

УДК 531.3

К ВОПРОСУ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ КОМПЬЮТЕРНОЙ МЕХАНИКИ В ТЕОРИИ ИНЕРЦИАЛЬНЫХ НАВИГАЦИОННЫХ СИСТЕМ

© 2019 г. В. Ф. Журавлёв^{a,*}, Д. М. Климов^a, П. К. Плотников^{b,**}

^a Институт проблем механики им А.Ю. Ишлинского, РАН, Москва, Россия

^b Саратовский государственный технический университет им. Гагарина Ю.А.,
Саратов, Россия

*e-mail: Zhurav@ipmnet.ru

**e-mail plotnikovpk@mail.ru

Поступила в редакцию 14.08.2018 г.

После доработки 14.08.2018 г.

Принята к публикации 01.10.2018 г.

Дано понятие компьютерной механики в инерциальных навигационных системах, приведены примеры. Анализируются уравнения, алгоритмы и свойства бесплатформенной инерциальной навигационной системы маятникового типа, из которых делается вывод о ее аналогии с аналитическими системами. Проводится аналогичное сравнение полуаналитической и бесплатформенной инерциальных навигационных систем, в которых модели маятника Шулера описаны в горизонтной системе координат. Установлена аналогия их свойств. По результатам сравнения аналитической системы, оси платформы которой направлены по осям инерциальной системы координат (ориентация маятника Шулера также описана в инерциальной системе координат), и бесплатформенной инерциальной навигационной системы с аналогичной ориентацией компьютерной модели платформы, а также с алгоритмами их работы, установлена их аналогия. Степень использования компьютерной механики во всех типах бесплатформенных инерциальных навигационных систем намного выше, чем в платформенных. По пропорциям применения принципов компьютерной механики инерциальные навигационные системы можно расположить в такой последовательности: бесплатформенные маятникового, бесплатформенные других типов, полуаналитические, аналитические и геометрические платформенные инерциальные навигационные системы. Их точности зависят от совершенства элементной базы, в первую очередь, чувствительных элементов и бортовых компьютеров, а массогабаритные параметры и стоимость тем лучше, чем меньше объем и масса механической части системы.

Ключевые слова: Компьютерная механика, инерциальная навигация, платформенные системы, бесплатформенные системы, маятник Шулера, осциллятор, системы координат, гироскоп

DOI: 10.1134/S0572329919020132

1. Постановка задачи. К компьютерной механике будем относить теорию механических моделей, которые в природе и технике, относящиеся к инерциальной навигации, не созданы, а которые описываются аналитически и представлены в виде компьютерных программ функционирования, а также их решений. Как в составе действующих систем, так и на стадии математического или полунатурного моделирования. Одной из первых решенных задач компьютерной механики является открытое М. Шулером свойство невозмущаемости физического (математического) маятника к действию

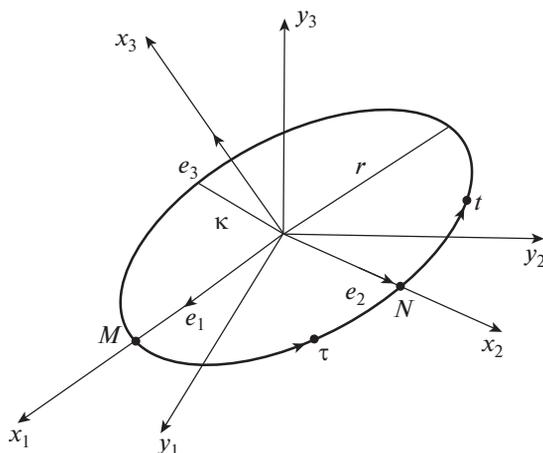
ускорений, точка подвеса которого перемещается по поверхности Земли. Это условие гласит, что плечо маятника должно равняться радиусу Земли, что физически невыполнимо. Еще до этого открытия он разработал физическую модель маятника Шулера в виде гиromаятниковой вертикали, а совместно с Аншютцем – в виде физически (технически) реализованных двухроторных гирокомпасов. Указанные широко применяемые приборы обладают свойством невозмущаемости к действию горизонтальных ускорений подвижного объекта, на котором устанавливаются. Следовательно, они не имеют так называемых баллистических погрешностей.

Развитие науки и техники привело к созданию платформенных инерциальных навигационных систем (ИНС) аналитического (АИНС), полуаналитического (ПИНС) и геометрического (ГИНС) типов, и во всех из них основу составляет та или иная модель маятника с периодом Шулера. При этом в АИНС применена виртуальная, т.е. компьютерная модель маятника Шулера, реализованного в БК, где использовались также и другие компьютерные вычисления. В ПИНС и ГИНС применялись физические гиromаятниковые модели, имеющие период Шулера [1–3].

Позже были созданы бесплатформенные инерциальные навигационные системы (БИНС) [4–8]. В процессе их создания разработаны элементы теории компьютерной механики БИНС, в которой наряду с реальными элементами, например, в виде датчиков первичной информации, были применены виртуальные, компьютерные модели систем с новыми, нереализуемыми на практике механическими принципами. В первую очередь, вместо гиросtabilизированных платформ со сложными электромеханическими системами стабилизации и коррекции применены бортовые компьютеры, алгоритмы и программы работы которых базируются на кинематических дифференциальных уравнениях Эйлера, Пуассона, кватернионных или других, коэффициентами которых являются сигналы трехкомпонентных гироскопических измерителей угловых скоростей (ТГИУС) и трехкомпонентных измерителей кажущихся ускорений (ТИКУ). Их решениями являются кинематические параметры, с помощью которых определяются углы ориентации ПО, а также координаты местоположения его некоторой точки. Появились безгироскопные акселерометрические БИНС, в которых источниками первичной инерциальной информации выступают ТИКУ. Появились БИНС на основе ТГИУС и ТИКУ в качестве датчиков первичной информации, а вторичной – компьютерные модели разных гироскопов с коррекцией от маятников [6]. Принципиально новый тип БИНС предложен и описан в [7, 8] – в этих трудах в качестве датчика первичной информации использован пространственный осциллятор, а в тракте алгоритмов ориентации БК используются конечные соотношения.

Итак, к настоящему времени известны три типа платформенных инерциальных навигационных систем: ПИНС – полуаналитические, АИНС – аналитические, ГИНС – геометрические [1–3], а также три типа БИНС [4–8]: на основе ТГИУС или двухкомпонентных гироскопических измерителей угловых движений в совокупности с трехкомпонентными измерителями кажущихся ускорений (ТИКУ) [1–6], различающиеся между собой алгоритмами функционирования, на основе пространственных осцилляторов [7, 8], на основе акселерометрических (безгироскопных) датчиков [9]. В статье рассматриваются новые БИНС на основе пространственных осцилляторов [7, 8], чувствительным элементам которых аналогов в платформенных ИНС и БИНС нет; ИНС и БИНС на основе гироскопов и акселерометров [1–6]. Акселерометрические безгироскопные БИНС [9] не рассматриваются. Известно, что БИНС дешевле, чем платформенные ИНС; в производстве – не менее, чем на 25%, а в эксплуатации – на 75% [10].

В статье ставится задача: выявить и систематизировать вопросы использования компьютерной механики, в первую очередь, в теории нового класса БИНС [7, 8]. Проанализировать соотношение свойств этого класса БИНС со свойствами ИНС и БИНС, степень использования в них компьютерной механики, их достоинства. Дать



Фиг. 1

сопоставительной анализ теории ПИНС и АИНС с аналогичными им по свойствам БИНС. Выделить в них элементы компьютерной механики и проанализировать их функционирование, соотношение погрешностей, а также достоинства, которые они обеспечивают.

2. БИНС на основе пространственного осциллятора. В [7] описана схема, представлены уравнения движения и алгоритмы управления эллиптической траекторией движения принимаемого за точку осциллятора БИНС МТ, подвешенного на объекте с помощью одинаковых по жесткости пружинок. В [8] наряду с осциллятором стержневого типа предложено использовать также либо сферическое тело, либо сферический гироскоп Эйлера на бесконтактном электростатическом подвесе (ЭСП). В последнем случае чувствительный элемент представляет собой вращательно-осциллирующее тело. Показано, что прибор определяет полную первичную инерциальную информацию. Особенность БИНС МТ состоит в том, что матрица ориентации находится не путем интегрирования уравнений Пуассона, а в виде конечных соотношений по приращениям амплитуд поступательных колебаний тела и, как следствие, компонентов указанной матрицы за короткие промежутки времени. Этот подход изложен ниже. Если предположить вначале, что подвижный объект совершает только вращение вокруг неподвижной точки, то любое свободное движение этого осциллятора представляет собой эллиптическую траекторию, не меняющую свою ориентацию в инерциальной системе координат.

При съеме информации о положении осциллятора в момент его нахождения в максимально удаленной от точки подвеса точке эллипса M , фиг. 1, и в ближайшей к центру точке N и если вычислить векторное произведение соответствующих единичных векторов $e_1 \times e_2 = e_3$, то матрица $A = \|e_1, e_2, e_3\|$, составленная из этих векторов, и является искомой матрицей поворота. С ее помощью переводят подвижную систему отсчета y в инерциальную x . В общем случае ускоренного движения ПО центр рассматриваемого эллипса будет смещаться в сторону, противоположную ускорению, и перед выполнением указанных выше процедур следует выделить из показаний осциллятора $x_u = x + \Delta x$ гармоническую часть x . Оставшаяся медленно изменяющаяся часть информации Δx пропорциональна кажущемуся ускорению и используется далее для по-

строения алгоритмов определения координат местоположения ПО, т.е. навигационных алгоритмов.

Уравнения движения и алгоритмы функционирования БИНС МТ имеют вид [7, 8]:

$$\ddot{x} + x = 0, \quad x = (x_1, x_2, x_3)^T \quad (2.1)$$

$$x = Ay \quad (2.2)$$

$$\ddot{y} + y + 2A^T \dot{A} \dot{y} + A^T \ddot{A} y = 0 \quad (2.3)$$

где A – матрица поворота; x, y – векторы поступательных колебательных составляющих движения осциллятора в инерциальной системе координат и в объектовой системе координат. При этом y – вектор измеренных датчиками переменных. Для обеспечения устойчивости эллиптической траектории в уравнение (2.3) вводится управляющее воздействие, в силу чего оно приобретает вид:

$$\ddot{y} + y = \mu(k - k_0) \tilde{J} y + \varepsilon(1 - y^2 - \dot{y}^2) \dot{y} \quad \tilde{J} = A^T \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \quad (2.4)$$

где k_0, k – начальная и текущая квадратуры; ε, μ – коэффициенты. Уравнение (2.4) рассматривается на интервале, где матрица $A = \text{const}$. Эта матрица определяется в бортовом вычислителе непрерывно с учетом настройки отсчетного генератора на асимптотически устойчивый режим согласно уравнению (2.4). Решение уравнения (2.4) представляется в форме:

$$y = u \cos t + v \sin t \quad (2.5)$$

где угол t определяет мгновенное положение точки на эллипсе фиг. 1; u, v – трехмерные векторы произвольных постоянных. Так как r и k – длины большой и малой полуосей эллипса, имеет место $r = |u|, k = |v|, \tau = 0$, и алгоритм определения матрицы поворота A имеет вид:

$$A = \begin{vmatrix} \frac{u}{|u|} & \frac{v}{|v|} & \frac{u \times v}{|u \times v|} \end{vmatrix} \quad (2.6)$$

Навигационный алгоритм имеет вид (в реальном масштабе)

$$\ddot{I} = a_k + g \quad (2.7)$$

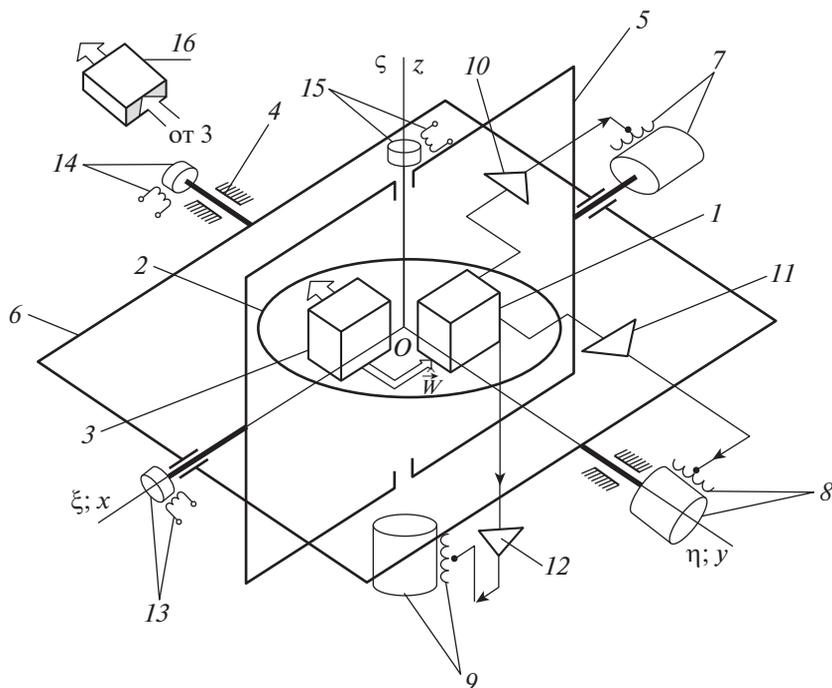
где \ddot{I}, a_k – векторы абсолютного и кажущегося ускорений ПО, g – ускорение силы тяготения. По аналогии с [3, 15] a_k определяется как сила реакции деформации подвеса по алгоритму:

$$a_k = K \frac{\Delta x}{m} \quad (2.8)$$

Здесь k – коэффициент жесткости подвеса, m – масса осциллятора, Δx – медленно изменяющаяся часть деформации подвеса осциллятора. Должны быть учтены начальные координаты и скорости ПО. Пересчет переменных производится по формуле:

$$\Delta x = A \Delta y \quad (2.9)$$

Проанализируем процесс функционирования БИНС МТ. Создание режима осцилляции точки по заданным инерциальным осям аналогично режиму стабилизации платформы трехосного гиростабилизатора, чему соответствуют соотношения для АИНС [3]. Это – принцип классической механики. В БИНС МТ этот режим описывается дифференциальными уравнением и алгоритмами (2.1)–(2.5). Формирование матрицы поворота A , пересчет измеренной информации к осям инерциальной системы координат о соотношения (2.5)–(2.6) – это элементы компьютерной механики, что



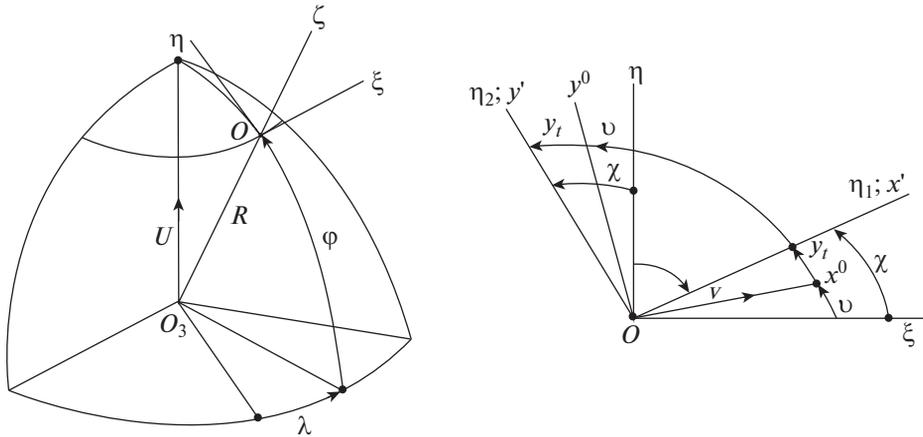
Фиг. 2

отсутствует в АИНС. И, наконец, определение координат местоположения ПО по алгоритмам (2.7)–(2.8) – это принцип компьютерной механики, что имеет место и в АИНС [3]. Нетрудно видеть, что по функционированию БИНС МТ аналогична АИНС: в них физически моделируется не вращающийся в инерциальном пространстве трехгранник, и по его трем осям также физически определяются три компонента кажущегося ускорения. Что касается отличия АИНС от БИНС МТ, то в последней матрица поворота определяется аналитически, на основе измерений параметров эллипса движения осциллирующей точки. Это производится по конечным соотношения (2.6). В БИНС интегрируется система дифференциальных кинематических уравнений Пуассона 9-го порядка (или других параметрах), что сопровождается накоплением погрешностей ориентации. Следует отметить, что в теории данного типа БИНС подлжит более глубокой проработке задача по определению свойств осциллятора при действии возмущающих сил и моментов сил.

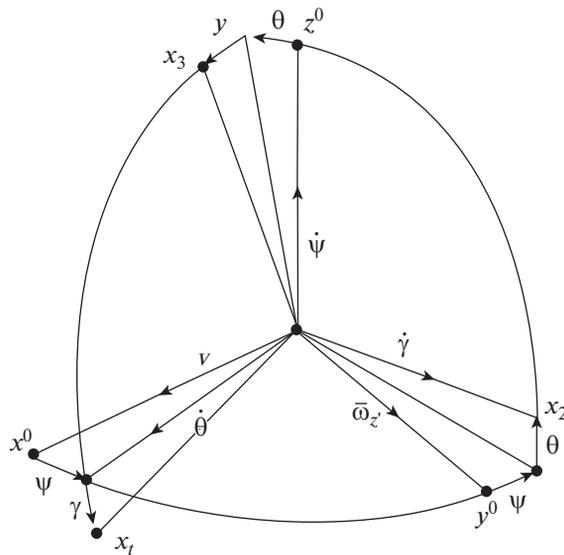
3. Свойства полуаналитической инерциальной навигационной системы и ее бесплатформенного аналога – БИНС. 3.1. Схема ПИНС [1, 13] представлена на фиг. 2.

На фиг. 4 представлены повороты подвижного объекта, с которым связана система координат ox_1, x_2, x_3 , относительно системы координат $oxyz$, связанной с платформой 2, на углы рыскания ψ , тангажа θ и крена γ , измеряемые датчиками углов 13, 14, 15. При этом ось ox_2 – продольная, ox_3 – нормальная, ox_1 – поперечная, направленная на правый борт ПО. На фиг. 5 изображены повороты платформы 2 на углы ошибок стабилизации. Моменты сил коррекции M_i ($i = 1, 2, 3$) в ПИНС определяются выражениями [2]:

$$M_1 = K \int_0^t a_x dt + m_2; \quad M_2 = -K \int_0^t a_y dt - m_1 \quad (3.1)$$



Фиг. 3



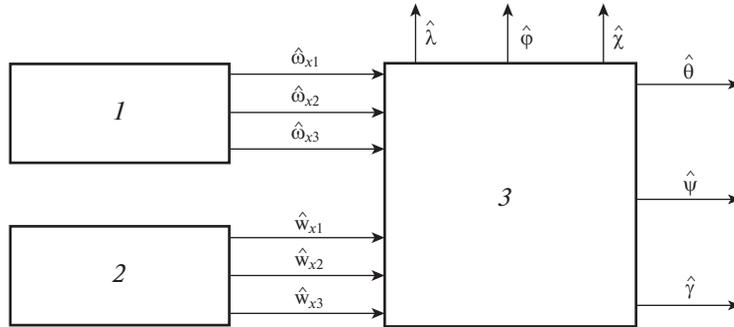
Фиг. 4

На фиг. 5 изображены повороты платформы ПИНС на углы погрешностей. Формулы для определения угловых скоростей платформы 2 – реальные сигналы, соответствующие уравнениям прецессионного движения:

$$\omega_y = \frac{M_1}{H}; \quad \omega = \frac{M_2}{H}; \quad M_3 = \omega_z H = 0 (H \neq 0); \quad \omega_z(t) = 0 \quad (3.2)$$

$$m_1 = KV_y(0); \quad m_2 = KV_x(0) \quad (3.3)$$

где K – коэффициент передачи интегральной коррекции; H – кинетический момент; $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ – угловые скорости трехгранника $oxyz$; $V_x(0), V_y(0)$ – начальные значения



Фиг. 6

Рассмотрим уравнения ошибок стабилизации платформы 2 в системе координат, одна из осей которых направлена по вектору абсолютной скорости ПО [1]

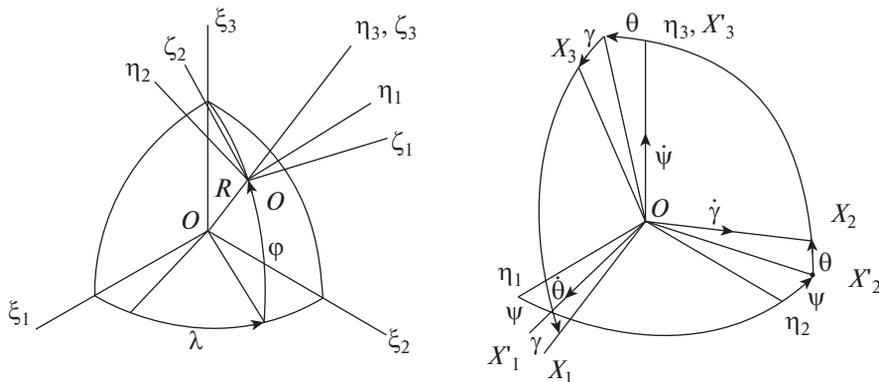
$$\begin{aligned} \frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{J}{R}\alpha &= \frac{V^2}{R^2}(\alpha \sin y_1 + \beta \cos y_1)\sin y_1 \\ \frac{d^2\beta}{dt^2} + \frac{J}{R}\beta &= \frac{V^2}{R^2}(\alpha \sin y_1 + \beta \cos y_1)\cos y_1 \\ \bar{\omega}_{z^0} + \frac{dy_1}{dt} &= \frac{V}{R}(\alpha \cos y_1 - \beta \sin y_1) \\ \bar{\omega}_{z^0} &= (U + \dot{\lambda}) \sin \phi + \dot{\psi} \end{aligned} \tag{3.6}$$

Итак, система ориентации на основе ТГС и маятник Шулера на основе гироскопов и акселерометров – это устройства электромеханики, отражением которых являются формулы (1), (2), а уравнения навигации (5) – это алгоритмы функционирования БК – признак компьютерной механики.

3.2. Схема и свойства БИНС – аналога ПИНС. Функциональная схема БИНС представлена на фиг. 6; базируется (кроме ТГИУС и ТИКУ) на принципах компьютерной механики [8]. На фиг. 6 введены обозначения: 1 – трехкомпонентный гироскопический измеритель угловой скорости; 2 – трехкомпонентный измеритель кажущегося ускорения; 3 – бортовой компьютер.

По решаемым задачам и свойствам аналогична рассмотренной в предыдущем параграфе ПИНС.

В ее состав входят трехкомпонентный гироскопический измеритель угловой скорости (ТГИУС) и трехкомпонентный измеритель кажущегося ускорения (ТИКУ) центра масс подвижного объекта (ПО). Предполагается, что ТГИУС и ТИКУ состоят из установленных на борту ПО датчиков высокой точности, характерной для БИНС. Параметры ориентации ПО определяются в бортовом компьютере (БК) по приведенным ниже алгоритмам в виде оценок углов рыскания $\hat{\psi}$, тангажа $\hat{\theta}$ и крена $\hat{\gamma}$, а также по навигационным параметрам, аналогичным приведенным в предыдущем параграфе. В данном параграфе сохранены обозначения переменных и констант, принятые в статье [11]. Вводятся в рассмотрение следующие правые ортогональные системы координат (фиг. 7): ξ – инерциальная; η – азимутально-свободная горизонтная [1, 2], ось O_{η_2} которой направлена по вертикали места, а оси O_{η_1} и O_{η_3} лежат в плоскости горизонта; X – система координат, связанная с ПО, причем ось OX_1 – продольная, OX_2 – нормальная, OX_3 – поперечная, направленная на правый борт. Точку O совмещаем с центром



Фиг. 7

масс ПО; X – система координат, поворачивающаяся относительно η на угол рыскания; ξ – географическая сопровождающая система координат; ψ , η , γ – углы рыскания, тангажа и крена; Ψ – угол курса (не показан).

Здесь λ , φ – углы географических долготы и широты места; R – радиус Земли, принятой за сферу; Oz – центр Земли; $\omega_{\eta i}$, $W_{\eta i}$ ($i = 1, 2, 3$) компоненты переносной угловой скорости системы координат η и кажущегося ускорения точки O по ее осям; ω_{xi} , W_{xi} ($i = 1, 2, 3$) – компоненты переносной угловой скорости ПО и кажущегося ускорения точки O по осям OX_i ($i = 1, 2, 3$) соответственно – сигналы реальных ТГИУС и ТИКУ. Переносные угловые скорости трехгранника η в проекциях на его оси определяются по формулам:

$$\bar{\omega}_{\eta 1} = -\frac{V_{\eta 2}}{R}; \quad \bar{\omega}_{\eta 2} = \frac{V_{\eta 1}}{R}; \quad \bar{\omega}_{\eta 3} = 0$$

Здесь $V_{\eta 1}$, $V_{\eta 2}$ – компоненты абсолютной скорости точки O ПО.

Рассмотрим алгоритмы блока ориентации

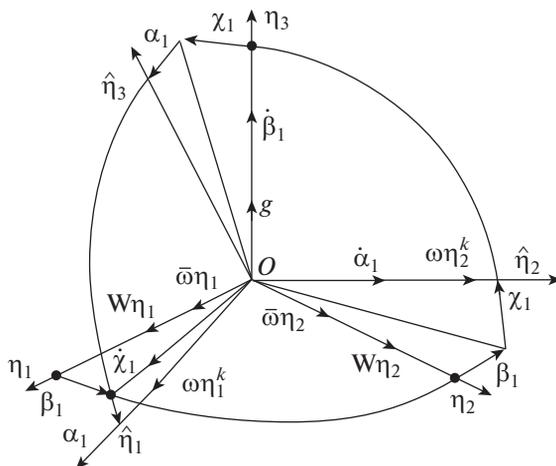
$$\begin{aligned} \hat{\theta} &= (\hat{\omega}_{\eta 2} + \hat{\omega}_{\eta 2}^k) \sin \hat{\psi} + (\hat{\omega}_{\eta 1} + \hat{\omega}_{\eta 1}^k) \cos \hat{\psi} \\ \hat{\gamma} &= [(\hat{\omega}_{\eta 2} + \hat{\omega}_{\eta 2}^k) \cos \hat{\psi} - (\hat{\omega}_{\eta 1} + \hat{\omega}_{\eta 1}^k) \sin \hat{\psi}] \cos^{-1} \hat{\theta} \\ \hat{\psi} &= -[(\hat{\omega}_{\eta 2} + \hat{\omega}_{\eta 2}^k) \cos \hat{\psi} - (\hat{\omega}_{\eta 1} + \hat{\omega}_{\eta 1}^k) \sin \hat{\psi}] \operatorname{tg} \hat{\theta} + \hat{\omega}_{\eta 3} \end{aligned} \quad (3.7)$$

$$\hat{\omega}_{\eta 2}^k = -k_{\gamma} \frac{\hat{W}_{\eta 1}}{g} - \frac{k_{\gamma}^1}{g} \int_{t_0}^t \hat{W}_{\eta 1} d\tau + \hat{\omega}_{\eta 2}^k(t_0) \quad (3.8)$$

$$\hat{\omega}_{\eta 1}^k = k_{\theta} \frac{\hat{W}_{\eta 2}}{g} + \frac{k_{\theta}^1}{g} \int_{t_0}^t \hat{W}_{\eta 2} d\tau + \hat{\omega}_{\eta 1}^k(t_0) \quad (3.9)$$

$$\begin{aligned} [\hat{W}_{\eta 1} \hat{W}_{\eta 2} \hat{W}_{\eta 3}]^T &= \hat{A}^T [\hat{W}_{x1} \hat{W}_{x2} \hat{W}_{x3}]^T \\ [[\hat{\omega}_{\eta 1} \hat{\omega}_{\eta 2} \hat{\omega}_{\eta 3}]^T &= \hat{A}^T [\hat{\omega}_{x1} \hat{\omega}_{x2} \hat{\omega}_{x3}]^T \end{aligned} \quad (3.10)$$

Отметим, что БК по алгоритмам (3.7)–(3.9) для БИСО моделирует работу горизонтальной свободной в азимуте платформы, аналогичной платформе гиросtabilизатора ПИНС. Навигационный алгоритм имеет такой же вид, что и (3.4) с заменой в угловых скоростях индексов xi на индексы ηi ($i = 1, 2, 3$).



Фиг. 8

Ниже дан анализ уравнений ошибок БИСО. На фиг. 8 представлена схема поворотов моделируемой в БК горизонтальной системы координат на углы ошибок. После выкладок получаем следующие уравнения ошибок БИСО относительно трехгранника \$\eta\$ А.Ю. Ишлинского, не вращающегося по азимуту (для установившегося режима, когда члены позиционной коррекции отключены и выполнены условия Шулера):

$$\begin{aligned}
 & -\dot{\alpha}_1 - \frac{K_\gamma}{g} W_{\eta_3} \alpha_1 - \frac{K_\gamma^I}{g} W_{\eta_3} \int_{t_0}^t \alpha_1 d\tau = \\
 & = \bar{\omega}_{\eta_2} - \frac{K_\gamma}{g} (W_{\eta_1} + W_{\eta_2} \beta_1) - \frac{K_\gamma^I}{g} \int_{t_0}^t (W_{\eta_1} + W_{\eta_2} \beta_1) d\tau + \omega_{\eta_2}^k(t_0) \\
 & -\dot{\chi}_1 - \frac{K_\theta}{g} W_{\eta_3} \chi_1 - \frac{K_\theta^I}{g} W_{\eta_3} \int_{t_0}^t \chi_1 d\tau = \bar{\omega}_{\eta_1} + \frac{K_\theta^I}{g} (W_{\eta_2} - W_{\eta_1} \beta_1) + \\
 & + \frac{K_\theta^I}{g} \int_{t_0}^t (W_{\eta_2} + W_{\eta_1} \beta_1) d\tau + \omega_{\eta_2}^k(t_0) \\
 & \dot{\beta}_1 = 0
 \end{aligned} \tag{3.11}$$

Данный случай можно с геометрической точки зрения сопоставить с размещением БИСО на горизонтальной площадке, т.е. уравнениям движения платформы 2 гиросtabilизатора ПИНС. В [11], как и в [1, 2] для ПИНС, учтены абсолютные погрешности ТГИУС и ТИКУ, и уравнения (3.12) аналогичны уравнениям (3.1)–(3.3) движения платформы ПИНС с учетом раскрытия в них выражений для угловых скоростей.

Следует отметить, что в БИНС имеет место принцип компьютерной механики. Показано также, что для БИНС по фиг. 6 уравнения ошибок в системе координат, одна из горизонтальных осей которой совпадает с вектором скорости ПО, с точностью до обозначений совпадают с уравнениями (3.6) для ПИНС, свидетельствуя об общности свойств ПИНС и БИНС. Рассмотрим уравнения ошибок в системе координат, одна из горизонтальных осей которой совпадает с вектором скорости. Выведем уравнения ошибок для углов \$\alpha_2, \beta_2, \gamma_2\$ для БИНС (вместо углов \$\alpha, \beta, \gamma\$ для фиг. 5 для ПИНС) в го-

Выражения для ускорений точки О ПО:

$$\begin{aligned} a_{\eta 1} &= \dot{V} \cos \gamma_2 + \left(g - \frac{V^2}{R} \right) \beta_2 \\ a_{\eta 2} &= -\dot{V} \cos \gamma_2 + \left(g - \frac{V^2}{R} \right) \alpha_2 \end{aligned} \quad (3.15)$$

После этого уравнениям придаем форму:

$$\begin{aligned} \ddot{\alpha}_2 + \left(\frac{g}{R} \right) \alpha_2 &= (V^2/R)(\alpha_2 \sin \gamma_2 + \beta_2 \cos \gamma_2) \sin \gamma_2 \\ \ddot{\beta}_2 + \left(\frac{g}{R} \right) \beta_2 &= (V^2/R^2)(\alpha_2 \sin \gamma_2 + \beta_2 \cos \gamma_2) \cos \gamma_2 \end{aligned} \quad (3.16)$$

С точностью до обозначений данные дифференциальные уравнения ошибок “платформы” БИНС совпадают с аналогичными уравнениями (3.6) платформы 2 ПИНС. Это свидетельствует об аналогии свойств ПИНС и БИНС.

4. Сопоставление свойств АИНС и БИНС. 4.1. Аналитическая инерциальная навигационная система. Схема размещения на платформе трехосного гиросtabilизатора АИНС, оси которой направлены по осям инерциальной системы координат и на которой размещены тройка двухстепенных гироскопов и тройка акселерометров, представлена на фиг. 10 [3] (реальные приборы и платформа). Полная кинематическая схема АИНС почти такая же как ПИНС на фиг. 1, но в ней отсутствуют связи коррекции от акселерометров к гироскопам. На фиг. 10 представлены кинематика платформы и структурная схема БК по введению поправочных гравитационных ускорений в сигналы акселерометров, а также вычисления скоростей и координат ПО с помощью трех сумматоров и двух интеграторов в каждом канале. Трехосный гиросtabilизатор с ТИКУ есть физико-техническая реализация АИНС. Его уравнения по [3]:

$$\omega_{\xi a} = \omega_{\eta a} = \omega_{\zeta a} = 0 \quad (4.1)$$

– угловые скорости реальной платформы. Блок БК по схеме фиг. 10 – это компьютерная модель маятника Шулера и счисления скоростей и координат ПО.

Алгоритмы функционирования БК АИНС имеют вид:

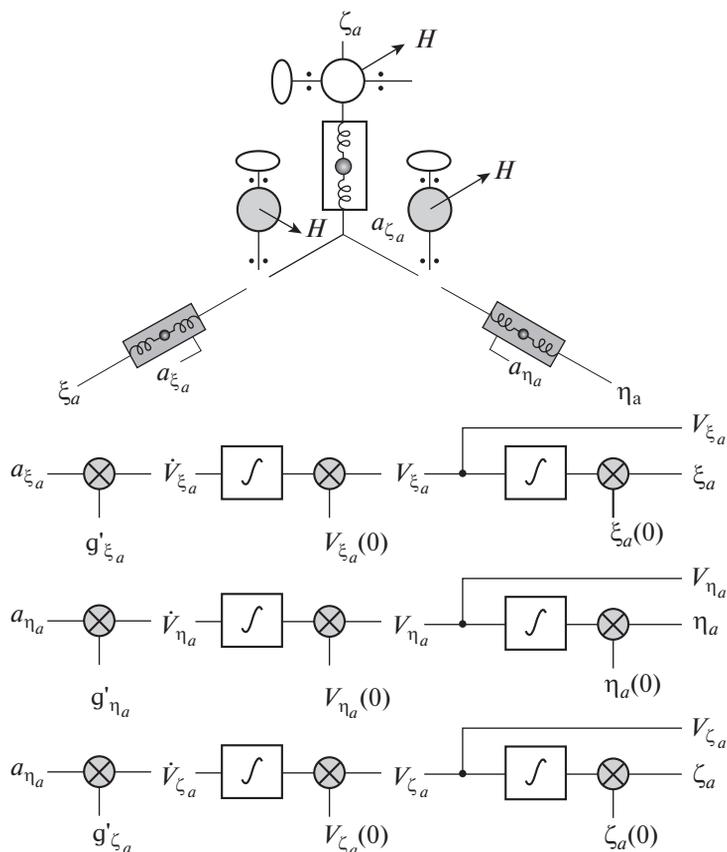
$$\begin{aligned} \ddot{\xi}_a &= a_{\xi a} + g'_{\xi a}, \quad \ddot{\eta}_a = a_{\eta a} + g'_{\eta a}, \quad \ddot{\zeta}_a = a_{\zeta a} + g'_{\zeta a} \\ g'_{\xi a} &= -g' \frac{\xi_a}{R} + 3\mu g' \frac{\xi_a^2 \xi_a}{R^3} \end{aligned} \quad (4.2)$$

$$\begin{aligned} g'_{\eta a} &= -g' \frac{\eta_a}{R} + 3\mu g' \frac{\xi_a^2 \xi_a}{R^3} \\ g'_{\zeta a} &= -g' \frac{\zeta_a}{R} + 3\mu g' \frac{\xi_a^2 \xi_a}{R^3} \end{aligned} \quad (4.3)$$

$$R = (\xi_a^2 + \eta_a^2 + \zeta_a^2)^{1/2}, \quad g' = \frac{g'_{03} a^2}{R^2} \left(1 - \beta_1' \frac{\xi_a^2}{R^2} \right)$$

$$\cos \lambda_a = \frac{\xi_a}{\sqrt{\xi_a^2 + \eta_a^2}}, \quad \operatorname{tg} \lambda_a = \frac{\eta_a}{\xi_a}, \quad \operatorname{tg} \varphi = (1 + 2\alpha) \frac{\xi_a}{\sqrt{\xi_a^2 + \eta_a^2}} \quad (4.4)$$

$$\lambda = \lambda_a - Ut$$



Фиг. 10

Уравнения ошибок АИНС имеют вид:

$$\Delta C_\alpha = \hat{C}_\alpha - C_\alpha$$

$$\Delta \ddot{\xi}_a + v'^2 \Delta \dot{\xi}_a - 3v'^2 \frac{\xi_a}{R^2} (\xi_a \Delta \xi_a + \eta_a \Delta \eta_a + \zeta_a \Delta \zeta_a) = \delta \Delta \ddot{\xi}_a \quad (4.5)$$

$$\Delta \ddot{\eta}_a + v'^2 \Delta \dot{\eta}_a - 3v'^2 \frac{\eta_a}{R^2} (\xi_a \Delta \xi_a + \eta_a \Delta \eta_a + \zeta_a \Delta \zeta_a) = \delta \Delta \ddot{\eta}_a$$

$$\Delta \ddot{\zeta}_a + v'^2 \Delta \dot{\zeta}_a - 3v'^2 \frac{\zeta_a}{R^2} (\xi_a \Delta \xi_a + \eta_a \Delta \eta_a + \zeta_a \Delta \zeta_a) = \delta \Delta \ddot{\zeta}_a \quad (4.6)$$

$$R = R_0 + h, \quad R_0 = 6372 \text{ км}, \quad v'^2 = \frac{g'}{R}$$

4.2. БИНС – аналог АИНС. В рассматриваемом случае ориентация трехгранника XYZ определяется по проекциям его абсолютной угловой скорости ω_x , ω_y , ω_z на оси X, Y, Z, которые измеряются тремя гироскопическими датчиками абсолютной угловой скорости, $\omega_x = \omega_x(t)$; $\omega_y = \omega_y(t)$; $\omega_z = \omega_z(t)$ – сигналы реального ТГИУС.

Алгоритмы функционирования БИНС – аналога АИНС

$$\dot{C}_\alpha = C_\alpha \bar{\omega} \quad \bar{\omega} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix} \quad C_\alpha = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

$$\begin{aligned} [\alpha_{\xi a} \quad \alpha_{\eta a} \quad \alpha_{\zeta a}]^T &= C_\alpha^T [\alpha_x \quad \alpha_y \quad \alpha_z]^T \\ \ddot{\xi}_a &= a_{\xi a} + g'_{\zeta a}, \quad \ddot{\eta}_a = a_{\eta a} + g'_{\eta a}, \quad \ddot{\zeta}_a = a_{\zeta a} + g'_{\zeta a} \\ g'_{\zeta a} &= -g' \frac{\xi_a}{R} + 3\mu g' \frac{\xi_a^2 \zeta_a}{R^3} \\ g'_{\eta a} &= -g' \frac{\eta_a}{R} + 3\mu g' \frac{\xi_a^2 \eta_a}{R^3} \\ g'_{\zeta a} &= -g' \frac{\zeta_a}{R} + 3\mu g' \frac{\xi_a^2 \zeta_a}{R^3} \end{aligned} \quad (4.8)$$

$$\begin{aligned} R &= (\xi_a^2 + \eta_a^2 + \zeta_a^2)^{1/2}, \quad g' = \frac{g_{O_3 a}^2}{R^2} \left(1 - \beta_1' \frac{\xi_a^2}{R^2} \right) \\ \cos \lambda_a &= \frac{\xi_a}{\sqrt{\xi_a^2 + \eta_a^2}}, \quad \operatorname{tg} \lambda_a = \frac{\eta_a}{\xi_a}, \quad \operatorname{tg} \varphi = (1 + 2\alpha) \frac{\xi_a}{\sqrt{\xi_a^2 + \eta_a^2}} \end{aligned}$$

Уравнения ошибок ориентации БИНС

$$\Delta \dot{C}_\alpha = \Delta C \bar{\omega} + C_\alpha \delta \omega_k \quad (4.9)$$

Уравнения по координатам поступательных движений совпадают с (4.6). Кроме уравнений (4.1)–(4.2) физической платформы АИНС, остальные алгоритмы и уравнения ошибок АИНС и БИНС совпадают, что подтверждает аналогию свойств этих систем. Сопоставление свойств АИНС и БИНС, произведенное по [3], показало, что, кроме уравнений физической платформы АИНС, оси которой ориентированы по осям инерциальной системы координат, или моделируемой в БК БИНС аналогичной платформы, остальные алгоритмы и уравнения ошибок АИНС и БИНС совпадают, что подтверждает аналогию свойств этих систем.

Заключение. 1. Выдвинуто положение о компьютерной механике в ИНС, подтвержденное примерами.

2. По степени использования принципов компьютерной механики ИНС можно расположить в такой последовательности: БИНС МТ, БИНС, ПИНС, АИНС, ГИНС.

3. В бесплатформенных системах наименее сложные алгоритмы присущи БИНС МТ, а также БИНС на основе трехстепенных гироскопов (электростатических и других). Это объясняется тем, что в них отсутствует процедура интегрирования дифференциальных кинематических уравнений – матрица поворота определяется по конечным соотношениям. Поэтому отсутствуют погрешности из-за расходимости их решений.

4. Компьютерная механика обеспечивает возможность моделирования в БК БИНС инерциальной системы координат, а также маятника Шулера; обеспечивает моделирование функций трехосных гиростабилизаторов по кинематическим уравнениям Эйлера (по кватернионным, по уравнениям Пуассона), а также на основе второго закона Ньютона – по сигналам гироскопов и акселерометров. При этом, для горизонтально ориентированных платформ ИНС дифференциальные уравнения маятника Шулера – это системы по два уравнения второго порядка – (3.6) для ПИНС, (3.11) и (3.16) для БИНС, а при ориентированных в инерциальных системах координат – это системы по три уравнения второго порядка – (4.6) как для АИНС, так и для БИНС.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ишлинский А.Ю.* Механика гироскопических систем. М.: Изд-во АН СССР, 1963. 483 с.
2. *Климов Д.М.* Инерциальная навигация на море. М.: Наука. 1984. 117 с.
3. *Бромберг П.Б.* Теория инерциальных систем навигации. М.: ФМ. 1979. 295 с.
4. *Бранец В.Н., Шмыглевский И.П.* Введение в теорию бесплатформенных инерциальных навигационных систем. М.: Наука. 1992. 278 с.
5. *Анучин О.Н., Емельянцева Г.И.* Интегрированные системы ориентации и навигации для морских подвижных объектов. СПб.: ЦНИИ “Электроприбор”, 1999. 355 с.
6. *Челноков Ю.Н.* Определение местоположения и ориентации подвижных объектов по показаниям чувствительных элементов БИНС посредством решения на бортовом вычислителе кватернионных уравнений движения гироскопических систем // Изв. АН СССР. МТТ. 1991. № 4. С. 3–12.
7. *Журавлев В.Ф.* Бесплатформенная инерциальная система минимальной размерности // Изв. РАН. МТТ. 2005. № 5. С. 5–10.
8. *Журавлев В.Ф.* Бесплатформенная инерциальная навигационная система маятникового типа // Изв. РАН. МТТ. 2014. № 1. С. 6–17.
9. *Селезнев В.П.* Навигационные устройства. М.: Машиностроение. 1974. 600 с.
10. *Пешехонов В.Г.* Гироскопы начала 21 века // Гироскопия и навигация. 2003. № 4. С. 5–18.
11. *Плотников П.К.* Элементы теории работы одной разновидности бесплатформенных инерциальных систем ориентации // Гироскопия и навигация. 1999. № 3. С. 23–34.
12. *Плотников П.К.* Построение и анализ кватернионных дифференциальных уравнений задачи определения ориентации твердого тела с помощью бесплатформенной инерциальной навигационной системы // Изв. РАН МТТ. 1999. № 2. С. 3–14.
13. *Плотников П.К.* и др. Сопоставительный анализ свойств полуаналитической инерциальной навигационной системы и ее бесплатформенного аналога // Аэрокосмическое приборостроение. 2005. № 3. С. 17–23.
14. *Назаров Б.И.* Гироскопические устройства. М.: Министерство обороны СССР. 1970. 375 с.
15. *Андреев В.Д.* Теория инерциальной навигации. Автономные системы. М.: ФМ. 1966. 580 с.