$ .

Объектные схемы для моделирования остальных элементов матриц  $[M_i^{xy}]$  и элементов матриц  $[C_i^{xyz}]$  для всех возможных значений индексов  $i$ ,  $x$ ,  $y$ ,  $z$  и  $k$  могут быть составлены аналогично.

Формализация процедуры создания необходимых объектов и их сборки в объектные схемы основывается на методе визуального конструирования ММ. Разработка объектных схем динамических моделей может выполняться в среде специальной компьютерной программы, автоматизирующей данную процедуру.

По методу структурных мутаций объектная схема исследуемой динамической модели может быть модифицирована путём замены её отдельных частей на аналогичные. При этом должно соблюдаться условие непрерывности вычислений, выполняемых на основе модифицированной модели.

При модификации динамической модели (2)–(4) в той части её объектной схемы, которой соответствует ММ, описывающая положение манипуляционной системы в рабочем пространстве робота, необходимо выполнить замену объекта, соответствующего матрице  $A_{(i-1),i}^*$ , на аналогичный объект из списка, содержащего последовательность возможных сочетаний угловых отклонений (10). Тогда сформированные на их основе объекты, соответствующие матрицам

$$A_{(i-1),i} = A_{(i-1),(i-1)}^* A_{(i-1),i}^* (\alpha_i, \beta_i, \gamma_i), \quad (12)$$

будут автоматически использованы в последующих частях объектной схемы исследуемой динамической модели.

Таким образом, относительно сложная динамическая модель, описывающая движение  $n$ -звенной манипуляционной системы, представленная своей объектной схемой, может быть легко модифицирована по методу целенаправленных структурных мутаций ММ. При этом модификация может быть выполнена как на параметрическом, так и на структурном уровне.

По аналогии с рассмотренным ранее примером моделирования трёхзвенной манипуляционной системы, с учётом перестановки и замены её звеньев, в данном случае моделируются варианты, описывающие последовательности возникающих отклонений (перекосов) в шарнирах манипуляционной системы. Изменение этих последовательностей, отражённые в объектной схеме путём перестановки соответствующих объектов, автоматически учитываются в динамической модели всей системы.

## 6. Заключение

Рассмотрен метод целенаправленных структурных мутаций в объектно-ориентированных ММ на примере моделирования движения манипуляционных систем роботов, представляющих собой непрерывно-детерминированные системы. Метод позволяет создавать имитационные модели этих

систем путём модификации их ММ, полученных аналитическим способом и представленных своими объектными схемами. Модификации проводятся в некоторых местах объектных схем путём замены выбранных объектов на альтернативные им объекты.

Метод основывается на объектно-ориентированном подходе и является логичным расширением метода визуального конструирования ММ, на основе которого объектные схемы ММ могут быть собраны из объектов определённых классов как из типовых деталей. Такие объекты могут храниться в специально организованной базе данных и быть как простыми, соответствующими определённому классу (базовые компоненты), так и сложными структурными блоками (комплексами), составленными в определённую объектную схему из других объектов. Таким образом, исходная ММ может быть представлена в виде объектной схемы, а выделяемые в структуре ММ классы могут быть реализованы программно, средствами объектно-ориентированных языков программирования.

При создании объектной схемы ММ в компьютерной среде, реализующей метод визуального конструирования, возникает некоторая ассоциация с идеологией, реализованной в конструкторе Лего Техник. Такой конструктор предлагает наборы необходимых деталей, унифицированных по способу соединения друг с другом, для сборки различных моделей. Порядок сборки объектных схем в нашем случае определяется на основе структурного анализа ММ.

Применение метода целенаправленных структурных мутаций в объектно-ориентированных ММ позволяет компенсировать влияние случайных факторов, не учитываемых в исходной детерминированной ММ.

Метод апробирован на основе непрерывно-детерминированных моделей, соответствующих манипуляционным системам роботов. Полученные результаты моделирования согласуются с результатами, получаемыми по аналогичным моделям в других компьютерных программах, таких как «Универсальный механизм», MATLAB, MathCad и др.

Метод может быть реализован в системах автоматизированного проектирования непрерывно-детерминированных систем, например, манипуляционных роботов, роботов андроидов и других аналогичных систем, а также в системах адаптивного управления ими. Дальнейшее развитие данного метода может быть обеспечено на основе использования методов искусственного интеллекта, реализуемых на основе обучаемых систем.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Н.П. Бусленко*. Моделирование сложных систем. – М.: Наука, 1978, 400 с.;  
*N.P. Buslenko*. Modelirovanie slozhnykh sistem. – М.: Nauka, 1978, 400 s.
2. *Н. Бурбаки*. Теория множеств. – М.: Мир, 1965, 456 с.;  
*N. Burbaki*. Teoriia mnozhestv. – М.: Mir, 1965, 456 s.
3. *Ю.Н. Павловский*. Имитационные модели и системы. – М.: Фазис, 2000, 166 с.;  
*Yu.N. Pavlovskiy*. Imitatsionnye modeli i sistemy. – М.: Fazis, 2000, 166 s.
4. *Ю.Н. Павловский*. Геометрическая теория декомпозиции и некоторые ее приложения. – М.: ВЦ РАН, 2011, 93 с.;  
*Yu.N. Pavlovskiy*. Geometricheskaiia teoriia dekompozitsii i nekotorye ee prilozheniia. – М.: VTS RAN, 2011, 93 s.
5. *Р. Лафоре*. Объектно-ориентированное программирование в C++. – СПб.: ПИТЕР, 2004, 924 с.;  
*R. Lafore*. Object-Oriented Programming in C++. – Indianapolis: 1991.
6. MATLAB и Simulink. Центр компетенций компании Mathworks [Электронный ресурс]. URL: <https://matlab.ru/> (Дата обращения: 05.11.2018);  
MATLAB and Simulink. Mathworks Competence Center [Electronic resource]. URL: <https://matlab.ru/> (Circulation date: 11/05/2018).
7. Открытый исходный код Моделика [Электронный ресурс]. URL: <https://www.openmodelica.org> (Дата обращения: 05.11.2018);  
Open Source Model [Electronic resource]. URL: <https://www.openmodelica.org> (Circulation date: 11/05/2018).
8. Среда динамического моделирования SimInTech [Электронный ресурс]. URL: <http://simintech.ru> (Дата обращения: 05.11.2018);  
The environment of dynamic simulation SimInTech [Electronic resource]. URL: <http://simintech.ru> (Circulation date: 11/05/2018).
9. Универсальный механизм – программный комплекс для моделирования [Электронный ресурс]. URL: <http://www.umlub.ru/> (Дата обращения: 05.11.2018);  
Universal mechanism – software for modeling [Electronic resource]. URL: <http://www.umlub.ru/> (Circulation date: 11/05/2018).
10. *Д.Ю. Погорелов*. Алгоритмы синтеза и численного интегрирования уравнений движения систем тел с большим числом степеней свободы // VIII Всероссийский съезд по теоретической и прикладной механике. – Пермь, 2001;  
*D.Yu. Pogorelov*. Algoritmy sinteza i chislennogo integrirovaniia uravnenii dvizheniia sistem tel s bolshim chislom stepenei svobody // VIII Vserossiyskii sieyezd po teoreticheskoi i prikladnoi mekhanike. – Perm, 2001.
11. *И.И. Косенко*. Применение объектно-ориентированной парадигмы для построения модели динамики систем тел // III Международная Школа-конференция молодых ученых «Нелинейная динамика»: Сборник трудов. – М.: ИМАШ РАН, 2016, с. 176-188;  
*I.I. Kosenko*. Primeneniye obieektno-orientirovannoi paradigmy dlia postroeniia modeli dinamiki sistem tel // III Mezhdunarodnaia Shkola-konferentsiya molodykh uchenykh «Nelineynaya dinamika»: Sbornik trudov. – М.: IMASH RAN, 2016, s. 176 –188.
12. *В.В. Чирков, А.С. Шевицов*. Разработка имитационной модели промышленного робота ТУР-10К с использованием программного комплекса «Универсальный механизм» //

International Journal of Advanced Studies, 2017, v.7, №3, p.46-63;

*V.V. Chirkov, A.S. Shevtsov.* Razrabotka imitatsionnoy modeli promyshlennogo robota TUR-10K s ispolzovaniem programmnoy kompleksa «Universalnyi mekhanizm» // International Journal of Advanced Studies, 2017, v.7, №3, p.46-63.

13. *Ю.И. Бродский.* Описание, компоновка и работа модели в инструментальной системе распределённого моделирования // Моделирование, декомпозиция и оптимизация сложных динамических процессов. – М.: ВЦ РАН, 2008, с. 24-46;

*Yu.I. Brodskiy.* Opisanie, komponovka i rabota modeli v instrumentalnoi sisteme raspredelonnogo modelirovaniia // Modelirovanie, dekompozitsiia i optimizatsiia slozhnykh dinamicheskikh protsessov. – М.: VTS RAN, 2008, s.24-46.

14. *О.Н. Крахмалев.* Математическое моделирование динамики манипуляционных систем промышленных роботов и кранов-манипуляторов: монография. – Брянск: БГТУ, 2012, 200 с.

*O.N. Krakhmalev.* Matematicheskoe modelirovanie dinamiki manipulyatsionnykh sistem promyshlennykh robotov i kranov-manipulyatorov: monografiia. – Bryansk: BGТУ, 2012, 200 s.

Поступила в редакцию 01.11.18

После доработки 04.03.19

Принята к публикации 11.03.19