МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЫБОРА ПОЗИЦИЙ ИНДИВИДАМИ ПРИ ИНФОРМАЦИОННОМ ПРОТИВОБОРСТВЕ С ДВУХКОМПОНЕНТНОЙ ПОВЕСТКОЙ

***А.П. Петров*[1], *О.Г. Прончева*[2]**

[1]Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН
[2]Московский физико-технический институт
petrov.alexander.p@yandex.ru, olga.proncheva@gmail.com

DOI: 10.1134/S0234087919070062

Статья посвящена разработке и анализу модели выбора позиций индивидами при информационном противоборстве по двум темам. Рассматривается общество, в котором конкурируют две партии, занимающие по этим темам противоположные позиции. Противоборство состоит в том, что в каждой из этих тем каждая из партий распространяет свои информационные потоки через аффилированные средства массовой информации. Индивиды воспринимают эти потоки, становятся сторонниками той или иной партии по каждому из вопросов и агитируют других индивидов в соответствии со своими политическими предпочтениями. Относительная значимость тем определяется на основе теории установления повестки дня. Именно, дебатируемая тема считается тем более значимой, чем выше суммарная интенсивность вещания обеих партий по этой теме. Математическая модель построена в двух вариантах. Один из них предполагает межличностные коммуникации однородно распределенными по социуму; для него рассматривается вопрос о том, как параметры системы влияют на устойчивость решений. Второй вариант предполагает, что в социуме имеются две группы (этнические общины, социальные классы и т.д.), члены каждой из которых больше коммуницируют друг с другом, чем с другой группой. Для этого варианта рассмотрена простейшая теоретико-игровая постановка: каждая из партий распределяет доступное ей медийное вещание на две темы, стремясь максимизировать превосходство в количестве сторонников над другой партией в конце противоборства.

Ключевые слова: математическое моделирование, информационное противоборство в социуме, установление информационной повестки, модель выбора позиции индивидами.

MODELING POSITION SELECTION BY INDIVIDUALS DURING INFORMATION WARFARE WITH A TWO-COMPONENT AGENDA

***A.P. Petrov*[1], *O.G. Proncheva*[2]**

[1] Keldysh Institute of Applied Mathematics of RAS
[2] Moscow Institute of Physics and Technology

The paper develops and analyses the mathematical model of position selection by individuals during propaganda battle on two topics. A population is considered in which two parties are competing and debating on these two topics. The parties circulate their messages through affiliated mass media; individuals adopt these messages and relay them further to other individuals. According to the agenda-setting theory, the relative importance of topics is determined by their media saliency. The mathematical model is presented in two versions, namely basic and complex. The basic one implies that interpersonal communications are homogeneously distributed throughout population. The complex version assumes that the population consists of two groups (which may be imagined as ethnic groups or social classes, etc.) such that communications are more intensive within each group that between persons from different groups. For this model, a simple Blotto game is considered: each party allocates its media broadcasting resource between two topics in order to maximize the number of supporters at the end of the propaganda battle.

Key words: mathematical modeling, propaganda battle, agenda-setting, model of position selection by individuals.

1. Введение

В настоящей работе развивается модель выбора позиций индивидами при информационном противоборстве в социуме [1]. Более конкретно: в эту модель интегрируются идеи теории установления информационной повестки дня (см., напр., [2,3]). Основное положение этой теории можно проиллюстрировать на примере президентских выборов в США в 2004 году. В ходе кампании республиканский кандидат, действующий президент Дж. Буш, пытался акцентировать внимание избирателей на теме безопасности сильнее, чем демократический кандидат Дж. Керри; на экономических вопросах – наоборот. В целом, по итогам выборов, можно сказать, что за Буша проголосовали в основном избиратели, которые считали вопросы безопасности более приоритетными, чем экономические (и наоборот). Поэтому противоборство в данном случае можно охарактеризовать как борьбу не только за то, насколько положительно или отрицательно следует оценивать достижения Буша по каждому из этих вопросов в течение предыдущего президентского срока, но также за то, какая тема привлечет большее внимание избирателей и станет для них более приоритетной. Это и составляет прикладную сторону теории установления информационной повестки дня.

Таким образом, один из аспектов информационного противоборства – это борьба за повестку. С точки зрения математического моделирования, наличие нескольких тем можно трактовать как своего рода многомерность информационного поля, причем его компоненты не могут быть описаны как независимые друг от друга. Другими словами, задача об информационном противоборстве по двум темам не может быть сведена к двум отдельным «одномерным» задачам. Это контрастирует со всеми известными нам моделями информационного противоборства, которые являются в этом плане «одномерными».

В данной работе очерченный круг идей интегрируется в базовую модель выбора позиций индивидами для случая двух обсуждаемых тем. Таким образом, каждый индивид здесь описывается своими установками (сформировавшимися до начала данного противоборства «склонностями» к поддержке позиции той или иной партии) по каждому из двух вопросов. Эти установки задают систему координат на плоскости. Применительно к предыдущему примеру, они имеют смысл долгосрочной имеющейся до начала избирательной кампании склонности избирателя к поддержке политики безопасности республиканцев либо демократов (первая координата) и экономической политики республиканцев либо демократов (вторая координата). Соответственно, социум в целом описывается двумерным распределением индивидов. С математической точки зрения, модель имеет вид системы двух дифференциальных уравнений.

Далее п.2 посвящен краткому обзору тематики, п.3 – построению модели. За ним следует п.4, в котором анализируется устойчивость положения равновесия в одном из наиболее простых (но содержательных) случаев. Более сложный вариант модели, предполагающий неоднородность коммуникаций, предложен в п.5. Социологическая интерпретация результатов представлена в п.6.

2. Краткий обзор тематики

Тематика исследований информационного противоборства в социуме методами математического моделирования является сравнительно новой, хотя определенные выходы к ней появились еще в статье [4], которая относится к 1964 году. В этой работе вводится и изучается модель распространения отдельно взятого информационного сообщения в обществе. Модель двух конкурирующих антагонистических сообщений была предложена в 1977 г. [5]. Под словом «антагонистические сообщения» мы подразумеваем, что каждый индивид может поддерживать и рассказывать другим индивидам лишь одно из них. Первые модели, в которых описывается распространение информации одним источником как путем межличностной коммуникации, так и через СМИ, были предложены в [6, 7].

Наконец, в [8, 9] вводится понятие информационного противоборства, т.е. процесса, при котором две противоборствующие стороны распространяют антагонистические сообщения через СМИ и информация каждой из сторон передается от индивида к индивиду путем межличностной коммуникации (более строго, в указанной работе допускается противоборство не только двух, но и большего количества сторон). В этих работах получено так называемое условие победы, т.е. соотношение между параметрами, при котором та или иная сторона противоборства получает большинство сторонников при $t \to \infty$.

Все модели, предложенные в перечисленных работах, относятся к подходу, рассматривающему общество как «сплошную среду»: уравнения этих моделей оперируют с макропеременными (такими как количество носителей информации) и предполагают однородность коммуникаций в пределах всего общества или отдельных групп. К нему же относится большое количество статей других авторов, например, [10, 11]. Альтернативный подход, в рамках которого также выполнено значительное количество публикаций (напр., [12]), рассматривает общество как социальную сеть, он акцентирован на передаче информации между соседними узлами. В обоих этих подходах индивиды представлены как среда для распространения информации, т.е. не рассматривается процесс принятия ими решений относительно поддержки точки зрения той или иной противоборствующей стороны. В противоположность этому, модель выбора позиций индивидами при информационном противоборстве в социуме [1] ставит этот процесс в центр внимания, что сближает ее с моделями динамики мнений (напр., [13, 14]). Ценность подходов, ориентированных на принятие решений индивидами в условиях информационных процессов состоит в том, что они позволяют рассматривать формирование социальных структур – таких, например, как эхокамеры [15, 16]. Эмпирические работы соответствующей тематики анализируют, как правило, содержание публикаций в интернете либо поисковых запросов (напр., [17-19]).

3. Построение модели

Данная модель является обобщением случая модели выбора позиций индивидами при информационном противоборстве в социуме [1] на двумерный случай. Поэтому в настоящем тексте мы излагаем некоторые аспекты построения модели довольно бегло, акцентируясь на новых моментах, связанных с переходом к двумерному пространству установок индивидов.

Пусть в социуме численности N_0 соперничают две партии, L (left, левая) и R (right, правая), и обсуждаются две темы, по которым эти партии имеют противоположные позиции, транслируемые партийными СМИ. Каждый член социума придерживается по каждой из тем одной из двух партийных позиций (возможно, индивид поддерживает разные партии по разным темам). Они агитируют друг друга, дополняя информационные потоки, исходящие от СМИ; тем самым происходит процесс информационного противоборства.

Приверженность индивида какой-либо из партийных точек зрения по некоторой теме называется его манифестируемой позицией. Она является проявлением его внутренней позиции (различие между латентной и манифестируемой позициями утвердилось в социальных науках в 1950-е годы в рамках латентно-структурного анализа [20]), которая представляет собой сумму неизменной во времени (на протяжении данного противоборства) установки и динамического слагаемого. Установка $\varphi_i \in (-\infty, \infty)$ (где i – номер темы) – это склонность индивида к поддержке той или иной партии: она сформирована в ходе его предыдущего социального опыта, учитывает социальное положение и предполагается неизменной на протяжении данного противоборства. Динамическое слагаемое $\psi_i(t) \in (-\infty, \infty)$ имеет смысл определяемого социальной средой сдвига стимулов в сторону поддержки партии R. На динамическое слагаемое влияют пропаганда обеих партий через СМИ, а также получение информации от других членов общества при межличностной коммуникации. Установки φ_1, φ_2 индивидуальны для каждого члена социума, в то время как динамические слагаемые $\psi_1(t)$, $\psi_2(t)$ характеризуют информационное поле общества в целом (или выделенной социальной группы – для моделей, рассматривающих социум более подробно). По каждой теме отрицательные значения внутренней позиции соответствуют поддержке позиции левой партии, положительные – правой, причем, чем больше абсолютное значение величины $\varphi_i + \psi_i(t)$, тем сильнее поддержка.

В одномерной модели (т.е. модели, в которой предполагается, что в обществе обсуждается лишь одна тема [1]) поддержка той или иной партии некоторым конкретным индивидом означает, что при межличностной коммуникации индивид высказывается в поддержку этой партии, создавая тем самым информационные стимулы для других индивидов. Если же обсуждаются две темы, то возможна ситуация, при которой индивид поддерживает одну из партий по первой теме и противоположную партию – по другой: например, $\varphi_1 + \psi_1 > 0$, $\varphi_2 + \psi_2 < 0$.

В этом случае положим, что индивид является сторонником правой партии, если $g(\varphi_1 + \psi_1) + (1-g)(\varphi_2 + \psi_2) > 0$, и левой партии – в случае противоположного неравенства. Здесь $g \in (0;1)$. Вектор $\{g, 1-g\}$ будем называть повесткой, она характеризует значимость тем в сопоставлении друг с другом. Пусть, например, внутренняя позиция некоторого индивида в пользу партии R по первой теме равна его внутренней позиции в пользу партии L по второй теме, т.е. $\varphi_1 + \psi_1 = -(\varphi_2 + \psi_2)$. В этом случае данный индивид является сторонником партии R тогда и только тогда, когда первая тема более значима, т.е. $g > 1/2$.

Обозначим через $N(\varphi_1, \varphi_2)$ распределение членов социума по установкам (данная величина является обобщением одномерного распределения, принятого в одномерной модели [1]), при этом

$$\iint_{\mathbb{R}^2} N(\varphi_1, \varphi_2)\, d\varphi_1 d\varphi_2 = N_0 .$$

Тогда, в соответствии с введенными выше положениями, численности сторонников партий R, L равны соответственно

$$R = \iint_{\Omega_R} N(\varphi_1, \varphi_2)\, d\varphi_1 d\varphi_2 , \qquad L = \iint_{\Omega_L} N(\varphi_1, \varphi_2)\, d\varphi_1 d\varphi_2 ,$$

где области интегрирования имеют вид:

$$\Omega_R : g(\varphi_1 + \psi_1) + (1-g)(\varphi_2 + \psi_2) > 0, \;\; \Omega_L : g(\varphi_1 + \psi_1) + (1-g)(\varphi_2 + \psi_2) < 0 .$$

Далее, если некоторый член социума является сторонником некоторой партии, но поддерживает ее позицию только по одной теме, то положим, что при коммуникации с другими индивидами он агитирует за эту партию только по этой теме. Если он поддерживает партию по обеим темам, то агитирует за нее также по обеим темам. Например, за партию R по первой теме агитируют индивиды, для которых выполняются одновременно два неравенства: $g(\varphi_1 + \psi_1) + (1-g)(\varphi_2 + \psi_2) > 0$ (сторонники партии R) и $\varphi_1 + \psi_1 > 0$ (поддерживают партию R по первой теме).

Таким образом, по первой теме, за правую и левую партии агитируют индивиды, имеющие численности, соответственно,

$$R_1 = \iint_{R1} N(\varphi_1, \varphi_2)\, d\varphi_1 d\varphi_2 ; \quad L_1 = \iint_{L1} N(\varphi_1, \varphi_2)\, d\varphi_1 d\varphi_2 ,$$

где

$$\text{R1: } g(\varphi_1 + \psi_1) + (1-g)(\varphi_2 + \psi_2) > 0, \;\; \varphi_1 + \psi_1 > 0 , \qquad (1)$$

$$\text{L1: } g(\varphi_1+\psi_1)+(1-g)(\varphi_2+\psi_2)<0,\ \ \varphi_1+\psi_1<0. \tag{2}$$

Аналогично, по второй теме за правую и левую партии агитируют индивиды, имеющие численности, соответственно,

$$R_2=\iint\limits_{R2} N(\varphi_1,\varphi_2)\,d\varphi_1 d\varphi_2;\quad L_2=\iint\limits_{L2} N(\varphi_1,\varphi_2)\,d\varphi_1 d\varphi_2,$$

где

$$\text{R2: } g(\varphi_1+\psi_1)+(1-g)(\varphi_2+\psi_2)>0,\ \ \varphi_2+\psi_2>0, \tag{3}$$

$$\text{L2: } g(\varphi_1+\psi_1)+(1-g)(\varphi_2+\psi_2)<0,\ \ \varphi_2+\psi_2<0. \tag{4}$$

Основное положение теории установления информационной повестки дня [2, 3] состоит в том, что величина g формируется средствами массовой информации: чем больше освещается некоторая тема, тем выше ее доля в повестке. В соответствии с этим положим, что если b_{iL}, b_{iR} суть интенсивности вещания левой и правой партии по i-му вопросу, то уравнение для функции $g(t)$ имеет вид

$$\frac{dg}{dt}=F(b_{1L}+b_{1R}, b_{2L}-b_{2R}, g), \tag{5}$$

где правая часть обладает следующими свойствами.

1. Функция $F(b_1,b_2,g)$ непрерывна при $-\infty<b<\infty, 0\le g\le 1$.

2. Для любой пары значений b_1,b_2 существует $g_0\in(0;1)$ такое, что $F(b_1,b_2,g)>0$ при $0<g<g_0$ и $F(b_1,b_2,g)<0$ при $g_0<g<1$ (таким образом, для решения уравнения (5) имеем $g\to g_0$).

3. Если $b_1>b_2$, то $g_0>0.5$, если же $b_1<b_2$, то $g_0<0.5$.

В качестве относительно простой функции $F(b_L,b_R,g)$, обладающей указанными свойствами, выберем $F(b_1,b_2,g)=kg(1-g)\left[b_1/(b_1+b_2)-g\right]$. Тогда уравнение (5) принимает вид

$$\frac{dg}{dt}=kg(1-g)\left[\frac{b_{1L}+b_{1R}}{b_{1L}+b_{1R}+b_{2L}+b_{2R}}-g\right].$$

Если $b_{1L}+b_{1R}>b_{2L}+b_{2R}$ (т.е. по первой теме суммарное вещание обеих партий более сильное), то $g_0>0,5$. Другими словами, чем более доминирует первая темы, тем выше значение $g_0\in(0;1)$.

В каждый момент времени индивид принимает решение о поддержке той или иной позиции по каждому вопросу. Описание механизма принятия решения основано на нейрологической схеме Рашевского (см. оригинальную схему в [21], а также ее адаптации к некоторым моделям в [13, 22, 23]), описывающей формирование реакции индивида в ответ на поступающие ему стимулы с учетом его установки. Применительно к тематике пропагандистского противоборства между двумя партиями, реакция – это манифестируемая позиция индивида, т.е. его участие в распространении информации в поддержку одной из партий (по одному или двум вопросам). Стимулы – это информация, которая к нему поступает (как путем межличностной коммуникации, так и от масс-медиа).

Очень грубо формирование реакции может быть описано следующим образом. Предположим, в некоторый день данный индивид получил информацию от трех сторонников партии R и одного сторонника партии L, прочитал одну газетную статью в пользу партии R и две – в пользу партии L. Определенным образом взвесив эти стимулы, мы получаем изменение его позиции в пользу той или иной партии (весовые коэффициенты задаются в данной модели экзогенно). Например, с учетом его установки, он мог стать более или менее радикальным сторонником своей партии либо перейти на другую сторону. Более подробно этот механизм описан для базовой модели в [1].

В случае двухкомпонентной повестки, в соответствии с изложенными выше положениями, модель имеет вид

$$\frac{d\psi_1}{dt} = -a\psi_1 + b_{1R} - b_{1L} + gC\left(R_1 - L_1\right), \tag{6}$$

$$\frac{d\psi_2}{dt} = -a\psi_2 + b_{2R} - b_{2L} + \left(1-g\right)C\left(R_2 - L_2\right), \tag{7}$$

$$\frac{dg}{dt} = kg\left(1-g\right)\left[\frac{b_{1L}+b_{1R}}{b_{1L}+b_{1R}+b_{2L}+b_{2R}} - g\right]. \tag{8}$$

Следующий раздел посвящен анализу данной модели в одном из наиболее простых, но содержательных случаев, который мы назовем базовым.

4. Базовый случай

В анализе данного раздела мы воспользуемся тем, что последнее из уравнений модели (6)-(8) не содержит неизвестных переменных, кроме функции $g(t)$.

Положим, что ни по одной из тем никакая из партий не имеет превосходства в интенсивности вещания, причем для определенности примем, что по первой теме вещание слабее, чем по второй, т.е.

$$b_{1R} = b_{1L} < b_{2R} = b_{2L}.$$

Тогда, как следует из уравнения (8), с течением времени установится стационарное значение $g_0 < 1/2$, т.е. первая тема будет обсуждаться меньше, чем вторая. Пусть также распределение индивидов является равномерным внутри квадрата, т.е.

$$N(\varphi_1, \varphi_2) = \begin{cases} N_0/(4M^2), & |\varphi_1| \le M, \quad |\varphi_2| \le M, \\ 0, & |\varphi_1| > M \quad \text{или} \quad |\varphi_2| > M. \end{cases}$$

Тогда при установившемся значении $g_0 < 1/2$ получаем из (6), (7):

$$\frac{d\psi_1}{dt} = -a\psi_1 + \frac{g_0 C N_0}{4M^2}\left[\iint\limits_{R1} d\varphi_1 d\varphi_2 - \iint\limits_{L1} d\varphi_1 d\varphi_2\right]; \tag{9}$$

$$\frac{d\psi_2}{dt} = -a\psi_2 + \frac{(1-g_0) C N_0}{4M^2}\left[\iint\limits_{R2} d\varphi_1 d\varphi_2 - \iint\limits_{L2} d\varphi_1 d\varphi_2\right]. \tag{10}$$

В этих уравнениях величина g_0 имеет вид

$$g_0 = \frac{b_{1L} + b_{1R}}{b_{1L} + b_{1R} + b_{2L} + b_{2R}} < \frac{1}{2},$$

а области интегрирования даются формулами (1)-(4) с учетом неравенств $|\varphi_1| \le M$, $|\varphi_2| \le M$. Эти области представлены на рис.1. На этом рисунке наклонная прямая, разделяющая области R1 и L1 на левом рисунке, и области R2 и L2 – на правом, имеет уравнение

$$g_0(\varphi_1 + \psi_1) + (1 - g_0)(\varphi_2 + \psi_2) > 0.$$

Такую постановку задачи будем называть базовым случаем. Она предполагает равнозначность тем в распределении индивидов, но не в отношении информационной повестки.

Очевидно,

$$\iint\limits_{R1} d\varphi_1 d\varphi_2 = \iint\limits_{L1} d\varphi_1 d\varphi_2, \quad \iint\limits_{R2} d\varphi_1 d\varphi_2 = \iint\limits_{L2} d\varphi_1 d\varphi_2 \quad \text{при } \psi_1 = \psi_2 = 0.$$

Подставив эти равенства в (9), (10), получим, что эта система имеет стационарное решение $\psi_1 = \psi_2 = 0$. Исследуем его на устойчивость.

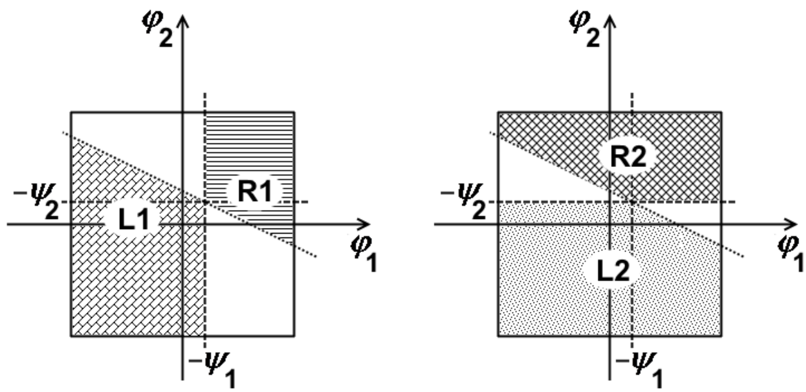

Рис.1. Области интегрирования в уравнениях (9), (10).

Нетрудно вычислить, что в некоторой окрестности точки $\psi_1 = \psi_2 = 0$ двойные интегралы равны (с учетом того, что $0 < g_0 < 1/2$) следующим функциям:

$$\iint\limits_{R1} d\varphi_1 d\varphi_2 = \frac{N_0}{8M^2}\left[\frac{g_0}{1-g_0}(\psi_1 + M)^2 + 2(\psi_1 + M)(\psi_2 + M)\right], \tag{11}$$

$$\iint\limits_{L1} d\varphi_1 d\varphi_2 = \frac{N_0}{8M^2}\left[\frac{g_0}{1-g_0}(\psi_1 - M)^2 + 2(\psi_1 - M)(\psi_2 - M)\right], \tag{12}$$

$$\iint\limits_{R2} d\varphi_1 d\varphi_2 = \frac{N_0}{8M^2}\left[-\frac{g_0}{1-g_0}(\psi_1 - M)^2 + 4M(\psi_2 + M)\right], \tag{13}$$

$$\iint\limits_{L2} d\varphi_1 d\varphi_2 = \frac{N_0}{8M^2}\left[-\frac{g_0}{1-g_0}(\psi_1 + M)^2 - 4M(\psi_2 - M)\right]. \tag{14}$$

Подчеркнем, что данные равенства имеют место не при всех значениях переменных ψ_1, ψ_2, а лишь в том случае, когда наклонная прямая на рис.1 пересекает левую и правую стороны квадрата (а не, например, верхнюю и правую). Поскольку $0 < g_0 < 1/2$, это условие гарантированно выполняется при достаточно малых ψ_1, ψ_2.

Подставив равенства (11)–(14) в уравнения (9), (10), получим модель с установившейся повесткой:

$$\frac{d\psi_1}{dt} = -a\psi_1 + \frac{Cg_0N_0}{2M}\left(\frac{1}{1-g_0}\psi_1 + \psi_2\right),$$

$$\frac{d\psi_2}{dt} = -a\psi_2 + \frac{C(1-g_0)N_0}{2M}\left(\frac{g_0}{1-g_0}\psi_1 + 2\psi_2\right).$$

Эта система уравнений является линейной. Ее матрица имеет вид

$$A = \begin{pmatrix} -a + CN_0g/2M(1-g) & CN_0g/2M \\ CN_0g/2M & -a + 2CN_0g(1-g)/2M \end{pmatrix}.$$

После ряда громоздких преобразований получим, что собственные значения λ_1, λ_2 матрицы A вещественны и имеют вид

$$\lambda_i = -a + \frac{CN_0}{2M} f_i(g_0), \quad i = 1,2, \tag{15}$$

где функции $f_i(g_0)$ даются формулой

$$f_{1,2}(g_0) = \frac{2(1-g_0)^2 + g_0 \pm \sqrt{4(1-g_0)^3(2-g_0) + g_0^2}}{2(1-g_0)}$$

(знак «+» перед корнем соответствует функции $f_1(g_0)$, знак «–» соответствует функции $f_2(g_0)$). График функции $f_1(g_0)$ представлен на рис.2.

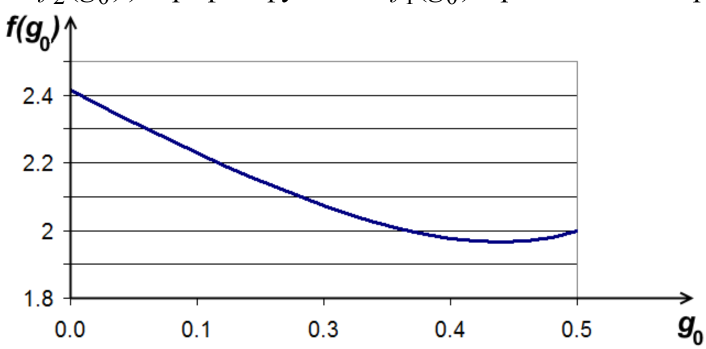

Рис.2. График функции $f_1(g_0)$.

Нулевое положение равновесия $\psi_1 = \psi_2 = 0$ является устойчивым тогда и только тогда, когда оба собственных значения (15) неположительны. Анализ данной формулы представляет собой, по существу, социологическую интерпретацию результатов, которой посвящен следующий раздел.

5. Случай социума, состоящего из двух групп

В модели разделов 3,4 социум предполагался однородным в том смысле, что каждый индивид коммуницирует с каждым другим с равной интенсивностью (в некотором усредненном смысле).

Рассмотрим теперь более сложную ситуацию. Положим, что социум состоит из двух групп индивидов, которые можно понимать, например, как две этнические группы, либо два социальных класса и т.д. Коммуникации внутри каждой из групп происходят более интенсивно, чем между группами. Такая постановка рассматривалась нами в [16] для модели, в которой противоборство происходит по одной теме. Здесь мы рассмотрим ее для случая двухкомпонентной повестки.

Обозначим через ψ_{ij} динамическую компоненту латентной позиции члена j-й группы по i-й теме ($i \in \{1;2\}; j \in \{1;2\}$), b_{iR} – интенсивность медийной пропаганды партии R по i-й теме (аналогично для партии L).

Тогда уравнения модели для противоборства с двухкомпонентной повесткой в социуме, состоящем из двух групп, запишутся в следующем виде:

$$\frac{d\psi_{11}}{dt} = -a\psi_{11} + b_{1R} - b_{1L} + gC\left[\gamma\left(R_{11} - L_{11}\right) + \left(1-\gamma\right)\left(R_{12} - L_{12}\right)\right], \qquad (16)$$

$$\frac{d\psi_{21}}{dt} = -a\psi_{21} + b_{2R} - b_{2L} + \left(1-g\right)C\left[\gamma\left(R_{21} - L_{21}\right) + \left(1-\gamma\right)\left(R_{22} - L_{22}\right)\right]. \qquad (17)$$

$$\frac{d\psi_{12}}{dt} = -a\psi_{12} + b_{1R} - b_{1L} + gC\left[\gamma\left(R_{12} - L_{12}\right) + \left(1-\gamma\right)\left(R_{11} - L_{11}\right)\right], \qquad (18)$$

$$\frac{d\psi_{22}}{dt} = -a\psi_{22} + b_{2R} - b_{2L} + \left(1-g\right)C\left[\gamma\left(R_{22} - L_{22}\right) + \left(1-\gamma\right)\left(R_{21} - L_{21}\right)\right]. \qquad (19)$$

Здесь

$$R_{ij} = \iint\limits_{Rij} N_j\left(\varphi_1, \varphi_2\right) d\varphi_1 d\varphi_2, \qquad L_{ij} = \iint\limits_{Lij} N_j\left(\varphi_1, \varphi_2\right) d\varphi_1 d\varphi_2,$$

а области интегрирования задаются неравенствами

$$\text{R1j: } g\left(\varphi_{1j} + \psi_{1j}\right) + \left(1-g\right)\left(\varphi_{2j} + \psi_{2j}\right) > 0, \;\; \varphi_{1j} + \psi_{1j} > 0, \qquad (20)$$

$$\text{L1j: } g\left(\varphi_{1j} + \psi_{1j}\right) + \left(1-g\right)\left(\varphi_{2j} + \psi_{2j}\right) < 0, \;\; \varphi_{1j} + \psi_{1j} < 0, \qquad (21)$$

$$\text{R2j: } g\left(\varphi_{1j} + \psi_{1j}\right) + \left(1-g\right)\left(\varphi_{2j} + \psi_{2j}\right) > 0, \;\; \varphi_{2j} + \psi_{2j} > 0, \qquad (22)$$

$$\text{L2j: } g\left(\varphi_{1j}+\psi_{1j}\right)+\left(1-g\right)\left(\varphi_{2j}+\psi_{2j}\right)<0,\ \ \varphi_{2j}+\psi_{2j}<0. \qquad (23)$$

Динамика повестки описывается уравнением (8), как и в модели, не выделяющей группы в составе социума (см. разделы 3,4).

После нахождения функций $\psi_{ij}(t)$ $(i\in\{1;2\}; j\in\{1;2\})$ нетрудно определить численность сторонников партий в каждой из групп:

$$R_j=\iint\limits_{\Omega_{jR}} N_j\left(\varphi_1,\varphi_2\right)d\varphi_1 d\varphi_2\,, \qquad L_j=\iint\limits_{\Omega_{jL}} N_j\left(\varphi_1,\varphi_2\right)d\varphi_1 d\varphi_2\,,$$

где области интегрирования имеют вид:

$$\Omega_{jR}:\ \ g\left(\varphi_{1j}+\psi_{1j}\right)+\left(1-g\right)\left(\varphi_{2j}+\psi_{2j}\right)>0\,,$$

$$\Omega_{jL}:\ \ g\left(\varphi_{1j}+\psi_{1j}\right)+\left(1-g\right)\left(\varphi_{2j}+\psi_{2j}\right)<0\,.$$

Суммарные (по обеим группам) численности сторонников партий равны

$$R=R_1+R_2,\ \ L=L_1+L_2. \qquad (24)$$

Рассмотрим модель (16)-(23), (8) в следующей теоретико-игровой постановке. Каждая из партий обладает ограниченным медийным ресурсом, который она распределяет на вещание по двум темам с целью максимизировать разность между численностью своих сторонников и противников при $t\to\infty$. Другими словами, для партии R: значение суммы $b_{1R}+b_{2R}$ фиксировано, и она стремится максимизировать значение $R(t)-L(t)$. Для партии L: значение суммы $b_{1L}+b_{2L}$ фиксировано, и она стремится максимизировать значение $L(t)-R(t)$. Чтобы существенно упростить анализ игры, примем также допущение, что параметры $b_{1R},b_{2R},b_{1L},b_{2L}$ могут принимать только целые значения. Тогда каждая из партий имеет конечное количество стратегий, соответствующих различным способам распределения ресурса на два направления. Тем самым мы построили игру Блотто, в которой элементы платежной матрицы рассчитываются как решения модели. Именно, при фиксированных $b_{1R},b_{2R},b_{1L},b_{2L}$ находятся функции $\psi_{ij}(t)$ $(i\in\{1;2\};\ j\in\{1;2\})$ как решения уравнений (16)-(19), затем вычисляются предельные значения этих функций при $t\to\infty$, по формулам (20)-(24) находятся численности $R(t)$, $L(t)$ при $t\to\infty$ и их разность. Она и является элементом платежной матрицы, соответствующей этим значениям $b_{1R},b_{2R},b_{1L},b_{2L}$.

Приведем пример для конкретных значений параметров. Примем

$$N_1(\varphi_1,\varphi_2)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{\varphi_1^2}{2\sigma^2}\right)\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{(\varphi_2-p)^2}{2\sigma^2}\right), \qquad (25)$$

$$N_2(\varphi_1,\varphi_2)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{\varphi_1^2}{2\sigma^2}\right)\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{(\varphi_2+p)^2}{2\sigma^2}\right), \qquad (26)$$

$$a=1, \quad C=1, \quad k=1, \quad \sigma=2, \quad \gamma=0{,}8, \quad p=2,$$

$$\psi_{11}(0)=\psi_{12}(0)=\psi_{21}(0)=\psi_{22}(0)=0, \quad g(0)=0{,}5.$$

Распределения (25), (26) соответствуют следующей ситуации. По первой теме большинство индивидов в каждой из групп имеет центристские взгляды (т.к. их установки концентрируются около значения $\varphi_1=0$), причем распределение симметрично убывает влево и вправо. По второй теме: первая группа тяготеет к позиции правой партии (установки концентрируются около значения $\varphi_2=p$), вторая группа – к левой партии.

Кроме того, пусть возможности медийного вещания партии R составляют 5 единиц, а партии L – 6 единиц. Таким образом, $b_{1R}+b_{2R}=5$, $b_{1L}+b_{2L}=$ $=6$. Исходы противоборства при различных стратегиях сторон представлены в табл.1.

Таблица 1. Исход противоборства $L(t)-R(t)$ при $t\to\infty$

		$b_{1R}+b_{2R}$					
		0+5	1+4	2+3	3+2	4+1	5+0
$b_{1L}+b_{2L}$	0+6	0.39	1.02	1.51	1.70	1.67	1.39
	1+5	–0.00012	0.42	0.91	1.18	1.08	0.48
	2+4	–0.26	0.09	0.45	0.65	0.46	–0.28
	3+3	–0.44	–0.05	0.29	0.43	0.17	–0.50
	4+2	–0.44	0.02	0.44	0.59	0.32	–0.24
	5+1	–0.20	0.41	0.92	1.08	0.73	0.27
	6+0	0.38	1.16	1.54	1.36	1.12	0.71

Нетрудно видеть, что данная игра решается в чистых стратегиях: седловая точка находится на пересечениях стратегий $b_{1L}+b_{2L}=0+6$ и $b_{1R}+b_{2R}=$ $=0+5$. Соответствующий выигрыш партии L равен 0.39 (единиц численности индивидов).

Тем самым, левая партия (обладающая более высокими возможностями вещания через СМИ) может гарантировать себе победу с перевесом не менее, чем 0.39, а правая партия может гарантировать, что не проиграет с перевесом, большим, чем это значение.

6. Социологическая интерпретация результатов

Модель, представленная в настоящей работе, представляет собой развитие модели выбора позиций индивидами при информационном противоборстве в социуме [1] на случай, когда в обществе обсуждаются две (а не одна) темы. Центральный вопрос анализа, проведенного в разделе 4, состоит в том, является ли устойчивым равновесное состояние, при котором противоборствующие партии имеют равное количество сторонников. Неустойчивость этого состояния означает, что формируется состояние, при котором стороны имеют неравное количество сторонников.

В соответствии с полученной формулой (15) имеют место следующие закономерности.

1. Устойчивости нулевого равновесия способствуют низкая интенсивность передачи информации через межличностную коммуникацию и высокая скорость релаксации. Данную связь можно пояснить следующим образом. Предположим, что одна из сторон изначально имеет преимущество в количестве сторонников. Укреплению этого преимущества способствует то, что имеющееся большинство порождает больший поток информации при коммуникации, в результате чего индивид в среднем получает больше стимулов примкнуть именно к этой стороне. С другой стороны, ослаблению этого преимущества способствует релаксация. Эти разнонаправленные, конкурирующие процессы характеризуются параметрами C, a соответственно. Устойчивости способствуют высокие значения первого параметра и низкие значения второго.

2. Устойчивости нулевого равновесия способствует высокая размытость социума по установкам. Именно: если в целом индивиды имеют установку, близкую к нейтральной (низкие значения R), то это создает большую неустойчивость по сравнению с ситуацией, когда установка распределена в широком диапазоне (высокие значения R).

3. В целом примерно равное освещение двух тем средствами массовой информации (т.е. значения g_0, близкие к 1/2) более благоприятствует устойчивости нулевого равновесия, чем ситуация, при которой одна из тем освещается существенно более сильно, чем другая (т.е. $g \approx 0$). Однако эта зависимость не носит строго монотонный характер (см. рис.2).

Первая и вторая закономерности имеют место также для модели [1], в которой предполагается, что обсуждается лишь одна тема (см. [1, 16]). Третья закономерность возникает лишь при переходе к модели с двухкомпонентной повесткой.

Раздел 5 посвящен более сложному варианту модели, предполагающему, что социум можно разделить на две группы (которые можно понимать как этнические группы или социальные классы), в каждой из которых коммуникация индивидов проходит более интенсивно, чем между группами. Эта модель рассмотрена в теоретико-игровой постановке: именно, предполагается, что каждая из партий обладает ограниченным медийным ресурсом, который она распределяет на вещание по двум темам с целью максимизировать разность между численностью своих сторонников и противников при $t \to \infty$. Рассмотрен пример такой игры для конкретных значений параметров модели; для него показано, что оптимальная стратегия каждой из сторон состоит в том, чтобы направлять всю интенсивность своего вещания лишь на одну тему.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Петров А.П., Маслов А.И., Цаплин Н.А.* Моделирование выбора позиций индивидами при информационном противоборстве в социуме // Математическое моделирование, 2015, т.27, №12, с.137-148.
   URL:http://www.mathnet.ru/php/archive.phtml?wshow=paper&jrnid=mm&paperid=3684&option_lang=rus
   англ. пер.: *Petrov A.P., Maslov A.I., Tsaplin N.A.* Modeling Position Selection by Individuals during Information Warfare in Society // Mathematical Models and Computer Simulations, 2016, v.8, №4, p.401–408, doi:10.1134/S2070048216040141. http://link.springer. com/article/10.1134/S2070048216040141
2. *McCombs M.E., Shaw D.L.* The agenda-setting function of mass media // Public opinion quarterly, 1972, v.36, №2, p.176-187.
3. *McCombs M., Stroud N.J.* Psychology of agenda-setting effects: Mapping the paths of information processing // Review of Communication Research, 2014, v. 2, №.1, p. 68-93.
4. *Daley D.J., Kendall D.G.* Stochastic Rumors // Journal of the Institute of Mathematics and its Applications, 1964, № 1, p.42–55.
5. *Osei G.K., Thompson J.W.* The supersession of one rumour by another // J. of Applied Probability, 1977, v.14, №1, p.127-134.
6. *Михайлов А.П., Клюсов Н.В.* О свойствах простейшей математической модели распространения информационной угрозы // Математ. моделирование социальных процессов, вып.4. Под ред. А.П. Михайлова. – М.: МАКС Пресс, 2002, с.115-123.
   Mikhailov A.P., Kliusov N.V. O svoistvakh prosteishei matematicheskoi modeli rasprostraneniya informatsionnoi ugrozy // Matematicheskoe modelirovanie sotsialnykh protsessov, vyp. 4. Pod red. A.P. Mikhailova. – M.: MAKS Press, 2002, s. 115-123.
7. *Самарский А.А., Михайлов А.П.* Математическое моделирование. – М.: Физматлит, 2001, 320 с.
   англ. пер.: *Samarskii A.A., Mikhailov A.P.* Principles of mathematical modelling: Ideas, methods, examples. CRC Press.
8. *Маревцева Н.А.* Простейшие математические модели информационного противобор-

ства // Серия «Математическое моделирование и современные информационные технологии». Вып.8. Сборник трудов Всероссийских научных молодежных школ. – Ростов-на-Дону: Изд-во Южного федерального университета, 2009, с. 354-363.
Marevtseva N.A. Prostejshie matematicheskie modeli informatsionnogo protivoborstva // Seriya «Matematicheskoe modelirovanie i sovremennye informatsionnye tekhnologii». Vyp.8. Sbornik trudov Vserossijskikh nauchnykh molodezhnykh shkol. – Rostov-na-Donu: Izd-vo Yuzhnogo federal'nogo universiteta, 2009, s. 354-363.

9. *Михайлов А.П., Маревцева Н.А*. Модели информационной борьбы // Математическое моделирование, 2011, т.23, №10, с.19-32. http://mi.mathnet.ru/mm3162
англ. пер.: *Mikhailov A.P., Marevtseva N.A.* Models of information warfare // Math. Models Comput. Simul., 2012, № 4, p.251-259. https://doi.org/10.1134/S2070048212030076 https://link.springer.com/article/10.1134%2FS2070048212030076
10. *Kereselidze N.* Combined continuous nonlinear mathematical and computer models of the Information Warfare // International Journal of Circuits, Systems and Signal Processing, 2018, v.12, p.220-228.
11. *Isea R., Lonngren K.E.* A New Variant of the SEIZ Model to Describe the Spreading of a Rumor // International Journal of Data Science and Analysis, 2017, v.3, № 4, p.28-33.
12. *Chkhartishvili A.G., Gubanov D.A., Novikov D.A.* Social Networks: Models of information influence, control and confrontation. − Springer, 2019, 158 p.
13. *Kozitsin I.V., Belolipetskii A.A.* Opinion convergence in the Krasnoshchekov model // The Journal of Mathematical Sociology, 2018, v.43, № 2, p.104-121.
14. *Козицин И.В.* Обобщение модели Краснощекова на случай разложимой матрицы социальных связей // Математическое моделирование, 2017, т.29, №12, с.3-15.
англ. перевод: *Kozitsin I.V.* Generalization of Krasnoshchekov’s model for the case of a decomposable matrix of social interactions // Mathematical Models and Computer Simulations, 2018, т.10, № 4, с.398-406.
15. *Chkhartishvili A., Kozitsin I.* Binary Separation Index for Echo Chamber Effect Measuring // Proceedings of the 11th International Conference "Management of Large-Scale System Development" (MLSD). – M.: IEEE, 2018, p.1-4.
16. *Petrov A., Proncheva O.* Modeling Propaganda Battle: Decision-Making, Homophily, and Echo Chambers // Ustalov D., Filchenkov A., Pivovarova L., Žižka J. (eds) Artificial Intelligence and Natural Language. AINL 2018. Communications in Computer and Information Science. − Springer, 2018, v.930, p.197-209. DOI: 10.1007/978-3-030-01204-5_19. https: //link.springer.com/chapter/10.1007%2F978-3-030-01204-5_19.
17. *Akhtyamova L., Ignatov A., Cardiff J.* A Large-Scale CNN Ensemble for Medication Safety Analysis. In: Frasincar F., Ittoo A., Nguyen L., Métais E. (eds) Natural Language Processing and Information Systems. NLDB 2017. Lecture Notes in Computer Science, v.10260. Springer, Cham., 2017, p.247-253/. https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-319-59569-6_29
18. *Boldyreva A., Sobolevskiy O., Alexandrov M., Danilova V.* Creating collections of descriptors of events and processes based on Internet queries // Proc. of 14-th Mexican Intern. Conf. on Artif. Intell. (MICAI-2016). Springer Cham, LNAI, 2016, v.10061 (chapter 26), p. 303-314, //https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-319-62434-1_26

19. *Boldyreva A., Alexandrov M., Koshulko O., Sobolevskiy O.* Queries to Internet as a tool for analysis of the regional police work and forecast of the crimes in regions // Proc. of 14-th Mexican Intern. Conf. on Artif. Intell. (MICAI-2016). Springer Cham, LNAI, 2016, v.10061 (chapter 25), p.290-302 // https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-319-62434-1_25
20. *Lazarsfeld P.F.* Latent Structure Analysis // Psychology: A Study of a Science, Koch (ed.). – New York: McGraw-Hill, 1959, v.3.
21. *Rashevsky N.* Mathematical Biophysics: Physico-Mathematical Foundations of Biology. – Univ. of Chicago: Chicago Press, 1938.
22. *Михайлов А.П., Петров А.П., Прончев Г.Б., Прончева О.Г.* Моделирование спада общественного внимания к прошедшему разовому политическому событию // ДАН, 2018, т.480, №4, с.397-400. DOI: 10.7868/S0869565218160028
    англ. пер.: *Mikhailov A.P., Petrov A.P., Pronchev G.B., Proncheva O.G.* Modeling a Decrease in Public Attention to a Past One-Time Political Event // Doklady Mathematics, 2018, v.97, №3, p.247–249. ISSN 1064-5624. doi:10.1134/S1064562418030158. https://link.springer.com/article/10.1134/S1064562418030158
23. *Petrov A., Mikhailov A., Pronchev G., Proncheva O.* Using Search Queries to Analyze Public Attention to One-Time Political Events // Eleventh International Conference "Management of large-scale system development" (MLSD). – M.: Russia, 2018, p.1-5. doi: 10.1109/MLSD.2018.8551806. https://ieeexplore.ieee.org/document/8551806

Поступила в редакцию 11.03.2019
После доработки 11.03.2019
Принята к публикации 08.04.2019