

УДК 531.391:521.93

МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ ЗЕМНОГО ПОЛЮСА С УЧЕТОМ ЛУННО-СОЛНЕЧНЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ

© 2019 г. В. В. Перепёлкин

*Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет),
Москва, Россия*

e-mail: vadimkin1@yandex.ru

Поступила в редакцию 15.01.2018 г.

После доработки 15.01.2018 г.

Принята к публикации 29.01.2018 г.

В рамках небесномеханического подхода разрабатывается долгопериодическая модель прогноза движения полюса, учитывающая возмущения от Солнца и Луны с периодами год и 18.61 лет соответственно. В уточненной модели учтены динамические эффекты пространственного движения системы Земля–Луна в колебательном процессе земного полюса. С помощью численно-аналитического моделирования рассматриваются возможности идентификации параметров колебания полюса Земли и приближения разработанной уточненной модели к реальным траекторным измерениям. Приведены оценки точности прогноза движения полюса с учетом дополнительных слагаемых, вызванных лунным возмущением.

Ключевые слова: колебания полюса Земли, вращение Земли, прецессия лунной орбиты, гравитационно-приливное возмущение, прогноз параметров вращения Земли

DOI: 10.1134/S0572329919030127

1. Возмущенное движение земного полюса на частоте прецессии орбиты Луны. Фундаментальная астрометрическая задача построения прогноза колебательного движения земного полюса связана с разработкой высокоточной динамической модели вращательно-колебательного движения Земли и идентификацией ее параметров на основе данных Международной службы вращения Земли (МСВЗ) [1]. Надежный прогноз весьма важен для решения задач навигации космических аппаратов и при исследовании ряда астрометрических, геодинамических и геофизических проблем. Представляет научный и практический интерес разработка модели прогноза движения земного полюса как в автономном, так и в адаптивном режимах.

Известно [1–4], что в каждый момент времени движение относительно центра масс трехосной Земли с переменным тензором инерции представляет собой мгновенный поворот вокруг некоторой оси под действием возмущающих гироскопических, гравитационных и приливных моментов сил. Этот вектор наклонен под различными переменными углами как к оси фигуры Земли, так и к вектору кинетического момента, модели которых строятся независимо и описывают движение земного полюса в системе ITRS и небесного полюса в небесной системе GCRS (Geocentric Celestial Reference System) соответственно. Последняя представляет собой Кенигову систему координат, полученную параллельным переносом небесной системы ICRS (International Celestial Reference System), которую в пределах доступной точности измерений можно считать инерциальной системой. Движение небесного полюса представляет собой прецессию

и нутацию оси вращения Земли, теория которых хорошо разработана и содержится в рекомендациях Международного астрономического Союза [1].

Ориентацию связанной с Землей системы координат ITRS относительно небесной системы GCRS удобно представить в канонических переменных Андуайе, которые обозначим L, G, G_{ξ_3} для моментов импульсов и $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ для угловых переменных. Переход от связанной системы к небесной осуществляется путем пяти последовательных поворотов на углы $\varphi_1, \delta_2, \varphi_2, \delta_1, \varphi_3$, где углы δ_1, δ_2 определяются соотношениями

$$\cos \delta_1 = \frac{G_{\xi_3}}{G}, \quad \cos \delta_2 = \frac{L}{G} \quad (1.1)$$

Динамика возмущенного движения земного полюса обусловлена, в частности, изменением угла δ_2 , который определяет изменение амплитуды колебаний.

Функционал Рауса R движения Земли относительно центра масс в рассматриваемых переменных имеет вид

$$R = R_0 - \frac{L\sqrt{G^2 - L^2}}{C} \left(\frac{J_{pr} \sin \varphi_1}{A} + \frac{J_{qr} \cos \varphi_1}{B} \right) \left(1 - \frac{\delta C}{C} \right) \quad (1.2)$$

Здесь A, B, C – главные центральные моменты инерции “замороженной” фигуры Земли с учетом экваториального выступа; δC – малые вариации осевого момента инерции; величины J_{pr}, J_{qr} – центробежные моменты инерции, содержащие наблюдаемые возмущения с годичной и близкой к чандлеровской частотам.

Приливной потенциал U_{M2} , приводящий к вариациям тензора инерции Земли, выражается суммой гармонических слагаемых с комбинационными частотами [1, 3]:

$$\begin{aligned} U_{M2} = & -\frac{1}{4} \kappa g \frac{r^2}{R_E} (1 - 3 \cos^2 \theta) \sum_i^{n_0} A_i \cos(\nu_i t + \psi_i^0) - \\ & - \frac{1}{2} \kappa g \frac{r^2}{R_E} \sin 2\theta \sum_i^{n_1} B_i \cos(\nu_i t + \nu_\varphi t + \psi_i^1) - \\ & - \frac{1}{2} \kappa g \frac{r^2}{R_E} \sin^2 \theta \sum_i^{n_2} C_i \cos(\nu_i t + 2\nu_\varphi t + \psi_i^2) \\ \kappa = & \frac{3 m_M}{2 m_E} \left(\frac{R_E}{R_{EM}} \right)^3 = 0.843 \cdot 10^{-7}, \quad 0 \leq r < R_E \end{aligned} \quad (1.3)$$

Здесь t – гринвичское среднее солнечное время. Величины $\nu_i = a_i \dot{l}_M + b_i \dot{l}_S + c_i \dot{p}_M + d_i \dot{p}_S + e_i \dot{\Omega}_M$ суть линейные комбинации с целочисленными коэффициентами производных угловых параметров $l_{M,S}, p_{M,S}, \Omega_M$. Параметры l_M и l_S суть средние долготы Луны и Солнца соответственно с периодами 27.55 и 365.25 звездных суток. Величина p_M есть средняя долгота перигея Луны, изменяющаяся с периодом 8.85 года, а p_S – средняя долгота перигея Солнца, изменяющаяся с периодом 25700 лет. Параметр Ω_M определяет долготу восходящего узла Луны: он изменяется с периодом 18.61 года.

Фигура Земли вследствие возмущения приливного потенциала создает дополнительный возмущающий потенциал $\delta W(t)$, зависящий от времени. Наибольшим по величине слагаемым из разложения потенциала δW является возмущение от второй гармоники δW_2 :

$$\delta W_2 = \frac{f m_E R_E^2}{r^3} \Delta Y_2(\theta, \varphi) \quad (1.4)$$

Изменение сферической функции в (1.4) $\Delta Y_2(\theta, \varphi)$ выражается через коэффициенты второго порядка разложения геопотенциала:

$$\begin{aligned} \Delta Y_2(\theta, \varphi) = & \delta c_{20} P_{20}(\cos \theta) + [\delta c_{21} \cos \varphi + \delta s_{21} \sin \varphi] P_{21}(\cos \theta) + \\ & + [\delta c_{22} \cos 2\varphi + \delta s_{22} \sin 2\varphi] P_{22}(\cos \theta) \end{aligned} \quad (1.5)$$

Вариации коэффициентов геопотенциала получаются из (1.3) и имеют вид:

$$\begin{aligned} \delta c_{20} &= \kappa \sum_{j=1}^{n_0} a_{0j} \cos \Theta_{0j}, & \delta c_{21} &= \kappa \sum_{j=1}^{n_1} a_{1j} \cos \Theta_{1j} \\ \delta s_{21} &= \kappa \sum_{j=1}^{n_1} a_{1j} \sin \Theta_{1j}, & \delta c_{22} &= \kappa \sum_{j=1}^{n_2} a_{2j} \cos \Theta_{2j} \\ \delta s_{22} &= \kappa \sum_{j=1}^{n_2} a_{2j} \sin \Theta_{2j} \\ \kappa &= \chi h g \left(\frac{R_E}{R_{EM}} \right)^3 \frac{R_E^2 m_M}{f m_E} \end{aligned} \quad (1.6)$$

Θ_{ij} – линейные комбинации углов $\tau_0, l_{M,S}, p_{M,S}, \Omega_M$. Величина $\tau_0 = t - l_M - l_S$ есть гринвичское среднее лунное время; h – отношение вертикального приливного смещения земной поверхности к смещению эквипотенциальной поверхности приливообразующего потенциала; коэффициент χ имеет значение 1 для однородной модели Земли и 0.843 для реальной Земли.

Вариации коэффициентов второй зональной гармоники геопотенциала могут быть выражены через вариации компонентов тензора инерции

$$\delta J = \begin{pmatrix} \delta A & \delta J_{pq} & \delta J_{pr} \\ \delta J_{pq} & \delta B & \delta J_{qr} \\ \delta J_{pr} & \delta J_{qr} & \delta C \end{pmatrix} \quad (1.7)$$

следующим образом:

$$\begin{aligned} \delta c_{20} &= \frac{\delta A + \delta B - 2\delta C}{2m_E R_E^2}, & \delta c_{21} &= \frac{\delta J_{pr}}{m_E R_E^2}, & \delta s_{21} &= \frac{\delta J_{qr}}{m_E R_E^2} \\ \delta c_{22} &= \frac{\delta B - \delta A}{4m_E R_E^2}, & \delta s_{22} &= \frac{\delta J_{pq}}{2m_E R_E^2} \end{aligned} \quad (1.8)$$

2. Уравнения возмущенного движения земного полюса. Для описания вариаций элементов тензора инерции и коэффициентов геопотенциала удобно принять следующие обозначения в разложении тензора инерции δJ_{ij} :

$$\delta J_{ij} = \delta J_{ij}^{(t)} + \delta J_{ij}^{(\varphi)} + \delta J_{ij}^{(2\varphi)}$$

$\delta J_{ij}^{(t)}$ – внутригодовые и межгодовые вариации; $\delta J_{ij}^{(\varphi)}, \delta J_{ij}^{(2\varphi)}$ – суточные и полусуточные вариации.

Внутрисуточные вариации $\delta J_{ij}^{(\varphi)}, \delta J_{ij}^{(2\varphi)}$ содержат составляющие колебаний с комбинационными частотами ν_i пространственного варианта задачи деформируемая Земля–Луна в поле притяжения Солнца.

В рамках статической теории приливов Земли [2] для вариаций осевых моментов инерции выполняются приближенные равенства:

$$\delta A + \delta B \cong \delta A^t + \delta B^t \cong k \delta C$$

Здесь k – коэффициент пропорциональности. Наличие же в океане приливов с измененными фазами основных гармоник приливного потенциала приводит к появлению дополнительных слагаемых в δC с суточными и полусуточными периодами:

$$\delta C = \frac{2m_E R_E^2}{(k-2)} \delta c_{20}^t + \delta C^\Phi + \delta C^{2\Phi} \quad (2.1)$$

Наибольшим по амплитуде слагаемым, содержащимся в (2.1), оказывается гармоника с периодом 18.61 лет.

Согласно [4, 5] модель движения полюса Земли можно описать упрощенными дифференциальными уравнениями, полученными из классических динамических уравнений Эйлера-Лиувилля

$$\dot{x}_p - N_x y_p + \sigma_x x_p = \mu_x, \quad \dot{y}_p + N_y x_p + \sigma_y y_p = \mu_y \quad (2.2)$$

Здесь x_p, y_p – координаты движения полюса Земли в связанной системе, $\sigma_{x,y} = \sigma$ – коэффициент суммарной диссипации, $N_{x,y} = N$ – чандлеровская частота ($N_{x,y} \approx 0.84-0.85$ циклов в год), $\mu_{x,y}$ определяют возмущающие моменты сил в колебательном процессе земного полюса.

Математическая модель колебаний полюса Земли содержит две основные составляющие – чандлеровское колебание с периодом около 433 зв. сут. и амплитудой, достигающей $0.2''-0.25''$, и годовое колебание с периодом, приблизительно равным одному году, и амплитудой $0.07''-0.08''$. Координаты полюса (x_p, y_p), согласно данной модели, описываются выражениями

$$\begin{aligned} x_p &= c_x(\tau) - a_x^c \cos 2\pi N\tau + a_x^s \sin 2\pi N\tau - N d_x^c \cos 2\pi\tau - d_x^s \sin 2\pi\tau \\ y_p &= c_y(\tau) + a_y^c \cos 2\pi N\tau + a_y^s \sin 2\pi N\tau - N d_y^c \cos 2\pi\tau + d_y^s \sin 2\pi\tau \end{aligned} \quad (2.3)$$

$$N \cong 0.84 - 0.85$$

Здесь τ – время, измеряемое стандартными годами; N – чандлеровская частота (выбирается на основе спектрального анализа длительного ряда наблюдений); величины $c_x(\tau), c_y(\tau)$ представляют собой координаты точки среднего полюса. Оптимальные значения коэффициентов модели (1.2) находятся с помощью метода наименьших квадратов на основе статистической обработки астрометрических данных высокоточных измерений угловых параметров движения Земли. При этом выполняются приближенные равенства

$$a_x^{c,s} \approx a_y^{s,c}, \quad d_x^{c,s} \approx d_y^{s,c}$$

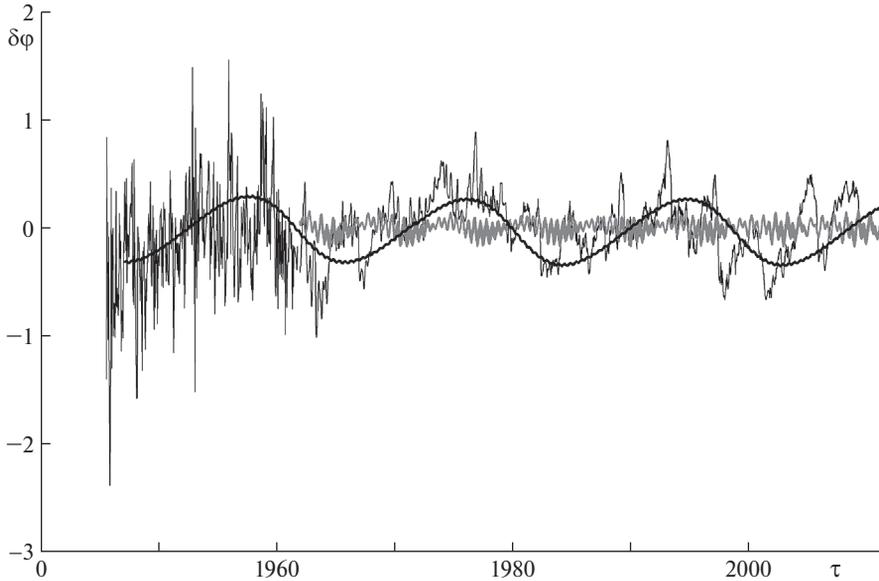
отражающие структурные свойства модели.

Можно показать, что с помощью преобразования [6]

$$\begin{pmatrix} \xi_p \\ \eta_p \end{pmatrix} = \Pi(2\pi\nu_T\tau + \beta) \left[\Pi(2\pi N\tau + \alpha) \begin{pmatrix} x_p - c_x \\ y_p - c_y \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} a_0 \\ 0 \end{pmatrix} \right] \quad (2.4)$$

удается проиллюстрировать синхронные колебание полюса Земли и прецессионное движение лунной орбиты. В (2.4) введены обозначения: α, β – постоянные фазы, зависящие от начального отсчета времени; a_0 – среднее значение амплитуды колебаний полюса; c_x, c_y – величины, содержащие константы, вековые слагаемые и вариации с периодами больше шести лет; ν_T – частота шестилетней амплитудной модуляции колебательного движения полюса.

Во вращающейся относительно исходной системы координат ITRS (International Terrestrial Reference System), в которой наблюдается движение земного полюса, фаза его движения согласно двухчастотной модели чандлеровских и годовых колебаний с



Фиг. 1

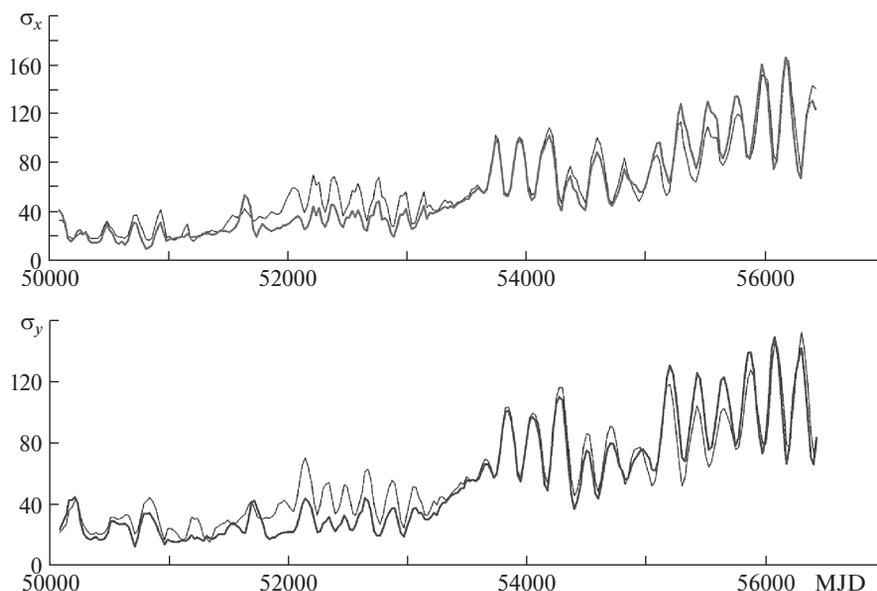
постоянными коэффициентами будет совершать мелкомасштабные колебания с периодами, не превышающими период их модуляции. Однако наблюдаемый полюс в этой системе совершает в несколько раз большее по амплитуде циклическое обратное движение вокруг среднего положения с частотой прецессии орбиты Луны, то есть в том же направлении, в каком двигаются узлы лунной орбиты.

Обозначив через $\delta\varphi$ полярный угол в новой системе (ξ_p, η_p) , можно проиллюстрировать синфазность движения полюса и прецессии орбиты Луны.

На фиг. 1 на график фазы колебательного движения земного полюса (измеряемой в радианах), полученной согласно двухчастотной модели движения полюса с постоянными коэффициентами (черная зигзагообразная линия) и согласно наблюдениям МСВЗ (полужирная серая линия) в новой системе координат, наложен график отклонения точки пересечения земного экватора и лунной орбиты от точки весеннего равноденствия (полужирная черная линия) в зависимости от времени, измеряемого в годах. Периодическое отклонение точки пересечения земного экватора и лунной орбиты от точки весеннего равноденствия происходит вследствие прецессии орбиты Луны с периодом 18.61 лет. В новой системе координат график фазы движения земного полюса иллюстрирует вариации в шестилетней модуляции чандлеровской и годичной компонент. Отметим, что сильные флуктуации, присутствующие на графике до 1962 года, обусловлены большей ошибкой измерений положения земного полюса.

Определив регулярную составляющую вариации фазы и выполнив обратное преобразование (к исходной системе ITRS), можно получить дополнительные слагаемые к основной двухчастотной модели (2.3) колебательного процесса земного полюса.

На фиг. 2 даны среднеквадратические отклонения двухлетней экстраполяции координат полюса, измеряемые в угловых миллисекундах, согласно двухчастотной модели в автономном режиме без учета (тонкая линия) и с учетом (полужирная линия) дополнительных слагаемых модели. По оси абсцисс отложено время MJD (Modified Julian Date) [1]. Коэффициенты основной двухчастотной модели регулярного движения



Фиг. 2

земного полюса определены на длительном интервале интерполяции, непосредственно предшествующем интервалу верификации модели. Исходя из результатов проведенного численного моделирования и верификации модели при различных интервалах времени можно сделать вывод о том, что дополнительные слагаемые модели в среднем позволяют повысить точность определения положения земного полюса на 5–7 см при прогнозе на 2–8 лет.

Заключение. На основе небесномеханической модели и анализа астрометрических данных наблюдений получены дополнительные слагаемые долгопериодического движения земного полюса, учитывающие возмущения от Солнца и Луны. С помощью численно-аналитического моделирования показано, что дополнительные слагаемые приводят к значимому уточнению прогноза полюса на интервалы времени от 2 до 8 лет.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. International Earth Rotation and Reference Systems Service – IERS Annual Reports (<http://www.iers.org>).
2. Манк У., Макдональд Г. Вращение Земли М.: Мир, 1964. 384 с.
3. Акуленко Л.Д., Кумакиев С.А., Марков Ю.Г., Рыхлова Л.В. Гравитационно-приливной механизм колебаний полюса Земли // Астрон. ж. 2005. Т. 82. № 10. С. 950–960.
4. Акуленко Л.Д., Климов Д.М., Марков Ю.Г., Перепелкин В.В. Колебательно-вращательные процессы в движении Земли относительно центра масс: интерполяция и прогноз // Изв. РАН. МТТ. 2012. № 6. С. 6–29.
5. Акуленко Л.Д., Климов Д.М., Кумакиев С.А. Основные свойства и особенности движения Земли относительно центра масс // Докл. РАН. 2014. Т. 458. № 5. С. 547–550.
6. Перепелкин В.В. Колебательные процессы в движении земного полюса на частоте прецессии орбиты Луны // Изв. РАН. МТТ. 2018. № 3. С. 38–44.