

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОЗВРАТНОГО ТЕЧЕНИЯ ПРИ РАЗДЕЛЕНИИ ДВИЖУЩИХСЯ СО СВЕРХЗВУКОВЫМИ СКОРОСТЯМИ ТЕЛ

© 2019 г. *А.Л. Афендииков, А.Е. Луцкий, И.С. Меншов,
В.С. Никитин, Я.В. Ханхасаева*

Федеральный исследовательский центр Институт прикладной математики
им. М.В. Келдыша РАН andre@keldysh.ru

DOI: 10.1134/S0234087919090028

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ 17-71-30014.

Исследуются особенности течения, образующегося при сверхзвуковом вылете тела малых размеров из канала сферически затупленного цилиндра в сверхзвуковом потоке. Диаметр цилиндра в 35 раз превышает диаметр выстреливаемого тела. Расчет проводится на многоуровневых декартовых сетках с локальной адаптацией на основе вейвлетного анализа. Движение тел моделируется с помощью метода свободной границы. Исследуется динамика взаимодействия движущегося тела с головной ударной волной обтекаемого цилиндра, формирование области возвратного течения между телами, ее эволюция, исчезновение и последующий выход на стационарный режим. Результаты показывают максимальное снижение сопротивления главного тела до уровня 0.2 от начальной величины.

Ключевые слова: вычислительная газовая динамика, метод свободной границы, декартовые сетки, адаптация сеток, обтекание движущихся тел.

NUMERICAL SIMULATION OF RECIRCULATION FLOW DURING SUPERSONIC SEPARATION OF MOVING BODIES

A.L. Afendikov, Ya.V. Khankhasaeva, A.E. Lutsky, I.S. Menshov, V.S. Nikitin

Keldysh Institute for Applied Mathematics RAS

Physical features of a flow structure evolution during supersonic small body (pellet) injection towards the flow from the channel of a spherically blunted cylinder are studied. The diameter of cylinder is 35 times larger than of an injected body. Numerical simulation is made on multilevel Cartesian grids with a local adaptation based on the wavelet analysis. The body motion is accounted with the use of free boundary method. Dynamics of a moving body interaction with the bow shock from cylinder, formation of the reverse flow region between bodies, its evolution and disappearance, and subsequent establish-

ment of a stationary flow are studied. Reduction of a main body drag to the level 0.2 of the initial one is demonstrated.

Key words: computational fluid dynamics, free boundary method, Cartesian grids, mesh refinement, flow past moving bodies, pellet injection.

1. Введение

В настоящее время большой интерес представляют сложные сверхзвуковые течения, образующиеся при взаимном разделении тел. Подобные течения образуются, например, при разделении ступеней ракет-носителей. Данная тема активно исследуется, и ей посвящен ряд работ как численного, так и экспериментального характера. В [1] численно и экспериментально исследуется разделение двух сфер. Изначально соприкасающиеся сферы выпускаются с малой относительной скоростью и впоследствии двигаются под действием аэродинамических сил. Характер разделения оказывается сильно зависящим от отношения радиусов сфер и их взаимного начального расположения. В [2] рассматривается процесс разделения модели ракетоносителя и расположенной внутри него модели ракеты. Показывается, что аэродинамические характеристики обоих тел претерпевают существенные изменения и влияние следа от переднего тела прослеживается даже на достаточно большом расстоянии между телами. В [3] анализируются физические эксперименты по выстрелу тела малых размеров из затупленного цилиндра, находящегося в сверхзвуковом потоке. Продемонстрировано изменение формы головной ударной волны. После взаимодействия с выстреливаемым телом она становится конической. В [4-7] численно и экспериментально изучается влияние впереди стоящего неподвижного тела на обтекание другого тела в следе первого. В зависимости от расстояния между телами выявлено два режима обтекания, которые более подробно рассматриваются ниже. В [8-12] численно и экспериментально исследуется разделение двух соосно расположенных друг за другом тел. Показано, что характеристики потока в зоне рециркуляции между телами зависят от скорости их разделения.

При сверхзвуковых скоростях между телами образуется сложное спутное течение. Вплотную за дном первого тела располагается так называемый “ближний след”, сужающийся по потоку до своего “горла”. На некотором расстоянии за горлом (в зависимости от формы тела и скорости обтекания) образуется дальний след, характеризующийся пониженными значениями числа Маха, давления торможения и плотности. Отмеченные особенности спутного течения оказывают существенное влияние на структуру потока

между двумя последовательно расположенными телами и, следовательно, на характер обтекания и аэродинамические характеристики.

При медленном разделении последовательно расположенных тел вращения в зависимости от расстояния между телами может наблюдаться два режима обтекания [5-7]. На начальной стадии разделения, когда расстояние между телами меньше критического, внешний поток обтекает образовавшееся пространство между телами с замкнутым течением как “жесткое” продолжение переднего тела. При увеличении расстояния до критического замкнутое отрывное течение между телами разрушается, и происходит перестройка течения. За передним телом образуется донное течение, а перед задним телом образуется головной скачок уплотнения. Таким образом, формируется второй режим обтекания. В результате анализа различных факторов в [5-7] показывается, что критическое расстояние между телами, при котором происходит перестройка течения, зависит от относительных размеров и формы тел, числа Маха. Кроме того, при перестройке течения наблюдается гистерезис. Критическое расстояние зависит от того, происходит сближение тел или удаление.

В большинстве перечисленных выше работ разделение происходило с относительно малой скоростью. Однако практический интерес представляют и течения со сверхзвуковыми скоростями разделения. В этом случае картина течения качественно усложняется и представляет существенные вычислительные трудности. В настоящей работе в рамках уравнений Эйлера проводится численное моделирование сверхзвукового ($M=3$) обтекания сферически затупленного цилиндра (Тело 1) с вылетающим из него со скоростью $M=4$ Телом 2. Диаметр Тела 1 в 35 раз превышает диаметр выстреливаемого Тела 2. Если интересоваться взаимодействием и эволюцией сильных разрывов, то этот процесс слабо зависит от вязкости. Как показано в [13], где исследуются пульсации зоны отрыва, образующейся при обтекании тела с выступающей острой иглой, уравнения Эйлера могут быть успешно использованы для моделирования отрывных течений, присущих такому типу задач.

В исследуемом процессе можно выделить несколько характерных стадий. Вначале происходит взаимодействие Тела 2 с головной ударной волной и формирование области возвратного течения между телами. Эта зона рециркуляции довольно быстро распадается на две, расположенные соответственно за Телом 2 и перед Телом 1. Зона рециркуляции перед Телом 1 растет до определенных размеров, после чего, вследствие уменьшения интенсивности следа за Телом 2 в связи с его отдалением, начинает умень-

шаться. В итоге зона рециркуляции сносится с передней части Тела 1 и около него устанавливается течение, близкое к начальному, т.е. перед началом движения Тела 2.

Для такого рода течений высокую эффективность продемонстрировал вариант метода свободной границы [14,15] в сочетании с локальной адаптацией сетки на основе вейвлетного анализа вычисленного решения. Этот подход используется и в настоящей работе. В методе свободной границы (MSG) используется декартова сетка, покрывающая как область течения, так и область, занятую твердым телом, а для учета граничного условия на поверхности тела вводятся компенсационные потоки массы, импульса и энергии. Одно из главных преимуществ этого подхода – простота построения начальной сетки, которая не зависит от сложности геометрии исследуемого тела. В начале расчета строится грубая сетка первого уровня, после чего проводится ее адаптация к геометрии тел и формирующимся особенностям течения для повышения точности пространственного разрешения и экономии вычислительных ресурсов

В силу динамического характера задачи, адаптировать сетку необходимо к движущимся объектам. Для этого используются многоуровневые декартовы сетки с адаптацией. Для локальной оценки гладкости сеточного решения применяется критерий на основе вейвлетных разложений на локальных шаблонах. Это позволяет более четко выделять расположение разрывов и других особенностей течения, что помогает лучшему пониманию физики процесса.

2. Постановка задачи

Обтекаемое тело (Тело 1) представляет собой цилиндр диаметра 70 мм, со сферической головной частью. Длина цилиндра 100 мм. По оси симметрии цилиндра проходит канал диаметром 3 мм, через который вылетает пеллет (тело 2). Скорость набегающего потока $M = 3$.

Тело 2 (пеллет) представляет собой цилиндр с диаметром 2 мм и длиной 2 мм, который перед началом движения располагается в канале Тела 1 рядом с его передней точкой. Он вылетает из канала Тела 1 со скоростью $M=4$ (относительно Тела 1).

Все тела представлены с помощью метода свободной границы. Декартова сетка имеет 6 уровней, т.е. размеры наименьшей ячейки (6-го уровня) в 32 раза меньше размеров ячейки базовой сетки (1-го уровня). В настоящей работе используется модель уравнений Эйлера, для решения которых применяется метод конечного объема. Алгоритм обеспечивает второй порядок

аппроксимации на областях гладкого решения. Задача решается в осесимметричной постановке. Ниже мы кратко рассмотрим численный метод. Детали его можно найти в [16]. Результаты тестирования метода приводятся в [11,12,16].

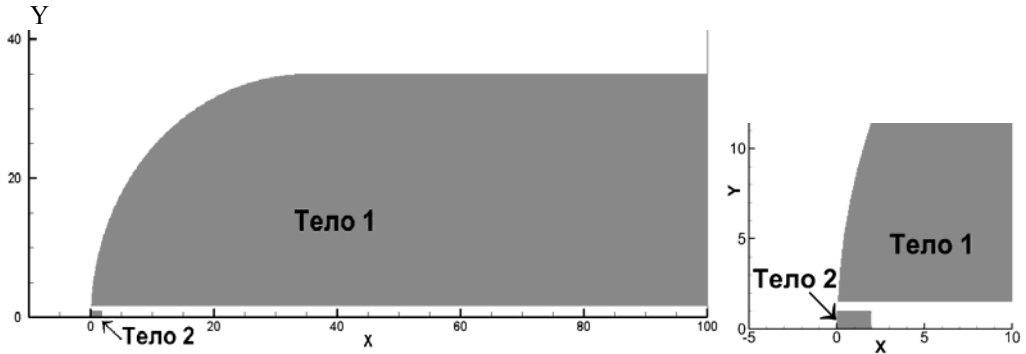


Рис.1. Постановка задачи.

3. Математическая модель и численный метод

Рассматривается численное решение осесимметричной задачи для системы уравнений Эйлера, описывающей движение идеальной сжимаемой жидкости. Запишем систему определяющих уравнений в консервативных переменных в векторном виде:

$$\partial_t \mathbf{q} + \partial_k \mathbf{f}_k = \mathbf{S}(\mathbf{q}), \quad (1)$$

где $\mathbf{q} = (\rho, \rho u_x, \rho u_y, \rho E)^T$ – вектор консервативных переменных,

$\mathbf{f}_k = (\rho u_k, \rho u_k u_x + p \delta_k, \rho u_k u_y + p \delta_k, \rho u_k H)^T$, $k = x, y$ – векторы потоков по направлениям, $\mathbf{S} = -\frac{u_y}{y} (\rho, \rho u_x, \rho u_y, \rho H)^T$, δ_k – символ Кронекера, ρ, u_k, p –

плотность, компоненты вектора скорости и давление соответственно, $E = e + 0.5 u_k u_k$, $H = e + p/\rho$ – удельные полная энергия и энтальпия. Ось x направлена вдоль оси симметрии, y – в радиальном направлении. Система уравнений замыкается уравнением состояния, связывающим термодинамические параметры среды, которое в настоящей работе берется в форме уравнения состояния $p = (\gamma - 1)\rho e$ идеального совершенного газа с показателем адиабаты γ . В расчетах, которые будут представлены ниже, показатель адиабаты берется отвечающим случаем воздуха, $\gamma = 1.4$.

Эта система численно решается на базовой декартовой сетке вложенной древовидной структуры, см., например, [16, 17]. Для определения решения на временном шаге Δt используется модификация метода С.К. Го-

дунова второго порядка точности с приближенным решением задачи о распаде произвольного разрыва. Предполагается, что адаптация сетки выполняется изотропно по координатным направлениям с соблюдением балансировки 2:1 между соседями. Критерий адаптации служит для отслеживания геометрии движущихся объектов: подразбиваются пересекаемые ячейки, и для адаптации сетки к полю на основе вейвлет-анализа численного решения. Поскольку расчетная сетка может состоять из ячеек разных уровней (например, нулевого и первого), она становится неконформной. Ниже рассмотрим дискретизацию уравнений (1) на таких сетках.

Пусть сначала сеточная адаптация отсутствует, и дискретизация по пространству делается на регулярной базовой декартовой сетке, ориентированной по координатным направлениям, с шагами h_k , которые, вообще говоря, могут быть переменными. Применяя метод конечного объема к уравнениям (1), приходим к следующей системе полудискретных уравнений:

$$\frac{d\mathbf{q}_i}{dt} = - \left(\frac{\Delta \mathbf{F}_k}{h_k} \right)_i + \mathbf{S}(\mathbf{q}_i), \quad (2)$$

где i обозначает обобщенный индекс ячейки, зависящий от индекса координатного направления k и принимающий значение порядкового номера ячейки в этом направлении. Здесь и в уравнении (1) подразумевается суммирование по повторяющемуся координатному индексу k .

Разность потоков в правой части (2) есть

$$\Delta \mathbf{F}_k = \mathbf{F}_{k,i+1/2} - \mathbf{F}_{k,i-1/2} \quad (3)$$

где $\mathbf{F}_{k,i+1/2}$ – численный невязкий поток, аппроксимирующий дифференциальный поток \mathbf{f}_k на грани между ячейками i и $i+1$. Невязкий поток берется в виде функции двух векторных аргументов,

$$\mathbf{F}_{k,i+1/2} = \mathbf{F}_k(\mathbf{z}_i^+, \mathbf{z}_{i+1}^-), \quad (4)$$

удовлетворяющей условию согласования $\mathbf{F}_k(\mathbf{z}, \mathbf{z}) = \mathbf{f}_k(\mathbf{z})$. Здесь $\mathbf{z} = (\rho, u_k, p)$ обозначает вектор примитивных переменных..

Верхние индексы «+» и «-» в правой части уравнений (4) указывают, что соответствующие величины берутся в центре грани $i+1/2$. Выбор этих величин определяет точность схемы. Для увеличения порядка аппроксимации схемы применяется подсеточная реконструкция компонент примитивного вектора. Здесь используется кусочно-линейное подсеточное восполне-

ние на основе WENO интерполяции. Если через Δ^k обозначить компоненту WENO-градиента по k -му направлению, то интерполированные на грань величины определяются соотношением

$$\mathbf{z}^{\pm} = \mathbf{z} \pm 0.5h_k\Delta^k \quad (5)$$

(не суммировать по k).

Метод С.К. Годунова [18] применяется для аппроксимации функции численного потока. В этом подходе поток вычисляется на решении автономной задачи Римана, решение которой подробно описывается в [19].

Интегрирование по времени системы полудискретных уравнений (2)-(4) проводится с использованием явной двухшаговой схемы типа предиктор-корректор. Здесь на первом шаге вычисляются значения предиктора на полшаге по времени по явной эйлеровой схеме:

$$\tilde{\mathbf{q}}_i = \mathbf{q}_i^n - \frac{\Delta t}{2} \left(\frac{\Delta \mathbf{F}_k(\mathbf{z}^n)}{h_k} \right)_i \quad (6)$$

с потоком $\mathbf{F}_{k,i+1/2}$, определяемым по интерполированным на грани ячейки значениям,

$$\Delta \mathbf{F}_k(\mathbf{z}^n) = \mathbf{f}_k(\mathbf{z}_i^+) - \mathbf{f}_k(\mathbf{z}_i^-) \quad (7)$$

где верхний индекс n обозначает дискретный уровень по временной переменной. Предиктор неконсервативен, а его выбор определяется вычислительной простотой. Решение на новом временном слое $n+1$ получается по явной схеме второго порядка точности на шаге Δt с потоками, вычисляемыми по значениям предиктора:

$$\mathbf{q}_i^{n+1} = \mathbf{q}_i^n - \Delta t \left(\frac{\Delta \mathbf{F}_k(\tilde{\mathbf{z}})}{h_k} \right)_i; \quad \mathbf{F}_{k,i+1/2} = \mathbf{F}_k(\tilde{\mathbf{z}}_i^+, \tilde{\mathbf{z}}_{i+1}^-), \quad (8)$$

что восстанавливает консервативность схемы. Схема гарантирует (в линейном случае) устойчивость при выполнении условия Куранта-Фридрихса-Леви на шаг интегрирования по времени,

$$\Delta t \leq \lambda_i(\mathbf{z}^n) \quad \text{для всех } i, \quad (9)$$

где функция в правой части определяется локальными скоростью течения и скоростью звука c :

$$\lambda_i(\mathbf{z}^n) = K_s \left(\frac{|u_k| + c}{h_k} \right)^{-1}. \quad (10)$$

Здесь K_s – коэффициент запаса ($0 < K_s \leq 1$).

Рассмотрим теперь вычисление WENO-градиента по дискретным значениям функции, заданным на локально-адаптивной сетке вложенной структуры. Напомним, что мы предполагаем изотропность адаптации и балансировку 2:1 для вложенных структур. Линейное подсеточное WENO-восполнение понадобится также для переноса данных в процессе адаптации сетки. Это связано с тем, что при изменении конфигурации сетки необходимо заполнять обновленные ячейки данными. Объединение нескольких ячеек заведомо связано с потерей информации, и потому консервативное осреднение выглядит вполне естественным. Однако при измельчении сетки необходимо заполнить новые ячейки данными, зная только информацию об их предке и, возможно, его соседях. Простой снос значений из родительских ячеек в дочерние порождает ступенчатость в распределениях физических величин, портит показатели гладкости самого численного решения, что не позволяет получить более точное решение, чем то, каким оно было до измельчения.

Разумным выглядит применение некоторой гладкой интерполяции физических величин, на основе использования некоторого окружения разбиваемой ячейки. Особенно актуальным является гладкое восполнение ячеек-потомков при использовании численных методов 2-го и больших порядков. Для подсеточной реконструкции численных решений часто применяются методы на основе WENO-интерполяции [20,21], не порождающие артефактных осцилляций газодинамических полей. С учетом физических особенностей решаемых задач необходимо, чтобы реконструкция оставалась консервативной, то есть суммы интегралов всех параметров по подячейкам соответствовали интегралу от исходных значений этих же параметров по всей родительской ячейке.

Несложно показать, что линейная реконструкция, при которой величины в точках ячейки определяются значениями как самой величины, так и величиной градиента в центре ячейки, удовлетворяет требованию консервативности.

В двумерном случае для построения независимых наборов узлов, по которым будут рассчитываться градиенты сеточной функции, рассматривается конфигурация сетки в окрестности текущей ячейки. Соседние ячейки нумеруются против часовой стрелки, начиная с правой нижней (при отсут-

ствии таковой – с правой) соседней и заканчивая нижней правой (при ее отсутствии – нижней). Центры ячеек-соседей с подряд идущими номерами $(1, 2, \dots, k)$ и центр текущей нулевой ячейки соединяются векторами (V_1, V_2, \dots, V_k) . Упорядоченные пары векторов $(V_1, V_2), (V_2, V_3), \dots, (V_{k-1}, V_k)$ задают шаблоны, которым присваивается индекс первого вектора St_1, \dots, St_{k-1} . Пример набора пронумерованных векторов представлен на рис.2.

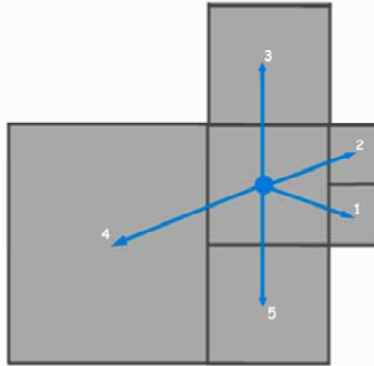


Рис.2. Пример набора шаблонов для вычисления WENO-градиента на неконформной локально-адаптивной декартовой сетке.

По любым трем узлам на плоскости, не лежащим на одной прямой, можно определить аппроксимацию градиента. Например, для шаблона St_2 градиент исследуемой консервативной величины U определяется заданной на множестве узлов шаблона St_2 сеточной функцией U_j , $j = 0, 2, 3$. Если Δ_x и Δ_y – размеры сторон ячейки с центром в узле 0, то из системы линейных уравнений определяется аппроксимация компонент градиента $\Delta \doteq (\Delta^x, \Delta^y)$

$$\begin{cases} U_0 + \frac{3}{4}\Delta_x\Delta^x + \frac{1}{4}\Delta_y\Delta^y = U_2, \\ U_0 + \Delta_y\Delta^y = U_3. \end{cases}$$

Отсюда получается следующая разностная аппроксимация градиента:

$$(\Delta^x, \Delta^y) = \left(\frac{4U_2 - U_3 - 3U_0}{3\Delta_x}, \frac{U_3 - U_0}{\Delta_y} \right).$$

Аналогично вычисляются градиенты по остальным шаблонам.

Стандартный центральный WENO-градиент определяется по вычисленным по каждому шаблону градиентам как взвешенная сумма этих гра-

диентов с весами $\tilde{\omega}_j = \omega_j / \sum_j \omega_j$, $\omega_j = 1 / (\beta_j + \varepsilon)^2$, где β_j – модуль градиента шаблона St_j , а ε – малое число, позволяющее избежать в расчетах деления на ноль.

4. Результаты расчетов на локально адаптивных декартовых сетках

Адаптация к решению ведется по анализу поля плотности. Как видно на рис.3, вейвлетный анализ хорошо фиксирует разрывы (полоса мелких ячеек на фронте ударной волны). Невозмущенный набегающий поток не требует адаптации сетки, поэтому перед фронтом головной ударной волны ячейки сетки соответствуют базовому уровню. Для аппроксимации геометрии сетка адаптируется к границе тела так, что пересекаемые ячейки отвечают максимальному уровню адаптации (минимальному сеточному размеру).

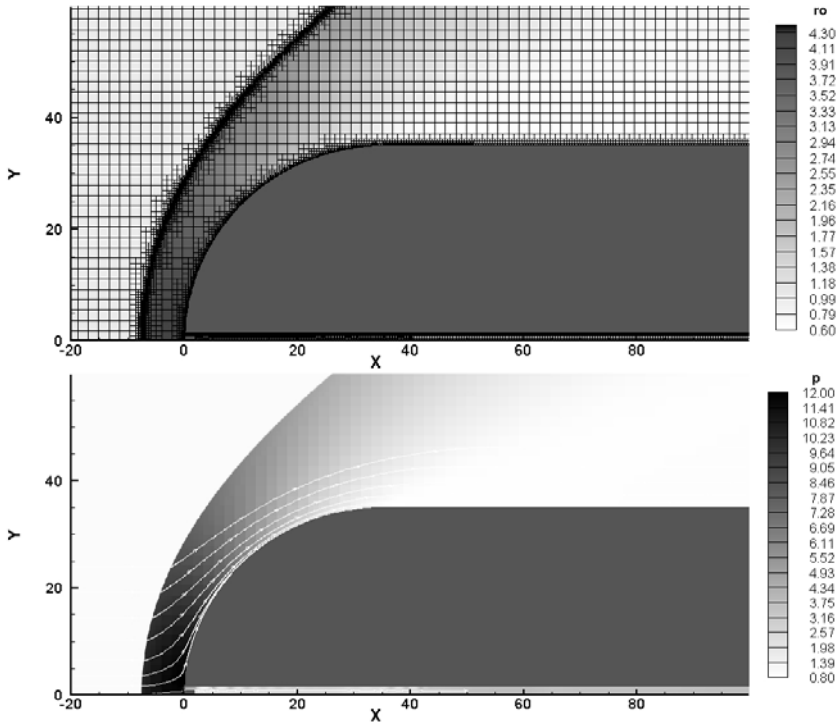


Рис.3. Распределение плотности и структура сетки (вверху) и распределение давления с линиями тока (внизу) перед началом движения.

Внешний поток затекает в канал через узкий зазор между стенкой канала и пеллетом, образуя систему отраженных скачков. На рис.4 показано распределение давления и линии тока вблизи пеллета в канале перед началом его движения.

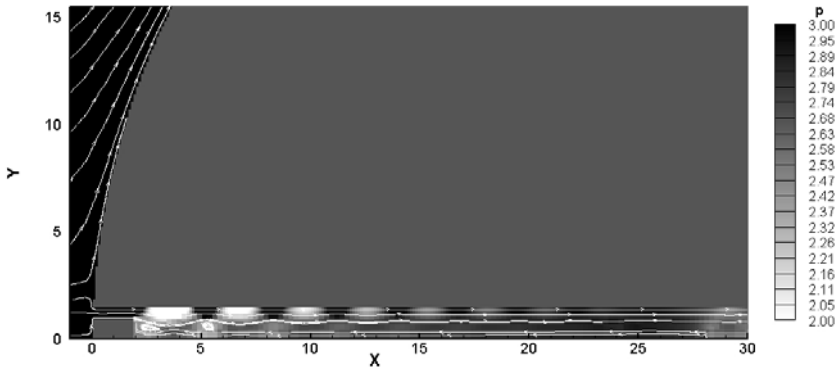


Рис.4. Распределение давления с линиями тока в канале.

Пеллет разгоняется таким образом, чтобы в момент пересечения фронта головной ударной волны он имел скорость, соответствующую числу Маха $M = 4$. На рис.5 представлены мгновенные картины течения в различные моменты времени.

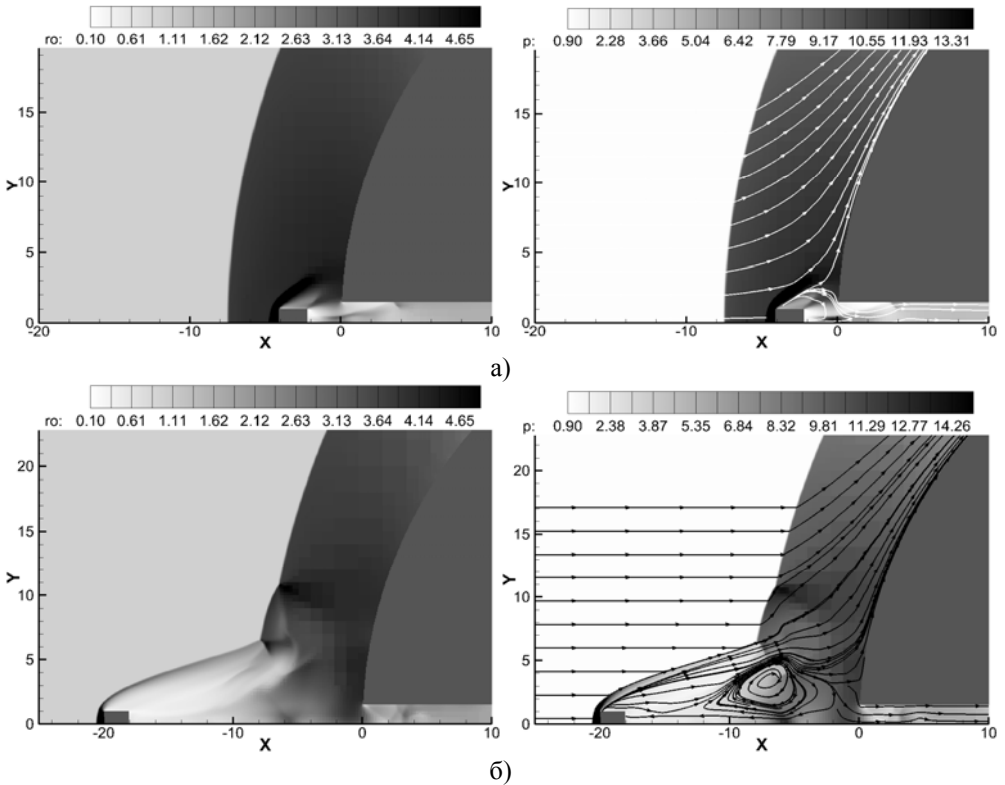


Рис.5. Распределение плотности (слева) и распределение давления с линиями тока (справа) на два момента времени; а) $t = 2$, б) $t = 5$ ($t = 0$ – начало движения).

На рис.5а пеллет еще находится в дозвуковой области течения за фронтом головной ударной волны. Между телами образуется область возвратного течения с дозвуковыми скоростями. Набегающий поток обтекает пеллет и основное тело как единое целое. Поскольку пеллет движется со сверхзвуковой скоростью, около него начинает формироваться течение, соответствующее сверхзвуковому обтеканию затупленного цилиндра. Появляются головная ударная волна и веер волны разрежения, начинает выстраиваться течение в донной области. На рис.6 приводится график зависимости коэффициента сопротивления основного тела (Тело 1) от времени. Видно, что в начале движения ($t \leq 10$) пеллет почти не влияет на волновое сопротивление.

В последующий момент времени пеллет пересекает фронт головной ударной волны и начинает двигаться в однородном набегающем потоке. Около пеллета образуется отошедшая ударная волна, которая взаимодействует с головной ударной волной. Возникает нерегулярное взаимодействие с образованием маховской конфигурации. Между моментами времени, показанными на рис.5(а, б), область возвратного течения растет до тех пор, пока не заполняет все пространство между Телами 1 и 2. В момент времени, изображенном на рис.5б, общая область рециркуляции распадается на две. За пеллетом устанавливается его собственное донное течение и зона рециркуляции. Поскольку пеллет движется со сверхзвуковой скоростью, то внутри зоны рециркуляции течение также имеет сверхзвуковую скорость. От рециркуляционной зоны перед основным телом образуется ударная волна. Поток в основной зоне рециркуляции тормозится на цилиндре, увеличивая давление на его поверхности. Это приводит к возрастанию коэффициента сопротивления (см. рис.6, $t \sim 20$).

Рециркуляционная зона перед основным телом продолжает увеличиваться, все более затеняя наветренную поверхность главного тела. Это приводит к заметному снижению сопротивления Тела 1, которое составляет 60% от начального (см. рис.6, $t \sim 20-120$).

По мере движения пеллета рециркуляционная зона растет до определенных размеров, определяемых соотношением статического давления на ее переднем крае (P_{rec}) и давлением Пито (давлением торможения за прямым скачком) в следе непосредственно перед ним (P_p). В [22,23] показывается, что при обтекании тела неравномерным потоком, содержащим узкую область с пониженным полным давлением P_0 , перед телом может устанавливаться течение с конической изобарической областью застоя. Давление в этой области равно P_0 .

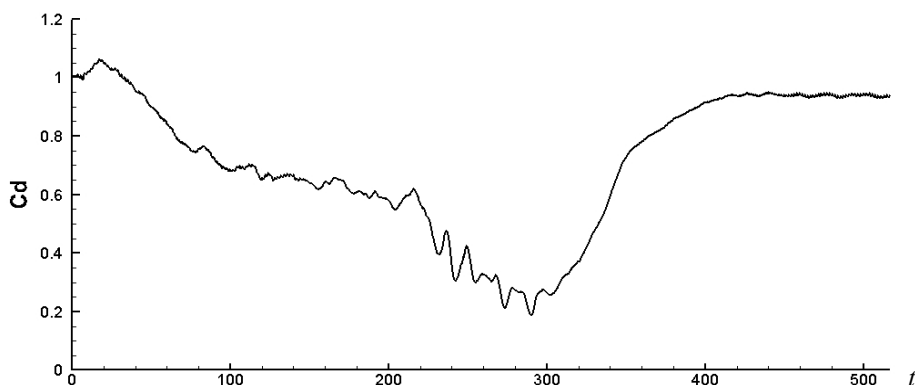


Рис.6. Коэффициент сопротивления основного тела (Тело 1) в зависимости от времени.

Приближенно можно считать, что обтекание области возвратного течения аналогично обтеканию твердого конуса с таким же углом полураствора. Анализ полученных в настоящем расчете данных показывает, что аналитическое решение для задачи обтекания конуса с углом полураствора $\alpha=15.1^\circ$ (именно этот угол имеет передний край зоны рециркуляции) сверхзвуковым потоком с $M = 3$ дает давление на его поверхности $P_W = 2.1$ и угол наклона ударной волны $\beta = 25.4^\circ$. Приближенно те же углы можно наблюдать при обтекании зоны рециркуляции, где $P_{rec} \sim 2.24$, что сравнимо со значением P_W . Это показано на рис.7, где приведено распределение плотности с линиями тока на момент времени $t = 143.4$. Давление P_P определяется расстоянием от пеллета до переднего края рециркуляционной зоны. Пока $P_{rec} > P_P$, рециркуляционная зона растет (рис.8).

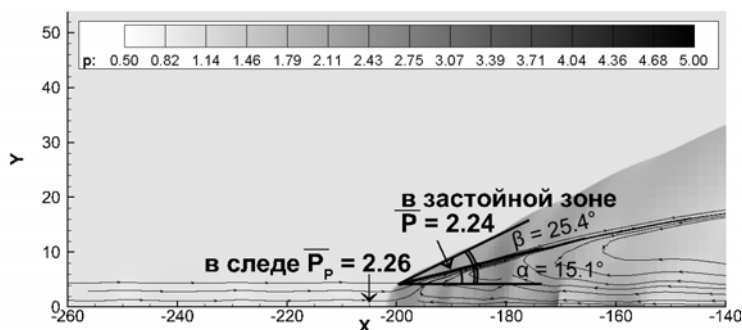


Рис.7. Распределение плотности с линиями тока в момент времени $t = 143.4$ (зона рециркуляции в стадии стагнации).

По мере удаления пеллета от основного тела интенсивность следа за Телом 2 уменьшается и P_P растет, в то время как P_{rec} довольно статично, поскольку угол конуса переднего края зоны рециркуляции практически не изменяется. Когда $P_{rec} \sim P_P$, рециркуляционная зона перестает расти, и ее пе-

редний край на некоторое время замирает у отметки $x = -200$ (рис.9). Это объясняет характер графика коэффициента сопротивления на рис.6 при t от 120 до 200. Также по мере удаления пеллета начинает проявляться неустойчивость Кельвина-Гельмгольца как в следе, так и на верхней границе зоны рециркуляции (рис.10). Неустойчивость следа за пеллетом влияет на структуру течения в рециркуляционной зоне, порождая колебания, распространяющиеся в направлении основного тела. Они ответственны за осцилляции на графике сопротивления на рис.6.

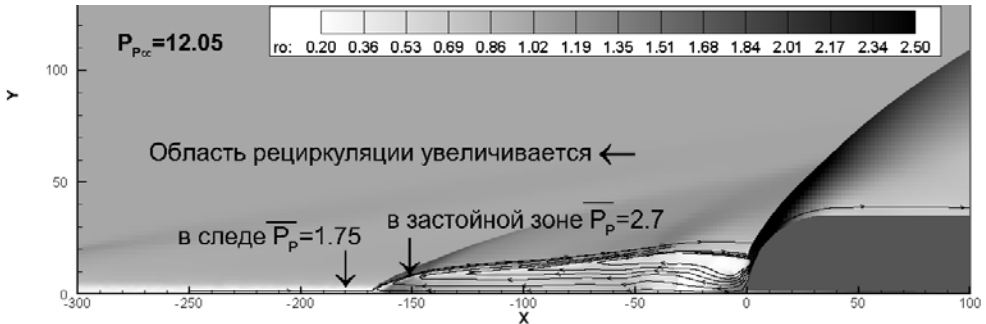


Рис.8. Распределение плотности с линиями тока в момент времени $t = 83.1$.

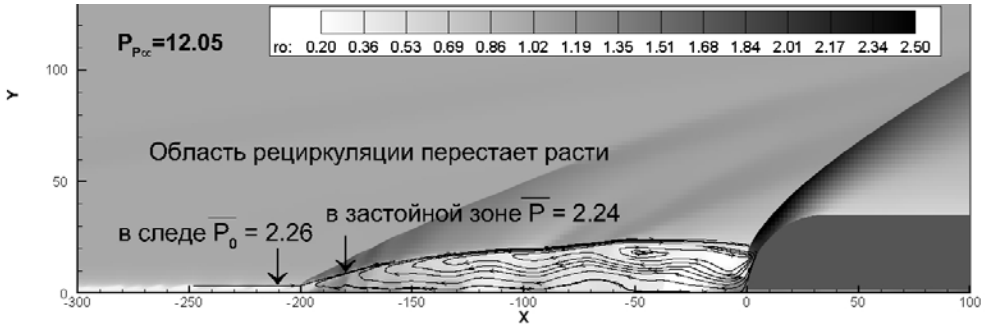


Рис.9. Распределение плотности с линиями тока в момент времени $t = 143.4$.

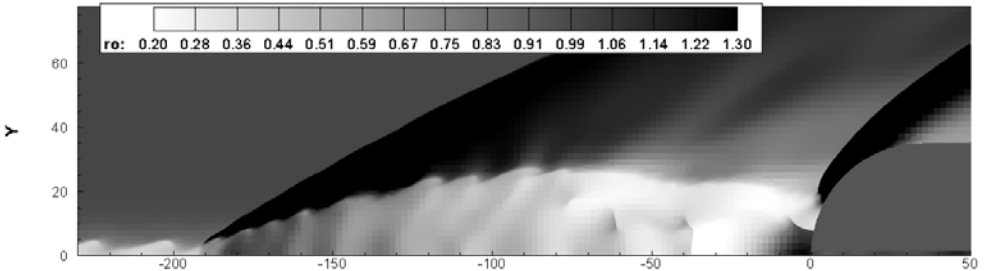


Рис.10. Распределение плотности в момент времени $t = 184.5$.

При дальнейшем движении пеллета давление на переднем крае рециркуляционной зоны P_{rec} становится меньше давления Пито в следе, $P_{rec} < P_p$.

Зона рециркуляции начинает уменьшаться, и ее передний край движется в сторону основного тела (рис.11). Она начинает покрывать еще большую часть наветренной поверхности цилиндра и сдвигает зону повышенного давления на ней, тем самым снижая сопротивление основного тела до уровня 20% от начального.

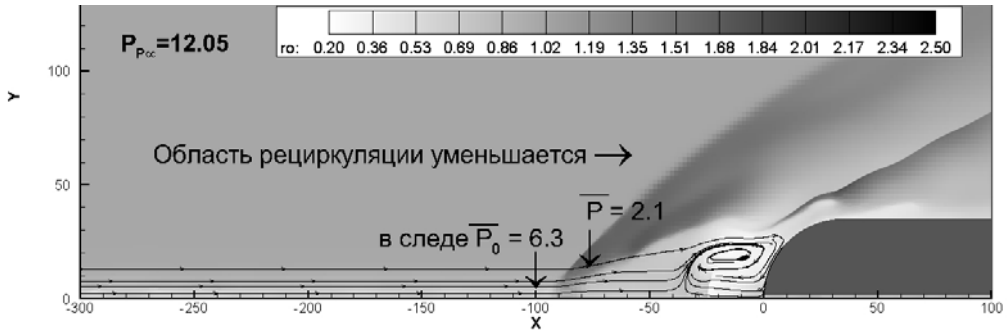


Рис.11. Распределение плотности с линиями тока, $t = 290.5$.

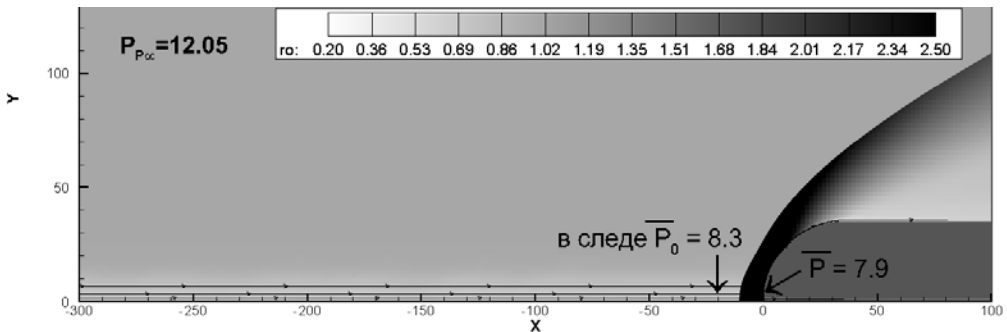


Рис.12. Распределение плотности с линиями тока, $t = 515$.

С течением времени рециркуляционная зона сносится с передней части основного тела, его сопротивление начинает расти и доходит до уровня 95% от начального. Около цилиндра выстраивается течение, близкое к существовавшему до начала движения пеллета (рис.12).

Полученный в расчете процесс вылета пеллета совпадает с описанным в [3] экспериментом, откуда взята часть постановки задачи (скорость и размеры выстреливаемого тела, размеры канала и главного тела). Отмечены такие же характеристики течения, как взаимодействие выстреливаемого тела с головной ударной волной и ее последующая деформация, а также ее возврат к начальной форме. Так же, как и в [4], где рассматривалось обтекание стационарного пеллета и расположенного за ним на некотором расстоянии сферически затупленного цилиндра с $M = 5$, получено существенное снижение сопротивления главного тела.

Заключение

На основе метода свободной границы в сочетании с локальной вейвлетной адаптацией сетки исследовано течение, образующееся при сверхзвуковом вылете тела малых размеров из канала сферически затупленного цилиндра, находящегося в сверхзвуковом потоке. Исследована эволюция образующейся области возвратного течения между телами, выявлен механизм ее роста, стагнации и последующего исчезновения.

В процессе расчета нестационарного течения происходит динамическая адаптация сетки к движущемуся телу и образующимся разрывам, которая позволяет существенно уточнить и ускорить расчет. Для получения аналогичной точности на неадаптивной сетке, состоящей из одинаковых ячеек достаточно малого размера, требуется на порядок больше вычислительных ресурсов.

Вейвлет-анализ позволяет исследовать гладкость численного решения уравнений газовой динамики в различных областях течения. В связи с обсуждением свойств разностных схем типа WENO высокого порядка [24], встает вопрос о потере порядка точности таких алгоритмов за фронтом криволинейных ударных волн. В рассматриваемом случае было интересно посмотреть на значения коэффициентов вейвлетного разложения в областях за различными типами ударных волн, поскольку именно они позволяют оценить гладкость решения. Среднее значение коэффициента за искривленной ударной волной перед цилиндром имеет порядок 10^{-2} . Если рассмотреть течение с тем же числом Маха, но с прямым скачком (например, в случае обтекания клина), то там значение вейвлетного коэффициента за ударной волной оказывается на порядок ниже. Рассматриваемый факт, конечно, требует дальнейших исследований, однако может служить подтверждением положений, высказанных в [24] о точности метода в таких ситуациях.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *S.J. Laurence, N.J. Parziale, R. Deiterding*. Dynamical separation of spherical bodies in supersonic flow // *J. Fluid Mech.*, 2012, v. 713, p. 159-182.
2. *Wang YuanJing, Wang Hongbia, Qian Fengxue, Chang Lixia*. Investigation on Separation Interference of Typical Multi-Body Vehicle in Supersonic Conditions // 2013 Fourth International Conference on Digital Manufacturing & Automation.
3. *A.V. Erofeev, T.A. Lapushkina, S.A. Poniaev, R.O. Kurakin, B.G. Zhukov*. Flow Around Different Bodies at the Pellet or Plasma Jet Injection // AIAA-2012-1027, 50th AIAA Aerospace Sci. Meeting including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition, 2012.
4. *S. Leonov, V. Bityurin, A. Yuriev, S. Pirogov, B. Zhukov*. Problems in Electric Method of Drag Reduction and Flow/Flight Control // AIAA-2003-0035, 41th AIAA Aerospace Sci-

- ences Meeting & Exhibit, Reno, NV, USA, 2003.
5. *V.S. Khlebnikov*. The pattern and restructuring of supersonic flow past a pair of bodies // *Fluid Dynamics*, 1994, v.29, No. 1, p.123-128.
 6. *В.С. Хлебников*. Перестройка течения между парой тел, одно из которых расположено в следе другого, при сверхзвуковом обтекании // *Ученые записки ЦАГИ*, 1976, т.7, № 3, с.133-136.
V.S. Khlebnikov. Perestroika techeniya mezhdou paroi tel, odno iz kotorykh raspolozheno v slede drugogo, pri sverkhzvukovom obtekanii // *Uchenye zapiski TsAGI*, 1976, т. 7, № 3, s.133-136.
 7. *К.П. Петров*. Аэродинамика тел простейших форм. – М.: Изд-во «Факториал», 1998, 432 с.
K.P. Petrov. Aerodinamika tel prosteishikh form. — М.: Izd-vo «Faktorial», 1998, 432 s.
 8. *V.N. Kudryavtsev, A.Ya. Cherkez, V.A. Shilov*. Study of supersonic flow about two separating bodies // *Izv. AN SSSR, Mekhanika Zhidkosti i Gaza*, 1969, v.4, No. 2, p.91-99.
 9. *Р.И. Виноградов, В.В. Трофимов, И.Р. Якубов*. Особенности сверхзвукового обтекания двух тел и их аэродинамические характеристики в режиме разделения // *Ученые записки ЦАГИ*, 1989, т. 20, №4, с. 102-107.
R.I. Vinogradov, V.V. Trofimov, I.R. Yakubov. Osobennosti sverkhzvukovogo obtekaniya dvukh tel i ikh aerodinamicheskie kharakteristiki v rezhime razdeleniya // *Uchenye zapiski TsAGI*, 1989, t. 20, № 4, s. 102-107.
 10. *L.G. Vasenev, D.A. Vnuchkov, V.I. Zvegintsev, S.V. Lukashevich, A.N. Shiblyuk*. Aerodynamic drag measuring for two consistently located axisymmetrical models during their separation // 16th International conference on the methods of aerophysical research, August 19–25, 2012, Kazan, Russia, Proceedings.
 11. *A.E. Lutsky, I.S. Menshov, Y.V. Khankhasaeva*. The effect of incident flow on a supersonic circumfluence of a blunt object // *Math. Models & Comp. Simul.*, 2017, v. 9, p. 92-100.
 12. *A.L. Afendikov, Ya.V. Khankhasaeva, A.E. Lusky, I.S. Menshov, K.D. Merkulov*. Computation and visualization of flows past bodies in mutual motion // *Scientific Visualization*, 2016, t.8, № 4, с.128-138.
 13. *К.В. Бабарыкин, В.Е. Кузьмина, А.И. Цветков*. Автоколебания при натекании равномерного сверхзвукового потока на тело с выступающей острой иглой // *Аэродинамика*. - СПб.: Издательство СПбГУ, 2001, с. 128-149.
K.V. Babarykin, V.E. Kuz'mina, A.I. Tsvetkov. Avtokolebaniya pri natekanii ravnomernogo sverkhzvukovogo potoka na telo s vystupayushei ostroi igloi. // *Aerodinamika*. SPb.: Izdatel'stvo SPbGU, 2001, p. 128-149.
 14. *I.S. Menshov, M.A. Kornev*. Free-boundary method for the numerical solution of gas-dynamic equations in domains with varying geometry // *Mathematical Models and Computer Simulations*, 2014, v. 6, N 6, p.612-621.
 15. *I.S. Menshov, P.V. Pavlukhin*. Efficient Parallel Shock-Capturing Method for Aerodynamics Simulations on Body-Unfitted Cartesian Grids // *Comp. Math. & Math. Phys.*, 2016, v.56, N 9, p.1651–1664.
 16. *А.Л. Афондииков, А.А. Давыдов, А.Е. Луцкий, И.С. Меньшов, К.Д. Меркулов, А.В. Пленкин, Я.В. Ханхасаева*. Адаптивные вейвлетные алгоритмы для решения задач гидро- и газовой динамики на декартовых сетках. – М.: ИПМ им. М.В.Келдыша, 2016, 232 с.

- A.L. Afendikov, A.A. Davydov, I.S. Menshov, K.D. Merkulov, A.V. Plenkin, Ya.V. Khankhasaeva.* Adaptivnye veivletnye algoritmy dlya resheniya zadach gidro- i gazovoi dinamiki na dekartovykh setkakh. – М.: IPM im. M.V. Keldysha, 2016, 232 s.
17. *A.M. Khokhlov.* Fully threaded tree algorithms for adaptive refinement fluid dynamics simulations // *J. Comput.Phys.*, 1998, v.143, p.519–543.
18. *С.К. Годунов.* Разностный метод численного расчета разрывных решений уравнений гидродинамики // *Мат. сборник*, 1957, 47:3, с. 271–306.
S.K. Godunov. Raznostnyi metod chislenного rascheta razryvnykh uravnenii gidrodinamiki // *Mat. sbornik*, 1957, 47:3, s. 271–306.
19. *С.К. Годунов, А.В. Забродин, М.Я. Иванов, А.Н. Крайко, Г.П. Прокопов.* Численное решение многомерных задач газовой динамики. – М.: Наука, 1976, 400 с.
S.K. Godunov, A.V. Zabrodin, M.Ya. Ivanov, A.N. Kraiko, G.P. Prokopov. Chislennoe reshenie mnogomernykh zadach gazovoi dinamiki. – М.: Nauka, 1976, 400 s.
20. *Chi-Wang Shu.* High Order ENO and WENO Schemes for Computational Fluid Dynamics. High-order methods for computational physics ed. Heidelberg: Springer, 1999, p.438-480.
21. *В.Ф. Тишкин, Е.Е. Пескова, Р.В. Жалнин, В.А. Горюнов.* О построении WENO-схем для гиперболических систем уравнений на неструктурированных сетках // *Известия высших учебных заведений. Приволжский регион. Физ.-мат. науки*, 2014, № 1 (29).
V.F. Tishkin, E.E. Peskova, R.V. Zhalnin, V.A. Goryunov. O postroenii WENO-skhem dlya giperbolicheskikh sistem uravnenii ns nestrukturirovannykh setkakh // *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Privolzhskii region. Fiz.-mat. nauki*, 2014, v.29, № 1.
22. *П.Ю. Георгиевский, В.А. Левин.* Сверхзвуковое обтекание тел при наличии внешних источников тепловыделения // *Письма в ЖТФ*, 1988, т.14, в. 8, с.684-687
P.Yu. Georgievskii, V.A. Levin. Sverkhzvukovoe obtekanie tel pri nalichii vneshnikh istochnikov teplovydeleniia // *Pisma v ZHTF*, 1988, 14:8, p.684–687.
23. *С.В. Гувернюк, К.Г. Савинов.* Отрывные изобарические структуры в сверхзвуковых потоках с локализованной неоднородностью // *Доклады Российской академии наук*. 2007, т. 413, N 2, с. 188–192.
Англ. пер.: *S.V. Guvernuyuk, K.G. Savinov.* Isobaric separation structures in supersonic flows with a localized inhomogeneity // *Doklady Physics*, 2007, 52 (3), p.151-155.
24. *М.Е. Ладонкина, О.А. Неклюдова, В.В. Остапенко, В.Ф. Тишкин.* О точности разрывного метода Галеркина при расчете ударных волн // *ЖВМиМФ*, 2018, 58:8, p.148–156;
Англ. пер.: *M.E. Ladonkina, O.A. Neklyudova, V.V. Ostapenko, et al.* On the accuracy of the discontinuous Galerkin method in calculation of shock waves // *Comp. Math.&Math. Phys.*, 2018, 58:8, p.1344–1353.

Поступила в редакцию 08.04.2019

После доработки 08.04.2019

Принята к публикации 20.05.2019